Lista 2

Hugo Vieira 922

① $P(X_1 = x_1, X_2 = x_2 \dots, X_k = x_k) = \frac{m!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$

m - total de tentativas
k - é o número de categorias
x_i - nº de vezes que a categoria ocorreu
p_i - probabilidade de ocorrer na categoria i

restante

$P(X_{azul} = 2) = \frac{10!}{2!\,8!} 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^8 = 45 \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^8$

$P(X_{azul} = 2) = 0{,}28156$

$P(X_{roxo} = 2) = \frac{10!}{2!\,8!} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^8 = 45 \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^8$

$P(X_{roxo}) = 0{,}28156$ * 2 azuis e 2 roxos

é o mesmo

$P_{final} = P(X_{azul} = 2) \cdot P(X_{roxo} = 2)$

$P_{final} = 0{,}28156^2 = 0{,}07928$

com reposição

Multinomial

~~Ou $P(X_{az} = 2, X_{roxo} = 2) = \left[\binom{10}{2} 0{,}25^2 \cdot (1 - 0{,}25)^8\right]^2$~~

(2)

1 face 6 para 5 dados
1 dado tem 6 faces $\boxed{p = 1/6}$ a probabilidade de obter face 6 em 1 dado

$q = 1 - p = \boxed{5/6}$

probabilidade de não obter!

∴ * Total de lançamento - K

$P(X)_{\text{não obter}} = (q)^k = (0,8334)^5 = 0,4019$ de não obter!

∴ $P(X)_{\text{obter}} = 1 - P(X)_{\text{não obter}} = 1 - 0,4019 = 0,5981$

(3) Soma dos dados inferior a 9
6 faces 4 lançamentos

= 1296 possíveis resultados < 9

4 resultados 1 em 4 dado
6 resultados soma = 5
12 resultados soma = 6
20 resultado soma = 7
30 resultado soma = 8

4 + 6 + 12 + 20 + 30
72 resultados inferior a 9

$72/1296 = 0,0556$

(4) $I = \int_0^1 (1-x^2)^{2/3}\,dx$

(a)

Como está padronizada

$\int_a^b g(x)\,dx = 1 \qquad g(x) = A(1-x)\,dx = 1$

$\int_0^1 A.(1-x)\,dx = 1 \qquad \int_0^1 A\,dx - \int_0^1 Ax\,dx$

$Ax\Big|_0^1 - \frac{Ax^2}{2}\Big|_0^1 = 1 \qquad (A-0) - \left(\frac{A}{2} - 0\right) = 1$

$\frac{A}{2} = 1 \qquad A = 2$

$I = \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,\frac{g(x)}{g(x)}\,dx = E_g\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$

$F_X(x) = \int_0^x 2(1-t)\,dt = 2t - t^2\Big|_0^x$

$U = 2t - t^2 \xrightarrow{(x-1)} \left(t^2 - 2t + U = 0\right)$

bhaskara

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.1.U \rightarrow \Delta = 4 - 4U$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4U}}{2}\ (\div 2) = 1 - \sqrt{1-U}\ \Big|_{0,1\ ok}$

$\cancel{1 + \sqrt{1-U}}\ \Big|$ ~~foma~~

b) $I = \int^{2} e^{x^2+x}\,dx$

$\boxed{u = \frac{x-a}{b-a}}$ $\quad du = \frac{dx}{b-a}$

Monte Carlo $\Rightarrow$ $I = \int_a^b g(x)\,dx = \int_0^1 g((b-a)u+a)(b-a)\,du$

Assim:

$u = \frac{x+2}{2+2} = \frac{x+2}{2+2}$ $\quad \boxed{x = 4u-2}$

$dx = 4\,du$

$I = \int_{-2}^{2} e^{x^2+x}\,dx = 4.\int_0^1 e^{(4u-2)^2+(4u-2)}$

Método Integração por Importância $\quad g(x) = Ae^x$

$\therefore \int_{-2}^{2} Ae^x\,dx = 1 \Rightarrow A\int_{-2}^{2} e^x\,dx = 1$

$A.\left[e^x\Big|_{-2}^{2}\right] = 1 \Rightarrow A\left[e^2 - e^{-2}\right] = 1$

$Ae^2 - Ae^{-2} = 1 \qquad Ae^2 - \frac{A}{e^2} = 1$

$A = \frac{1}{e^2 - e^{-2}} = \frac{1}{e^2 - \frac{1}{e^2}} = \frac{1}{\frac{e^4-1}{e^2}} = \boxed{\frac{e^2}{e^4-1}}$

$F_X(x) = \int_{-2}^{x} \frac{e^2}{e^4-1} e^t\,dt \;\therefore\; U = \frac{e^2}{e^4-1}\left(e^x - \frac{1}{e^2}\right)$

$x = \ln\left(U.\frac{e^4-1}{e^2} + \frac{1}{e^2}\right)$

c) $I = \int_0^{\infty} x(x^2+1)^{-2}\,dx$

Monte Carlo padronizar

$u = \frac{1}{1+x} \therefore du = \frac{-dx}{(1+x)^2} = -u^2 dx$

$1+x = \frac{1}{u}$ $\boxed{x = \frac{1}{u} - 1}$

$I = \int_0^{\infty} g(x)\,dx = \int_0^1 \frac{\left(\frac{1}{u}-1\right)\left[\left(\frac{1}{u}-1\right)^2+1\right]^{-2}}{u^2} du$

$\int_a^b g(x)\,dx = 1$ $g(x) = A\,e^{-x}$

$A\left[\int_0^{\infty} e^{-x}\right] = 1$ $Ae^{-x}\Big|_0^{\infty} = 1 - \left[\cancel{\frac{A}{\infty}} - A\right] = 1$

$\boxed{A = 1}$ $F_X(x) = \int_0^x e^{-t}\,dt$ $F_X(x) = 1 - e^{-x}$

$U = 1 - e^{-x}$

$e^{-x} = 1 - U$ ln $\boxed{-\ln(1-U) = x}$