高考数学通法逆袭全集

一数公益

目 录

$P2$【通法】平面向量通法解决高考向量问题

【要点梳理】

【典型例题】

例1.(2019·新课标Ⅰ)已知非零向量$\vec{a}$,$\vec{b}$,满足$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$,且$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}$,则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为________.

例2.(2019·新课标III)已知$\vec{a}$,$\vec{b}$为单位向量,且$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$,若$\vec{c}=2\vec{a}-\sqrt{5}\vec{b}$,则$\cos<\vec{a},\vec{c}>=$________.

例3. (2019·海南)已知 $\overrightarrow{AB}=(2,3)$, $\overrightarrow{AC}=(3,t)$, $|\overrightarrow{BC}|=1$,则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$ ________.

例4. (2018·新课标Ⅰ)在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点,则 $\overrightarrow{EB}=$ (　　)

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

例5. (2018·新课标Ⅱ)已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$,则 $\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=$ (　　)

A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

例6. (2017·新课标Ⅰ)已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 60°, $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$ 则 $|\vec{a}+2\vec{b}|=$ ________.

例7.(2017·新课标Ⅱ)已知$\triangle ABC$是边长为2的等边三角形,P为平面ABC内一点,则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最小值是(　　)

A. -2　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{4}{3}$　　D. -1

例8.(2014·天津)已知菱形$ABCD$的边长为2,$\angle BAD=120°$,点E、F分别在边BC、DC上,$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{DF}=\mu\overrightarrow{DC}$,若$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=1$,$\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}=-\frac{2}{3}$,则$\lambda+\mu=$(　　)

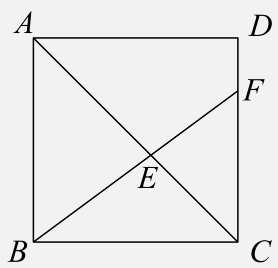
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{5}{6}$　　D. $\frac{7}{12}$

$P3$【通法】向量解析法补充课程(中档)

【典型例题】

例1. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=4$, $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上投影为 -2, 则 $|\vec{a}-3\vec{b}|$ 的最小值为 ________.

例2. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, F 是边 CD 上靠近 D 点的三等分点, 连接 BF 交 AC 于点 E, 若 $\overrightarrow{BE}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}(m,n\in\mathrm{R})$, 则 $m+n$ 的值是 ________.



例3. (2019·浙江)已知正方形 $ABCD$ 的边长为1. 当每个 $\lambda_i(i=1,2,3,4,5,6)$ 取遍 ±1 时，$|\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{BC}+\lambda_3\overrightarrow{CD}+\lambda_4\overrightarrow{DA}+\lambda_5\overrightarrow{AC}+\lambda_6\overrightarrow{BD}|$ 的最小值是________，最大值是________.

例4. 如图，定圆 C 半径为2，A 为圆 C 上的一个定点，B 为圆 C 上的动点，若点 A,B,C 不共线，且 $|\overrightarrow{AB}-t\overrightarrow{AC}|\geqslant|\overrightarrow{BC}|$ 对任意 $t\in(0,+\infty)$ 恒成立，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$________.

$P4$【通法】函数恒成立问题难点通法策略(小题压轴)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2014 · 辽宁)当 $x\in[-2,1]$ 时,不等式 $ax^3-x^2+4x+3\geqslant 0$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是 ________.

例2. (2013 · 重庆)设 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi$,不等式 $8x^2-(8\sin\alpha)x+\cos 2\alpha\geqslant 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,则 α 的取值范围为 ________.

例3. 已知不等式 $e^x-4x+2\geqslant ax+b(a,b\in\mathbf{R},a\neq-4)$ 对任意的实数 x 恒成立，则 $\dfrac{b-3}{a+4}$ 的最大值为 ________.

$P5$【通法】解三角形通法秒杀策略(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2019·新课标Ⅰ)$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c.已知$a\sin A-b\sin B=4c\sin C$，$\cos A=-\dfrac{1}{4}$,则$\dfrac{b}{c}=$ ________.

例2. (2018·新课标Ⅲ)$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c.若$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{a^2+b^2-c^2}{4}$，则$C=$ ________.

例3. (2018·新课标Ⅰ)$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c.已知$b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$，$b^2+c^2-a^2=8$,则$\triangle ABC$的面积为 ________.

例4. (2017 · 新课标Ⅰ)$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $\sin B+\sin A(\sin C-\cos C)=0$, $a=2$, $c=\sqrt{2}$ 则 $C=$ ________.

例5. (2012 · 江西)在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 已知 $A=\frac{\pi}{4}$, $b\sin\left(\frac{\pi}{4}+C\right)-c\sin\left(\frac{\pi}{4}+B\right)=a$.

(1) 求证:$B-C=\frac{\pi}{2}$;

(2) 若 $a=\sqrt{2}$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

$P6$【通法】二项式系数通法分析策略(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2019 · 全国) $(2\sqrt{x}+1)^6$ 的展开式中 x 的系数是 ________.

例2. (2019 · 天津) $\left(2x-\dfrac{1}{8x^3}\right)^8$ 的展开式中的常数项为 ________.

例3. (2019 · 新课标III) $(1+2x^2)(1+x)^4$ 的展开式中 x^3 的系数为 ________.

例4. (2017·新课标Ⅰ)$\left(1+\frac{1}{x^2}\right)(1+x)^6$展开式中$x^2$的系数为________.

例5. (2015·新课标Ⅰ)$(x^2+x+y)^5$的展开式中x^5y^2的系数为________.

例6. $(1+\sqrt[3]{x})^6\left(1+\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^{10}$展开式中的常数项为________.

$P7$【通法】函数的三大要素高考考点汇总(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (复旦大学自主招生题)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,2)$,则函数 $g(x)=f(x+c)+f(x-c)$ 在 $0<c<1$ 时的定义域为 ________.

例2. $y=2x+\sqrt{1-2x}$

例3. $y=\dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+5}$

例4. $y=\dfrac{5x-1}{4x+2}$

例5. $y=x+4+\sqrt{9-x^2}$

$P8$【通法】三角函数难题克星 —— 整体换元法(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 已知函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，若方程 $f(x)=\frac{1}{3}$ 在区间 $(0,\pi)$ 内的解为 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，则 $\sin(x_1-x_2)=$ ____________ .

例2. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$，$x=-\frac{\pi}{4}$ 为 $y=f(x)$ 图象的对称轴，$x=\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的零点，且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right)$ 上单调，则 ω 的最大值为 ____________ .

$P9$【通法】一般数列通项公式求解思路总结(基础)

【要点梳理】

一、累加法

例1. $a_1=2, a_{n+1}=a_n+3n+2$

例2. $a_1=1, a_{n+1}=a_n+3^n-n$

二、累乘法

例3. $a_1=\frac{2}{3}, a_{n+1}=\frac{n}{n+1}a_n$

三、待定系数法

例4. $a_1=1, a_{n+1}=2a_n+3$

例5. $a_1=1, a_{n+1}=2a_n+3n$

例6. $a_1=1, a_n=3a_{n-1}+4\cdot 3^n$

四、a_n 与 S_n 的关系

例7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $3S_n=2a_n-3n$，则 $a_{2019}=$ ________________ .

五、递归数列

例8. 数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=-2$，$a_{n+1}=1-\dfrac{1}{a_n}$，则 a_{2019} 的值为（　　）

A. -2　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{3}{2}$

六、数学归纳法

例9. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，S_n 是它的前 n 项和，当 $n\geqslant 2$ 时，$2S_n^2=2a_n\cdot S_n-a_n$.

(1) 求 a_2、a_3、a_4 的值，并推测 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 用数学归纳法证明所得的结论.

$P10$【通法】数列求和高频方法汇总(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=4$，$a_2+a_5=9$，设 $b_n=\frac{1}{a_n^2-1}(n\in\mathbf{N}^*)$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n，则 S_{2019} 为（　　）

A. $1-\frac{1}{2021}$　　B. $1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2020}-\frac{1}{2021}$

C. $\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2021}\right)$　　D. $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2020}-\frac{1}{2021}\right)$

例2. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_1+2^2a_2+\cdots+2^na_n=n(n\in\mathbf{N}^*)$，数列 $\left\{\frac{1}{\log_2a_n\log_2a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $S_1\cdot S_2\cdot S_3\cdot\cdots\cdot S_{10}=$（　　）

A. $\frac{1}{10}$　　B. $\frac{1}{11}$　　C. $\frac{2}{11}$　　D. $\frac{1}{5}$

例3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $S_n=2a_n-1(n\in\mathbf{N}^*)$，数列 $\{b_n\}$ 满足 $nb_{n+1}-(n+1)b_n=n(n+1)\,(n\in\mathbf{N}^*)$，且 $b_1=1$.

(1) 证明：数列 $\left\{\dfrac{b_n}{n}\right\}$ 为等差数列，并求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n=(-1)^{n-1}\dfrac{4(n+1)}{(3+2\log_2 a_n)(3+2\log_2 a_{n+1})}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_{2n};

(3) 若 $d_n=a_n\cdot\sqrt{b_n}$，数列 $\{d_n\}$ 的前 n 项和为 D_n，对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $D_n\leqslant nS_n-a$，求实数 a 的取值范围.

例4. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\begin{cases}3a_n+3n, & n\text{ 为奇数};\\ -a_n-n-1, & n\text{ 为偶数}.\end{cases}$ 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$b_n=a_{2n}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求证：数列 $\{b_n\}$ 为等比数列，并求其通项 b_n;

(2) 求 S_n;

(3) 问是否存在正整数 n，使得 $S_{2n+1}>b_n>S_{2n}$ 成立？说明理由.

$P11$【通法】基本不等式在各种场景下使用方法(基础)

【要点梳理】

基本不等式：$a,b>0.\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}\geqslant\dfrac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$，当 $a=b$ 时取等.

一、直接法

例1. $x>0$，求 $x+\dfrac{1}{x}$ 的最小值.

例2. 求 $\sqrt{(3-a)(a+6)}$ 的最大值.

二、"1"的代换

例3. $x>0,y>0,\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=1$，求 $(x+2y)_{\min}$.

三、补项

例4. $x>1$，求 $x+\dfrac{1}{x-1}$ 的最小值.

例5. $a>0,b>1$, 若 $a+b=2,\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b-1}\right)_{\min}$.

例6. $a>b>0$, 求 $a^2+\frac{1}{ab}+\frac{1}{a(a-b)}$ 的最小值.

四、换元法

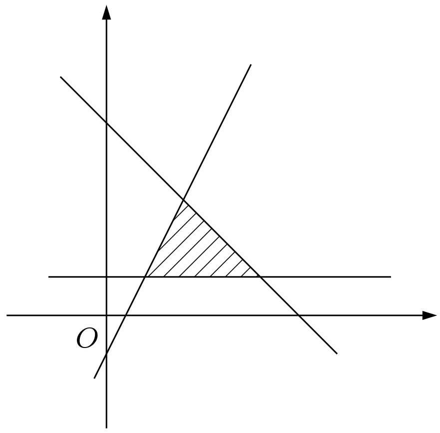
例7. $a>0,b>0,a+b=5$, 求 $(\sqrt{a+1}+\sqrt{b+3})_{\max}$.

例8. $x>0,y>0,x+2y+2xy=8$, 求 $(x+2y)_{\min}$.

$P12$【通法】一题学会线性规划所有热门题型(基础)

【典型例题】

例1. $\begin{cases} y\geqslant 1 \\ y-2x+1\leqslant 0 \\ x+y-5\leqslant 0 \end{cases}$



① $z=2x+y$

② $z=\dfrac{1}{2}x+y$

③ $z=2x-y$

④ $z=\dfrac{y-1}{x}$

⑤ 已知 $z=ax+y$ 的最小值为 0, 求 a.

例2. $\begin{cases} y\geqslant 1 \\ y-2x+1\leqslant 0 \\ x+y-m\leqslant 0 \end{cases}$, 若 $z=x-y$ 的最小值为 -1, 求 m.

$P13$【通法】直线与圆解题策略(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 已知 M, N 分别是曲线 $C_1: x^2+y^2-4x-4y+7=0$, $C_2: x^2+y^2-2x=0$ 上的两个动点，P 为直线 $x+y+1=0$ 上的一个动点，则 $|PM|+|PN|$ 的最小值为 ________________ .

例2. 对圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 上任意一点 $P(x,y)$，若点 P 到直线 $l_1: 3x-4y-9=0$ 和 $l_2: 3x-4y+a=0$ 的距离和都与 x, y 无关，则 a 的取值区间为（　　）

A. $[6,+\infty)$　　B. $[-4,6]$　　C. $(-4,6)$　　D. $(-\infty,-4]$

例3. 已知圆 $C_1:(x+2a)^2+y^2=4$ 和圆 $C_2:x^2+(y-b)^2=1$ 只有一条公切线，若 $a,b\in\mathbf{R}$ 且 $ab\neq 0$，则 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$ 的最小值为 ________.

例4. 已知直线 $l:x+ky-2+3k=0$ 过定点 P，过点 P 作圆 $C:x^2+y^2+4x-4y+7=0$ 的两条切线，切点分别为 A、B，则直线 AB 的方程为 ________.

P14【通法】圆锥曲线大题稳定得分策略(拔高)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2016·新课标Ⅰ)设圆 $x^2+y^2+2x-15=0$ 的圆心为 A，直线 l 过点 $B(1,0)$ 且与 x 轴不重合，交圆 A 于 C，D 两点，过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E.

(Ⅰ)证明 $|EA|+|EB|$ 为定值，并写出点 E 的轨迹方程;

(Ⅱ)设点 E 的轨迹为曲线 C_1，直线 l 交 C_1 于 M，N 两点，过 B 且与 l 垂直的直线与圆 A 交于 P，Q 两点，求四边形 $MPNQ$ 面积的取值范围.

例2. (2018·新课标Ⅲ)已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 $M(1,m)\,(m>0)$.

(1)证明：$k<-\dfrac{1}{2}$;

(2)设 F 为 C 的右焦点，P 为 C 上一点，且 $\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，证明：$|\overrightarrow{FA}|$，$|\overrightarrow{FP}|$，$|\overrightarrow{FB}|$ 成等差数列，并求该数列的公差.

$P15$【通法】立体几何大题建系送分指南(空间向量法)(中档)(理科适用)

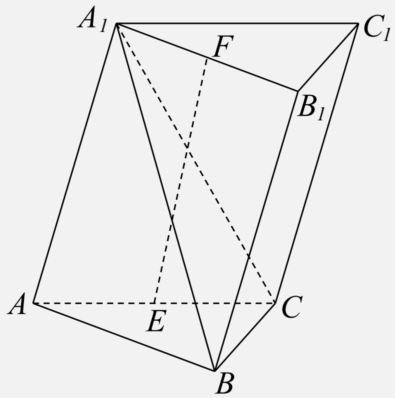
【要点梳理】

【典型例题】

例1.(2019·浙江)如图,已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$,平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 ABC,$\angle ABC=90^\circ$,$\angle BAC=30^\circ$,$A_1A=A_1C=AC$,E,F 分别是 AC,A_1B_1 的中点.

(Ⅰ)证明:$EF\perp BC$;

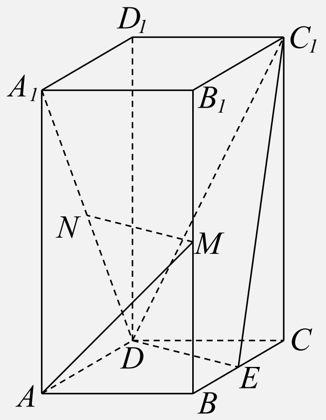
(Ⅱ)求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值.



例2. (2019 · 新课标Ⅰ) 如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60^\circ$，E，M，N 分别是 BC，BB_1，A_1D 的中点.

(1) 证明：MN // 平面 C_1DE;

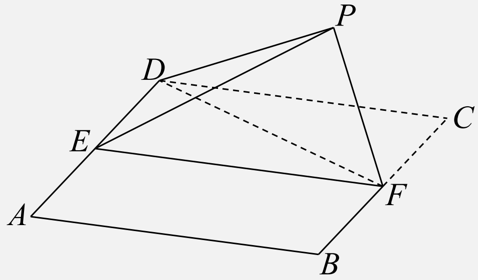
(2) 求二面角 $A-MA_1-N$ 的正弦值.



例3. (2018·新课标Ⅰ) 如图,四边形 $ABCD$ 为正方形,E,F 分别为 AD,BC 的中点,以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起,使点 C 到达点 P 的位置,且 $PF\perp BF$.

(1) 证明:平面 $PEF\perp$ 平面 $ABFD$;

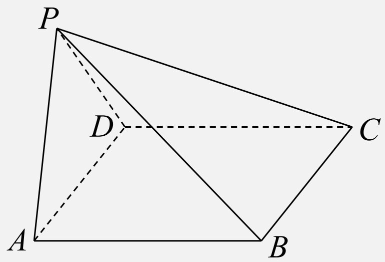
(2) 求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.



例4. (2017·新课标Ⅰ) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB // CD$，且 $\angle BAP=\angle CDP=90^{\circ}$.

(1) 证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAD;

(2) 若 $PA=PD=AB=DC$，$\angle APD=90^{\circ}$，求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.



$P16$【通法】直线的参数方程长度题型(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 已知直线 l 过点 $P(2,0)$，斜率为 $\frac{4}{3}$，直线 l 和抛物线 $y^2=2x$ 相交于 A、B 两点，线段 AB 的中点为 M.求：

(1) 写出直线 l 的一个参数方程；

(2) 线段 AB 的长 $|AB|$；

(3) 线段 PM 的长 $|PM|$.

例2. 在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-3-t\\y=2+t\end{cases}$($t$ 为参数).以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程 $\rho=4\sqrt{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，$P(2,-3)$ 为直线 l 上一点，求 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$.

例3. 在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数，$0\leqslant\alpha<\pi$），以坐标原点为极点，以 x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2-6\rho\cos\theta-8\rho\sin\theta+21=0$，已知直线 l 与曲线 C 交于不同的两点 A，B.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设 $P(1,2)$，求 $|PA|^2+|PB|^2$ 的取值范围.

例4. (2018·新课标Ⅱ) 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=4\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数）.

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1,2)$，求 l 的斜率.

例5. (2015·新课标Ⅱ) 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1: $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数，$t\neq 0$)，其中 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi$，在以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2: $\rho=2\sin\theta$，C_3: $\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$.

(1) 求 C_2 与 C_3 交点的直角坐标;

(2) 若 C_1 与 C_2 相交于点 A，C_1 与 C_3 相交于点 B，求 $|AB|$ 的最大值.

$P17$【通法】利用参数方程解决动点最值问题(基础)

【典型例题】

例1. (2017·新课标Ⅰ)在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=3\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数),直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=a+4t\\y=1-t\end{cases}$ (t 为参数).

(1) 若 $a=-1$,求 C 与 l 的交点坐标;

(2) 若 C 上的点到 l 距离的最大值为 $\sqrt{17}$,求 a.

例2. (2016·新课标Ⅲ)在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数),以坐标原点为极点,以 x 轴的正半轴为极轴,建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$.

(1) 写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设点 P 在 C_1 上,点 Q 在 C_2 上,求 $|PQ|$ 的最小值及此时 P 的直角坐标

例3. 在平面直角坐标系 xOy 中,已知曲线 C:$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数),直线 l 过定点 $(-2,2)$,且斜率为 $-\dfrac{1}{2}$. 以 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程以及直线 l 的参数方程;

(2) 点 P 在曲线 C 上,当 $\theta\in\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}\right]$ 时,求点 P 到直线 l 的最小距离并求点 P 的坐标.

例4. 已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho=2$,以极点为原点,极轴为 x 轴的正半轴建立平面直角坐标系,直线 L 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\\y=2+\sqrt{3}t\end{cases}$($t$ 为参数).

(1) 写出直线 L 的普通方程与 Q 曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设曲线 C 经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=x\\y'=\dfrac{1}{2}y\end{cases}$ 得到曲线 C',设 $M(x,y)$ 为 C' 上任意一点,求 $x^2-\sqrt{3}xy+2y^2$ 的最小值,并求相应的点 M 的坐标.

例5. 在同一平面直角坐标系 xOy 中,经过伸缩变换 $\begin{cases} x'=2x \\ y'=y \end{cases}$ 后,曲线 $C_1: x^2+y^2=1$ 变为曲线 C_2.

(1) 求 C_2 的参数方程;

(2) 设 $A(2,1)$,点 P 是 C_2 上的动点,求 $\triangle OAP$ 面积的最大值,及此时 P 的坐标.

$P18$【通法】一小时畅游极坐标题型(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 在以直角坐标系中的原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，已知曲线的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{2}{1-\sin\theta}$.

(1) 将曲线的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2) 过极点 O 作直线 l 交曲线于点 P, Q，若 $|OP|=3|OQ|$，求直线 l 的极坐标方程.

例2. 已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t} \\ y=t-\dfrac{1}{t} \end{cases}$ (t 为参数),以坐标原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若射线 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ 分别与曲线 C_1, C_2 交于 A, B 两点(异于极点),求 $|AB|$ 的值.

例3. (2015·新课标Ⅱ)在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1: $\begin{cases} x=t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数,$t\neq 0$),其中 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi$,在以 O 为极点,x 轴正半轴为极轴的极坐标系中,曲线 C_2: $\rho=2\sin\theta$, C_3: $\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$.

(1) 求 C_2 与 C_3 交点的直角坐标;

(2) 若 C_1 与 C_2 相交于点 A, C_1 与 C_3 相交于点 B,求 $|AB|$ 的最大值.

例4. 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程是 $\rho\cos^2\theta-4\sin\theta=0$，直线 l_1 和直线 l_2 的极坐标方程分别是 $\theta=\alpha(\rho\in\mathbf{R})$ 和 $\theta=\alpha+\frac{\pi}{2}(\rho\in\mathbf{R})$，其中 $\alpha\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

(1) 写出曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l_1 和直线 l_2 分别与曲线 C 交于除极点 O 的另外点 A，B，求 $\triangle OAB$ 的面积最小值.

例5. 在平面直角坐标系中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数），以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 是圆心在极轴上且经过极点的圆，射线 $\theta=\frac{\pi}{3}$ 与曲线 C_2 交于点 $D\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 已知极坐标系中两点 $A(\rho_1,\theta_0)$，$B\left(\rho_2,\theta_0+\frac{\pi}{2}\right)$，若 A、B 都在曲 C_1 线上，求 $\frac{1}{\rho_1^2}+\frac{1}{\rho_2^2}$ 的值.

例6. (2019·新课标Ⅱ)在极坐标系中，O 为极点，点 $M(\rho_0,\theta_0)(\rho_0>0)$ 在曲线 $C:\rho=4\sin\theta$ 上，直线 l 过点 $A(4,0)$ 且与 OM 垂直，垂足为 P.

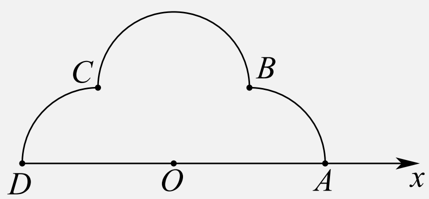
(1) 当 $\theta_0=\frac{\pi}{3}$ 时，求 ρ_0 及 l 的极坐标方程；

(2) 当 M 在 C 上运动且 P 在线段 OM 上时，求 P 点轨迹的极坐标方程.

例7. (2019·新课标Ⅲ)如图，在极坐标系 Ox 中，$A(2,0)$，$B\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$，$C\left(\sqrt{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，$D(2,\pi)$，弧 $\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CD}$ 所在圆的圆心分别是 $(1,0)$，$\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$，$(1,\pi)$，曲线 M_1 是弧 $\overset{\frown}{AB}$，曲线 M_2 是弧 $\overset{\frown}{BC}$，曲线 M_3 是弧 $\overset{\frown}{CD}$.

(1) 分别写出 M_1，M_2，M_3 的极坐标方程；

(2) 曲线 M 由 M_1，M_2，M_3 构成，若点 P 在 M 上，且 $|OP|=\sqrt{3}$，求 P 的极坐标.



$P19$【通法】导数大题之根相关问题(拔高)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2019·张掖模拟)已知函数 $f(x)=\dfrac{2}{x}+a\ln x-2(a>0)$.

(Ⅰ)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(1,f(1))$ 处的切线与直线 $y=x+2$ 垂直,求函数 $y=f(x)$ 的单调区间;

(Ⅱ)若对于 $\forall x\in(0,+\infty)$ 都有 $f(x)>2(a-1)$ 成立,试求 a 的取值范围;

(Ⅲ)记 $g(x)=f(x)+x-b(b\in\mathbf{R})$,当 $a=1$ 时,函数 $g(x)$ 在区间 $[\mathrm{e}^{-1},\mathrm{e}]$ 上有两个零点,求实数 b 的取值范围.

例2. (2017·潍坊二模)已知函数 $f(x)=(x-1)^2e^x$,且 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处取得极小值,函数 $g(x)=1+kx-lnx$.

(1) 若曲线 $y=g(x)$ 在点 $(e,g(e))$ 处切线恰好经过点 $P(x_0,f(x_0))$,求实数 k 的值;

(2) 讨论函数 $g(x)$ 的极值;

(3) 已知函数 $F(x)=\min\{f(x),g(x)\}$ ($\min\{p,q\}$ 表示 p,q 中最小值),若在 $(0,+\infty)$ 上函数 $F(x)$ 恰有三个零点,求实数 k 的取值范围.

例3. (2020·资阳模拟)已知函数 $f(x)=xe^x-a\ln x-ax+a-e$.

(1) 若 $f(x)$ 为单调函数,求 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$ 仅有一个零点,求 a 的取值范围.

例4. 已知函数 $f(x)=ax^3-3x^2+1-\dfrac{3}{a}$.

(Ⅰ)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(Ⅱ)若曲线 $y=f(x)$ 上两点 A、B 处的切线都与 y 轴垂直,且线段 AB 与 x 轴有公共点,求实数 a 的取值范围.

$P20$【章节复习】1集合高考知识考点梳理(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 设集合 $P=\{x-y, x+y, xy\}$, $Q=\{x^2+y^2, x^2-y^2, 0\}$,若 $P=Q$,求 x, y 的值及集合 P、Q.

例2. 下列集合中,恰有2个元素的集合是 (　　)

A. $\{x^2-x=0\}$　　B. $\{x|x^2-x=0\}$　　C. $\{x|y=x^2-x\}$　　D. $\{y|y=x^2-x\}$

例3. 设集合 $S=\{0,1,2,3,4,5\}$，A 是 S 的一个子集，当 $x\in A$ 时，若有 $x-1\notin A$ 且 $x+1\notin A$，则称 x 为集合 A 的一个"孤立元素"，那么集合 S 中所有无"孤立元素"的 4 元子集有 ________ 个.

例4. 设 U 为全集，对于集合 M,N，下列集合之间关系不正确的是 (　　)

A. $M\cap N\subseteq M\cup N$

B. $(\complement_U M)\cup(\complement_U N)=\complement_U(M\cap N)$

C. $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)=\complement_U(M\cup N)$

D. $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)=\complement_U(M\cap N)$

例5. 已知 $M=\{x|1<x<3\}$，$N=\{x|x^2-6x+8\leqslant 0\}$.

(1) 设全集 $U=\mathbf{R}$，定义集合运算 $\triangle$，使 $M\triangle N=M\cap(C_U N)$，求 $M\triangle N$ 和 $N\triangle M$；

(2) 若 $H=\{x||x-a|\leqslant 2\}$，按 (1) 的运算定义求：$(N\triangle M)\triangle H$.

$P21$【章节复习】2 函数三大要素知识梳理(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 若 $f(\sqrt{x}+1)=x+\sqrt{x}$,则 $f(x)$ 的解析式为 ________.

例2. 已知 $f(x)$ 满足 $f\left(x-\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$ 则 $f(x+1)$ 的表达式为 (　　)

A. $f(x+1)=(x+1)^2+\frac{1}{(x+1)^2}$

B. $f(x+1)=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+\frac{1}{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$

C. $f(x+1)=(x+1)^2+2$

D. $f(x+1)=(x+1)^2+1$

例3. 已知 $f(x)$ 满足 $2f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$，则 $f(1)=$ ________；$f(x)=$ ________.

例4. 求下列函数的值域：

(1)$y=\frac{1-2^x}{1+2^x}$；　(2)$y=2x-\sqrt{x-1}$；　(3)$y=\frac{x^2+2x+2}{x+1}$；　(4)$y=\frac{x^2-x+3}{x^2-x+1}$.

例5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(2a-1)x+a, & x<1\\ \log_a x, & x\geqslant 1\end{cases}$ 的值域为 $\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是 ________.

$P22$【章节复习】3 初等函数高考知识与考点梳理(串讲)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2019·新课标Ⅰ)已知 $a=\log_2 0.2$, $b=2^{0.2}$, $c=0.2^{0.3}$,则 ________.

例2. (2019·天津)已知 $a=\log_5 2$, $b=\log_{0.5}0.2$, $c=0.5^{0.2}$,则 a, b, c 的大小关系为 ________.

例3. (2019·新课标Ⅲ)设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数,且在 $(0,+\infty)$ 单调递减,则 (　　)

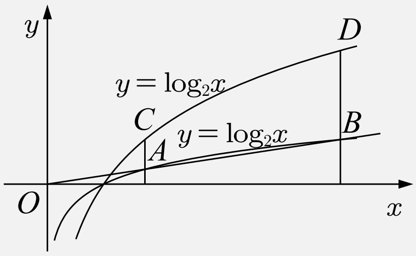
A. $f\left(\log_3\frac{1}{4}\right)>f\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)>f\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)$　　B. $f\left(\log_3\frac{1}{4}\right)>f\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)>f\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)$

C. $f\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)>f\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)>f\left(\log_3\frac{1}{4}\right)$　　D. $f\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)>f\left(2^{-\frac{3}{2}}\right)>f\left(\log_3\frac{1}{4}\right)$

例4. (2018·上海)已知 $\alpha\in\left\{-2,-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,2,3\right\}$,若幂函数 $f(x)=x^\alpha$ 为奇函数,且在 $(0,+\infty)$ 上递减,则 $\alpha=$ ________.

例5. (2004·湖南)若直线 $y=2a$ 与函数 $y=|a^x-1|(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图象有两个公共点,则 a 的取值范围是 ________.

例6. (2019·衡水二模)如图,已知过原点 O 的直线与函数 $y=\log_8 x$ 的图象交于 A,B 两点,分别过 A,B 作 y 轴的平行线与函数 $y=\log_2 x$ 图象交于 C,D 两点,若 $BC\parallel x$ 轴,则四边形 $ABCD$ 的面积为 ________.



$P23$【章节复习】4 复合函数高考考点大全(拔高)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 已知 $f(x^2-4)=\lg\dfrac{x^2}{x^2-8}$，则函数 $f(x)$ 的定义域为 ________.

例2. (2017·新课标Ⅱ) 函数 $f(x)=\ln(x^2-2x-8)$ 的单调递增区间是 (　　)

A. $(-\infty,-2)$　　B. $(-\infty,-1)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(4,+\infty)$

例3. 已知 $y=\log_a(2-a^x)$ 在 $[0,1]$ 上是 x 的减函数,求 a 的取值范围.

例4. 判断 $y=\log_2(x+\sqrt{x^2+1})$ 的奇偶性 .

例5. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x>0$ 时,$f(x)=\begin{cases}2^{|x-1|}-1, & 0<x\leqslant 2\\ \dfrac{1}{2}f(x-2), & x>2\end{cases}$,则关于 x 的方程 $6[f(x)]^2-f(x)-1=0$ 的实数根个数为 (　　)

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

例6. (2012·浙江模拟)已知函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 在 $[-2,2]$ 的图象如下所示,给出下列四个命题:

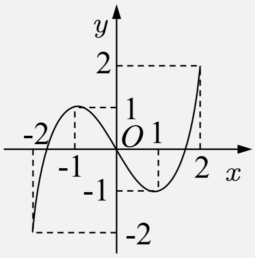
(1) 方程 $f[g(x)]=0$ 有且仅有 6 个根

(2) 方程 $g[f(x)]=0$ 有且仅有 3 个根

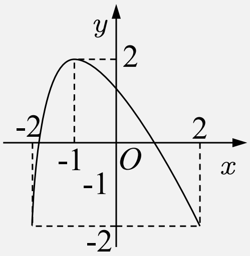
(3) 方程 $f[f(x)]=0$ 有且仅有 5 个根

(4) 方程 $g[g(x)]=0$ 有且仅有 4 个根

其中正确命题是 ________.



$y=f(x)$



$y=g(x)$

$P24$【章节复习】5 三角函数基础知识梳理(基础)

【要点梳理】

例1. 下列命题正确的是（　　）

A. 小于 90° 的角是锐角

B. 钝角是第二象限角

C. 第一象限角一定不是负角

D. 第二象限角必大于第一象限角

$P25$【章节复习】6 三角函数高考考点大全(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 为了得到函数 $y=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象.只需把函数 $y=3\sin x$ 的图象上所有点的（　　）

A. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变),再将所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$

B. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变),再将所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$

C. 横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变),再将所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$

D. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变),再将所得的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$

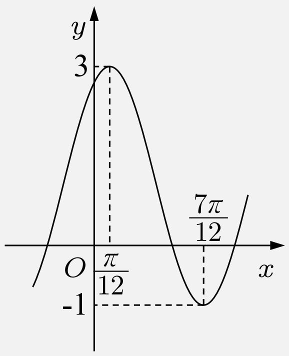
例2. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B\left(A>0, \omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示,则 $f(x)$ 的解析式为（　　）

A. $f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1$

B. $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1$

C. $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-1$

D. $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1$



例3. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$ 上为单调函数，且 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$，则函数 $f(x)$ 的解析式为（　　）

A. $f(x)=\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{3}\right)$　　B. $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

C. $f(x)=\sin 2x$　　D. $f(x)=\sin\frac{1}{2}x$

例4. (2019·新课标Ⅰ) 关于函数 $f(x)=\sin|x|+|\sin x|$ 有下述四个结论：

①$f(x)$ 是偶函数

②$f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 单调递增

③$f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 有 4 个零点

④$f(x)$ 的最大值为 2

其中所有正确结论的编号是（　　）

A. ①②④　　B. ②④　　C. ①④　　D. ①③

例5. (2019·新课标Ⅰ) 函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{3\pi}{2}\right)-3\cos x$ 的最小值为 ________.

例6. (2013·上海) 若 $\cos x\cos y+\sin x\sin y=\frac{1}{2}$, $\sin 2x+\sin 2y=\frac{2}{3}$, 则 $\sin(x+y)=$ ________.

$P26$【章节复习】7平面向量基础知识梳理(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2019·新课标Ⅰ)已知非零向量 $\vec{a}$,$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$,且 $(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{b}$,则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ( )

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

例2. (2017·江苏)在平面直角坐标系 xOy 中,$A(-12,0)$,$B(0,6)$,点 P 在圆 $O:x^2+y^2=50$ 上.若 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}\leqslant 20$,则点 P 的横坐标的取值范围是 ________.

$P27$【章节复习】8 一道题学会两个向量和与差的模处理思路(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 已知单位向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3}$,若 $\vec{a}-\vec{c},\vec{b}-\vec{c}$ 共线,则 $|\vec{c}|$ 的最小值为 ________.

$P28$【章节复习】9 平面向量高考考点大全(中档)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2016·上海)设单位向量 $\vec{e_1}$ 与 $\vec{e_2}$ 既不平行也不垂直,对非零向量 $\vec{a}=x_1\vec{e_1}+y_1\vec{e_2}$、$\vec{b}=x_2\vec{e_1}+y_2\vec{e_2}$ 有结论:

① 若 $x_1y_2-x_2y_1=0$,则 $\vec{a}\parallel\vec{b}$;

② 若 $x_1x_2+y_1y_2=0$,则 $\vec{a}\perp\vec{b}$.

关于以上两个结论,正确的判断是 (　　)

A. ① 成立,② 不成立　　B. ① 不成立,② 成立

C. ① 成立,② 成立　　D. ① 不成立,② 不成立

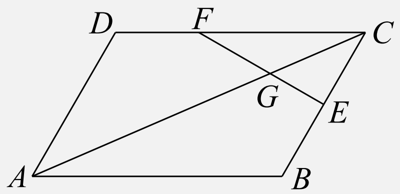
例2. (2016·浙江)已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$,若对任意单位向量 $\vec{e}$,均有 $|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|\leqslant\sqrt{6}$ 则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值是 ________.

例3. (2019·濮阳二模)已知正六边形 $ABCDEF$ 中,G 是 AF 的中点,则 $\overrightarrow{CG}=$ (　　)

A. $\frac{5}{8}\overrightarrow{CE}+\frac{3}{4}\overrightarrow{DA}$　　B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{CE}+\frac{5}{6}\overrightarrow{DA}$　　C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{CE}+\frac{5}{8}\overrightarrow{DA}$　　D. $\frac{5}{6}\overrightarrow{CE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DA}$

例4. (2019·博望区校级模拟)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,点 E、F 满足 $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$, EF 与 AC 交于点 G,设 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{GC}$,则 $\lambda=$ (　　)

A. $\frac{9}{7}$　　B. $\frac{7}{4}$　　C. $\frac{7}{2}$　　D. $\frac{9}{2}$



例5. (2019 春 · 珠海期末) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, 点 D 是 AC 的中点, M 是边 BC 上一点, 则 $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD}$ 的最小值是 (　　)

A. $-\frac{3}{2}$　　B. -1　　C. -2　　D. $-\frac{5}{4}$

$P29$【章节复习】10 等差与等比数列稳定得分策略(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2019·东湖区校级三模) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，S_n 为其前 n 项和，$2+a_5=a_6+a_3$，则 $S_7=$ (　　)

A. 2　　B. 7　　C. 14　　D. 28

例2. (2019·新课标Ⅰ) S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．已知 $S_4=0$, $a_5=5$, 则 a_6 的值为 (　　)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

例3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_4+a_6+a_8+a_{10}+a_{12}=120$，$a_{10}-\frac{2}{3}a_{11}$ 的值为 (　　)

A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 16

例4. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，首项 $a_1>0$，公差 $d<0$，$a_{10}\cdot S_{21}<0$，则 S_n 最大时，n 的值为（　　）

A. 11　　B. 10　　C. 9　　D. 8

例5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_8<S_{10}<S_2$，则满足 $S_n>0$ 的正整数 n 的最大值为（　　）

A. 16　　B. 17　　C. 18　　D. 19

例6. 等比数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，则下列一定成立的是（　　）

A. 若 $a_1>0$，则 $a_{2019}<0$　　B. 若 $a_2>0$，则 $a_{2018}<0$

C. 若 $a_1>0$，则 $S_{2019}>0$　　D. 若 $a_2>0$，则 $S_{2018}>0$

例7. 在各项不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中，$2a_{2017}-a_{2018}^{2}+2a_{2019}=0$，数列 $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $b_{2018}=a_{2018}$，则 $\log_2(b_{2017}\cdot b_{2019})$ 的值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

例8. $\{a_n\}$ 为等比数列，若 $a_2=2$，$a_5=\dfrac{1}{4}$，则 $a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=$ ________.

$P30$【章节复习】11 极坐标与参数方程的转换(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. (2019·新课标Ⅰ)在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数),以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建系,直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

例2. (2018·新课标Ⅰ)在直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$. 以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点,求 C_1 的方程

例3. (2019·江苏)在极坐标系中,已知两点 $A\left(3,\frac{\pi}{4}\right)$, $B\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{2}\right)$,直线 l 的方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=3$

(1) 求 A, B 两点间的距离;

(2) 求点 B 到直线 l 的距离.

例4. 在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases}|x|=t\cos\alpha\\y=5+t\sin\alpha\end{cases}$ (t 是参数).以原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆 C_2 的极坐标方程是 $\rho=4\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)-2\cos\theta$.

(Ⅰ)写出圆 C_2 的直角坐标方程;

(Ⅱ)若曲线 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点,求 $\dfrac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$ 的值.

例5. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=a+\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系. 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{8}{5-3\cos 2\theta}$，直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点

(Ⅰ) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(Ⅱ) 若线段 AB 的长度为 $\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$，求实数 a 的值.

$P31$【章节复习】12 参数方程与直角坐标的转换(基础)

【要点梳理】

【典型例题】

例1. 已知直线的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\\y=3+2t\end{cases}$($t$为参数),曲线$C$的极坐标方程为$\rho\sin^2\theta=16\cos\theta$,直线与曲线$C$交于$A$、$B$两点,点$P(1,3)$.

(1) 求直线的普通方程和曲线C的直角坐标方程;

(2) 求$|AB|$的值.

例2. 在直角坐标系xOy中,直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$($t$为参数,$0\leqslant\alpha<\pi$),以坐标原点为极点,以$x$轴的非负半轴为极轴,建立极坐标系,曲线$C$的极坐标方程为$\rho^2-6\rho\cos\theta-8\rho\sin\theta+21=0$,已知直线$l$与曲线$C$交于不同的两点$A$,$B$.

(1) 求直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程;

(2) 设$P(1,2)$,求$|PA|^2+|PB|^2$的取值范围.

例3. 在平面直角坐标系中,曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$为参数),以原点$O$为极点,$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线$C_2$是圆心在极轴上且经过极点的圆,射线$\theta=\dfrac{\pi}{3}$与曲线$C_2$交于点$D\left(2,\dfrac{\pi}{3}\right)$

(1) 求曲线C_1的普通方程和曲线C_2的直角坐标方程;

(2) 已知极坐标系中两点$A(\rho_1,\theta_0)$,$B\left(\rho_2,\theta_0+\dfrac{\pi}{2}\right)$,若$A$、$B$都在曲线$C_1$上,求$\dfrac{1}{\rho_1^2}+\dfrac{1}{\rho_2^2}$的值

例4. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sin\alpha+\cos\alpha \\ y=\sin\alpha-\cos\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数）.

(1) 求曲线 C 的普通方程;

(2) 在以 O 为极点，x 正半轴为极轴的极坐标系中，直线 l 方程为 $\sqrt{2}\rho\sin\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)+1=0$，已知直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点，求 $|AB|$.

例5. (2019·新课标Ⅰ) 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

$P32$【章节复习】13 导数基础知识回顾(基础)

【要点梳理】

$P33$【章节复习】14 导数云刷题(中档)

【典型例题】

例1. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程 $x-2y+1=0$，则 $f(1)+2f'(1)$ 的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

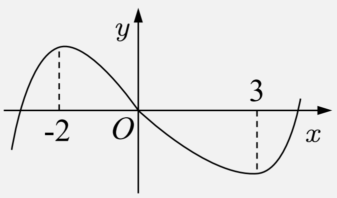
例2. 过函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2$ 图像上一个动点作函数的切线，则切线倾斜角的范围为（　　）

A. $\left[0,\frac{3\pi}{4}\right]$　　B. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

C. $\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$　　D. $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$

例3. 已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的图象如图所示，则函数 $y=\log_2\left(x^2+\frac{2}{3}bx+\frac{c}{3}\right)$ 的单调递减区间为（　　）

A. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B. $[3,+\infty)$　　C. $[-2,3]$　　D. $(-\infty,-2)$



例4. 已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ 的对称中心为 $M(x_0, y_0)$，记函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，$f'(x)$ 的导函数为 $f''(x)$，则有 $f''(x_0)=0$. 若函数 $f(x)=x^3-3x^2$，$f\left(\frac{1}{2017}\right)+f\left(\frac{2}{2017}\right)+f\left(\frac{3}{2017}\right)+\cdots+f\left(\frac{4032}{2017}\right)+f\left(\frac{4033}{2017}\right)=$ (　　)

A. -8066　　B. -4033　　C. 8066　　D. 4033

例5. 已知函数 $f(x)=x^3-6x^2+9x-abc$，$a<b<c$，且 $f(a)=f(b)=f(c)=0$. 现给出如下结论：

①$f(0)f(1)>0$;　②$f(0)f(1)<0$;　③$f(0)f(3)>0$;　④$f(0)\,(3)<0$.

其中正确结论的序号是 ________.

例6. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$，满足 $y=f(x+1)$ 的图像关于直线 $x=-1$ 对称，且当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)+xf'(x)<0$ 成立. 若 $a=\left(\sin\frac{1}{2}\right)f\left(\sin\frac{1}{2}\right)$，$b=(ln 2)f(ln 2)$，$c=\left(\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}\right)f\left(\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}\right)$ 则 a,b,c 的大小关系是 (　　)

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>a>b$　　D. $a>c>b$

例7. 定义在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上的函数 $y=f(x)$，满足 $f(x)<f'(x)\tan x$ 成立，则（　　）

A. $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right)>\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$　　B. $f(1)<2f\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin 1$

C. $\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{6}\right)>f\left(\frac{\pi}{4}\right)$　　D. $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{6}\right)<f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

例8. 已知函数 $f(x)=x\ln x$.

(1) 若函数 $g(x)=f(x)+ax$ 在区间 $[e^2,+\infty)$ 上为增函数，求 a 的取值范围;

(2) 若对任意 $x\in(0,+\infty)$，$f(x)\geqslant\dfrac{-x^2+mx-3}{2}$ 成立，求实数 m 的最大值.

例9. 已知函数 $f(x)=xe^{x}(x\in\mathbf{R})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(2) 若 $x_1\neq x_2$,且 $f(x_1)=f(x_2)$,证明:$x_1+x_2>2$.