硕士毕业论文

(学术学位)

西安建筑科技大学建校研究

作者姓名: 张三

学　　号: 888888888

所在学院: 未来学院

学科名称: 未来

指导教师: 王五　教授

答辩日期: 2024 年 1 月 1 日

What is the meaning of life, the universe and everything?

A dissertation submitted to
Xi'an University of Arcitecture and Technology
in partital fulfillment of the requirements
for the degree of
Master of Science

By
Javascript, Huang
Supervisor: Prof. Wu Wang
Science
June 3rd, 2025

西安建筑科技大学建校研究

学 位 类 型： 学术学位

学 科 专 业： 数学

摘 要

错里错以错劝哥哥、情中情因情感妹妹

关键词：大，小，方，元

论文类型: 神学研究

本研究得到国家自然科学基金 (编号：888888888) 资助.

What is the meaning of life, the universe and everything?

Type of Degree: **Acadamic Degree**

Speciality: **Science**

ABSTRACT

English Abstract...

Keywords: Big, Small, Square, Circle

Type of Dissertation: Theology!!! Research.

This research is supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant (888888888).

目　录

主要符号表

符号	符号含义
p	屁

第 1 章　引言

1.1　研究背景和意义

1.2　国内外研究现状

1.3　本文主要工作及内容安排

这是一个测试用的句子

第 2 章　预备知识

2.1　基本概念

定义 2.1.1 [1] 令 S 为非空集合, S 上有一个二元运算 $\mu : S \times S \to S$, 并且运算 μ 满足结合律：$\forall a, b, c \in S$, 满足 $((a,b)\mu, c)\mu = (a,(b,c)\mu)\mu$, 则称集合 S 和二元运算 μ 为半群。

通常为了简便起见，记二元运算 μ 为乘法，即记 $(a,b)\mu$，为 $a \cdot b$，或进一步简记为 ab。

定义 2.1.2 [1] 令 S 为半群，T 为 S 的一个子集，如果 T 关于 S 上的二元运算 μ 封闭，即 $\forall a, b \in T$, 有 $ab \in T$, 则称 T 连同 S 上二元运算 μ 在 T 上的限制称为 S 的子半群。

定义 2.1.3 [1] 令 S 为半群，如果存在元素 $1 \in S$, 并且满足 $\forall s \in S, 1s = s1 = s$ ，则称元素 1 为半群 S 的幺元。

引理 2.1.4 [1] 令 S 为半群，如果 S 有幺元，那么它只有一个幺元。

定义 2.1.5 [1] 如果半群 S 中含有幺元，则称其为幺半群。

定义 2.1.6 [1] 令 S 是半群，如果 S 不含幺元，则添加一个幺元 1，并且任意 $s \in S$ 有 $1s = s1 = s$. 那么 $S \cup 1$ 是幺半群，记为 S^1。即 S^1 表示如下半群

$$S^1 = \begin{cases} S & 若S包含幺元 \\ S \cup 1 & 若S不含幺元 \end{cases}$$

定义 2.1.7 [1] 令 S 是半群，如果元素 $a \in S$，满足 $aa = a$，则称 a 为幂等元。

定义 2.1.8 若半群 S 中的元素都是幂等元，则称半群 S 为带。

(i) 若对于带 S 中任意两个元素的二元运算都可交换，即 $ab = ba$，则称带 S 为半格。

定义 2.1.9 [1] 令 S 为半群，ρ 为 S 上的一个二元关系，并且 S 中的元素 a, b 有 ρ 关系

(i) 对于任意 $c \in S$, 有 $ca\rho cb$，则称 ρ 是左相容的；

(ii) 对于任意 $c \in S$, 有 $ac\rho bc$，则称 ρ 是右相容的；

(iii) 若 ρ 即是左相容的，也是右相容的，则称 ρ 是相容的。

定义 2.1.10 [1] 令 S 为半群，ρ 为 S 上的一个等价关系。若

(i) ρ 是左相容的，则称 ρ 是左同余；

(ii) ρ 是右相容的，则称 ρ 是右同余；

(iii) ρ 是相容的，则称 ρ 是同余。

2.2 格林关系与正则半群

Green 于 1965 年在半群上定义了格林关系，开启了研究半群的工具。

定义 2.2.1 [1] 令 S 为半群，a, b 为 S 的两个元素。

(i) 若存在元素 x, y 使得 $xa = b$ 并且 $yb = a$，则称 $a\mathcal{L}b$。

(ii) 若存在元素 x, y 使得 $ax = b$ 并且 $by = a$，则称 $a\mathcal{R}b$。

(iii) 若 $a\mathcal{L}b$ 并且 $a\mathcal{R}b$，则称 $a\mathcal{H}b$。

2.3 广义格林关系与广义正则半群

Pastijn 在 1975 年弱化了 Green 关系的条件，形成了 $*$-Green 关系。

定义 2.3.1 令 S 为半群，a, b 为 S 的两个元素。

(i) $\mathcal{L}^* = \{(a, b) \in S \times S | \forall x, y \in S^1 \rightarrow ax = ay \Leftrightarrow bx = by\}$;

(ii) $\mathcal{R}^* = \{(a, b) \in S \times S | \forall x, y \in S^1 \rightarrow xa = ya \Leftrightarrow xb = yb\}$;

(iii) $\mathcal{H}^* = \mathcal{L}^* \cap \mathcal{R}^*$

Lawson 在 1990 年进一步弱化了 Pastijn 提出的 $*$-Green 关系，形成了 $\sim$-Green 关系。

定义 2.3.2 令 S 为半群，a, b 为 S 的两个元素。

(i) $\tilde{\mathcal{L}} = \{(a, b) \in S \times S | \forall e \in E \rightarrow ae = a \Leftrightarrow be = b\}$;

(ii) $\tilde{\mathcal{R}} = \{(a, b) \in S \times S | \forall e \in E \rightarrow ea = a \Leftrightarrow eb = b\}$;

(iii) $\tilde{\mathcal{H}} = \tilde{\mathcal{L}} \cap \tilde{\mathcal{R}}$

公理 2.3.3 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

命题 2.3.4 正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

证 在直角三角形中，利用勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$。而直角对的边长为 c，即有 $\sin C = 1$，进而 $\frac{c}{\sin C} = c$。此时 $\sin A = \frac{a}{c}$，因此 $\frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\frac{a}{c}} = c$。类似地，$\frac{b}{\sin B} = c$。这就对直角三角形证明了正弦定理。

对于任意三角形，三个角中必有最大的角设为 A，以此角对应的顶点向对应的边 BC 作垂线，记新得到的点为 D，此时得到两个子直角三角形 ABD 和 ACD。

根据直角三角形的正弦定理分别有

$$c = \frac{c}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin BAD}$$

和

$$b = \frac{b}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{AD}{\sin C} = \frac{DC}{\sin DAC}$$

此时有 $\sin C = \frac{AD}{b}$ 和 $\sin B = \frac{AD}{c}$。

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{c}{\frac{AD}{b}} = \frac{bc}{AD} \text{和} \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\frac{AD}{c}} = \frac{bc}{AD}$$

这就证明了 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$。

再次对角 B 使用上述方法，可以得到 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$。这就证明了正弦定理。

例 2.3.5

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

推论 2.3.6

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} = 0$$

注 2.3.7

$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{x} = 1$$

这个是测试引用的段落 [2]，你觉得呢 [3, 定理 8]。

冯唐易老，李广难封[3]。

参考文献

[1] Howie J M. Fundamentals of Semigroup Theory [M]. Oxford: Clarendon Press, 1995.

[2] Ibrahim M J, Sawudi I M, Imam A T. On the Semigroup of Difunctional Binary Relations [J]. FUDMA JOURNAL OF SCIENCES. 2022, 6 (4): 17–19.

[3] 傻杯, 铁憨憨. 关于未来的研究 [J]. 自然. 2077, 1 (1): 1–1.

致　谢

感谢国家

攻读硕士学位期间取得的研究成果

完成的学术论文

[1] 王五, **张三**. 一类大学的研究 [J]. 科学, 2077.

科研项目及获奖

[1] "中国光谷 · 华为杯"第十九届中国研究生数学建模竞赛一等奖, 2025 年 1 月.