



西安建筑科技大学
XI'AN UNIVERSITY OF ARCHITECTURE AND TECHNOLOGY

硕士毕业论文 (学术学位)

西安建筑科技大学建校研究

作者姓名: 张三

学 号: 888888888

所在学院: 未来学院

学科名称: 未来

指导教师: 王五 教授

答辩日期: 2024 年 1 月 1 日

What is the meaning of life, the universe and everything?

A dissertation submitted to
Xi'an University of Architecture and Technology
in partial fulfillment of the requirements
for the degree of
Master of Science

By
Javascript, Huang
Supervisor: Prof. Wu Wang
Science
June 3rd, 2025

西安建筑科技大学建校研究

学 位 类 型： 学术学位

学 科 专 业： 数学

摘 要

错里错以错劝哥哥、情中情因情感妹妹

关键词： 大，小，方，元

论文类型： 神学研究

本研究得到国家自然科学基金 (编号：888888888) 资助.

ABSTRACT

What is the meaning of life, the universe and everything?

Type of Degree: Academic Degree

Speciality: Science

ABSTRACT

English Abstract...

Keywords: Big, Small, Square, Circle

Type of Dissertation: Theology!!! Research.

This research is supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant (888888888).

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	III
主要符号表	VII
第 1 章 引言	1
1.1 研究背景和意义	1
1.2 国内外研究现状	1
1.3 本文主要工作及内容安排	1
第 2 章 预备知识	3
2.1 基本概念	3
2.2 格林关系与正则半群	4
2.3 广义格林关系与广义正则半群	4
参考文献	7
致 谢	9
攻读硕士学位期间取得的科研成果	11

主要符号表

符号	符号含义
p	屁

第 1 章 引言

1.1 研究背景和意义

1.2 国内外研究现状

1.3 本文主要工作及内容安排

这是一个测试用的句子

第 2 章 预备知识

2.1 基本概念

定义 2.1.1^[1] 令 S 为非空集合, S 上有一个二元运算 $\mu: S \times S \rightarrow S$, 并且运算 μ 满足结合律: $\forall a, b, c \in S$, 满足 $((a, b)\mu, c)\mu = (a, (b, c)\mu)\mu$, 则称集合 S 和二元运算 μ 为半群。

通常为了简便起见, 记二元运算 μ 为乘法, 即记 $(a, b)\mu$, 为 $a \cdot b$, 或进一步简记为 ab 。

定义 2.1.2^[1] 令 S 为半群, T 为 S 的一个子集, 如果 T 关于 S 上的二元运算 μ 封闭, 即 $\forall a, b \in T$, 有 $ab \in T$, 则称 T 连同 S 上二元运算 μ 在 T 上的限制称为 S 的子半群。

定义 2.1.3^[1] 令 S 为半群, 如果存在元素 $1 \in S$, 并且满足 $\forall s \in S, 1s = s1 = s$, 则称元素 1 为半群 S 的么元。

引理 2.1.4^[1] 令 S 为半群, 如果 S 有么元, 那么它只有一个么元。

定义 2.1.5^[1] 如果半群 S 中含有么元, 则称其为么半群。

定义 2.1.6^[1] 令 S 是半群, 如果 S 不含么元, 则添加一个么元 1 , 并且任意 $s \in S$ 有 $1s = s1 = s$. 那么 $S \cup 1$ 是么半群, 记为 S^1 。即 S^1 表示如下半群

$$S^1 = \begin{cases} S & \text{若 } S \text{ 包含么元} \\ S \cup 1 & \text{若 } S \text{ 不含么元} \end{cases}$$

定义 2.1.7^[1] 令 S 是半群, 如果元素 $a \in S$, 满足 $aa = a$, 则称 a 为幂等元。

定义 2.1.8 若半群 S 中的元素都是幂等元, 则称半群 S 为带。

(i) 若对于带 S 中任意两个元素的二元运算都可交换, 即 $ab = ba$, 则称带 S 为半格。

定义 2.1.9^[1] 令 S 为半群, ρ 为 S 上的一个二元关系, 并且 S 中的元素 a, b 有 ρ 关系

(i) 对于任意 $c \in S$, 有 $capcb$, 则称 ρ 是左相容的;

- (ii) 对于任意 $c \in S$, 有 $ac\rho bc$, 则称 ρ 是右相容的;
- (iii) 若 ρ 即是左相容的, 也是右相容的, 则称 ρ 是相容的。

定义 2.1.10^[1] 令 S 为半群, ρ 为 S 上的一个等价关系。若

- (i) ρ 是左相容的, 则称 ρ 是左同余;
- (ii) ρ 是右相容的, 则称 ρ 是右同余;
- (iii) ρ 是相容的, 则称 ρ 是同余。

2.2 格林关系与正则半群

Green 于 1965 年在半群上定义了格林关系, 开启了研究半群的工具。

定义 2.2.1^[1] 令 S 为半群, a, b 为 S 的两个元素。

- (i) 若存在元素 x, y 使得 $xa = b$ 并且 $yb = a$, 则称 $a\mathcal{L}b$ 。
- (ii) 若存在元素 x, y 使得 $ax = b$ 并且 $by = a$, 则称 $a\mathcal{R}b$ 。
- (iii) 若 $a\mathcal{L}b$ 并且 $a\mathcal{R}b$, 则称 $a\mathcal{H}b$ 。

2.3 广义格林关系与广义正则半群

Pastijn 在 1975 年弱化了 Green 关系的条件, 形成了 \ast -Green 关系。

定义 2.3.1 令 S 为半群, a, b 为 S 的两个元素。

- (i) $\mathcal{L}^* = \{(a, b) \in S \times S | \forall x, y \in S^1 \rightarrow ax = ay \Leftrightarrow bx = by\}$;
- (ii) $\mathcal{R}^* = \{(a, b) \in S \times S | \forall x, y \in S^1 \rightarrow xa = ya \Leftrightarrow xb = yb\}$;
- (iii) $\mathcal{H}^* = \mathcal{L}^* \cap \mathcal{R}^*$

Lawson 在 1990 年进一步弱化了 Pastijn 提出的 \ast -Green 关系, 形成了 \sim -Green 关系。

定义 2.3.2 令 S 为半群, a, b 为 S 的两个元素。

- (i) $\tilde{\mathcal{L}} = \{(a, b) \in S \times S | \forall e \in E \rightarrow ae = a \Leftrightarrow be = b\}$;
- (ii) $\tilde{\mathcal{R}} = \{(a, b) \in S \times S | \forall e \in E \rightarrow ea = a \Leftrightarrow eb = b\}$;
- (iii) $\tilde{\mathcal{H}} = \tilde{\mathcal{L}} \cap \tilde{\mathcal{R}}$

公理 2.3.3 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

命题 2.3.4 正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

例 2.3.5

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

推论 2.3.6

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} = 0$$

注 2.3.7

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$$

这个是测试引用的段落 [2]，你觉得呢 [3, 定理 8]。

冯唐易老，李广难封^[3]。

参考文献

- [1] Howie J M. Fundamentals of Semigroup Theory [M]. Oxford: Clarendon Press, 1995.
- [2] Ibrahim M J, Sawudi I M, Imam A T. On the Semigroup of Difunctional Binary Relations [J]. FUDMA JOURNAL OF SCIENCES. 2022, 6 (4): 17–19.
- [3] 傻杯, 铁憨憨. 关于未来的研究 [J]. 自然. 2077, 1 (1): 1–1.

致 谢

致 谢

感谢国家

攻读硕士学位期间取得的研究成果

完成的学术论文

- [1] 王五, 张三. 一类大学的研究 [J]. 科学, 2077.

科研项目及获奖

- [1] “中国光谷·华为杯”第十九届中国研究生数学建模竞赛一等奖, 2025 年 1 月.