

Document public











# Proposition d'un indicateur piézométrique standardisé pour le Bulletin de Situation Hydrologique "Nappes"

Rapport final

BRGM/RP-64147-FR Juin 2015

Étude réalisée dans le cadre de la convention ONEMA-BRGM 2013-2015

Jean Jacques Seguin

# Vérificateur

Nom : Laurence Gourcy

Date: 26/06/2015

Signature:

**Approbateur** 

Nom: Yves Barthélémy

Date: 26/06/2015

Signature:

Le système de management de la qualité et de l'environnement du BRGM est certifié par AFNOR selon les normes ISO 9001 et ISO 14001





# **RÉSUMÉ**

On expose dans une première partie de ce rapport le mode de calcul d'un index piézométrique standardisé défini par analogie avec l'index piézométrique des précipitations (*Standardized Precipitation Index* ou SPI) mis au point en 1993 (McKee et al.) pour caractériser des épisodes de sécheresse à différentes échelles de temps et préconisé par l'OMM depuis 2009.

Cet index piézométrique (appelé *Standardized Piezometric Level Index* ou SPLI) pourrait se substituer à l'indicateur actuellement utilisé dans le Bulletin de Situation Hydrologique Nappes mais qui est peu adapté aux nappes à cycles pluri-annuels ou présentant une tendance continue à la hausse ou à la baisse.

Le principe de calcul du SPLI consiste à projeter sur une loi normale centrée réduite un estimateur de la densité de probabilité des séries de données piézométriques d'un mois donné, estimateur ajusté sur les histogrammes de ces séries. Comme le SPI, le SPLI varie donc entre - 3 (niveaux extrêmement bas, correspondant à une probabilité de non dépassement très faible, égale à 0,00135, soit une période de retour théorique de 740 ans) et +3 (niveaux extrêmement hauts, de même période de retour par symétrie). Il permettrait de caractériser de façon homogène sur tout le territoire national, en cohérence avec le SPI, l'état piézométrique des nappes libres.

Dans une deuxième partie, l'intérêt pratique du SPLI pour le BSH est examiné : 250 séries piézométriques utilisées pour calculer l'indicateur du BSH nappes ont été traitées et l'index SPLI a été calculé à 3 échelles de temps : 1 mois, 6 mois et 12 mois. L'index à 1 mois a été confronté, à différentes dates, à l'indicateur du BSH pour évaluer les écarts. Ces écarts sont globalement limités. Le SPLI se révèle intéressant pour plusieurs raisons : (i) il est caractérisé par une valeur purement numérique (comprise entre -3 et +3), contrairement à l'indicateur du BSH (défini en terme de période de retour), ce qui permet de faire aisément des agrégations pour obtenir un indicateur de nappe à partir d'indicateurs ponctuels ; (ii) il peut être interprété de façon probabiliste si les conditions d'application sont remplies (en général pour des nappes à cycles annuels) ou simplement comme une comparaison à une valeur moyenne référence, ce qui permet d'intégrer les nappes à cycles pluriannuels ou présentant une tendance continue à la hausse ou à la baisse ; (iii) il peut être associé à d'autres indicateurs, comme le SPI (l'index standardisé des précipitations) dont il reprend les principes de calcul et le SSWI (l'index standardisé d'humidité des sols), tous deux utilisés par Météo-France et cartographiés à l'échelle nationale.

**Mots-clés :** Piézométrie, Indicateur, Index standardisé des précipitations, Index piézométrique standardisé.

Niveau géographique : National

**Couverture géographique** : France métropolitaine **Niveau de lecture** : Professionnels, experts

#### **Correspondants ONEMA:**

Bénédicte Augeard, DAST, benedicte.augeard@onema.fr

#### En bibliographie, ce rapport sera cité de la façon suivante :

Seguin J.J. (2015) - Proposition d'un indicateur piézométrique standardisé pour le Bulletin de Situation Hydrologique "nappes". Rapport final. BRGM/RP-64147-FR. 89 p., 39 ill., 6 tabl., 4 ann.

© BRGM, 2015, ce document ne peut être reproduit en totalité ou en partie sans l'autorisation expresse du BRGM.

# **ABSTRACT**

This report presents a new indicator to compare groundwater level time series: the Standardised Piezometric Level Index (SPLI). It is based on the same principles as the Standardised Precipitation Index (SPI) defined by McKee and other (1993) to characterize meteorological drought at several time scale: for example the index describes the drought level of the past one, 3, 6 or 12 months, (each month a new value is determined from the previous months using a moving average).

This new groundwater indicator could replace the indicator currently used in France for the Monthly Hydrological Summary (MHS), because the current one does not suit well to time series showing an autocorrelation or a continuous trend (downward or upward).

The SPLI is calculated by fitting a kernel density estimator to the empirical density (histogram) of the monthly groundwater level for each calendar month. The fitted estimators are then projected onto a standard normal distribution to produce the SPLI. Like the SPI, the SPLI values range from -3 (extremely low groundwater levels corresponding to a return period of 740 years) to +3 (extremely high groundwater levels). The SPLI is normalized so that wetter and drier periods can be represented in a similar way all over the national territory. To evaluate the practical interest of the SPLI, the 250 groundwater level time series used in the MHS have been analysed and the SPLI has been calculated at three time scales (1, 6 and 12 months). The SPLI 1month is compared to the current indicator of the MHS to evaluate the differences. Both indicators show similar trends. The SPLI provides interesting development opportunities (i) the SPLI values (ranging between -3 and +3) calculated for several piezometers can be combined at a regional scale to provide a value for the whole groundwater (this combination was not possible with the previous indicator); (ii) the SPLI value can be seen as a result of a frequency analysis (and translated into a return period) if the groundwater data allows it (annual fluctuation cycle) or just as a comparison to an average reference (for pluri-annual fluctuation cycle showing autocorrelation or series with trends) (iii) the SPLI may be used with the SPI to provide a global view of both climatological and hydrological situations.

**Keywords:** Groundwater, **Indicator,** Standardised Precipitation Index, Standardized Piezometric Level Index

<sup>©</sup> BRGM, 2015, ce document ne peut être reproduit en totalité ou en partie sans l'autorisation expresse du BRGM.

# **Sommaire**

1.	Introd	uction	11
1	1.1. CC	NTEXTE	11
1	I.2. AC	TION 2014	11
2.	L'indid	cateur actuel du BSH nappes	13
		RACTERISTIQUES	
	2.1.1.	Mode de représentation	
	2.1.2.	Calcul des quantiles	
	2.1.3.	Restrictions	
2	2.2. PO	INTS FAIBLES DE L'INDICATEUR	15
	2.2.1.	La période de retour : une notion probabiliste	
	2.2.2.	Conditions d'application de la période de retour	16
3.	Propo	sition d'un nouvel indicateur	25
9	-	NDEX STANDARDISE DES PRÉCIPITATIONS	
	3.1.1.	Représentation cartographique du SPI	
	3.1.2.	Caractérisation d'un épisode de sécheresse à l'aide du SPI	
3	3.2. PR	OPOSITION D'UN INDEX PIÉZOMÉTRIQUE STANDARDISÉ	
	3.2.1.	Principes et interprétation générale de la méthode	31
	3.2.2.	Exemple de résultats	32
	3.2.3.	Corrélations entre SPLI (piézométrie) et SPI (précipitations)	
	3.2.4. 3.2.5.	Propositions de classification des niveaux	
	3.2.3.	Availages du SPLI	40
4.	Caract	térisation des séries piézométriques du BSH et calculs du SPLI	41
_	I.1. CA	RACTÉRISATION DES CHRONIQUES	4′
	4.1.1.	Localisation des piézomètres	
	4.1.2.	Descripteurs	
	4.1.3.	Longueur des chroniques	
	4.1.4. 4.1.5.	Autocorrélation  Tendances significatives (baisse et hausse) et ruptures	
2	1.2. CC 4.2.1.	MPARAISON GLOBALE ENTRE INDICATEUR BSH ET SPLISituation à fin mars 2014	
	4.2.1. 4.2.2.	Situation à fin mars 2013	
	4.2.3.	Situation à fin mars 2012	
	4.2.4.	Situation à fin mars 2011	
	4.2.5.	Conclusion	49
4	1.3. EX	AMEN DE QUELQUES CAS	5′
	4.3.1.	Piézomètre 00115X0011	51
	4.3.2.	Piézomètre 07221D0023	
	4.3.3.	Piézomètre 02206X0022	
4	1.4. RE	PRÉSENTATION CARTOGRAPHIQUE	56
2	1.5. SP	LIANNUEL	59

	4.5.1. 4.5.2.	Nappes à cycles annuels	
5.	Conclu	sion	63
Lis	te des il	lustrations	
Illus	tration 1 –	Echelle des fréquences utilisée dans le BSH nappes	13
Illus	tration 2 –	Courbe de fréquence cumulée et quantile correspondant à la fréquence 0.8	14
Illus	tration 3 -	Niveaux mesurés au piézomètre de Fains-la-Folie (nappe des Calcaires de Beauce)	17
		Analyse des niveaux des mois de mai du piézomètre de Fains-la-Folie (28) captant la lcaires de Beauce (le corrélogramme est en haut à droite)	18
		Niveaux mesurés au piézomètre de Trainou (45) captant la nappe des Calcaires de	19
		Analyse des niveaux des mois de mai du piézomètre de Trainou (45) captant la nappe de Beauce	
Illus	tration 7- I	Niveaux mesurés au piézomètre de Bouloire (45) captant la nappe du Cénomanien	21
		Analyse des niveaux des mois de mai du piézomètre de Bouloire (72) captant la nappe c	
Illus	tration 9 –	3 piézomètres en baisse continue	23
Illus	tration 10	– Pluies cumulées à la station d'Orange	26
Illus	tration 11	- Etapes de calcul du SPI : station d'Orange, mois de mars et cumul sur 12 mois	27
Illus	tration 12	<ul><li>volution du SPI 12 mois à la station d'Orange de 1960 à 2010</li></ul>	28
Illus	tration 13	- Exemple de cartographie du SPI	29
Illus	tration 14	- Caractérisation d'un épisode de sécheresse par le SPI	30
Illus	tration 15	– Principe du calcul du SPLI	31
		<ul> <li>Exemple de SPLI pour la chronique de niveaux du piézomètre 01381X0070 captant la uvions quaternaires de la Moselle.</li> </ul>	33
		<ul> <li>Exemple de SPLI pour la chronique de niveaux du piézomètre 3263X0004 (Fains la la nappe des Calcaires de Beauce</li> </ul>	34
		<ul> <li>Comparaison des SPI-6 et SPI-12 avec les SPLI-6 et SPLI-12 d'un piézomètre situé no on climatologique de Dijon : graphiques d'évolution et de corrélation croisée SPLI/SPI</li> </ul>	
		<ul> <li>Comparaison des SPI-6 et SPI-12 avec les SPLI-6 et SPLI-12 d'un piézomètre situé no on climatologique de Reims : graphiques d'évolution et de corrélation croisée SPLI/SPI</li> </ul>	
		- Comparaison des SPI-6 et SPI-12 avec les SPLI-6 et SPLI-12 d'un piézomètre situé no on climatologique de Strasbourg	
Illus	tration 21	Localisation des 250 piézomètres du BSH étudiés	41
Illus	tration 22	- Piézomètre 09724X0023 : niveaux moyens annuels	45
Illus	tration 23	- Piézomètre 05155X0002 : niveaux moyens annuels	45
Illus	tration 24	- Piézomètre 07221D0023 : niveaux moyens annuels	45
		- Piézomètre 10162X0226 : niveaux moyens annuels (bleu), minima (rouge) et maxima . Rupture significative détectée à partir 2000	46

Illustration 26 - Piézomètre 01522X0069 : niveaux moyens annuels (bleu), minima (rouge) et maxim annuels (vert). Rupture significative détectée à partir de 2003	าа 46
Illustration 27 - Piézomètre 03936X0056 : niveaux moyens annuels (bleu), minima (rouge) et maxim annuels (vert). Rupture significative détectée à partir de 2004	
Illustration 28 - Valeurs des SPLI_1 et SPLI_6 (figure du haut) et des SPLI_1 et SPLI_12 (figure du fin mars 2014	
Illustration 29 - Valeurs des SPLI_1 et SPLI_6 (figure du haut) et des SPLI_1 et SPLI_12 (figure du fin mars 2013	
Illustration 30 - Valeurs des SPLI_1 et SPLI_6 (figure du haut) et des SPLI_1 et SPLI_12 (figure du fin mars 2012	
Illustration 31- Valeurs des SPLI_1 et SPLI_6 (figure du haut) et des SPLI_1 et SPLI_12 (figure du b fin mars 2011	
Illustration 32 – Exemple de résultats pour le piézomètre 00115X0011	52
Illustration 33 – Exemple de résultats pour le piézomètre 07221D0023	54
Illustration 34 – Exemple de résultats pour le piézomètre 02206X0022	55
Illustration 35 – Etat des nappes en mars 2014 en fonction de valeurs du SPLI regroupées en 5 clas bornes du BSH	
Illustration 36 - Etat des nappes à fin mars 2014 en fonction de valeurs du SPLI regroupées en 5 cla : bornes de Météo-France	58
Illustration 37- Evolution des SPLI_1an des nappes à cycles annuels	59
Illustration 38 – SPLI_1an : %de piézomètres situés sous le seuil du décennal sec	59
Illustration 39 - Evolution des SPLI des nappes à cycles pluri-annuels	61
Liste des tableaux	
Tableau 1 – Correspondance entre probabilités de non dépassement et périodes de retour	15
Tableau 2 - Quelques valeurs du SPI et périodes de retour correspondantes	29
Tableau 3 – Proposition de classification des niveaux de nappe en 7 classes en fonction des valeurs SPLI : bornes de Météo-France	
Tableau 4 – Proposition de classification des niveaux de nappe en 7 classes en fonction des valeurs SPLI : bornes du BSH	
Tableau 5 – Proposition de classification des niveaux de nappe en 5 classes en fonction des valeurs SPLI : bornes du BSH	
Tableau 6 – Extrait du tableau Excel rassembant les descripteurs calculés et les SPLI	43
Liste des annexes	
Annexe 1 - Estimateurs à noyau	67
Annexe 2 – Tests de Mann-Kendall et de Pettitt	71
Annexe 3 – Exemples d'anomalies détectées dans les séries piézométriques du BSH	77
Annexe 4 – Quelques séries piézométriques du BSH avec une tendance continue à la baisse ou à la hausse	

# 1. Introduction

#### 1.1. CONTEXTE

Le bulletin national de situation hydrologique (BSH) est constitué d'un ensemble de cartes et de commentaires présentant l'évolution mensuelle des ressources en eau. Il décrit la situation quantitative des milieux aquatiques (pluies efficaces, débits des cours d'eau, niveau des nappes d'eau souterraine, état de remplissage des barrages-réservoirs) et fournit une information synthétique sur les arrêtés préfectoraux pris pour limiter les usages de l'eau durant la période d'étiage.

Il est coordonné par la Direction de l'Eau et de la Biodiversité du MEDDE. Différents organismes y contribuent dont l'OlEau, le BRGM, MétéoFrance, VNF, les DREAL, l'Onema.

Le but du BSH est de fournir périodiquement à un public non spécialiste une image synthétique et lisible de la situation quantitative des milieux aquatiques. Il est publié tous les mois sur le site Internet http://www.eaufrance.fr/ et sur le site Internet du MEDDE.

Au niveau national, le BRGM assure la préparation de la rubrique « eaux souterraines » du BSH (préparation des cartes et rédaction du bulletin de situation).

Les années 2011 et 2012 ont permis de mettre en place des outils communs pour la collecte et le traitement des données du BSH (données eaux souterraines) et de travailler sur l'harmonisation des contributions (ex. choix des indicateurs, homogénéisation de la période historique de référence à considérer pour l'analyse des tendances).

#### 1.2. ACTION 2014

En 2012, dans le cadre de la mise en place d'un réseau piézométrique dédié au suivi de l'impact du changement climatique sur les nappes libres, par analogie avec l'index standardisé des précipitations (SPI) et l'index standardisé de l'humidité des sols (SSWI), utilisés par Météo-France et cartographiés à l'échelle nationale, un index piézométrique standardisé, appelé SPLI (Standardized Piezometric Level Index) a été développé (rapport BRGM/RP-61807-FR).

Suite aux conclusions de cette étude et des discussions ultérieures qui ont eu lieu sur cet index standardisé, il a été décidé :

- de calculer cet index sur tous les piézomètres utilisés pour le Bulletin de Situation Hydrologique en testant différentes échelles temporelles d'agrégation (1 mois, 6 mois, 12 mois),
- de rechercher un mode de représentation adapté au BSH permettant de visualiser globalement l'état des nappes libres à l'échelle du territoire en utilisant ce nouvel indicateur.

**\* \* \*** 

# 2. L'indicateur actuel du BSH nappes

## 2.1. CARACTERISTIQUES

# 2.1.1. Mode de représentation

A partir des données bancarisées, ADES calcule pour les piézomètres du BSH des quantiles sur la base de fréquences empiriques (c'est-à-dire sans ajustement d'une loi de probabilité), quantiles qui sont ensuite transcrits dans le BSH en "périodes de retour" (cf. § 2.2.1 et § 2.2.2 pour une discussion critique de cette notion) en utilisant une gamme de couleurs allant du violet-rouge (le plus sec) au bleu foncé (le plus humide) comme l'indique l'illustration 1 cidessous :

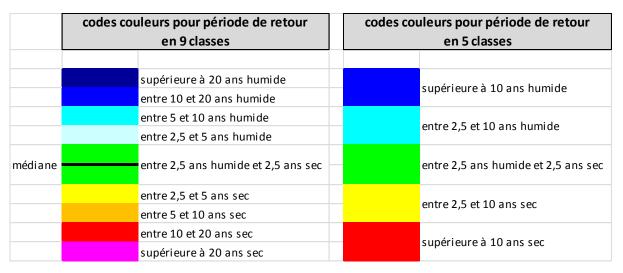


Illustration 1 – Echelle des fréquences utilisée dans le BSH nappes

Le calcul des limites est effectué en commençant par le décennal (ou vingtennal) sec jusqu'au décennal (ou vingtennal) humide.

Si la valeur calculée est inférieure ou égale à la nouvelle limite calculée, la classe de l'indicateur est valorisée.

#### 2.1.2. Calcul des quantiles

La courbe de fréquence cumulée étant discontinue (illustration 2 ci-après), pour obtenir la valeur d'un niveau (ou d'une profondeur) correspondant à une probabilité de non dépassement donnée (0.05, 0.1, 0.2,...) plusieurs méthodes existent, ne fournissant d'ailleurs pas toutes les mêmes résultats pour un quantile donné quand le nombre de valeurs est faible.

Outre la méthode de calcul appliquée par Excel, il en existe d'autres utilisées dans des logiciels uniquement dédiés à l'analyse statistique (SAS, R,....). Le logiciel R propose 9 méthodes de calcul, basées sur la formule générale suivante, les données  $x_j$  de l'échantillon étant rangées par ordre croissant :

$$Q(p) = (1 - \gamma) x[j] + \gamma x[j+1]$$

p est la probabilité de non dépassement,  $\gamma$  est un paramètre de pondération variant en fonction de la méthode.

Pour le BSH, la méthode par défaut du logiciel SAS (correspondant à la méthode n°2 du logiciel R) a été choisie après plusieurs tests. Le calcul est le suivant :

Soit p la fréquence de non dépassement considérée (par exemple 0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 0.9) et n le nombre de valeurs de la série. On calcule le produit n.p que l'on décompose en une partie entière j et une partie décimale d:

$$n.p=j+d$$

La valeur correspondant à la probabilité p (le quantile) est donnée par :

Q(p)= 
$$\frac{(x_j + x_{j+1})}{2}$$
 si d=0 ( $\rightarrow \gamma = 1/2$ )  
Q(p) =  $x_{j+1}$  si d>0 ( $\rightarrow \gamma = 1$ )

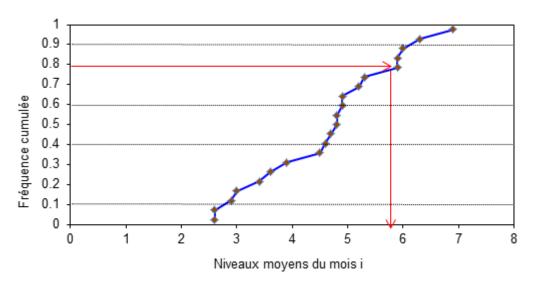


Illustration 2 – Courbe de fréquence cumulée et quantile correspondant à la fréquence 0.8

#### 2.1.3. Restrictions

Le calcul est effectué sur les données validées ou en cours de validation pour une période minimale de 10 ans (c'est-à-dire au moins 10 valeurs moyennes mensuelles pour le mois considéré) :

- pour le mois précédent, il doit exister sur le (les) points(s) concerné(s) au moins 20 mesures saisies dans la base ;
- pour le mois en cours, il doit exister 60% de mesures par rapport à la date du jour de la demande (exemple : à la date du 15/01, le calcul ne sera effectué que s'il existe 9 mesures de niveaux d'eau entre le 01 et le 15/01 saisies dans la base).

Pour le calcul effectué sur les données des autres mois, ainsi que pour le calcul des périodes de retour, il n'existe pas de critère sur le nombre minimum de données nécessaires.

#### 2.2. POINTS FAIBLES DE L'INDICATEUR

Les points faibles du BSH actuel sont les suivants.

- 1. Calcul de fréquence non adapté pour nappes à cycles pluriannuels. Il faudrait un indicateur d'état valable pour toute les nappes (cf. § 2.2).
- 2. Il manque une différenciation des nappes :
  - cycles annuels
  - cycles pluriannuels
  - cycles mixtes
- 3. Il manque une période de référence pour suivre l' évolution dans le temps de l'indicateur.
- 4. Il manque une tendance évolutive pour les mois à venir.

Pour les nappes à forte inertie (existence d'autocorrélation dans la série de mesures) l'utilisation de la notion de période de retour n'est pas adaptée, d'autant plus que la terminologie utilisée ("sec", "humide") n'est pas, pour ces nappes, en phase avec le contexte climatique (où cette terminologie est justifiée). Comme il ne serait pas souhaitable d'ôter ces nappes du BSH, une autre solution doit être recherchée, soit en terminologie, soit en mode de calcul convenant à tous les piézomètres.

# 2.2.1. La période de retour : une notion probabiliste

Soit X une variable aléatoire issue d'une série temporelle (par exemple le niveau piézométrique d'un mois donné) dont la fonction de répartition (fréquence cumulée) est F(x). F(x) correspond à une probabilité de non dépassement p, c'est-à-dire la probabilité pour qu'une valeur donnée  $x_0$  ne soit pas dépassée durant un certain intervalle de temps. La probabilité de dépassement est alors :

$$P(X \ge x_0) = 1 - F(x_0) = 1 - p$$

La période de retour T de l'événement  $X \ge x_0$  est le **temps moyen** qui sépare deux occurrences successives de cet événement. Pour un intervalle de temps annuel, la période de retour est ainsi définie (voir par exemple la réf. 3, citée en bibliographie) :

$$T = \frac{1}{P(X \ge x_0)} = \frac{1}{1 - F(x_0)} = \frac{1}{1 - p}$$

Un événement de fréquence théorique de non dépassement p=0,8 a une période de retour de 5 ans : il sera, en moyenne sur une longue période, atteint ou dépassé 1 fois tous les 5 ans. Un événement de fréquence théorique de non dépassement p=0,2 a une période de retour de 1,25 ans : il sera, en moyenne sur une longue période, atteint ou dépassé 8 fois tous les 10 ans ou 4 fois tous les 5 ans.

Le tableau ci-après rassemble quelques valeurs fréquemment utilisées.

probabilité de non dépassement p (fréquence théorique)	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	0.9	0.95	0.99
Période de retour T (année)	1.11	1.25	1.67	2	2.5	5	10	20	100
Dépassement (année)	9 /10	4/5	3/5	1/2	2/5	1/5	1/10	1/20	1/100

Tableau 1 – Correspondance entre probabilités de non dépassement et périodes de retour

Par exemple, le "quinquennal sec" correspond à une probabilité de non dépassement de 0,2 (et non de 0,8); l'événement est dépassé en moyenne 4 années sur 5.

# 2.2.2. Conditions d'application de la période de retour

La notion de période de retour étant de nature probabiliste, les séries traitées (les niveaux piézométriques d'un mois donné pris chaque année) doivent donc respecter les hypothèses classiques des variables aléatoires (i.e. résultats possibles d'une expérience aléatoire) :

- de stationnarité de la série étudiée (pas de tendance significative à la hausse ou à la baisse),
- d'indépendance des valeurs successives de la série (pas d'autocorrélation).

Ces conditions ne sont pas respectées par certains piézomètres du BSH qui présentent soit une autocorrélation forte à très forte, encore sensible au bout de 2 ans, autocorrélation qui se répercute bien sûr dans les chroniques constituées avec chacun des 12 mois pour le calcul des quantiles, soit une tendance continue à la hausse ou à la baisse.

Quelques exemples sont fournis ci-après.

# 2.2.2.1. Niveaux piézométriques autocorrélés

Parmi les 250 piézomètres du BSH étudiés dans le cadre de cette étude, 28 ont un coefficient d'autocorrélation d'ordre 2 (au bout de 2 ans) supérieur ou égal à 0,5 et 39 un coefficient d'autocorrélation d'ordre 2 supérieur ou égal à 0,4.

18 ont une autocorrélation encore significative sur 3 ans (coefficient d'ordre 3 supérieur à 0,4).

On présente ci-après le cas de 3 de ces piézomètres, en illustrant l'analyse avec les niveaux moyens des mois de mai.

## • Piézomètre 03263X0004 (commune de Fains-la-Folie, 28)

Ce piézomètre capte la nappe des Calcaires de Beauce (illustration 3).

L'autocorrélation est forte, proche de 0.8 au bout d'une année, et encore proche de 0.5 au bout de 2 ans (graphique de l'illustration 4 en haut à droite).

Le niveau 122 m dont la "période de retour" déterminée à partir de la courbe de fréquence cumulée serait de "10 ans humide" (fréquence de 0,9 lue sur le graphique de l'illustration 4 en bas à droite), est dépassé en réalité 3 fois en 3 ans, de 2001 à 2004 (illustration 4, en haut à gauche).

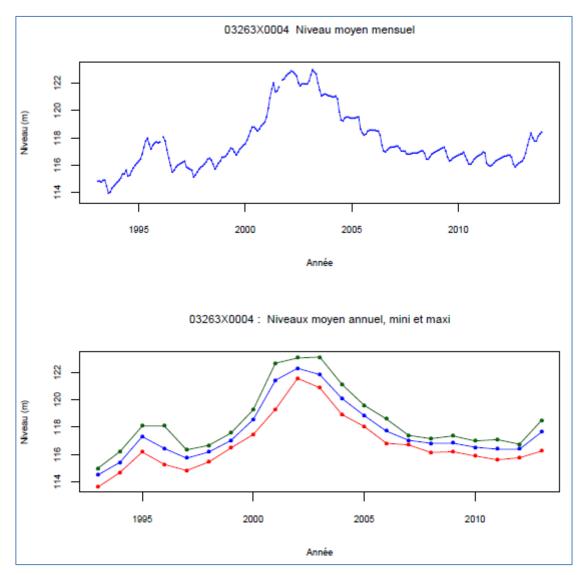


Illustration 3 - Niveaux mesurés au piézomètre de Fains-la-Folie (nappe des Calcaires de Beauce).

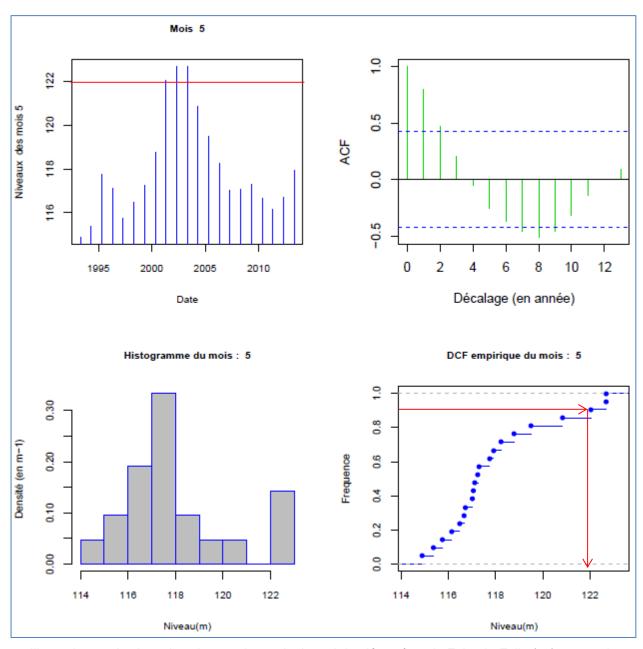


Illustration 4 - Analyse des niveaux des mois de mai du piézomètre de Fains-la-Folie (28) captant la nappe des Calcaires de Beauce (le corrélogramme est en haut à droite)

# • Piézomètre 03634X0093 (commune de Trainou, 45)

Au piézomètre de Trainou (illustration 5) l'autocorrélation dans la chronique de niveaux est forte (supérieure à 0,8 au bout d'une année) et la distribution statistique (histogramme et courbe de fréquence cumulée) des niveaux du mois de mai ne se prête guère à une interprétation en terme de période de retour (illustration 6).

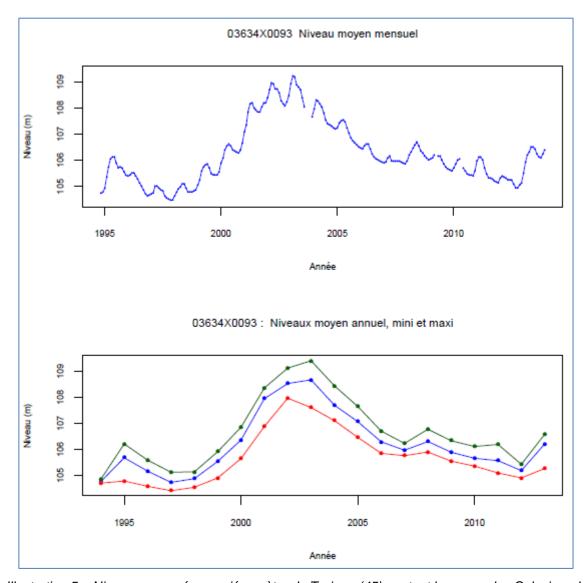


Illustration 5 – Niveaux mesurés au piézomètre de Trainou (45) captant la nappe des Calcaires de Beauce

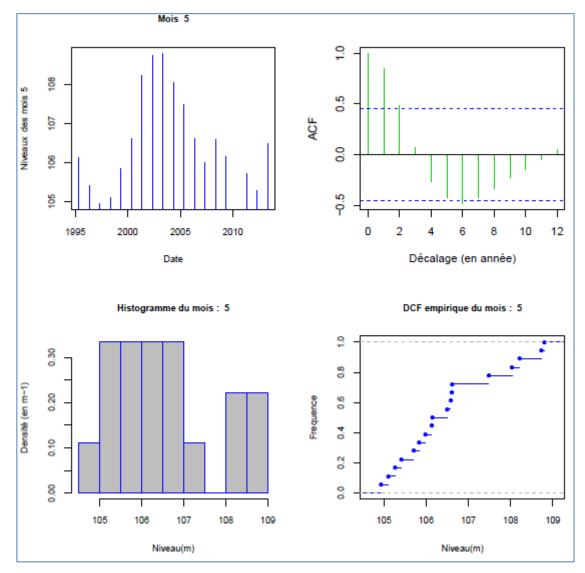


Illustration 6 - Analyse des niveaux des mois de mai du piézomètre de Trainou (45) captant la nappe des Calcaires de Beauce

## • Piézomètre 03593X0055 (commune de Bouloire, 72)

Ce piézomètre capte la nappe du Cénomanien (illustration 7). L'autocorrélation est forte, proche de 0,8 au bout d'une année (graphique de l'illustration 8 en haut à droite).

Le niveau 84,5 m dont la "période de retour" déterminée à partir de la courbe de fréquence cumulée serait de "5 ans humide" (fréquence de 0,8 lue sur le graphique de l'illustration 8 en bas à droite), est dépassé en réalité 4 fois en 4 ans, de 2001 à 2004 (illustration 8, en haut à gauche).

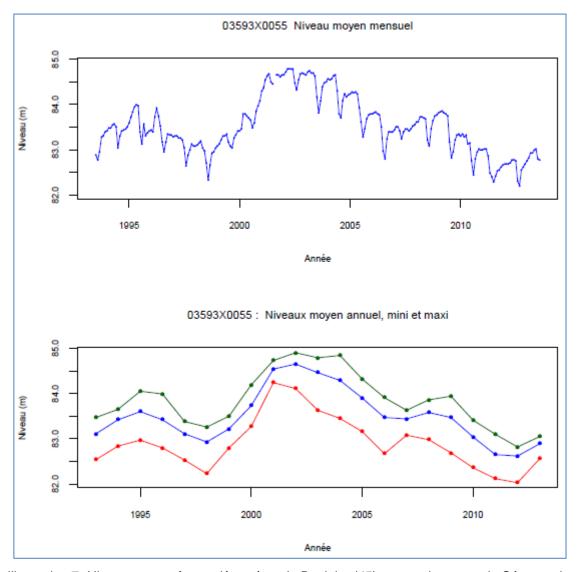


Illustration 7- Niveaux mesurés au piézomètre de Bouloire (45) captant la nappe du Cénomanien

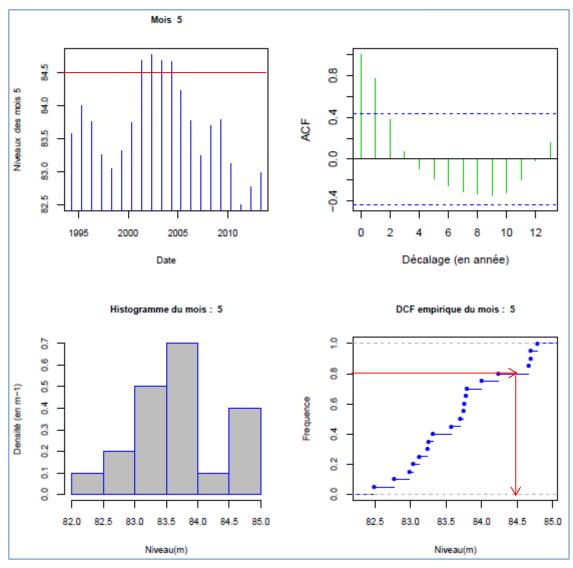


Illustration 8 - Analyse des niveaux des mois de mai du piézomètre de Bouloire (72) captant la nappe du Cénomanien

# 2.2.2.2. Piézomètres présentant une tendance continue significative à la baisse ou à la hausse

Dans l'ensemble des 250 piézomètres du BSH étudiés, les piézomètres présentant une baisse ou une hausse continue (ou sur une longue période) sont au nombre de 16, 9 en baisse et 7 en hausse.

Trois exemples sont fournis par l'illustration 9, d'autres se trouvent en annexe 4.

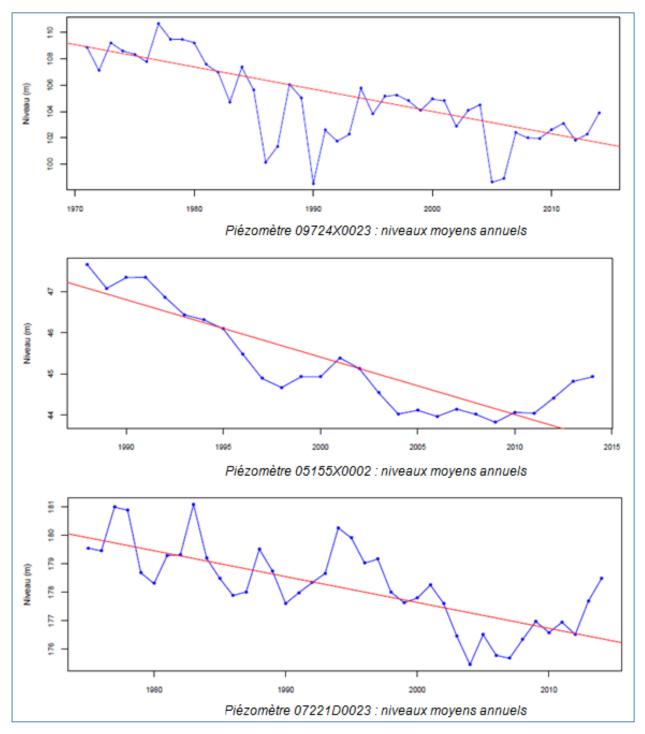


Illustration 9 - Niveau moyen d'un mois donné de 3 piézomètres en baisse continue année après année

# 3. Proposition d'un nouvel indicateur

L'index piézométrique standardisé présenté dans le rapport BRGM/RP-61807-FR à destination de l'ONEMA pourrait être utilisé.

Un tel index, défini sur une échelle standard, permettrait d'avoir une vision homogène de l'état des nappes libres à l'échelle nationale, et serait cohérent avec deux indicateurs utilisés depuis peu par Météo-France : **Ie SPI** (Standardized Precipitation Index) pour les pluies et le **SSWI** (Standardized Soil Wetness Index) pour l'humidité du sol. Utilisé comme une simple comparaison à une valeur moyenne et non associé à une période de retour, il pourrait ainsi permettre d'intégrer les nappes à cycle pluri annuel ou dont les niveaux suivent des tendances interannuelle à la hausse ou à la baisse.

# 3.1. L'INDEX STANDARDISÉ DES PRÉCIPITATIONS

# 3.2.1. Origine du SPI et étapes d'élaboration

Le SPI a été défini en 1993 par McKee, Doesken et Kleist ("The relationship of drought frequency and duration to time scales", cf. réf. bibliographiques).

L'objectif des auteurs était de proposer un indicateur qui puisse être utilisé pour analyser, de façon homogène sur tout un territoire, des épisodes de sécheresse à différentes échelles de temps en ne faisant intervenir qu'une seule variable.

Les étapes de calcul du SPI sont les suivantes :

- <u>étape 1</u> : construction d'une série de précipitations mensuelles sur une période de N années (McKee recommande une période continue d'au moins 30 ans).
- Puis calcul d'un cumul des précipitations sur n mois glissants (le mois courant + les n-1 mois précédents) avec n = 3, 6, 9, 12 mois ou plus. Ces n mois représentent différentes échelles de temps pouvant correspondre à des périodes déficitaires en précipitations conduisant à un impact sur les différents compartiments du cycle de l'eau.
- <u>étape 2</u>: pour chaque valeur de n, constitution de 12 séries mensuelles (Janvier à Décembre) de valeurs cumulées sur la période de N années et ajustement d'une loi gamma sur chaque série mensuelle de N valeurs.
- <u>étape 3</u> : puis, pour chaque mois de Janvier à Décembre, la loi gamma ajustée est "projetée" sur la loi normale centrée-réduite à partir des N valeurs de cumuls considérés (projection quantile–quantile).

On obtient donc en définitive une courbe continue de SPI\_n-mois sur l'ensemble de la période des N années.

## Exemple de calcul

Pour illustrer la méthode d'élaboration du SPI, un calcul a été réalisé à partir des données journalières de pluies enregistrées à la station d'Orange de 1960 à 2010.

Les calculs et les graphiques ont été réalisés avec le logiciel R.

Les données journalières ont été d'abord cumulées au pas de temps mensuel. Dans cet exemple, le calcul du SPI a été fait avec des cumuls de pluies effectués sur 6 mois et sur 12 mois (illustration 10).

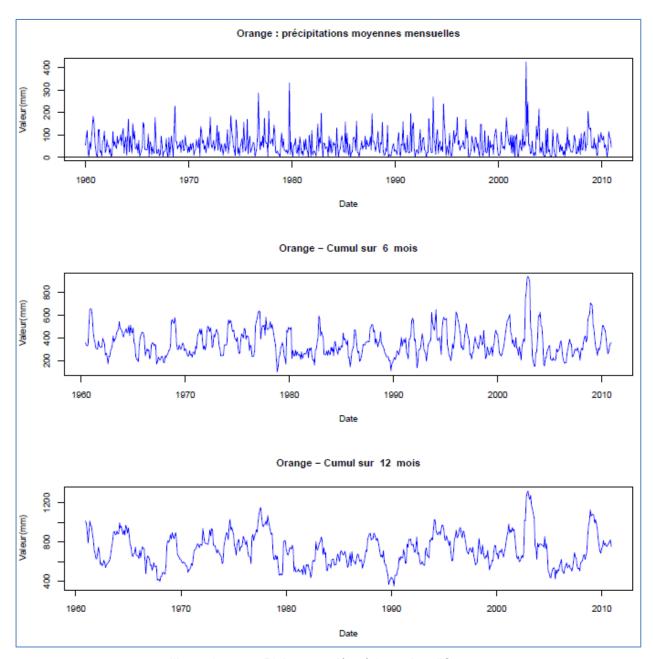


Illustration 10 - Pluies cumulées à la station d'Orange

L'illustration 11 présente les graphiques correspondant aux étapes 2 et 3 pour le mois de mars et un cumul réalisé sur 12 mois.

Les deux graphiques du haut de l'illustration (histogramme en densité de probabilité et diagramme quantile-quantile "qqplot") permettent de visualiser l'ajustement de la loi gamma sur l'échantillon du mois de mars.

Les graphiques du bas illustrent le principe de la projection de la loi gamma sur la loi normale réduite (projection quantile-quantile).

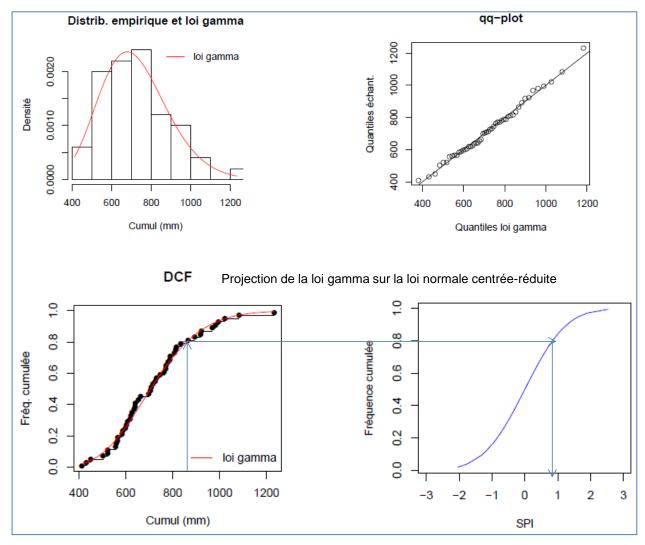


Illustration 11 - Etapes de calcul du SPI : station d'Orange, mois de mars et cumul sur 12 mois

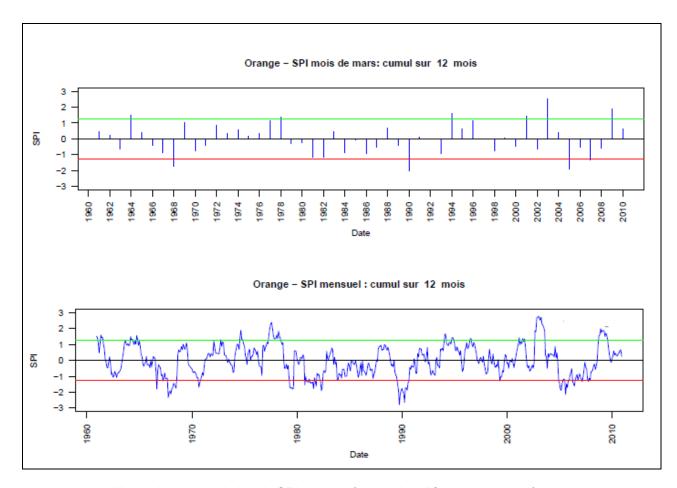


Illustration 12 – volution du SPI 12 mois à la station d'Orange de 1960 à 2010

En mars 2003, le cumul sur 12 mois montre clairement une situation pluviométrique excédentaire sur ces 12 mois, liée surtout aux épisodes pluvieux de septembre 2002 (424 mm) et de novembre 2002 (247 mm). La valeur du SPI est de 2,53, soit une période de retour supérieure à 100 ans (175 ans).

Le tableau 2 ci-après fournit une correspondance entre valeurs positives du SPI (donc valeurs de la loi normale réduite), probabilités et périodes de retour. Il y a symétrie par rapport à 0 (en non-dépassement).

Valeurs du SPI	Probabilité	Période de retour (année)	Dépassement (année)
0	0.5	2	1/2
0.8416	0.8	5	1/5
1	0.8413	6	1/6
1.2815	0.9	10	1/10
1.6448	0.95	20	1/20
2	0.9772	44	1/44
2.326	0.99	100	1/100
3	0.9986	741	1/741

Tableau 2 - Quelques valeurs du SPI et périodes de retour correspondantes

# 3.1.1. Représentation cartographique du SPI

En France, le SPI est calculé par Météo-France et intégré dans des bulletins de situation hydrologique régionaux. Un exemple en est donné, pour le bassin Loire-Bretagne par l'illustration 13.

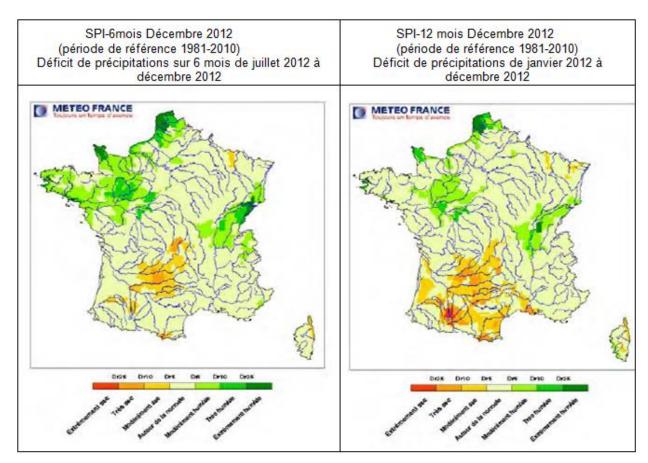


Illustration 13 - Exemple de cartographie du SPI http://www.donnees.centre.developpement-durable.gouv.fr/EditEau/BSH-LB-janv2013.pdf

# 3.1.2. Caractérisation d'un épisode de sécheresse à l'aide du SPI

Un épisode de sécheresse peut alors être caractérisé par (illustration 14) :

- une durée : l'épisode sec commence lorsque le SPI devient négatif. Différents seuils du SPI peuvent être définis pour qualifier sa sévérité ; par exemple la valeur de -1,28 correspondant à du "décennal sec", -1,64 à du "vingtennal sec" (reporté en trait pointillé sur l'illustration ci-dessous),
- une intensité.
- une magnitude

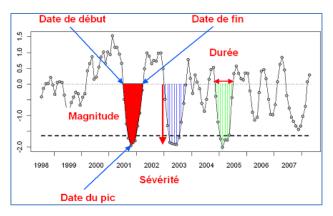


Illustration 14 - Caractérisation d'un épisode de sécheresse par le SPI

Source : Rapport Climsec. Impact du changement climatique en France sur la sécheresse et l'eau du sol. Rapport final du projet (2011)

La magnitude (Drought Magnitude) est définie par (McKee et al., 1993) comme la somme des valeurs du SPI sur la durée de la sécheresse :

$$DM = -\sum_{i=1}^{m} SPI_{ij}$$

j =1 est l'indice du premier mois de sécheresse (SPI devient négatif) et j=m l'indice du dernier mois de sécheresse (SPI redevient positif)

l'indice i correspond à l'échelle de temps de calcul du SPI (3 mois, 6 mois, ...)

La magnitude est exprimée en mois et serait numériquement égale à la durée de la sécheresse si chacun des mois avait un SPI de -1.

McKee et al. décrivent ainsi les avantages du SPI :

- il a une définition probabiliste,
- il est distribué suivant une loi normale centrée-réduite et peut donc s'appliquer aussi bien à des épisodes de sécheresse qu'à des épisodes très pluvieux,
- il permet de caractériser un déficit de précipitations sur la période en cours,
- il peut être associé à d'autres variables du cycle de l'eau : humidité du sol, débit des cours d'eau, niveau des nappes.

# 3.2. PROPOSITION D'UN INDEX PIÉZOMÉTRIQUE STANDARDISÉ

# 3.2.1. Principes et interprétation générale de la méthode

De façon analogue au SPI, un index piézométrique standardisé (SPLI, Standardized Piezometric Level Index) a été calculé et testé dans le cadre d'une étude réalisée pour l'ONEMA (rapport BRGM/RP-61807-FR, 2013).

Pour les niveaux piézométriques, les principes restent les mêmes mais avec deux différences :

- 1) s'agissant de niveaux, le cumul glissant sur les périodes de 2 mois, 3 mois, ... est remplacé par une moyenne glissante ;
- 2) compte tenu de la grande diversité de forme des histogrammes, ce qui ne permet pas toujours d'ajuster une loi de probabilité, la méthode utilise un estimateur à noyau de la densité de probabilité (cf. annexe 1), estimateur que l'on ajuste sur l'histogramme des valeurs mensuelles. (illustration 15).

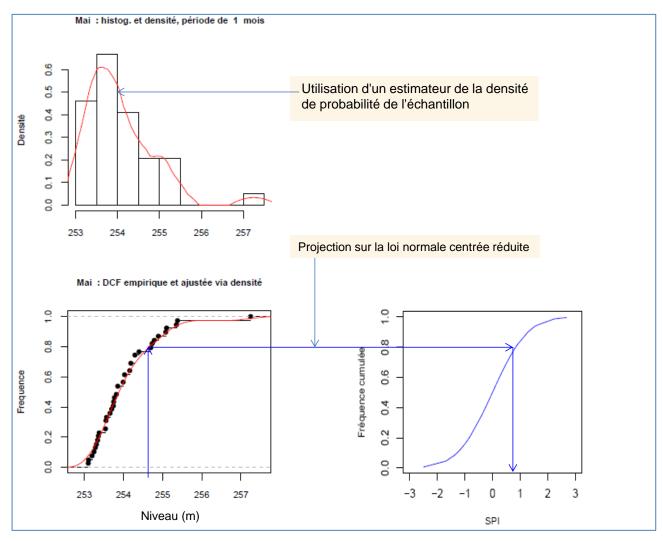


Illustration 15 - Principe du calcul du SPLI

#### Interprétation générale de la méthode

Pourquoi cette méthode, contrairement à la méthode du BSH, peut-elle s'appliquer à tous types de nappes, dont les nappes à cycles pluriannuels ou les nappes présentant une tendance continue à la baisse ou à la hausse ?

Parce qu'il n'est pas nécessaire de respecter les conditions d'application d'une approche probabiliste. En effet, d'une façon très générale, on ajuste sur un histogramme (outil purement descriptif) une fonction (que l'on peut appeler estimateur de densité de probabilité, mais ce n'est pas une appellation nécessaire), puis l'on projette cette fonction sur une autre fonction (qui est la fonction représentant la loi normale, mais qui est d'abord une fonction que l'on va exploiter dans un certain intervalle de valeurs, en l'occurrence un intervalle compris entre -3 et +3).

Si les conditions d'application d'une approche probabiliste sont satisfaites, il est bien sûr possible de garder le vocable probabiliste et d'interpréter les résultats en termes de période de retour (mais ce n'est pas nécessaire).

En résumé, cette méthode revient donc à quantifier les écarts à la moyenne de façon homogène pour tous les piézomètres.

# 3.2.2. Exemple de résultats

Les illustrations 16 et 17 montrent quelques graphiques relatifs au SPLI mensuel pour 2 piézomètres, l'un (01381X0070, Bertrange) captant les alluvions quaternaires de la Moselle (nappe à cycle annuel), l'autre (3263X0004, Fains la Folie) la nappe des Calcaires de Beauce (nappe à cycles pluriannuels).

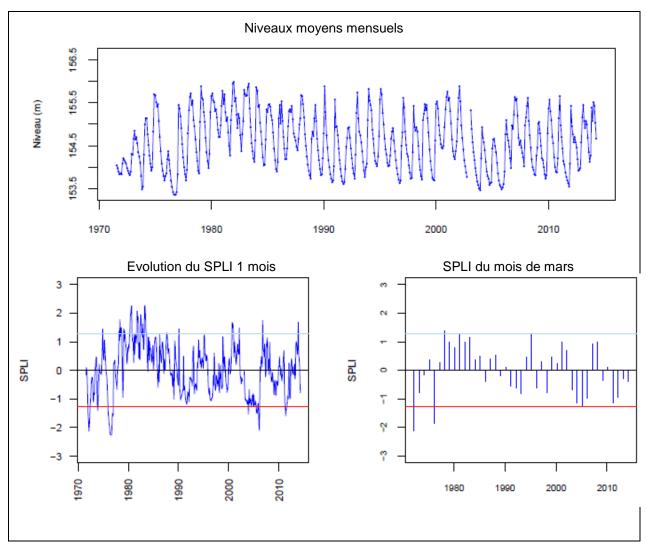


Illustration 16 – Exemple de SPLI pour la chronique de niveaux du piézomètre 01381X0070 captant la nappe des alluvions quaternaires de la Moselle.

La ligne rouge correspond à la valeur -1.28 du SPLI, la ligne bleue à la valeur +1.28

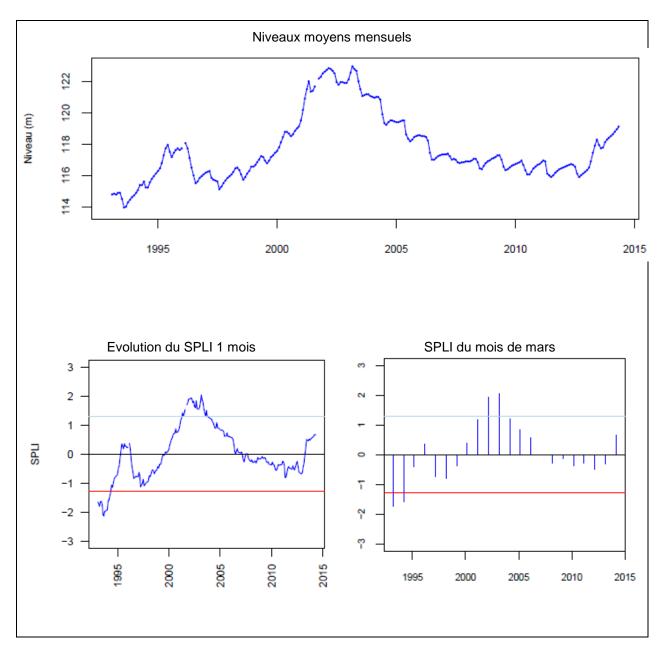


Illustration 17 – Exemple de SPLI pour la chronique de niveaux du piézomètre 3263X0004 (Fains la Folie) captant la nappe des Calcaires de Beauce

La ligne rouge correspond à la valeur -1,28 du SPLI, la ligne bleue à la valeur +1,28

# 3.2.3. Corrélations entre SPLI (piézométrie) et SPI (précipitations)

A titre d'exemple, ces corrélations ont été établies lors de l'étude préalable (rapport BRGM-RP-61807) pour 3 piézomètres situés non loin de 3 stations climatologiques : Dijon, Reims et Strasbourg.

#### Dijon

Le piézomètre 04702X0019 capte la masse d'eau 6119 des "Calcaires jurassiques du seuil et des Côtes et arrières-côtes de Bourgogne dans le BV de la Saône en rive droite".

Comme le montre l'illustration 18, la correspondance entre les évolutions des deux types d'index (SPI-6 et SPLI-6 d'une part, SPI-12 et SPLI-12 d'autre part) est étroite ; il y a toujours coïncidence entre déficit de précipitation (SPI <0) et baisse des niveaux (SPLI <0) mais avec un temps retard.

Les 2 corrélogrammes croisés précisent l'examen visuel : la corrélation est maximale, proche de 0,8, pour un décalage de 3 mois entre les 2 séries de SPI et SPLI (6 mois et 12 mois).

## Reims

Le piézomètre 01086X0011 capte la masse d'eau 3207, "Craie de Champagne Nord".

Comme dans le cas précédent, l'illustration 19 montre que la correspondance entre les évolutions des deux types d'index (SPI-6 et SPLI-6 d'une part, SPI-12 et SPLI-12 d'autre part) est étroite ; il y a toujours coïncidence entre déficit de précipitation (SPI <0) et baisse des niveaux (SPLI <0) mais avec un temps retard.

Les 2 corrélogrammes croisés montrent que la corrélation croisée est maximale (0,76 et 0,83) pour un décalage de 3 mois entre les 2 séries de SPI et SPLI (6 mois et 12 mois).

#### Strasbourg

Le piézomètre 02726X0029 capte la masse d'eau 2001, "Pliocène de Haguenau et nappe d'Alsace".

Comme pour les 2 piézomètres précédents, l'illustration 20 montre que la correspondance entre les évolutions des deux types d'index (SPI-6 et SPLI-6 d'une part, SPI-12 et SPLI-12 d'autre part) est étroite. Pour ce piézomètre, les coefficients de corrélation croisée sont maxima (supérieurs à 0,8) pour un décalage temporel de 1 à 2 mois (nappe très réactive).

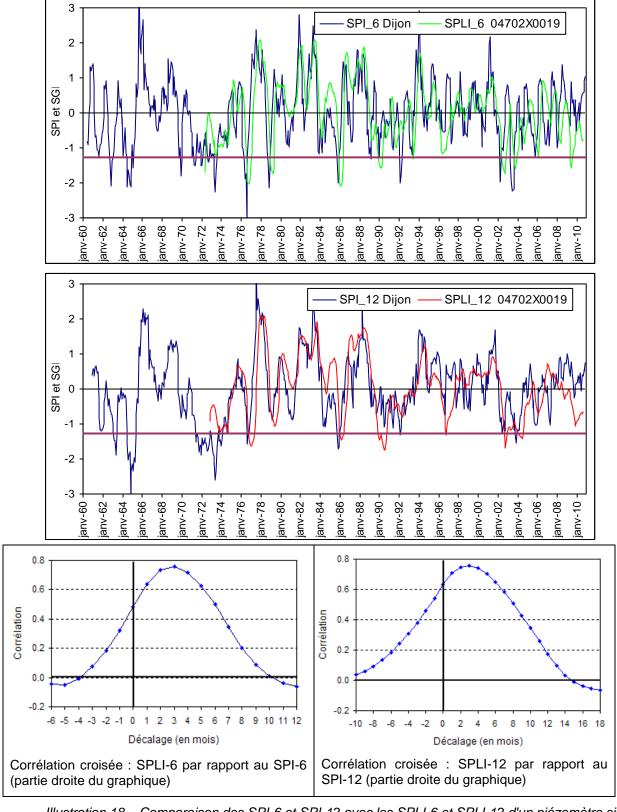


Illustration 18 – Comparaison des SPI-6 et SPI-12 avec les SPLI-6 et SPLI-12 d'un piézomètre situé non loin de la station climatologique de Dijon : graphiques d'évolution et de corrélation croisée SPLI/SPI

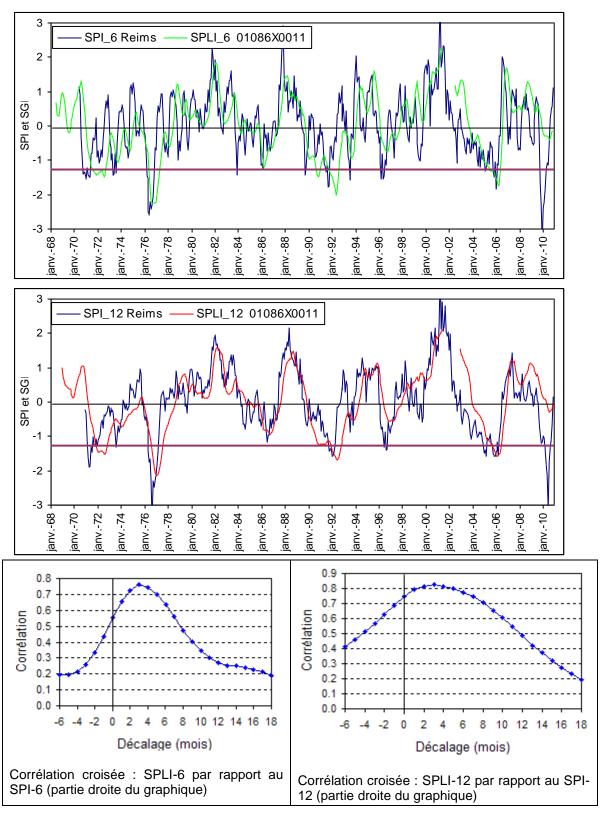


Illustration 19 – Comparaison des SPI-6 et SPI-12 avec les SPLI-6 et SPLI-12 d'un piézomètre situé non loin de la station climatologique de Reims : graphiques d'évolution et de corrélation croisée SPLI/SPI

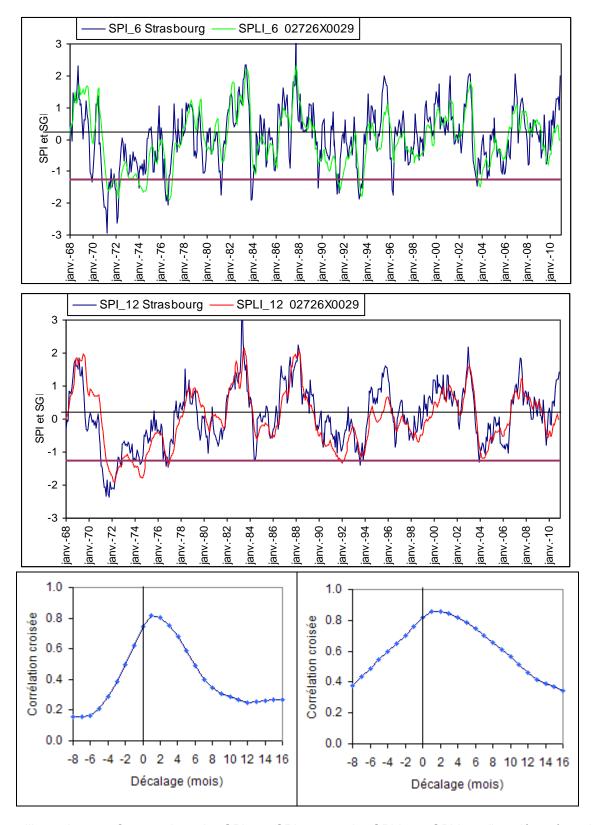


Illustration 20 - Comparaison des SPI-6 et SPI-12 avec les SPLI-6 et SPLI-12 d'un piézomètre situé non loin de la station climatologique de Strasbourg

#### 3.2.4. Propositions de classification des niveaux

Pour une meilleure lisibilité du SPLI, la classification établie par Météo-France pour le SPI (illustration 13 ci-avant) pourrait être reprise, avec les valeurs seuils suivantes du SPLI (tableau 3) :

Classification Météo-France	Proposition de classification pour les nappes	Valeurs du SPLI	Période de retour (si conditions d'application satisfaites)
Extrêmement sec	Niveaux extrêmement bas	< -1.75	>25 ans sec
Très sec	Niveaux très bas	entre -1.75 et -1.28	Entre 10 ans et 25 ans sec
Modérément sec	Niveaux bas	entre -1.28 et -0.84	Entre 5 ans et 10 ans sec
Autour de la normale	Niveaux moyens	entre -0.84 et 0.84	Entre 5 ans sec et 5 ans humide
Modérément humide	Niveaux hauts	entre 0.84 et 1.28	Entre 5 ans humide et 10 ans humide
Très humide	Niveaux très hauts	entre 1.28 et 1.75	Entre 10 ans humide et 25 ans humide
Extrêmement humide	Niveaux extrêmement hauts	>1.75	> 25 ans humide

Tableau 3 – Proposition de classification des niveaux de nappe en 7 classes en fonction des valeurs du SPLI : bornes de Météo-France

Dans ce tableau et dans les deux qui suivent, la notion de période de retour est mentionnée, mais peut très bien être occultée, conformément à l'interprétation générale de la méthode (voir § 3.2.1). Sont gardées aussi les valeurs du SPLI correspondant à ces périodes de retour, ce qui est pratique lorsque l'interprétation probabiliste reste possible (mais on peut très bien en choisir d'autres, ou bien les arrondir, par exemple 1.75, 1.25, 0.85).

Une autre possibilité serait de reconduire la classification du BSH actuel (illustration 1, § 2.1.1), soit en 7 classes (tableau 4), soit en 5 classes seulement (tableau 5) :

Proposition de classification	Valeurs du SPLI	Période de retour (si conditions d'application satisfaites)
Niveaux très bas	< -1.28	> 10 ans sec
Niveaux bas	entre -1.28 et -0.84	Entre 10 ans sec et 5 ans sec
Niveaux modérément bas	entre -0.84 et -0.25	Entre 2.5 ans sec et 5 ans sec
Niveaux autour de la normale	entre -0.25 et 0.25	Entre 2.5 ans sec et 2.5 ans humide
Niveaux modérément hauts	entre 0.25 et 0.84	Entre 2.5 ans humide et 5 ans humide
Niveaux hauts	entre 0.84 et 1.28	Entre 5 ans humide et 10 ans humide
Niveaux très hauts	>1.28	> 10 ans humide

Tableau 4 – Proposition de classification des niveaux de nappe en 7 classes en fonction des valeurs du SPLI : bornes du BSH

Proposition de classification pour les nappes	Valeurs du SPLI	Période de retour (si conditions d'application satisfaites)
Niveaux très bas	< -1.28	> 10 ans sec
Niveaux bas	entre -1.28 et -0.25	Entre 2.5 ans sec et 10 ans sec
Niveaux autour de la normale	entre -0.25 et 0.25	Entre 2.5 ans sec et 2.5 ans humide
Niveaux hauts	entre 0.25 et 1.28	Entre 2.5 ans humide et 10 ans humide
Niveaux très hauts	>1.28	> 10 ans humide

Tableau 5 – Proposition de classification des niveaux de nappe en 5 classes en fonction des valeurs du SPLI : bornes du BSH

#### 3.2.5. Avantages du SPLI

A terme, le SPLI pourrait se substituer à l'indicateur actuel du BSH-nappe (calcul de quantiles et traduction en période de retour). Une application systématique aux points du BSH (250) est prévue en 2014, afin de s'assurer de la robustesse de cet indicateur.

Le SPLI présente plusieurs avantages :

- il est applicable à toutes les nappes, dont celles avec tendance à la baisse ou à la hausse (abandon de la notion de période de retour, celle-ci pouvant néanmoins toujours s'appliquer aux nappes à cycle annuel);
- l'échelle de valeurs est commune à toutes les nappes, permettant de les comparer entre elles, ce qui facilite aussi l'émergence d'un indicateur global à l'échelle d'une nappe ;
- il permet de quantifier la sévérité d'un épisode de sécheresse (durée, intensité, magnitude), comme l'index standardisé des précipitations (SPI)
- il est cohérent avec le SPI, ce qui facilite la comparaison de l'état des nappes avec les épisodes climatiques (dont les décalages temporels) ;
- utilisable comme indicateur d'état sur le long terme (nécessité d'une période de référence), permettant de suivre la situation d'une nappe sur le long terme.

# 4. Caractérisation des séries piézométriques du BSH et calculs du SPLI

Les calculs et les graphiques associés ont été réalisés à l'aide d'un programme écrit en langage R. Le script complet est disponible en annexe 5.

#### 4.1. CARACTÉRISATION DES CHRONIQUES

#### 4.1.1. Localisation des piézomètres

La localisation des 250 piézomètres étudiés est précisée par l'illustration 21. Ce sont tous les piézomètres utilisés pour le BSH national. Certaines anomalies ont été détectées (Annexe 3) et les données exportées et utilisées dans cette étude ont été corrigées.

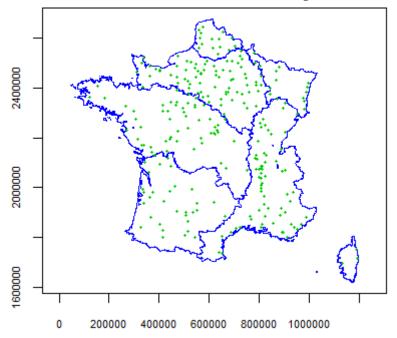


Illustration 21 – Localisation des 250 piézomètres du BSH étudiés

#### 4.1.2. Descripteurs

Les résultats numériques issus de l'analyse des chroniques, sont rassemblés dans un fichier de type texte, directement importable dans Excel. Pour chaque piézomètre, ce fichier contient 32 descripteurs, listés ci-après.

- Date deb : date de début des mesures
- **Date fin** :date de fin des mesures
- Nbre\_ann : nombre d'années depuis le début des mesures
- Manquant : nombre d'années sans mesure
- **Moyenne** : moyenne des mesures journalières
- **Max\_serie** : valeur minimale de la série de mesures journalières
- **Min serie** : valeur maximale de la série de mesures journalières
- **Normale** : normale sur la période 1981-2010 (quand les mesures sont postérieures à 1981, la normale est calculée sur la période xxxx-2010)
- N\_ans\_norm : nombre d'années sur lesquelles la normale est calculée (donc au plus 30)
- ro1\_an : autocorrélation au pas de temps annuel d'ordre 1
- ro2\_an : autocorrélation au pas de temps annuel d'ordre 2
- ro3\_an : autocorrélation au pas de temps annuel d'ordre 3
- **Tendanc an** : pente de la tendance (méthode de Sen)
- **T\_signific** : significativité de la tendance (au seuil de risque de 5%)
- **R\_signific**: existence d'une rupture (oui= rupture significative ; non= pas de rupture)
- Moy\_mens: moyenne des valeurs de la série moyennée au pas de temps mensuel
- Max\_mens : valeur maximale de la série moyennée au pas de temps mensuel
- **Min\_mens** : valeur minimale de la série moyennée au pas de temps mensuel
- Tendance\_12mois : tendance calculée sur les 12 derniers mois de la série (méthode de Sen)
- **H B**: indicateur de hausse ou de baisse sur les 3 derniers mois
- **Mois**: numéro m du mois sélectionné pour les calculs du SPLI (m=1,2,...12)
- Moy\_fin\_m : moyenne du mois courant (dernier mois de la série des n mois de numéro m)
- ro1\_mois\_m : autocorrélation d'ordre 1 au pas de temps annuel dans la série des n mois de numéro m
- **ro2\_mois\_m** autocorrélation d'ordre 2 au pas de temps annuel dans la série des n mois de numéro m
- ro3\_mois\_m autocorrélation d'ordre 2 au pas de temps annuel dans la série des n mois de numéro m
- **SPLI\_1mois** : valeur du SPLI 1 mois pour le mois courant (donc le dernier) de la série des n mois de numéro m sélectionné
- **SPLI\_6mois** : valeur du SPLI 6 mois pour le mois courant (donc le dernier) de la série des n mois de numéro m sélectionné
- **SPLI\_12mois** : valeur du SPLI 12 mois pour le mois courant (donc le dernier) de la série des n mois de numéro m sélectionné
- Moy\_SPLI: moyenne du SPLI 1 mois sur l'ensemble de la chronique au pas de temps mensuel
- Norm\_SPLIm: normale du SPLI\_1 mois dans la série des n mois de numéro m sur la période 1981-2010 (quand les mesures sont postérieures à 1981, la normale est calculée sur la période xxxx-2010)
- **Ecart\_norm** : c'est la différence entre la normale du SPLI\_1 mois et la valeur courante du SPLI\_1 mois :

Ecart\_norm = SPLI\_1mois - Norm\_SPLIm

- **Negatif\_m** : c'est le nombre d'années sur les 10 dernières années de la série où le SPLI\_1 du mois sélectionné était négatif
- **Negatif** : c'est, dans la série mensuelle des SPLI\_1 (tous les mois), le % du temps sur les 120 derniers mois (10 ans) où le SPLI\_1 était négatif
- **IP-SPLI**: c'est le partage des valeurs du SPLI\_1mois en 5 classes numérotées de 1 à 5.

- **Amplitude** : Ecart entre la valeur maximale et la valeur minimale relevée dans la série au pas de temps mensuel.
- **Position** : position (en %) de la valeur courante du mois m par rapport à l'amplitude maximale observée dans la série au pas de temps mensuel.

$$position = \frac{(val\_mois\_min\_mens)}{(max\_mens - min\_mens)} \times 100$$

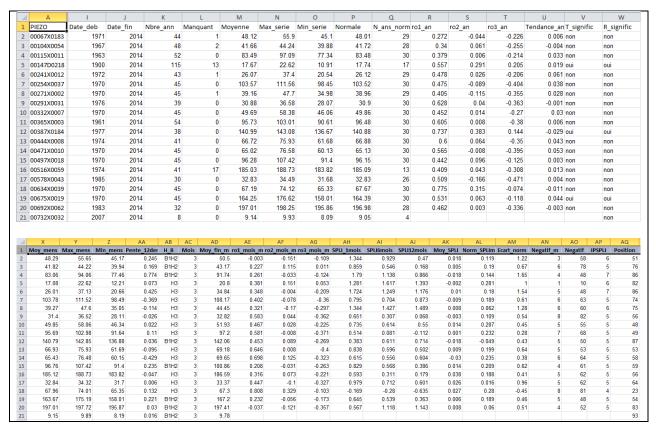


Tableau 6 – Extrait du tableau Excel rassembant les descripteurs calculés et les SPLI

#### 4.1.3. Longueur des chroniques

- 6 chroniques ont une longueur de moins de 10 ans (minimum=5 ans)
- 210 chroniques ont une longueur supérieure ou égale à 20 ans dont 13 avec une longueur de plus de 50 ans (maximum=115 ans)

Années	<10	[10, 15[	[15,20[	[20,30[	[30,50[	≥50
Nombre de points	6	10	24	92	105	13

Le point 00147D0218 est suivi depuis 1900 (mais 13 années sont manquantes).

#### 4.1.4. Autocorrélation

111 chroniques, en valeurs moyennes annuelles, présentent une autocorrélation d'ordre 1, supérieure ou égale à 0,5 ;

Sur les 111 chroniques :

- 28 ont un coefficient d'autocorrélation d'ordre 2 (au bout de 2 ans) supérieur ou égal à 0,5 et 39 un coefficient d'autocorrélation d'ordre 2 supérieur ou égal à 0,4.
- 18 ont une autocorrélation encore significative sur 3 ans (coefficient d'ordre 3 supérieur à 0,4).

Pour ces points (les 39 et a fortiori les 18), la notion de période de retour, comme définie ciavant (§ 3), ne peut donc être utilisée. En toute rigueur, il en serait de même pour les 111 points.

#### 4.1.5. Tendances significatives (baisse et hausse) et ruptures

Pour déterminer si une tendance est statistiquement significative, le test de Man-Kendall (modifié si autocorrélation) a été utilisé (annexe 1). Pour la détection des ruptures, le test de Pettitt a été utilisé (annexe 2).

Tendances significatives détectées sur 57 chroniques : 40 en baisse, 17 en hausse, dont :

9 baisses continues depuis le début des mesures (illustrations 22, 23, 24)

7 hausses continues depuis le début des mesures.

Ruptures significative détectée sur 81 chroniques (exemples fournis par les illustrations 25,26,27).

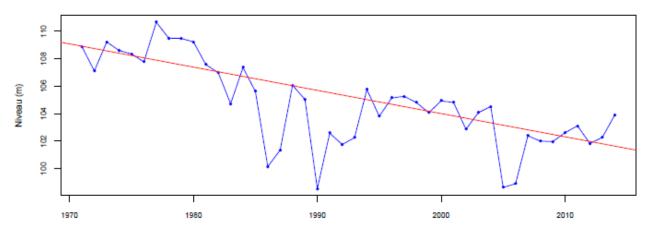


Illustration 22 - Piézomètre 09724X0023 : niveaux moyens annuels

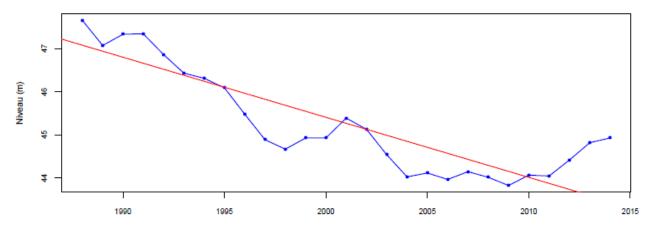


Illustration 23 - Piézomètre 05155X0002 : niveaux moyens annuels

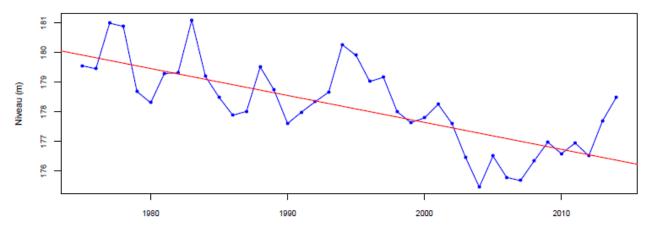


Illustration 24 - Piézomètre 07221D0023 : niveaux moyens annuels

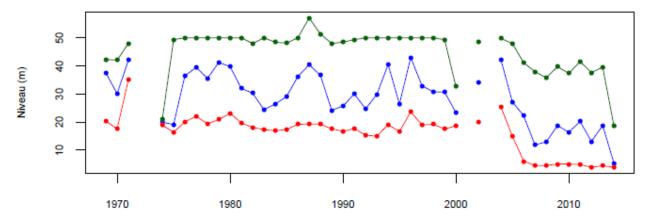


Illustration 25 - Piézomètre 10162X0226 : niveaux moyens annuels (bleu), minima (rouge) et maxima annuels (vert). Rupture significative détectée à partir 2000

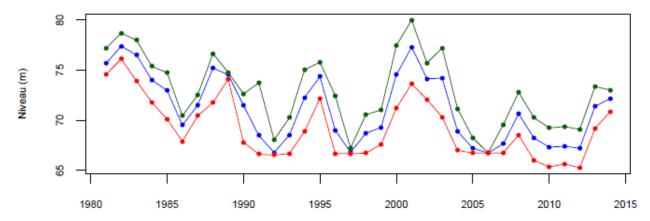


Illustration 26 - Piézomètre 01522X0069 : niveaux moyens annuels (bleu), minima (rouge) et maxima annuels (vert). Rupture significative détectée à partir de 2003

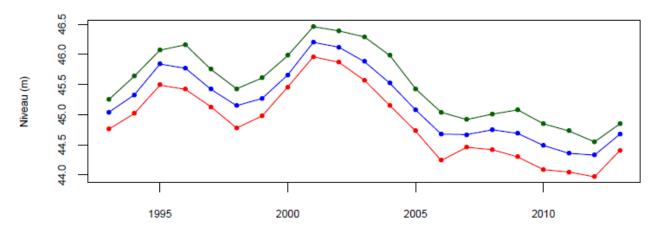


Illustration 27 - Piézomètre 03936X0056 : niveaux moyens annuels (bleu), minima (rouge) et maxima annuels (vert). Rupture significative détectée à partir de 2004

#### 4.2. COMPARAISON GLOBALE ENTRE INDICATEUR BSH ET SPLI

#### 4.2.1. Situation à fin mars 2014

#### 79 % des points ont un SPLI\_1mois supérieur ou égal à 0 (illustration 28)

#### Commentaires du BSH

L'état de remplissage des aquifères est resté constant depuis le mois dernier. Il affiche, pour la plus grande majorité d'entre eux (87%), des valeurs égales ou supérieures à la normale en cette fin mars 2014. Dans le détail, on note que 11% des points suivis ont des niveaux inférieurs à la normale et 2% très inférieurs. En cette fin de période hivernale, on se situe sur la période habituelle de bascule entre recharge et stabilisation, avant la période habituelle de baisse des niveaux. Ceci est confirmé par une forte majorité des points de suivi qui affiche un niveau stable (26%) ou déjà en baisse (41%). Seul un tiers des points restants (33%) présente encore des niveaux en hausse. Cette situation est assez normale pour la saison. La situation des nappes au 1er avril traduit assez clairement la fin de la période de recharge hivernale. La stabilisation et le passage progressif vers une baisse plus généralisée des niveaux, devrait se confirmer sur les prochains mois.

Pour de nombreux secteurs du territoire, les niveaux des nappes sont supérieurs à la normale, notamment dans la vallée du Rhône, dans le bassin Artois-Picardie, dans le sud-est ou dans le bassin Adour-Garonne. Quelques nappes en Alsace, au centre du Bassin parisien, en Lorraine, en Languedoc-Roussillon et en Corse présentent quant à elles des situations plus nuancées avec des niveaux plus normaux, voire déficitaires.

#### 4.2.2. Situation à fin mars 2013

#### 74 % des points ont un SPLI\_1mois supérieur ou égal à 0 (illustration 29)

#### Commentaires du BSH

L'état de remplissage des aquifères progresse encore légèrement, en cette période de fin de recharge hivernale, par rapport à la situation du début d'année. Il affiche, pour une très grande majorité d'entre eux (89%), des valeurs égales ou supérieures à la normale en cette fin mars 2013. Dans le détail, on note que 8% des points suivis ont des niveaux inférieurs à la normale et que seuls 3% ont des niveaux très inférieurs à la normale.

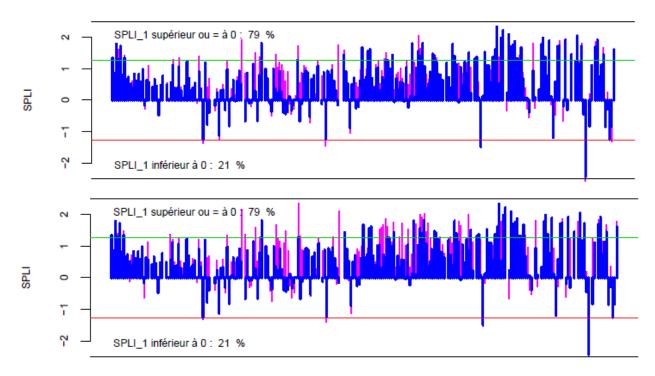


Illustration 28 - Valeurs des SPLI\_1 (bleu) et SPLI\_6 (rose) (figure du haut) et des SPLI\_1 (bleu) et SPLI\_12 (rose) (figure du bas) à fin mars 2014

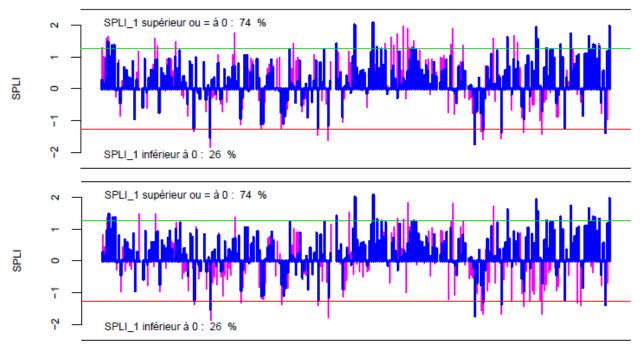


Illustration 29 - Valeurs des SPLI\_1 (bleu) et SPLI\_6 (rose) (figure du haut) et des SPLI\_1 (bleu) et SPLI\_12 (rose) (figure du bas) à fin mars 2013

#### 4.2.3. Situation à fin mars 2012

#### 92 % des points ont un SPLI\_1mois inférieur à 0 (illustration 30).

#### Commentaires du BSH

Une grande majorité des nappes (89%) affichent un niveau inférieur à la normale au 1er avril 2012. C'est le cas sur la plus grande partie du Bassin Parisien, sur le secteur du Rhône et dans le sud-ouest pour plusieurs grands aquifères. On peut citer les nappes de Beauce, la nappe de la Craie en Touraine ou encore les nappes du bassin de la Garonne amont. La tendance à la baisse, observée le mois dernier, se poursuit en ce début de printemps 2012. Sur l'ensemble du territoire, 38% des indicateurs mesurés sont en baisse (contre 51% le mois précédent). 45% des indicateurs présentent des niveaux stables. Une proportion très faible des points de suivi est en hausse (17%).

#### 4.2.4. Situation à fin mars 2011

78 % des points ont un SPLI\_1mois inférieur à 0 (illustration 31)

#### Commentaires du BSH

L'état de remplissage des aquifères se maintient assez globalement sur des valeurs inférieures à la normale en ce début d'année. Il est assez contrasté : **inférieur à la moyenne pour 56 % des points suivis**, égal à la moyenne pour 21 % et supérieur à la moyenne pour les 22 % restants.

L'état de remplissage des aquifères se maintient assez globalement sur des valeurs inférieures à la normale en ce début d'année. Il est assez contrasté : inférieur à la moyenne pour 56 % des points suivis, égal à la moyenne pour 21 % et supérieur à la moyenne pour les 22 % restants.

#### 4.2.5. Conclusion

Les comparaisons faites sur ces 4 situations piézométriques de fin mars montrent que les écarts entre indicateur BSH et SPLI peuvent être importants : de 8 points en 2014, de 15 points en 2013 (en excédent pour l'indicateur BSH).

Ils se réduisent en situation "extrême", comme en mars 2012 (très basses eaux), écart de 3 points seulement (en excédent pour le SPLI).

Pour mars 2011, il est difficile de chiffrer l'écart, compte tenu de l'intégration de 21% des points dans le groupe "égal à la moyenne" pour l'indicateur BSH.

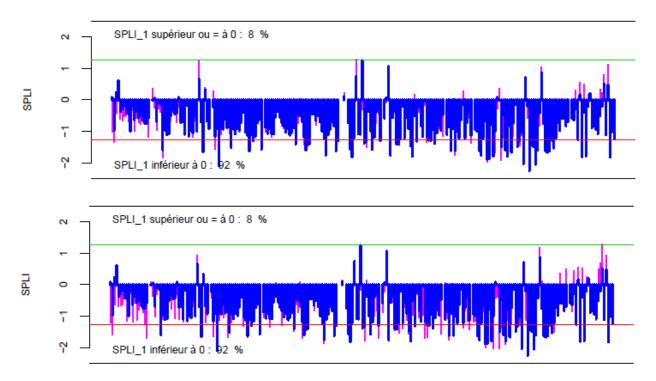


Illustration 30 - Valeurs des SPLI\_1 et SPLI\_6 (figure du haut) et des SPLI\_1 et SPLI\_12 (figure du bas) à fin mars 2012

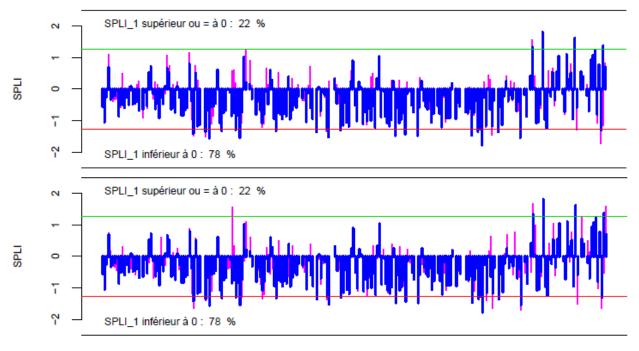


Illustration 31- Valeurs des SPLI\_1 et SPLI\_6 (figure du haut) et des SPLI\_1 et SPLI\_12 (figure du bas) à fin mars 2011

#### 4.3. EXAMEN DE QUELQUES CAS

#### 4.3.1. Piézomètre 00115X0011

Illustration 32 pour les graphiques.

Moyenne du mois de mars 2014 : 91.7 m

Valeur mensuelle maximale : 94.1 m Valeur mensuelle minimale : 77.5 m

Autocorrélation annuelle : ordre 1= 0.379 ordre 2= 0.006 ordre 3= -0.214

Pas de tendance annuelle

Pas de rupture

Baisse par rapport à février mais au moins 2 mois de hausse avant (B1H2)

Tendance sur les 12 derniers mois de la série des valeurs mensuelles : + 77 cm/mois

**SPLI 1mois = 1.79** SPLI 6mois= 1.14 SPLI 12mois= 0.87

Classe d'appartenance du SPLI\_1 de mars 2014 : "niveaux extrêmement hauts".

La série satisfaisant les conditions d'application d'une analyse probabiliste, on peut raisonner en terme de fréquence (empirique) et de période de retour. Elle est ici supérieure à 20 ans (le SPLI 1 étant supérieur à 1.64)

Sur les 10 dernières années, le SPLI\_1 du mois de mars a été négatif 4 années

Sur les 10 dernières années (120 mois), le SPLI\_1 a été négatif 48 fois sur 100 (1 année sur 2)

Index de position : 86 %

Les descripteurs calculés indiquent donc une nappe à cycles annuels (faible autocorrélation), à forte amplitude de fluctuations (descripteur *Amplitude*), sans tendance annuelle avec des niveaux globalement en hausse sur les 12 derniers mois (descripteur *Tendance\_12mois*). Les valeurs du SPLI pour le mois de mars indiquent quant à elles une situation de "niveaux extrêmement hauts".

Conclusion pour une caractérisation synthétique : nappe à cycles annuels en phase de montée sur les 12 derniers mois, en situation de niveaux extrêmement hauts.

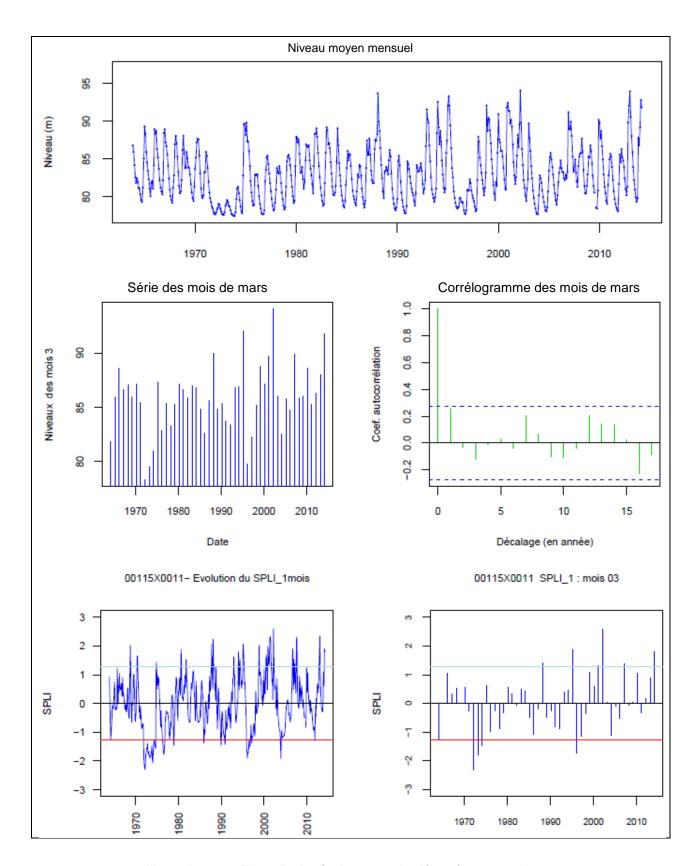


Illustration 32 – Exemple de résultats pour le piézomètre 00115X0011

#### 4.3.2. Piézomètre 07221D0023

Illustration 33 pour les graphiques.

Autocorrélation annuelle : ordre 1= 0.782 ordre 2= 0.581 ordre 3=0.464

Tendance annuelle significative, pente de 9 cm/an

Rupture significative

En hausse depuis au moins 3 mois

Sur les 10 dernières années, le SPLI\_1 a toujours été négatif 93 fois sur 100

Sur les 10 dernières années, le SPLI\_1 du mois de mars a été négatif 9 années

Index de position : 47 %

Les descripteurs calculés indiquent donc une nappe à cycles pluriannuels, affectée d'une tendance significative à la baisse, mais avec des niveaux en hausse depuis au moins 3 mois. Les valeurs du SPLI pour le mois de mars indiquent quant à elles une situation de "niveaux moyens", mais en valeur légèrement positive. Une situation déficitaire d'au moins 9 ans a précédé.

Conclusion pour une caractérisation synthétique : nappe à cycles pluriannuels, en phase de montée dans un nouveau cycle, en situation de niveaux moyens.

#### 4.3.3. Piézomètre 02206X0022

Illustration 34 pour les graphiques.

Autocorrélation annuelle : ordre 1= 0.903 ordre 2= 0.745 ordre 3=0.604

Tendance annuelle significative, pente de 14.5 cm/an

Rupture significative

En hausse depuis au moins 3 mois

Sur les 10 dernières années, le SPLI 1 a toujours été négatif

Sur les 10 dernières années, le SPLI\_1 du mois de mars a toujours été négatif

Index de position : 48 %

Les descripteurs calculés indiquent donc une nappe à cycles pluriannuels, affectée d'une tendance significative à la baisse, mais avec des niveaux en hausse depuis au moins 3 mois. Les valeurs du SPLI pour le mois de mars indiquent quant à elles une situation de "niveaux moyens", mais en valeur légèrement négative . Cette situation sous 0 dure depuis au moins 10 ans.

Conclusion pour une caractérisation synthétique: nappe à cycles pluriannuels, en phase de montée d'un nouveau cycle, en situation de niveaux moyens.

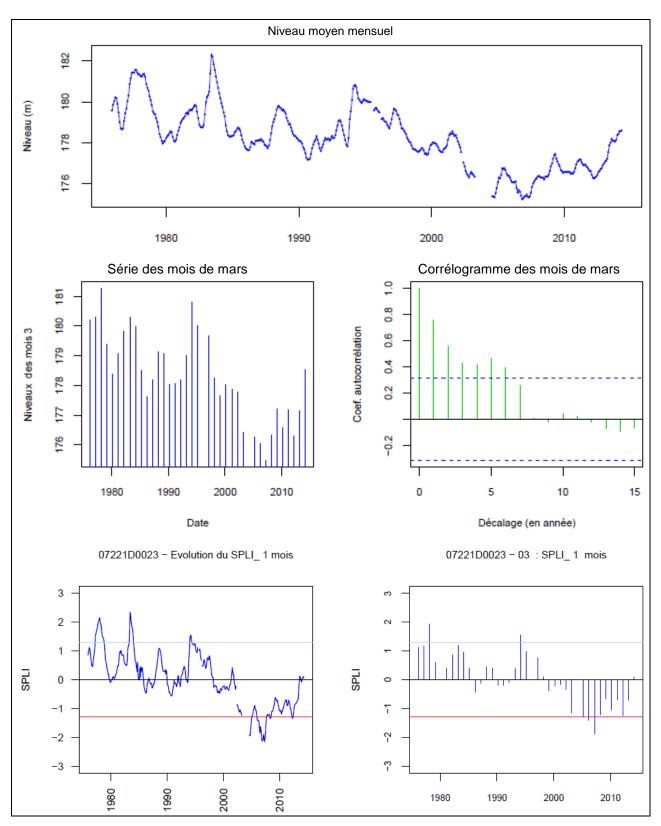


Illustration 33 – Exemple de résultats pour le piézomètre 07221D0023

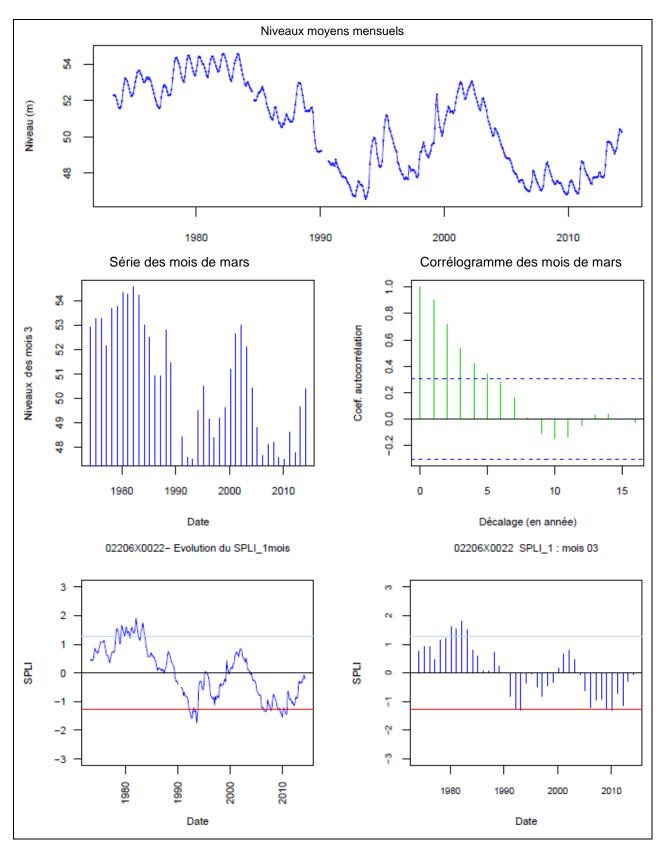


Illustration 34 – Exemple de résultats pour le piézomètre 02206X0022

#### 4.4. REPRÉSENTATION CARTOGRAPHIQUE

L'illustration 35 montre une cartographie de l'état des nappes à fin mars 2014 où les valeurs du SPLI\_1mois, calculées sur 250 piézomètres, ont été regroupées en 5 classes dont les bornes (en termes de périodes de retour) correspondent à celles du BSH (cf. § 3.2.4 et illustration 1 au § 2.1.1):

Caractérisation de l'état des nappe	Valeurs du SPLI	Nombre de points	Période de retour du BSH (si conditions d'application satisfaites)
Niveaux très bas	< -1.28	2	> 10 ans sec
Niveaux bas	≥1.28 et <-0.25	28	Entre 2.5 ans sec et 10 ans sec
Niveaux autour de la normale	≥ -0.25 et <0.25	35	Entre 2.5 ans sec et 2.5 ans humide
Niveaux hauts	≥ 0.25 et <1.28	118	Entre 2.5 ans humide et 10 ans humide
Niveaux très hauts	≥1.28	48	> 10 ans humide
SPLI non défini		19	

Sur cette carte, les nappes à cycles pluriannuels (à forte inertie) ont été distinguées et l'évolution des niveaux sur les 3 derniers mois a été mentionnée en entourant chaque point représentant un piézomètre par un triangle : pointe en haut pour une hausse, pointe en bas pour une baisse (comme dans les cartes du BSH). Pas de symbole pour indiquer la stabilité.

Les points de couleur bleue (SPLI≥ 0,25) dominent : 166 sur 231 points où le SPLI a pu être calculé (à fin mars 2014, 79 % des SPLI\_1mois étaient supérieurs ou égal à 0, cf. § 4.2.1).

L'illustration 36 montre quant à elle une cartographie de l'état des nappes à fin mars 2014 où les valeurs du SPLI\_1mois, ont été regroupées aussi en 5 classes mais dont les bornes correspondent à celles du SPI de Météo-France (cf. § 3.2.4 et illustration 13 au § 3.1.1) :

Caractérisation de l'état des nappe	Valeurs du SPLI	Nombre de points	Période de retour (si conditions d'application satisfaites)
Niveaux très bas	< -1.28	2	>10 ans sec
Niveaux bas	≥1.28 et <-0.84	7	Entre 10 ans sec et 5 ans sec
Niveaux autour de la normale	≥0.84 et <0.84	129	Entre 5 ans sec et 5 ans humide
Niveaux hauts	≥ 0.84 et <1.28	45	Entre 5 ans humide et 10 ans humide
Niveaux très hauts	> 1.28	48	> 10 ans humide

Les symboles utilisés pour distinguer les nappes à forte inertie et les tendances évolutives sur les 3 derniers mois sont les mêmes que ceux de la carte de l'illustration 35.

La classe "autour de la normale" ayant été élargie, les points de couleur verte (SPLI compris entre -0,84 et 0,84) apparaissent en grand nombre (129 points contre 35 pour la carte précédente). Corrélativement, les points de couleur bleue (SPLI > 0,84) deviennent moins nombreux (93 points).

Ces deux exemples de cartographie montrent l'importance du choix des coupures de classe pour obtenir une représentation la moins biaisée possible de l'état des nappes.

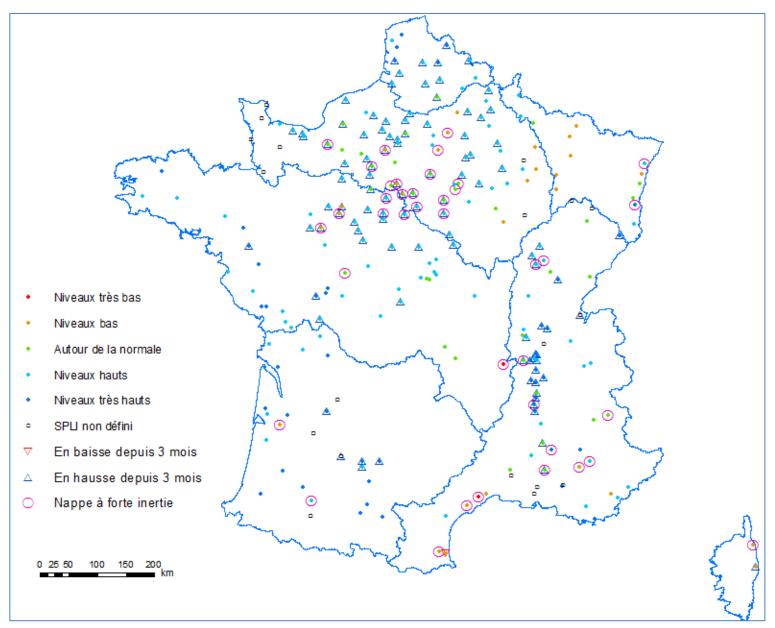


Illustration 35 – Etat des nappes en mars 2014 en fonction de valeurs du SPLI regroupées en 5 classes : bornes du BSH 57

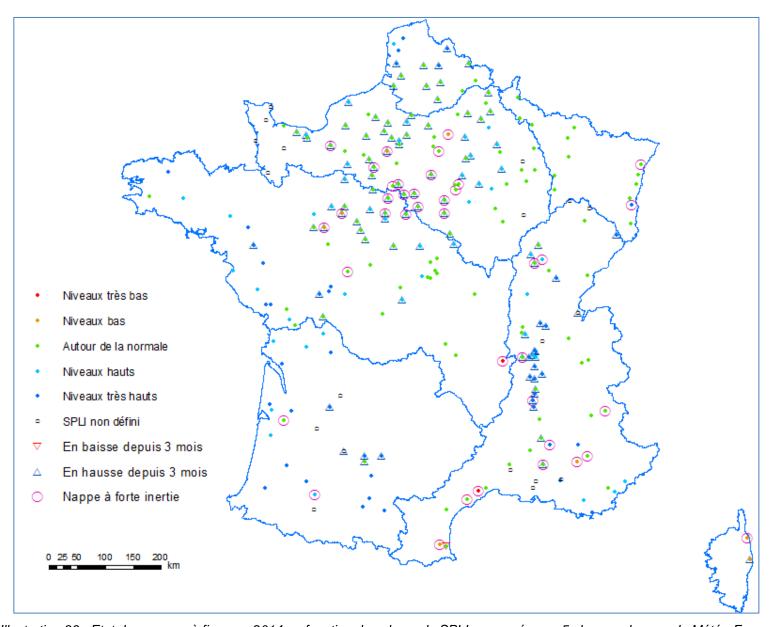


Illustration 36 - Etat des nappes à fin mars 2014 en fonction de valeurs du SPLI regroupées en 5 classes : bornes de Météo-France

#### 4.5. SPLI ANNUEL

Le SPLI annuel (calculé à partir des moyennes annuelles) pourrait être utilisé comme un indicateur de suivi de l'état d'une nappe sur le long terme. En le calculant sur plusieurs piézomètres d'une même nappe (ou sur un piézomètre représentatif) il serait alors possible d'obtenir une "suite d'états" de cette nappe et de la situer parmi d'autres, l'échelle de valeurs étant la même.

#### 4.5.1. Nappes à cycles annuels

On a considéré que les séries avec un coefficient d'autocorrélation inférieur ou égal à 0,45 correspondent à des nappes à cycles annuels (cela aurait pu être un peu supérieur, par exemple 0,5 ou un peu inférieur, par exemple 0,4, mais il s'agit là d'un exemple). 101 piézomètres ont été ainsi sélectionnés.

L'illustration 37 montre la grande homogénéité de comportement de ce groupe de piézomètres (à l'exception de 2 ou 3, nettement visibles sur l'illustration en raison de leur déphasage par rapport aux autres, et qui seraient à reclasser).

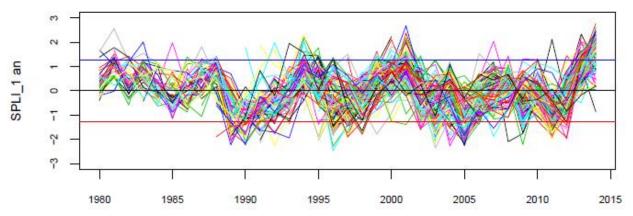


Illustration 37- Evolution des SPLI 1an des nappes à cycles annuels

L'illustration 38 indique le pourcentage de piézomètres situés sous le seuil du décennal sec de 1960 à 2010.

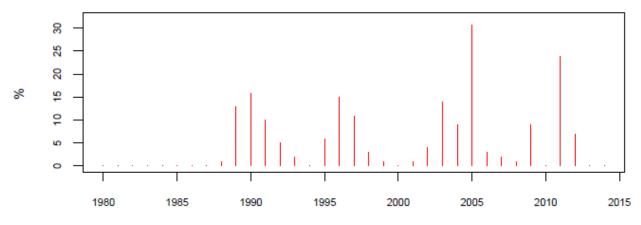


Illustration 38 - SPLI\_1an: %de piézomètres situés sous le seuil du décennal sec

Les différents épisodes de sécheresse qui se sont succédés durant cette période ressortent très nettement au niveau du SPLI 1 an :

- 1989-1990-1991 : longue période de déficit de précipitations : 16% des piézomètres étaient impactés en 1990 (= sous le seuil).
- 1996-1997 : en 1996, 15 % des piézomètres passent sous le seuil du décennal sec.
- 2003 : la période de mars à août 2003 se présente comme une longue sécheresse de printemps et d'été : 13 % des piézomètres sont sous le seuil.
- 2005 : le déficit des précipitations débute dès l'automne 2004. En 2005, 31 % des piézomètres sont sous le seuil du décennal sec.
- 2011 : 24 % des piézomètres sont sous le seuil du décennal sec.

#### 4.5.2. Nappes à cycles pluri-annuels

On a considéré que les séries avec un coefficient d'autocorrélation supérieur à 0,7 correspondent à des nappes à cycles pluri-annuels. 54 piézomètres ont été ainsi sélectionnés.

Comme dans le cas des nappes à cycles annuels, la plupart des évolutions piézométriques sont en phase (illustration 39).

Par rapport aux nappes à cycles annuels, la différence de comportement apparaît nettement, comme le montre le montre l'illustration 39 et l'exemple du piézomètre de Trainou. L'effet des épisodes de sécheresse est décalé dans le temps.

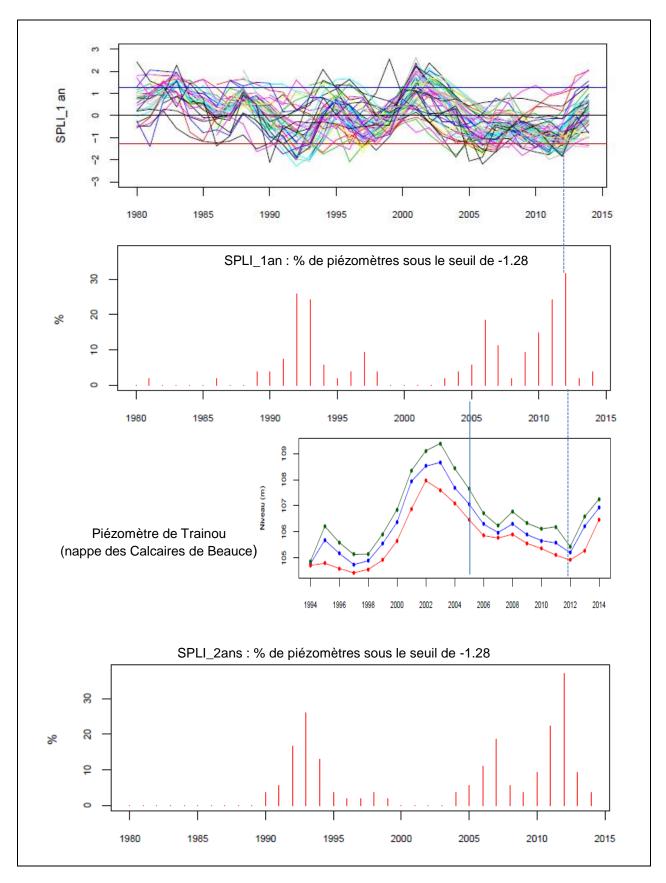


Illustration 39 - Evolution des SPLI des nappes à cycles pluri-annuels

#### 5. Conclusion

L'analyse de 250 séries piézométriques utilisées pour définir l'indicateur mensuel du Bulletin de Situation Hydrologique Nappes et le calcul d'un nouvel indicateur, le SPLI (*Standardised Piezometric Level Index*) montrent l'intérêt qu'il y aurait à substituer cet index à l'indicateur du BSH. En effet, par rapport à ce dernier, le SPLI :

- est caractérisé par une valeur purement numérique (comprise entre -3 et +3), contrairement à l'indicateur du BSH (défini en terme de période de retour), ce qui permet de faire aisément des agrégations pour obtenir un indicateur de nappe à partir d'indicateurs ponctuels;
- peut être interprété de façon probabiliste si les conditions d'application sont remplies (en général pour des nappes à cycles annuels) ou simplement comme une comparaison à une valeur moyenne référence ce qui permet d'intégrer les nappes à cycles pluriannuels ou présentant une tendance continue à la hausse ou à la baisse;
- peut être associé à d'autres indicateurs, comme le SPI (l'index standardisé des précipitations) dont il reprend les principes de calcul et le SSWI (l'index standardisé d'humidité des sols), tous deux utilisés par Météo-France et cartographiés à l'échelle nationale.

L'acceptation du SPLI en remplacement de l'indicateur du BSH devra être suivie d'une réflexion de la part de l'ensemble des producteurs du BSH nappes pour définir :

- le nombre de classes de valeurs du SPLI et les bornes de ces classes,
- les notions de "en hausse", "en baisse" et de stabilité : depuis 3 mois, 6 mois, 12 mois ?
- le mode de représentation cartographique,
- la période de référence.

Par ailleurs, l'identification cartographique des points où les niveaux présentent une tendance continue à la hausse ou à la baisse depuis de nombreuses années serait souhaitable.

Tous les calculs peuvent être faits automatiquement. Dans cette étude, ils ont été réalisés à l'aide du logiciel R (logiciel "libre" de traitements de données et d'analyses statistiques, très largement utilisé par la communauté scientifique).

### Références bibliographiques

- [1] Bloomfield J.P., Marchant B.P. 2013 Analysis of groundwater drought building on the standardised precipitation index approach. Hydrol. Earth Syst. Sci., 17, 4769–4787, 2013
- [2] McKee T.B., Doesken N.J., Kleist J. (1993) The relationship of drought frequency and duration to time scales, Eighth Conf. on Applied Climatology. Anaheim, CA, Amer. Meteor. Soc.
- [3] Roche P.A., Miquel J., Gaume E. (2012) Hydrologie quantitative. Processus, modèles et aide à la décision. Spriger-Verlag.
- [4] Soubeyroux J.-M., J.-P. Vidal, J. Najac, N. Kitova, M.Blanchard, P Dandin, E. Martin, C. Pagé, F. Habets. Projet ClimSec. Impact du changement climatique en France sur la sécheresse et l'eau du sol. Rapport final du projet. Mai 2011
- [5] Vernoux J.F., Seguin J.J. (2012). Établissement d'un réseau de référence piézométrique pour le suivi de l'impact du changement climatique sur les eaux souterraines Année 2. Rapport BRGM/RP-61807-FR

## Annexe 1 - Estimateurs à noyau

L'estimation par noyau (ou encore méthode de Parzen-Rozenblatt) est une méthode non-paramétrique d'estimation de la densité de probabilité d'une variable aléatoire.

Alors que l'histogramme représente une approximation discontinue, sous forme de rectangles, de la densité de probabilité d'une variable aléatoire, la méthode du noyau consiste à retrouver la continuité : pour cela, on remplace le rectangle centré en X et de largeur h par une courbe (le noyau) centrée en x. Plus une observation est proche du point de support x, plus le poids affecté au noyau sera important. Inversement, pour les observations trop éloignées de x, le poids sera faible. L'estimateur est construit par convolution des noyaux. On remplace en quelque sorte une "fenêtre" rectangulaire par une "fenêtre" lissée :

$$f_h(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^{N} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

N est le nombre de points

h est la largeur de bande (paramètre de lissage)

K est le noyau

La fonction density de R propose plusieurs noyaux dont :

• le noyau gaussien :

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2}$$

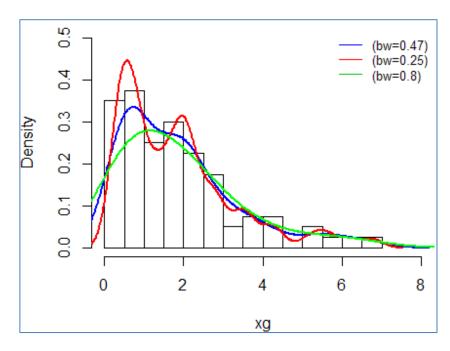
• le noyau d'epanechnikov :

$$K(u) = \frac{3}{4}(1-u^2)$$

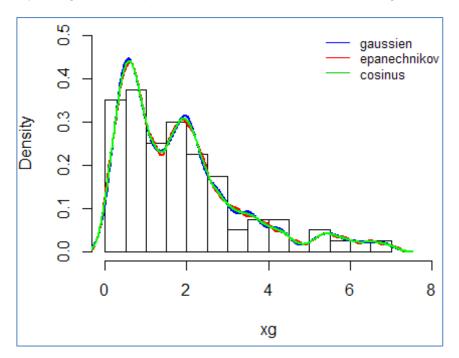
• le noyau cosinus

$$K(u) = \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{2}u)$$

Exemple d'un noyau gaussien avec différentes valeurs du paramètre de lissage (largeur de bande bw)



Exemple de 3 noyaux (gaussien, epanechnikov, cosinus) avec même largeur de bande



### Annexe 2 – Tests de Mann-Kendall et de Pettitt

Les tests de Mann-Kendall et de Pettitt appartiennent à la catégorie des tests dits "non paramétriques".

Les tests "non paramétriques" ne nécessitent pas d'hypothèse sur la loi de distribution de la variable étudiée. Ils peuvent en particulier s'appliquer aux petits échantillons où la condition de Normalité est difficile à vérifier. Ils reposent pour la plupart sur un principe simple utilisant le classement des observations. Ils sont peu sensibles aux valeurs extrêmes.

### 1. Recherche d'une tendance par le test de Mann-Kendall

- 1.1 Les valeurs de la série ne sont pas corrélées entre elles
- Conditions d'application

S'applique à un échantillon de n valeurs indépendantes (non corrélées entre elles) pour détecter des tendances "monotones".

• Mise en œuvre du test

Le test repose sur le calcul de la somme suivante :

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^{n} sgn(x_{j} - x_{k})$$

où  $x_i$  et  $x_k$  sont deux valeurs successives de la série (j >k) et où :

$$sgn(x_{j} - x_{k}) = \begin{cases} 1 & si \ x_{j} - x_{k} > 0 \\ 0 & si \ x_{j} - x_{k} = 0 \\ -1 & si \ x_{j} - x_{k} < 0 \end{cases}$$

On dénombre donc pour tous les couples  $(x_j, x_k)$  le nombre de cas où la  $2^{i\text{ème}}$  valeur est supérieure à la  $1^{\text{ère}}$  et le nombre de cas où c'est l'inverse et on fait la différence entre ces deux nombres. Si la série est stationnaire, S doit être proche de 0.

Le test ne nécessite pas d'hypothèse sur le distribution des valeurs (test non paramétrique). Si la série est stationnaire (hypothèse  $H_0$ ), alors :

- la moyenne de S est : E(S) =0
- et sa variance est : Var(S) = n(n-1)(2n+5)/18

S'il y a des valeurs égales dans la série, la variance Var (S) doit être calculée comme suit :

$$Var(S) = \frac{1}{18} \left[ n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^{q} E_p(E_p-1)(2E_p+5) \right]$$

où Ep désigne le nombre d'égalités identifiées dans la série impliquant p valeurs.

Si le nombre n de valeurs de la série est supérieur à 10, la mise en œuvre du test fait intervenir la variable aléatoire Z définie par :

$$Z = \frac{S-1}{\sqrt{Var(S)}} \text{ si } S > 0$$
 
$$Z = \frac{S+1}{\sqrt{Var(S)}} \text{ si } S < 0$$

Une valeur positive de Z indique une tendance croissante (cf remarque ci-après)

Cette variable suit (approximativement) une loi normale centrée réduite. La probabilité d'observer une tendance pour laquelle la valeur de Z est au moins égale en valeur absolue à  $z_{\text{obs}}$  est alors :

$$P(|Z| \ge |z_{obs}|) = 2(1 - \Phi(|z_{obs}|)$$

où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale.

L'hypothèse de stationnarité sera rejetée au niveau de signification  $\alpha$  si cette probabilité calculée (p-value) est inférieure à  $\alpha$  (elle est peu probable).

Le résultat du test, au niveau de signification  $\alpha$ , s'obtient aussi en comparant la valeur  $z_{obs}$  obtenue pour Z à la valeur théorique  $z_{th}$  de la distribution cumulée de la loi normale centrée réduite (fonction de répartition). Pour un test bilatéral (*two-tailed test*) visant la détection d'une tendance à un niveau de confiance  $\alpha$ ,  $H_0$  est rejetée si la valeur absolue de Z est supérieure à  $Z_{1-\alpha/2}$ .

si 
$$\left|Z_{\rm obs}\right| > Z_{{\rm th}(1-lpha/2)}$$
 , rejet de H $_{\rm 0}$  au seuil de confiance  $lpha$ 

**Remarque** : la pente de la tendance peut être calculée comme ci-dessus (coefficient a de la régression linéaire). Une autre méthode a été proposée par Sen (1968), la pente étant calculée comme suit :

$$a_{Sen} = M \text{ \'ediane} \left[ \frac{(x_j - x_i)}{(j-i)} \right] \quad \forall j < i$$

 $x_i$  et  $x_i$  sont respectivement la  $j^{i \hat{e} m e}$  et la  $i^{i \hat{e} m e}$  observation de la série.

La pente ainsi calculée est une estimation plus robuste de la pente de la tendance que celle issue de la régression où l'existence de valeurs très fortes ou très faibles peut biaiser le calcul de la pente. Au contraire, avec la méthode de Sen, la pente n'est pas très affectée par la présence de valeurs extrêmes.

#### 1.2. Les valeurs de la série sont corrélées entre elles

Comme pour le cas de la régression linéaire, pour s'affranchir de l'autocorrélation, il est possible de calculer un nombre n\* d'observations supposées indépendantes, ce qui revient à substituer à la série initiale de n valeurs autocorrélées une série de n\* valeurs indépendantes, n\*< n (nombre équivalent d'observations indépendantes).

Comme dans le cas de la régression linéaire, le nombre n\* peut être calculé en utilisant l'expression donnée par Bayley et Hammersley (1946) :

$$\frac{1}{n^*} = \frac{1}{n} + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n-1} (1 - \frac{k}{n}) \rho_k$$
 étant le coefficient d'autocorrélation d'ordre k

et:

$$\operatorname{Var}(S) = \frac{n}{n^*} \operatorname{Var}_{\rho=0}(S)$$

Hamed et Rao (1998) retiennent cette méthode mais proposent un calcul de n\* différent :

$$\frac{n}{n^*} = 1 + \frac{2}{n(n-1)(n-2)} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)(n-k-1)(n-k-2)\rho_k$$

Les deux expressions ont été utilisées dans les traitements réalisés

# 2. Recherche d'une rupture par le test de Pettitt

Ce test peut être utilisé pour savoir si la série étudiée présente une rupture significative. Il s'agit d'un test non paramétrique.

L'hypothèse nulle est  $H_0$  = "absence de rupture" dans la série.

La mise en œuvre du test repose sur la variable aléatoire suivante :

$$U(k) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=k+1}^{n} sgn(X_{j} - X_{i})$$

Comme dans le cas du test de Mann-Kendall :

$$sgn(x_{j} - x_{k}) = \begin{cases} 1 & si \ x_{j} - x_{k} > 0 \\ 0 & si \ x_{j} - x_{k} = 0 \\ -1 & si \ x_{j} - x_{k} < 0 \end{cases}$$

La variable U s'apparente à la variable S du test de Mann-Kendall, mais dans ce cas les couples de valeur (xj, xi) sont formés par sélection d'une valeur de part et d'autre d'un point de rupture supposé de rang k dans la série. En faisant varier k de 1 à n-1, on obtient donc une variable U fonction de k. La statistique de test est alors la variable :

$$Z = max |U(k)|, k=1, ...n-1$$

La rupture possible se situerait alors au rang k<sub>R</sub> correspondant au maximum de U(k).

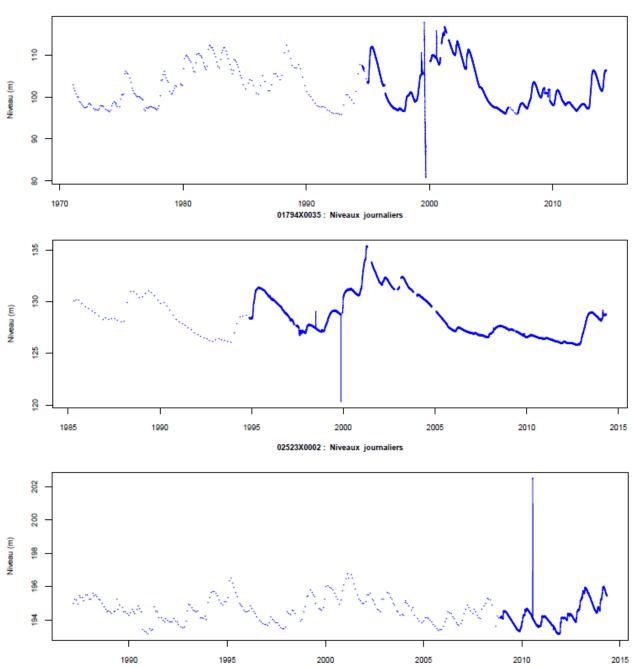
La probabilité de dépassement de la valeur  $z_{k_R}$  prise par la statistique Z du test sur la série observée est donnée par (Pettitt,1979) :

Prob(Z>z<sub>k<sub>R</sub></sub>) = 2 exp
$$\left(\frac{-6z_{k_R}^2}{n^3 + n^2}\right)$$

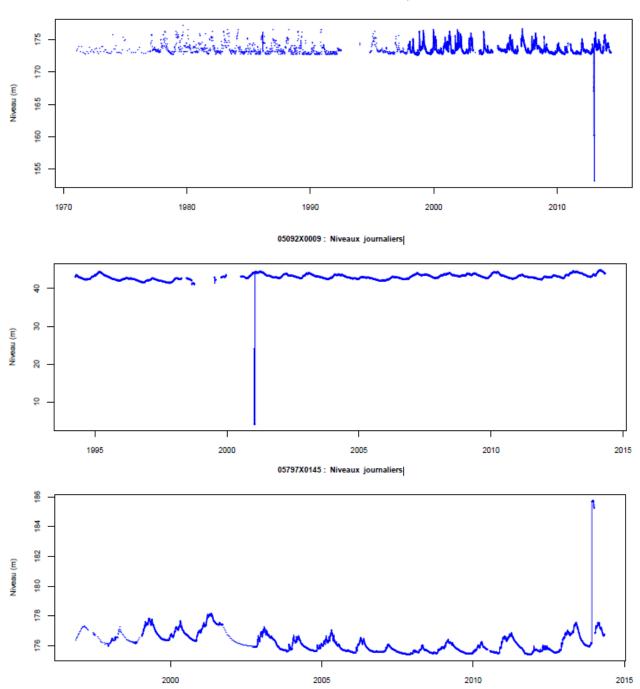
Pour un niveau de confiance  $\alpha$ , l'hypothèse d'une rupture dans la série sera rejetée si cette valeur de de probabilité est inférieure à  $\alpha$ .

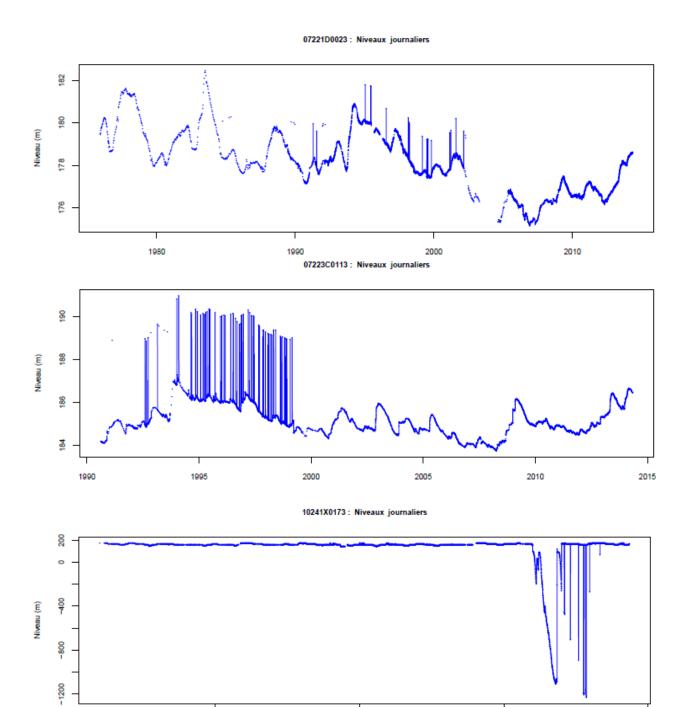
# Annexe 3 – Exemples d'anomalies détectées dans les séries piézométriques du BSH



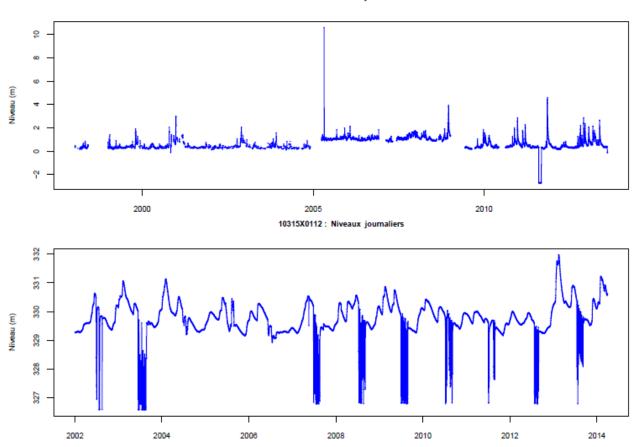






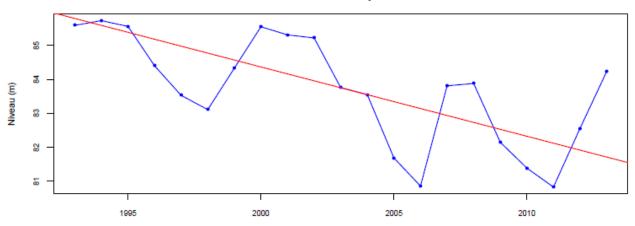




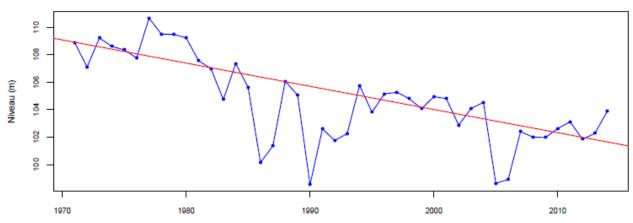


# Annexe 4 – Quelques séries piézométriques du BSH avec une tendance continue à la baisse ou à la hausse

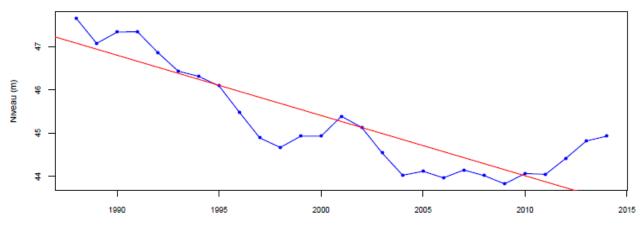


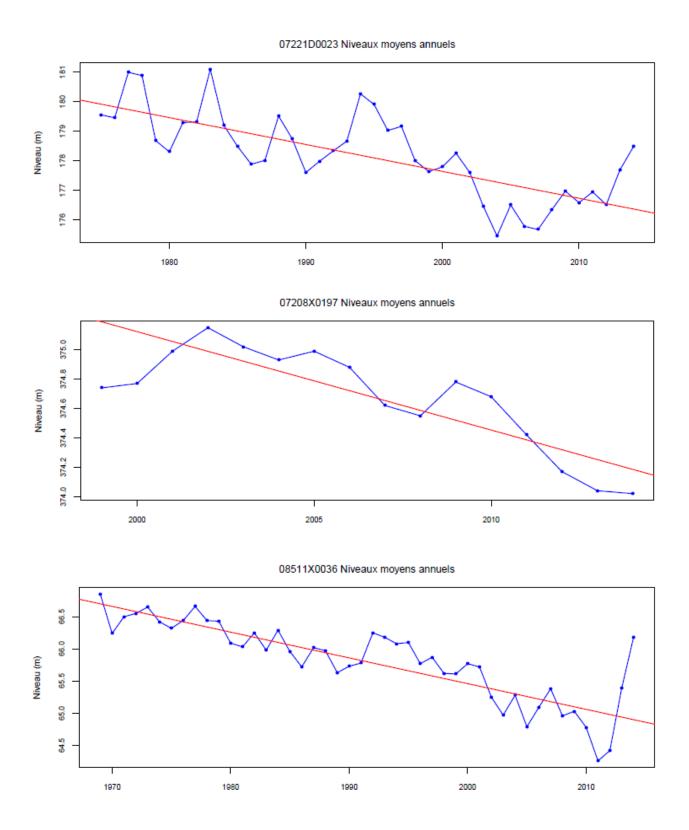


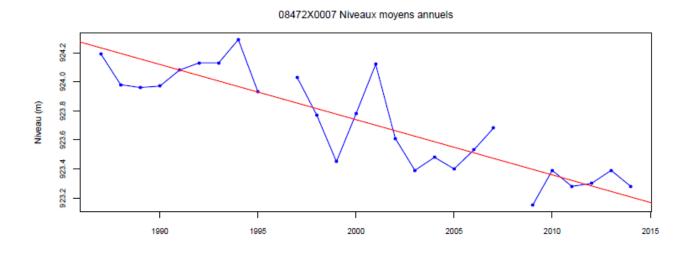
# 09724X0023 Niveaux moyens annuels

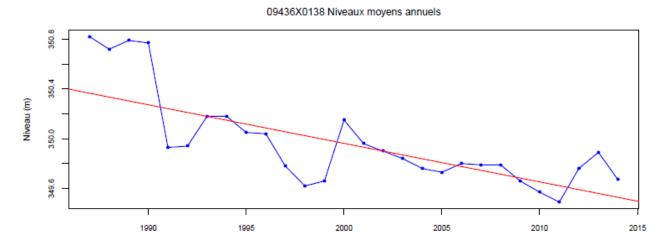


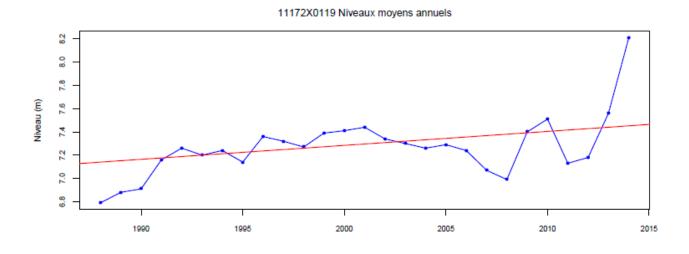
### 05155X0002 Niveaux moyens annuels

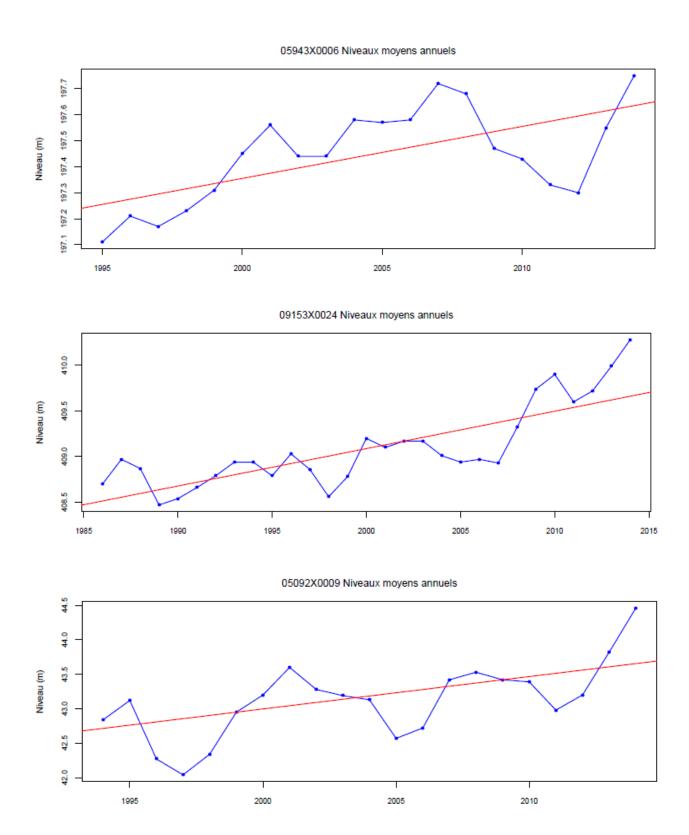


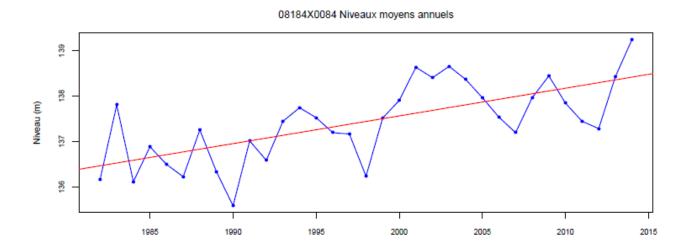


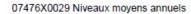


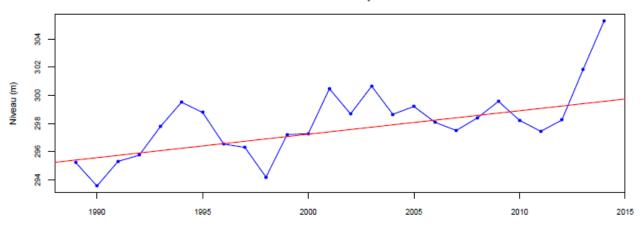


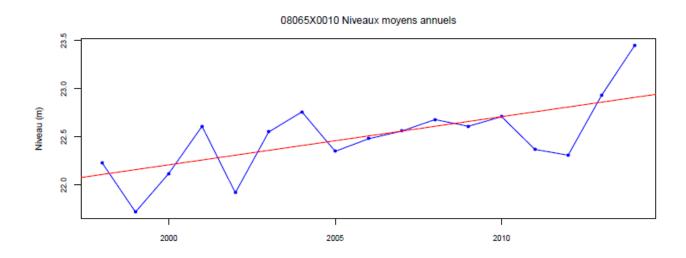












ONEMA

5 square Félix Nadar 94300 Vincennes 01 45 14 36 00 www.onema.fr **BRGM** 

3 avenue Claude Guillemin 45060 Orléans Cedex 2 02 38 64 34 34 www.brgm.fr