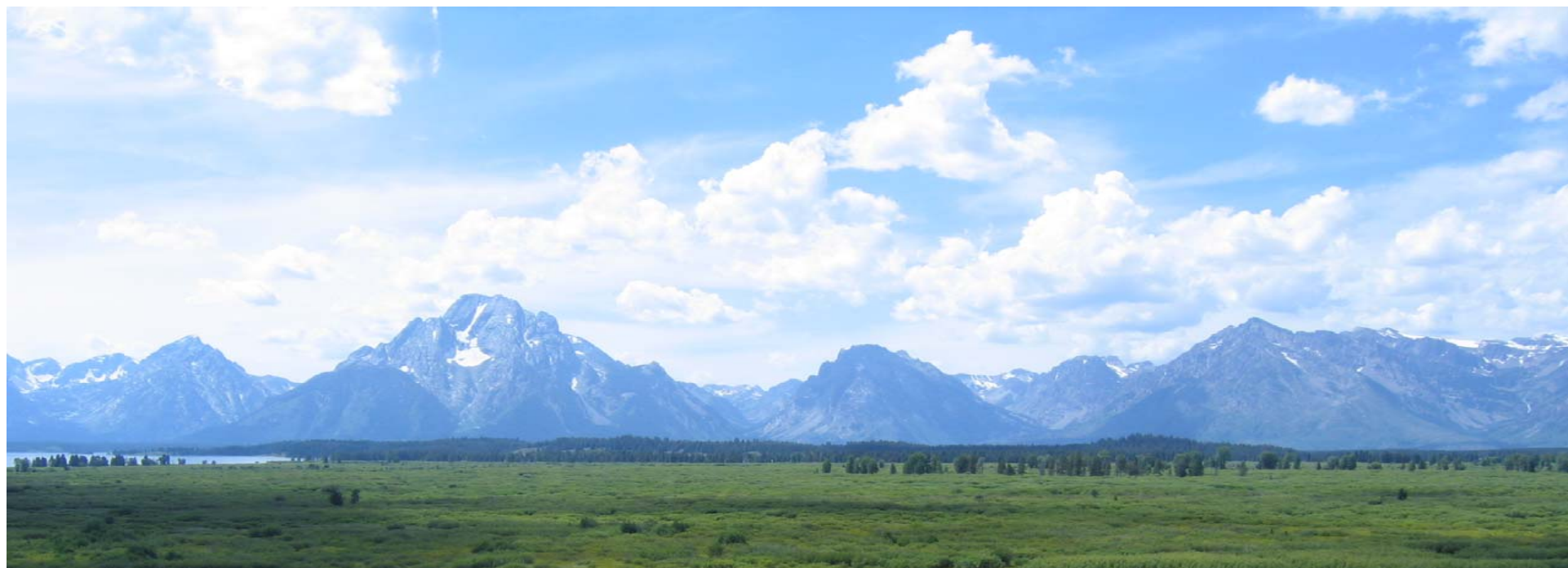


热学复习



基本概念

理想气体、热力学系统、微观状态、宏观状态、
平衡态、过程、准静态过程、可逆过程

物理量

压强、体积、温度、分子数密度、
内能、功（体积功）、热量、
热容量（定压、定容摩尔热容量，比热容比）、比热
热机效率

熵（玻耳兹曼熵、克劳修斯熵变公式）、热力学概率

分子质量、分子运动速度、方均根速率、平均速率、
自由度、速率分布函数、最概然速率、平均自由程

普适气体常数、玻耳兹曼常数

定理和定律

热力学第一定律 热力学第二定律（熵增加原理）
能量均分定理、麦克斯韦速率分布律

过程

等容过程、等压过程、等温过程、
绝热过程（准静态绝热过程、绝热自由膨胀）
循环过程（热机循环、制冷循环）、卡诺循环

模型

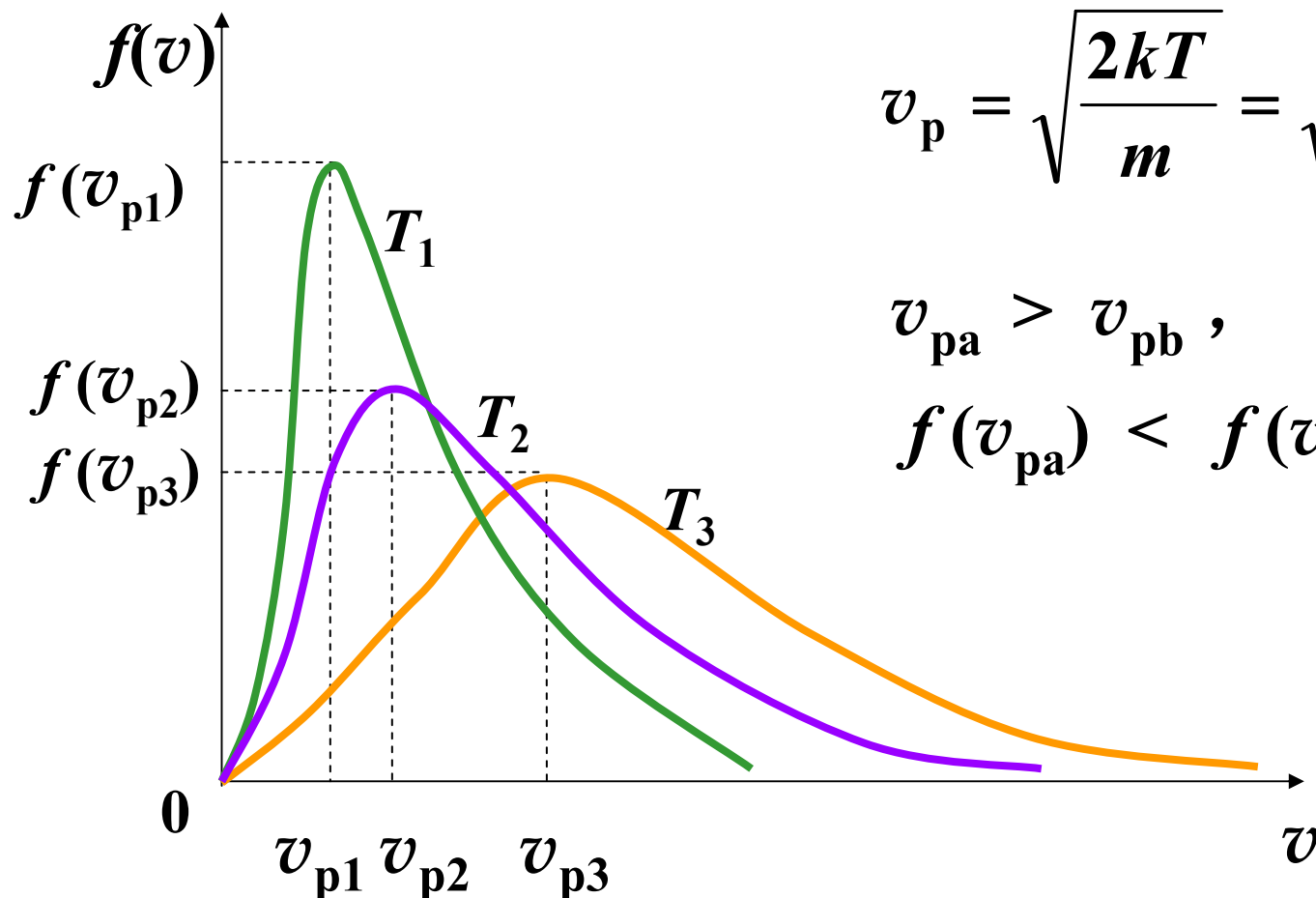
理想气体（方程）

热学测验题



一、填空题

1. 一定量的理想气体在温度为 T_a 、 T_b 时分子的最可几速率分别为 v_{pa} 及 v_{pb} 。设 $T_a > T_b$ ，则 v_{pa} _____ v_{pb} ， $f(v_{pa})$ _____ $f(v_{pb})$ 。
(填 < 或 > 或 =)

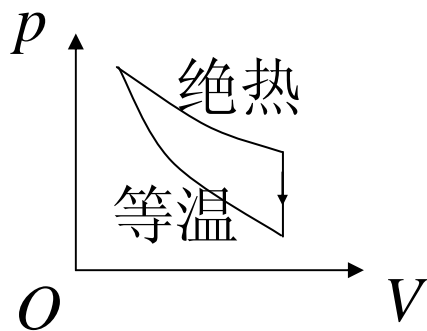


$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

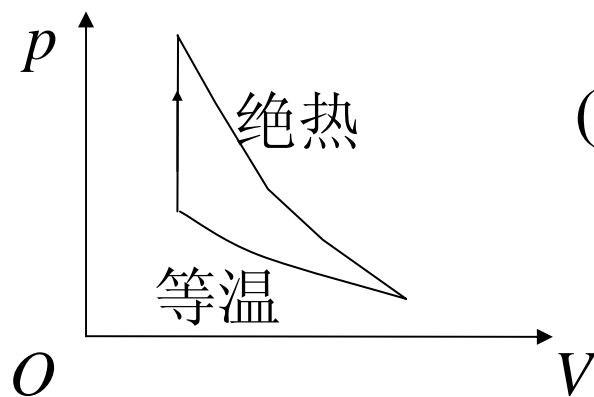
$$v_{pa} > v_{pb},$$

$$f(v_{pa}) < f(v_{pb})$$

2. 下列循环中， ____图是可能的循环。

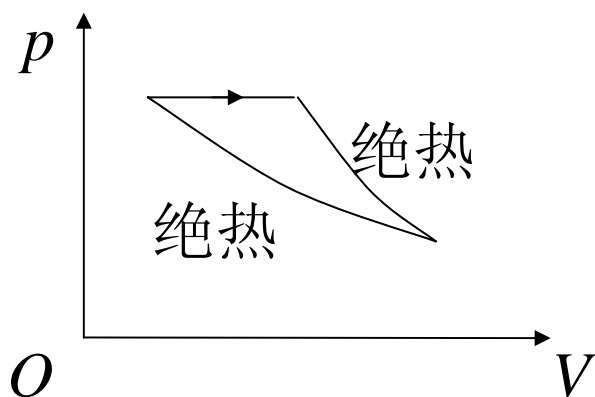


(A)

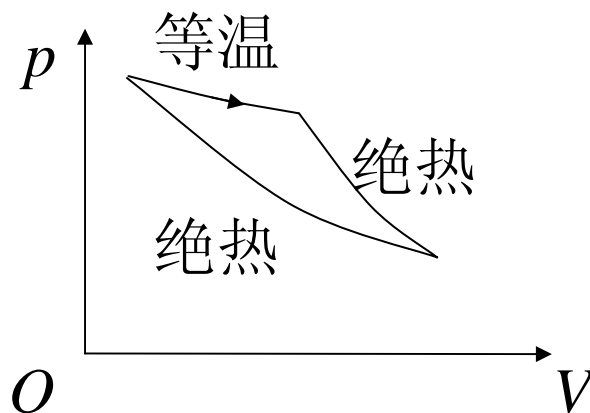


(B)

(B) 是可能的。



(C)



(D)

4. 判断下列过程中 ΔE 、 ΔT 、 W 、 Q 的正负。

解：考虑 c 过程，绝热。 $Q_c = 0$ $W_c > 0$

由热一律 $\Delta E_c + W_c = 0$

$$\Delta E_c < 0, \quad \Delta T < 0.$$

考虑 a 过程，

$$W_a > 0 \quad \Delta E_a = \Delta E_c < 0, \quad \Delta T < 0.$$

$$\text{由热一律} \quad Q_a = \Delta E_a + W_a = \Delta E_c + W_a = -W_c + W_a < 0.$$

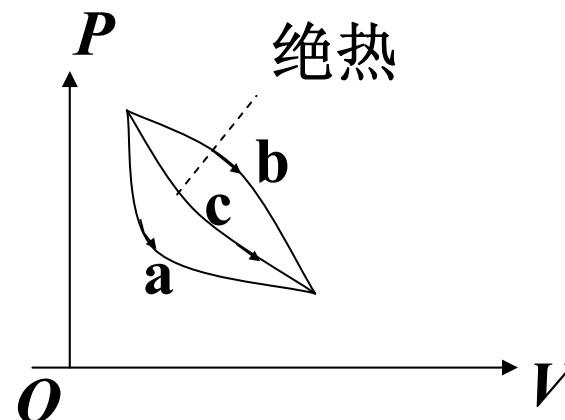
a 过程，放热

考虑 b 过程，

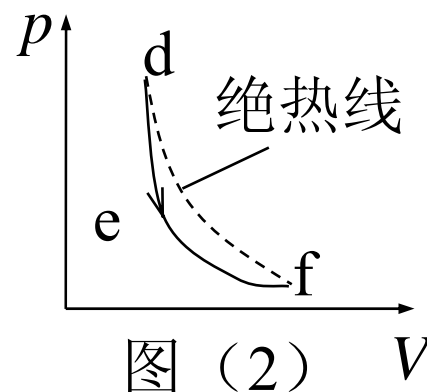
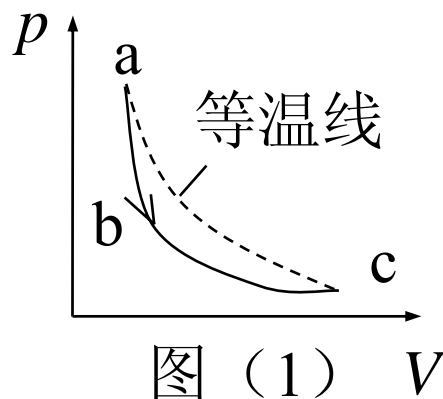
$$W_b > 0 \quad \Delta E_b = \Delta E_c < 0, \quad \Delta T < 0.$$

$$\text{由热一律} \quad Q_b = \Delta E_b + W_b = \Delta E_c + W_b = -W_c + W_b > 0.$$

b 过程，吸热



5. 一定量的理想气体分别经历如图（1）所示的abc过程和图（2）所示的def过程,则这两种过程的净吸热和净放热的情况是: abc过程净__热, def过程净__热。



解: (1) 对于a、c 两点 $\Delta E = 0$ 对于abc过程, $W > 0$

由热一律 $Q_{abc} = \Delta E + W > 0$ abc过程中净吸热。

(2) 与4题 a 过程一样, 净放热。

6. 图示为一理想气体几种状态变化过程的 $P—V$ 图，其中 MT 为等温线， MQ 为绝热线，在 AM 、 BM 、 CM 三种准静态过程中：

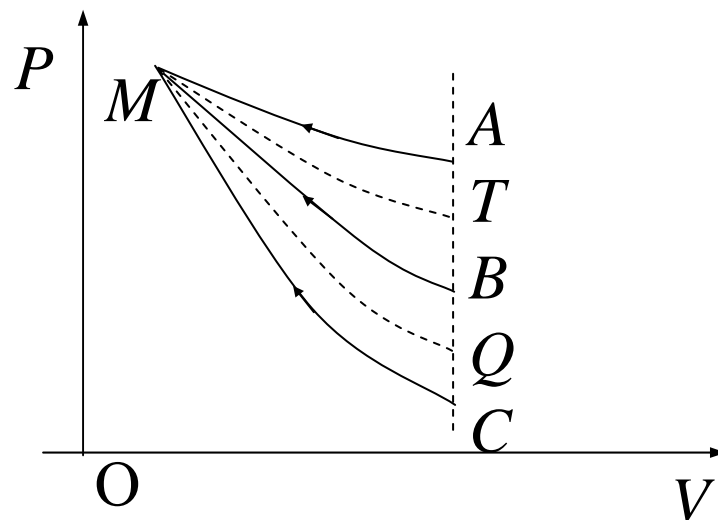
(1) 温度降低的是_____过程；

(2) 气体吸热的是_____过程。

解：（1） A 点的温度高于 T 点的温度，
 AM 过程温度降低。

（2） CM 过程。

将 $CMQC$ 视为一个循环， MQ 为绝热线，而 QC 放热，故 CM 为吸热过程。



8. 理想气体的压强为 P 、 密度为 ρ ， 则 $v_{\text{rms}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解： $v_{\text{rms}} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

$$PV = \frac{M}{\mu} RT \qquad \frac{RT}{\mu} = \frac{PV}{M} = \frac{P}{M/V} = \frac{P}{\rho}$$

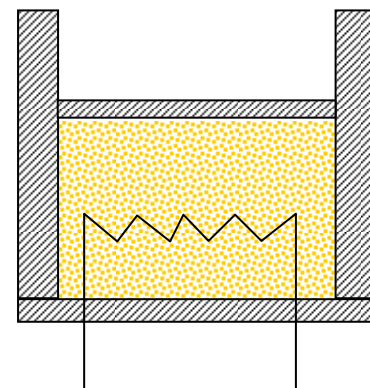
$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

10. 大气中一绝热气缸内装有一定量的气体。用电炉徐徐加热，活塞无摩擦地缓缓上升。此过程中，以下物理量如何变化？

- (1) 气体压强_____；
- (2) 气体分子平均动能 _____；
- (3) 气体的内能 _____。

答：

- (1) 气体压强 不变。
- (2) 气体分子平均动能 增大。
- (3) 气体的内能 增大。



11. 将2kg, 100℃的铅块投入10℃的湖水中, 铅与湖水组成的系统的熵变为_____。(已知铅的比热为 $0.128 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$)

$$\begin{aligned} \text{解: } \Delta S_{\text{Pb}} &= \int_{(R)1}^2 \frac{\bar{d}Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{cm dT}{T} = cm_{\text{Pb}} \ln \frac{T_2}{T_1} \\ &= 2 \times 0.128 \times 10^3 \times \ln \frac{10 + 273}{100 + 273} = -70.7 \text{ J/K} \end{aligned}$$

铅放出的热量为

$$Q = cm\Delta T = 2 \times 0.128 \times (100 - 10) \times 10^3 = 23.04 \times 10^3 \text{ J}$$

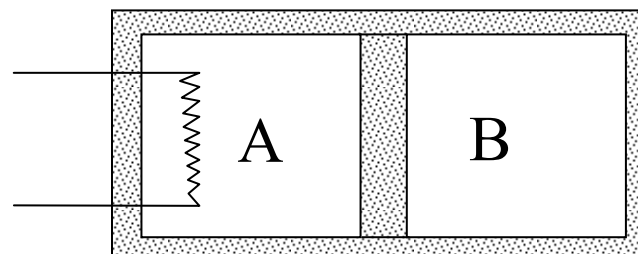
$$\Delta S_{\text{W}} = \frac{Q}{T_{\text{W}}} = \frac{23.04 \times 10^3}{273 + 10} = 81.4 \text{ J/K}$$

$$\Delta s_{\text{u}} = \Delta s_{\text{W}} + \Delta s_{\text{Pb}} = 81.4 - 70.7 = 10.7 \text{ J/K}$$

二、计 算 题

1. 绝热容器中间有一无摩擦、绝热的可移动的活塞。活塞的两侧各有 $\nu \text{ mol}$ 的理想气体， $\gamma=1.5$ 。初态状态参量为 P_0, V_0, T_0 ，现将一线圈通入左侧气体，对气体缓缓加热。左侧气体右移，使右侧压强增加为 $27P_0/8$ ，求：

- (1) 左侧气体作了多少功？
- (2) 右侧气体的终温是多少？
- (3) 左侧气体的终温是多少？
- (4) 左侧气体吸收了多少热量？



解：(1) 右侧为绝热过程

$$W_{\text{右}} = \frac{P_0 V_0 - P_1 V_1}{\gamma - 1} = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} \right) \quad P_1 = 27 P_0 / 8$$

对于绝热过程

$$P_1 V_1^\gamma = P_0 V_0^\gamma \quad V_1 = \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} V_0 = \frac{4}{9} V_0$$

经过计算得到

$$W_{\text{右}} = -P_0 V_0$$

左侧气体的功

$$W_{\text{左}} = P_0 V_0$$

(2) 右侧气体的终温是多少？

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \quad T_1 = \frac{3}{2} T_0$$

(3) 左侧气体的终温是多少？

$$\frac{P_A (2V_0 - V_B)}{T_A} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \quad P_A = P_B = P_1$$

$$T_A = \frac{P_A (2V_0 - V_1)}{P_0 V_0} T_0 = \frac{21}{4} T_0$$

(4) 左侧气体吸收的热量是多少？ $Q = \Delta E + W$ $W_{\text{左}} = P_0 V_0$

$$C_{V,m} = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{R}{1.5 - 1} = 2R$$

$$\Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T = \nu \cdot 2R \cdot \left(\frac{21}{4} T_0 - T_0 \right) = \frac{17}{2} \nu R T_0$$

$$Q = \Delta E + W = \frac{17}{2} \nu R T_0 + P_0 V_0$$

2. 一绝热容器，体积为 10^{-3}m^3 ，以 100 m/s 的速度做匀速直线运动，容器中装有 100g 的氢气。当容器突然停止运动时，氢气的温度、压强各增加多大？

解： 容器停止运动，机械能转化为气体无规则运动的动能。

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{i}{2}k\Delta T \quad k = \frac{R}{N_A}$$

$$\Delta T = \frac{mv^2}{ik} = \frac{\mu v^2}{iR} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 100^2}{5 \times 8.31} = 0.481\text{K}$$

由状态方程 $PV = \nu RT$ $\Delta PV = \nu R\Delta T$

$$\Delta P = \frac{\nu R\Delta T}{V} = \frac{M}{\mu} \frac{R\Delta T}{V} = \frac{100 \times 10^{-3} \times 8.31 \times 0.481}{2 \times 10^{-3} \times 10^{-3}}$$

$$\Delta P = 2 \times 10^4 \text{Pa}$$

3. 1mol 氮气的循环过程如图。ab,cd为绝热过程, bc,da 过程为等容过程。求 (1) a,b,c,d 各态的温度; (2) 循环效率。

解: (1) $PV = \nu RT$

$$T_a = \frac{P_a V_a}{R} = \frac{1 \times 1.013 \times 10^5 \times 32.8 \times 10^{-3}}{8.31} = 400\text{K}$$

$$T_b = \frac{P_b V_b}{R} = \frac{3.18 \times 1.013 \times 10^5 \times 16.4 \times 10^{-3}}{8.31} = 636\text{K}$$

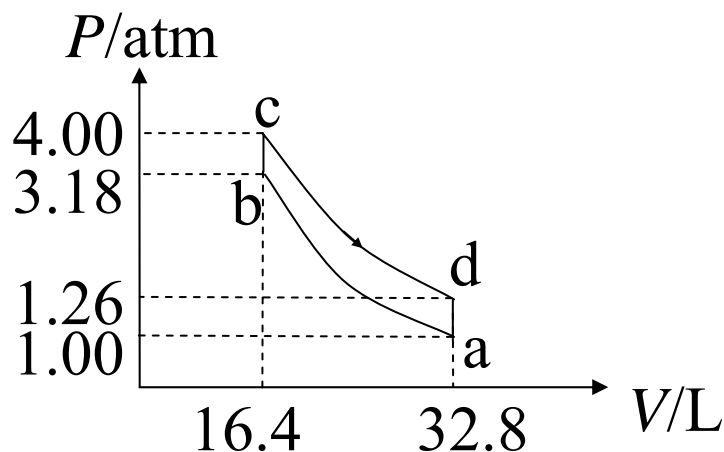
$$T_c = 800\text{K} \quad T_d = 504\text{K}$$

(2) 循环效率

b→c 吸热, d→a 放热

$$Q_{\text{吸}} = \nu C_{V,m}(T_c - T_b)$$

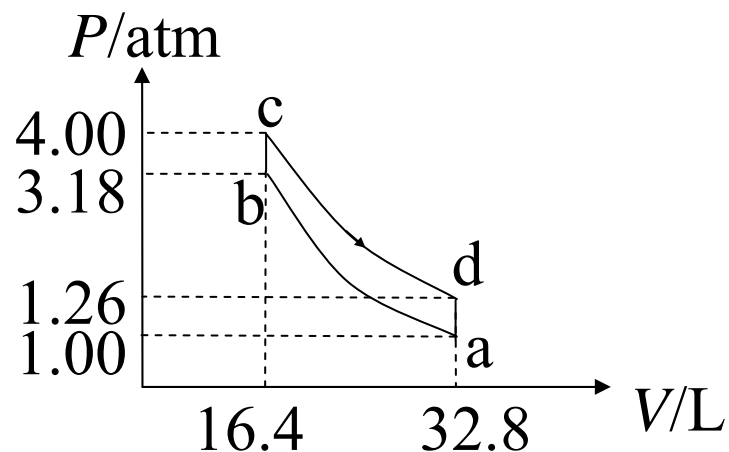
$$|Q_{\text{放}}| = \nu C_{V,m}(T_d - T_a)$$



$$Q_{\text{吸}} = \nu C_{V,m}(T_c - T_b)$$

$$|Q_{\text{放}}| = \nu C_{V,m}(T_d - T_a)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{\text{放}}|}{Q_{\text{吸}}} = 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b}$$



$$T_c V_c^{\gamma-1} = T_d V_d^{\gamma-1}$$

$$T_b V_b^{\gamma-1} = T_a V_a^{\gamma-1}$$

$$(T_c - T_b) V_c^{\gamma-1} = (T_d - T_a) V_d^{\gamma-1} \quad \gamma = 5/3$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_c}{V_d} \right)^{\gamma-1} = 37.1\%$$

4. 如图所示为 1mol 单原子理想气体经历的循环过程，ab 为等温线， V_1, V_2 已知。求循环效率。

解：分析吸、放热。

a→b 等温过程， $T_a = T_b$

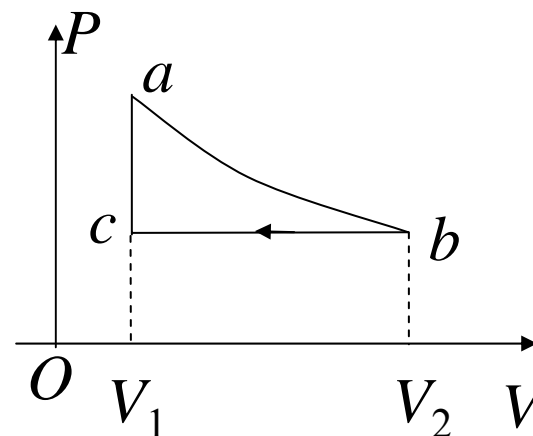
$Q = W > 0$ ，吸热 Q_1

c→a 等容过程，

压强增大，温度升高，吸热 Q_2

b→c 等压过程，

体积减小，温度降低，放热 Q_3



$$Q_1 = W = \int P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT_a \ln \frac{V_2}{V_1} = RT_b \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_2 = \nu C_{V,m} \Delta T = C_{V,m} (T_a - T_c) = C_{V,m} T_a \left(1 - \frac{T_c}{T_a}\right)$$

$$Q_2 = C_{V,m} T_b \left(1 - \frac{T_c}{T_b}\right) = C_{V,m} T_b \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)$$

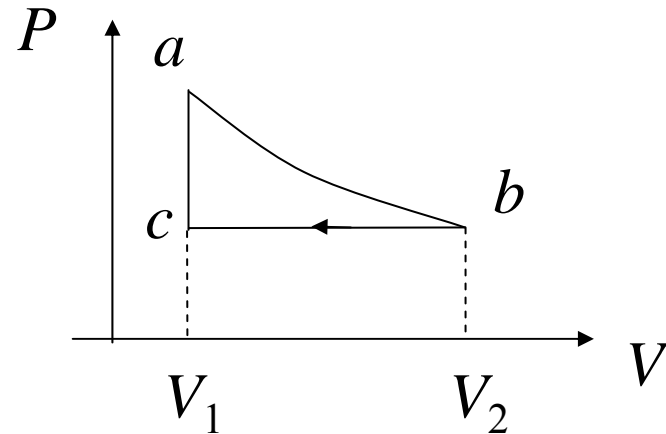
$$|Q_3| = \nu C_{P,m} \Delta T = C_{P,m} (T_b - T_c) = C_{P,m} T_b \left(1 - \frac{T_c}{T_b}\right)$$

$$|Q_3| = C_{P,m} T_b \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_3|}{Q_1 + Q_2} = 1 - \frac{C_{P,m} T_b \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)}{RT_b \ln \frac{V_2}{V_1} + C_{V,m} T_b \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)}$$

$$= 1 - \frac{\frac{5R}{2} \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)}{R \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{3R}{2} \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{5 \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)}{2 \ln \frac{V_2}{V_1} + 3 \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)}$$



其它典型题

1. 2g氢气与2g氦气分别装在两个容积相同的封闭容器内，温度也相同。(氢气视为刚性双原子分子)。
求：(1)氢分子与氦分子的平均平动动能之比；(2)氢气与氦气压强之比；(3)氢气与氦气内能之比。

解：(1) $\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT$ $\bar{\varepsilon}_{tH_2} / \bar{\varepsilon}_{tHe} = 1$

(2) $p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_t$ $\nu_{H_2} / \nu_{He} = \frac{2g}{2g/mol} : \frac{2g}{4g/mol} = 2$

$n_{H_2} / n_{He} = \frac{\nu_{H_2}}{V} : \frac{\nu_{He}}{V} = 2$ $p_{H_2} / p_{He} = 2$

(3) $E = \frac{i}{2}\nu RT$ $E_{H_2} / E_{He} = \frac{i_{H_2}\nu_{H_2}}{i_{He}\nu_{He}} = \frac{5}{3} \times 2 = \frac{10}{3}$

2. A 、 B 、 C 三个容器中皆装有理想气体，它们的分子数密度之比为 $n_A : n_B : n_C = 4 : 2 : 1$ ，而分子的平均平动动能之比为 $\bar{\varepsilon}_A : \bar{\varepsilon}_B : \bar{\varepsilon}_C = 1 : 2 : 4$ ，则它们的压强之比 $p_A : p_B : p_C =$ _____。

答案： 1:1:1

3. 用总分子数 N 、气体分子速率 v 和速率分布函数 $f(v)$ 表示下列各量:

(1) 速率大于 v_0 的分子数 = _____;

(2) 速率大于 v_0 的那些分子的平均速率 = _____;

(3) 多次观察某一分子的速率, 发现其速率大于 v_0 的概率 = _____。

答案: (1) $\int_{v_0}^{\infty} N f(v) \mathrm{d} v$ (2) $\frac{\int_{v_0}^{\infty} v f(v) \mathrm{d} v}{\int_{v_0}^{\infty} f(v) \mathrm{d} v}$

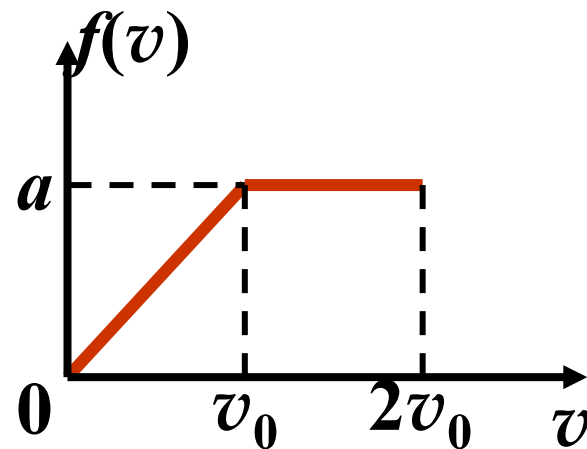
(3) $\int_{v_0}^{\infty} f(v) \mathrm{d} v$

4. N 个粒子, 其速率分布函数为
- $$\begin{cases} f(v) = \frac{a}{v_0} v & (0 \leq v < v_0) \\ f(v) = a & (v_0 \leq v \leq 2v_0) \\ f(v) = 0 & (2v_0 < v < \infty) \end{cases}$$
- (1) 作速率分布曲线并求常数 a ;
- (2) 分别求速率大于 v_0 和小于 v_0 的粒子数;
- (3) 求粒子的平均速率。

解: (1) 速率分布曲线如右图所示:

由归一化条件: $\int_0^{\infty} f(v) \cdot dv = 1$

$$\int_0^{v_0} f(v) \cdot dv + \int_{v_0}^{2v_0} f(v) \cdot dv + \int_{2v_0}^{\infty} f(v) \cdot dv = 1$$

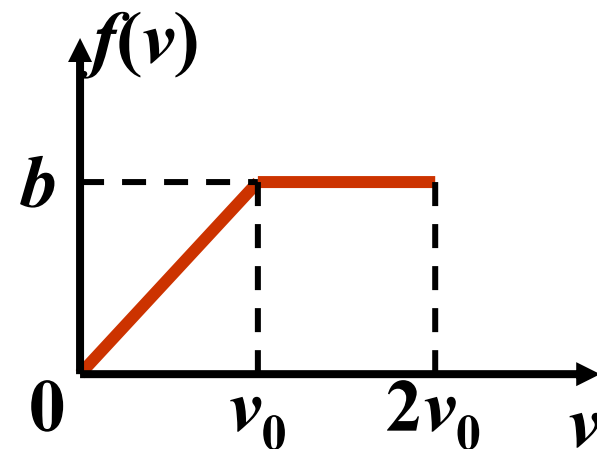


$$\int_0^{v_0} \frac{a}{v_0} v \cdot dv + \int_{v_0}^{2v_0} a \cdot dv + 0 = 1 \quad \frac{a}{v_0} \frac{v_0^2}{2} + a(2v_0 - v_0) = 1 \quad a = \frac{2}{3v_0}$$

另法: 由图可有面积 S $S = \frac{1}{2} a v_0 + a v_0 = \frac{100}{100} \quad a = \frac{2}{3v_0}$

(2) 大于 v_0 的粒子数:

$$\begin{aligned} N_1 &= N \cdot \int_{v_0}^{2v_0} f(v) \cdot dv = N \cdot \int_{v_0}^{2v_0} a dv \\ &= N a v_0 = N \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{v_0}{v_0} = \frac{2}{3} N \end{aligned}$$



小于 v_0 的粒子数: $N - \frac{2}{3}N = \frac{1}{3}N$

(3) 平均速率: $\bar{v} = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) \cdot dv$

$$\bar{v} = \int_0^{v_0} v \cdot f(v) \cdot dv + \int_{v_0}^{2v_0} v \cdot f(v) \cdot dv + 0$$

$$= \int_0^{v_0} v \frac{av}{v_0} \cdot dv + \int_{v_0}^{2v_0} v \cdot a \cdot dv = \frac{11}{9} v_0$$

5. 理想气体经历如图所示过程，其中bd为绝热过程，分析各个过程热容量的符号。

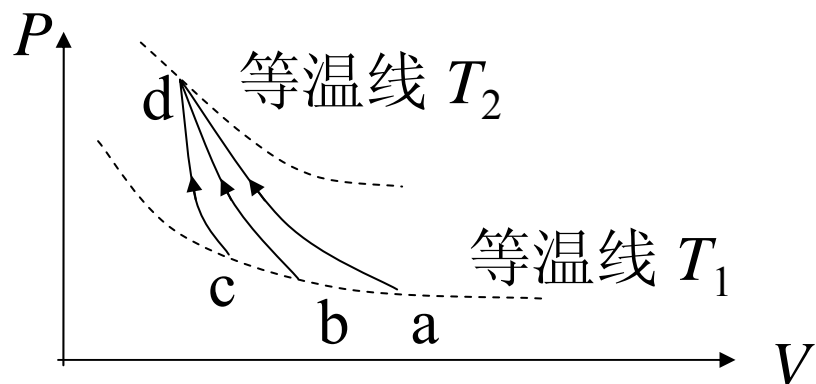
解： $T_2 > T_1$

bd过程：绝热压缩

$$\text{由热一律} \quad \Delta E_{bd} + W_{bd} = 0$$

$$\Delta E_{bd} = -W_{bd}$$

$$C_{bd} = 0$$



ad过程由热一律 $Q_{ad} = \Delta E_{ad} + W_{ad} = \Delta E_{bd} + W_{ad} = -W_{bd} + W_{ad}$

W_{bd} 和 W_{ad} 均为负值。 $|W_{bd}| < |W_{ad}|$ 。

$$Q_{ad} < 0 \quad \Delta T > 0 \quad C_{ad} < 0$$

同理： $C_{cd} > 0$

6.如图，总体积为40L的绝热容器，中间用一隔热板隔开，隔板重量忽略，可以无摩擦的自由升降。A、B两部分各装有1mol的氮气，它们最初的压强是 $1.013 \times 10^5 \text{Pa}$ ，隔板停在中间，现在使微小电流通过B中的电阻而缓缓加热，直到A部分气体体积缩小到一半为止，求在这一过程中：(1)B中气体的过程方程，以其体积和温度的关系表示；(2)两部分气体各自的最后温度；(3)B中气体吸收的热量？

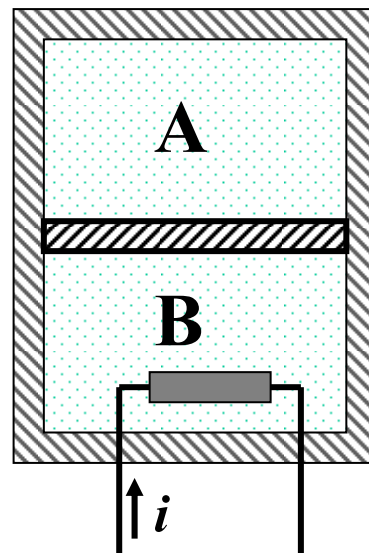
解：(1) $p_A V_A^\gamma = C = p_{A1} V_{A1}^\gamma = 1.013 \times 10^5 \times 0.02^{1.4} = 4.2 \times 10^2$

活塞上升过程中， $p_A = p_B$ ， $V_A = V - V_B = 0.04 - V_B$

B中气体的过程方程为： $p_B (0.04 - V_B)^\gamma = 4.2 \times 10^2$

$$p_B = \frac{RT_B}{V_B}$$

$$T_B (0.04 - V_B)^\gamma = 51 V_B$$



$$(2) \quad T_{A2} = T_{A1} \left(\frac{V_{A1}}{V_{A2}} \right)^{\gamma-1} = \frac{p_{A1} V_{A1}}{R} \left(\frac{V_{A1}}{V_{A2}} \right)^{\gamma-1} = 322\text{K}$$

$$T_{B2} = \frac{51V_{B2}}{(0.04 - V_{B2})^\gamma} = 965\text{K}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad Q_B &= \Delta E_B + A_B = \frac{i}{2} R (T_{B2} - T_{B1}) + \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} p_B dV_B \\ &= \frac{i}{2} R \left(T_{B2} - \frac{p_{B1} V_{B1}}{R} \right) + \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} \frac{4.2 \times 10^2}{(0.04 - V_{B2})^\gamma} dV_B \\ &= 1.66 \times 10^4 \text{J} \end{aligned}$$

7. 1mol双原子分子理想气体作如图的可逆循环过程，其中1—2为直线，2—3为绝热线，3—1为等温线。已知 $T_2 = 2T_1$, $V_3 = 8V_1$ 。试求：(1)各过程的功，内能增量和传递的热量(用 T_1 和已知常数表示)；(2)此循环的效率 η 。

解：(1) 1—2任意过程

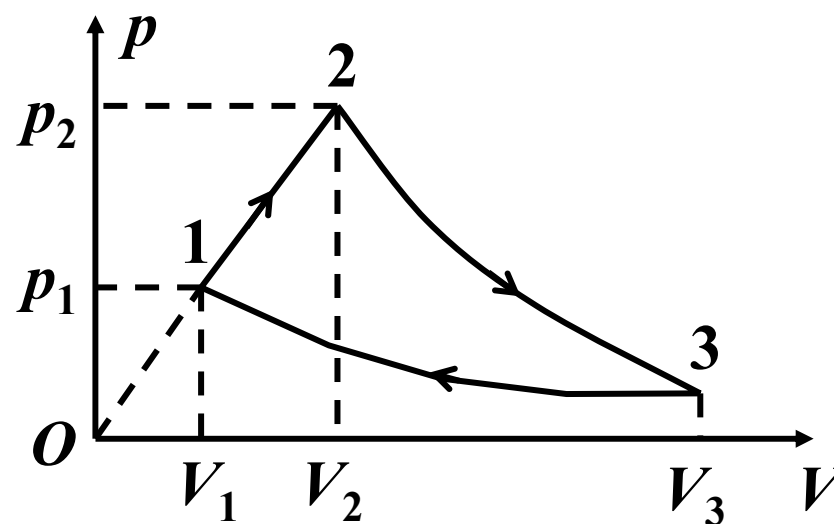
$$\Delta E_1 = C_V(T_2 - T_1)$$

$$= C_V(2T_1 - T_1) = \frac{5}{2}RT_1$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

$$= \frac{1}{2}RT_2 - \frac{1}{2}RT_1 = \frac{1}{2}RT_1$$

$$Q_1 = \Delta E_1 + A_1 = \frac{5}{2}RT_1 + \frac{1}{2}RT_1 = 3RT_1$$

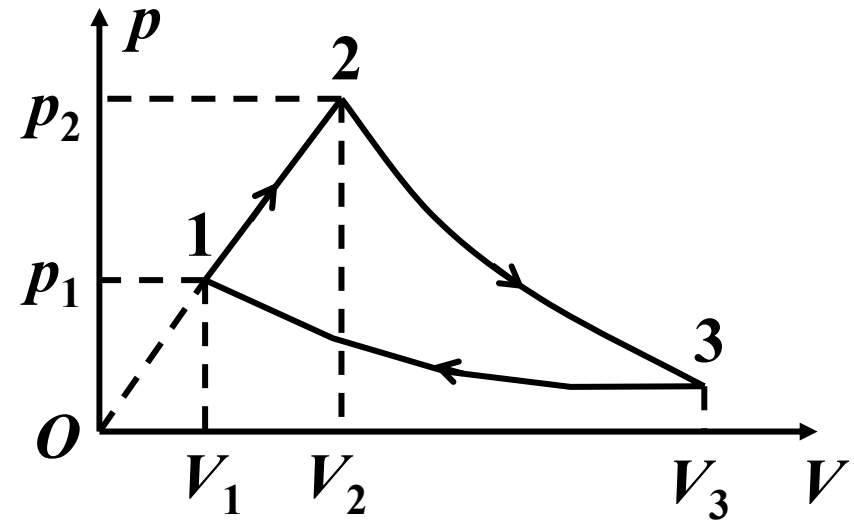


2—3绝热膨胀过程

$$\Delta E_2 = C_V(T_3 - T_2)$$

$$= C_V(T_1 - T_2) = -\frac{5}{2}RT_1$$

$$A_2 = -\Delta E_2 = \frac{5}{2}RT_1$$



$$Q_2 = 0$$

3—1等温压缩过程 $\Delta E_3 = 0$

$$A_3 = -RT_1 \ln(V_3 / V_1) = -RT_1 \ln(8V_1 / V_1) = -2.08RT_1$$

$$Q_3 = A_3 = -2.08RT_1$$

$$(2) \eta = 1 - |Q_3| / Q_1 = 1 - 2.08RT_1 / (3RT_1) = 30.7\%$$

8.如图所示，在绝热刚性容器中有一可无摩擦移动且不漏气的极薄导热隔板，将容器分为A、B两部分。A、B中分别有1mol的氦气和1 mol的氮气，它们可被视为刚性分子理想气体。已知初态氦气和氮气的温度分别为 $T_A=300\text{K}$ 、 $T_B=400\text{K}$ ，压强均为1atm。忽略导热板的质量并不计其体积的变化，求：

- (1)整个系统达到平衡时两种气体的温度。
- (2)整个系统达到平衡时两种气体的压强。
- (3)氮气末态与初态的熵差。



解：(1) 将氦气和氮气作为一个系统，因为容器是绝热刚性的，所以系统进行的过程与外界没有热交换，系统对外不作功。由热力学第一定律可知，系统的总内能始终不变，即

$$C_{V,mA} (T - T_A) + C_{V,mB} (T - T_B) = 0$$

$$C_{V,mA}(T - T_A) + C_{V,mB}(T - T_B) = 0$$

$$T = \frac{C_{V,mA}T_A + C_{V,mB}T_B}{C_{V,mA} + C_{V,mB}} = \frac{\frac{3}{2}RT_A + \frac{5}{2}RT_B}{\frac{3}{2}R + \frac{5}{2}R} = 362.5 \text{ K}$$

(2) 设A、B两部分初态的体积为 V_A 、 V_B ，末态的体积为 V'_A 、 V'_B ，则有

$$V_A + V_B = V'_A + V'_B$$

$$\frac{RT_A}{p_A} + \frac{RT_B}{p_B} = 2 \frac{RT}{p} \quad p = \frac{2T}{T_A + T_B} p_A = 1.04 \text{ atm}$$

(3) 由理想气体的克劳修斯熵变公式

$$\Delta S = C_{pB} \ln \frac{T}{T_B} + R \ln \frac{p_B}{p} = \frac{7}{2} \times 8.31 \times \ln \frac{362.5}{400} + 8.31 \times \ln \frac{1}{1.04} = -3.19 \text{ J/K}$$

9. 1 kg 0 °C 的冰与恒温热库 ($t = 20\text{ °C}$) 接触, 求冰全部溶化成水的熵变? (熔解热 $\lambda = 334\text{ J/g}$)

思路:

- 为不等温热传导过程, 不可逆。
- 设想冰与 0 °C 恒温热源接触可逆地吸热

解: 冰等温融化成水的熵变:

$$\Delta S_{\text{溶化}} = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{m\lambda}{273.15+t} = \frac{10^3 \times 334}{273.15} = 1.22 \times 10^3 \text{ J/K}$$

另求: 此不等温热传导过程的总熵变

$t = 20\text{ °C}$ 的恒温热库发生的熵变:

$$\Delta S_{\text{热库}} = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{-m\lambda}{273.15+t} = \frac{-10^3 \times 334}{293.15} = -1.14 \times 10^3 \text{ J/K}$$

总熵变 $\Delta S_{\text{总}} = \Delta S_{\text{溶化}} + \Delta S_{\text{热库}} = 80 \text{ J/K}$ 符合热二律。

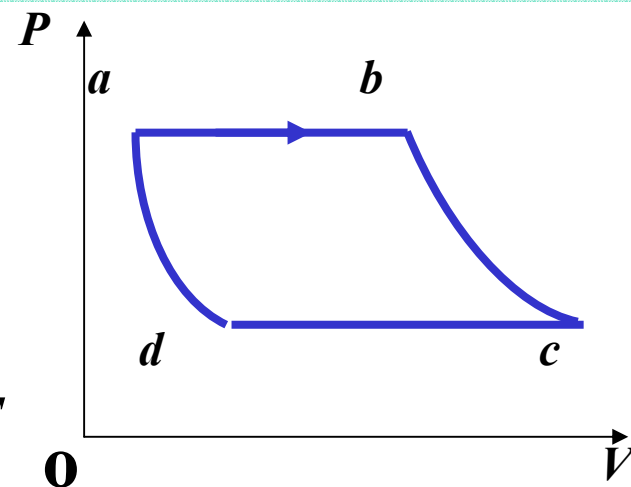
10. 一热力学系统由2mol单原子与2mol双原子(无振动)理想气体混合而成。该系统经过一如图所示的 $abcd$ 可逆循环过程, 其中 ab , cd 为等压过程, bc , da 为绝热过程, 且 $T_a=300\text{K}$, $T_b=900\text{K}$, $T_c=450\text{K}$, $T_d=150\text{K}$, $V_a=3\text{m}^3$ 。求: 1)混合气体的定容和定压摩尔热容; 2) ab , cd 过程系统与外界交换的热量; 3)循环的效率; 4)循环的系统熵变。

解: 1) 设 ν_1 mol 定容摩尔热容 $C_{1V,\text{mol}}$ 的气体与 ν_2 mol 定容摩尔热容 $C_{2V,\text{mol}}$ 的另一种气体混合, 则在等容中气体温度升高 dT 后吸热为

$$dQ = dQ_1 + dQ_2 = \nu_1 C_{1V,\text{mol}} dT + \nu_2 C_{2V,\text{mol}} dT$$

由定义得 $(\nu_1 + \nu_2)$ mol 混合气体的定容摩尔热容为

$$C_{V,\text{mol}} = \frac{dQ}{(\nu_1 + \nu_2)dT} = \frac{\nu_1 C_{1V,\text{mol}} + \nu_2 C_{2V,\text{mol}}}{\nu_1 + \nu_2}$$

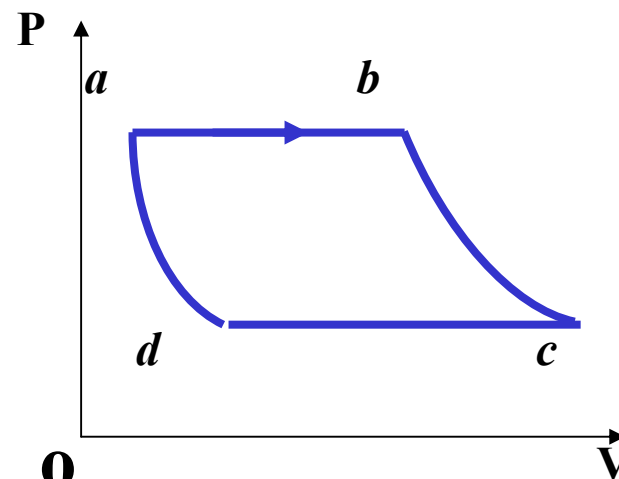


同理可得 $(\nu_1 + \nu_2)$ mol混合气体的定压摩尔热容为

$$C_{P,\text{mol}} = \frac{\mathrm{d}Q}{(\nu_1 + \nu_2)\mathrm{d}T} = \frac{\nu_1 C_{1P,\text{mol}} + \nu_2 C_{2P,\text{mol}}}{\nu_1 + \nu_2}$$

$$\therefore C_{V,\text{mol}} = \frac{2 \times \frac{3R}{2} + 2 \times \frac{5R}{2}}{2 + 2} = 2R$$

$$\therefore C_{P,\text{mol}} = \frac{2 \times \frac{5R}{2} + 2 \times \frac{7R}{2}}{2 + 2} = 3R$$



2) ab 为等压吸热过程, 吸收的热量为

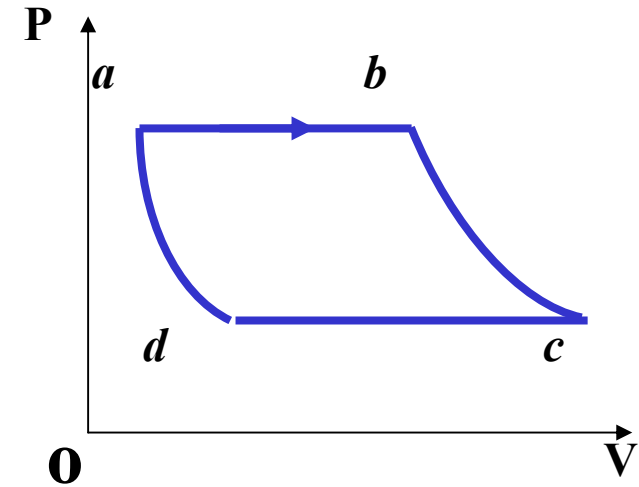
$$\begin{aligned} Q_{ab} &= (\nu_1 + \nu_2) C_{P,\text{mol}} (T_b - T_a) \\ &= 4 \times 3 \times 8.31 \times (900 - 300) = 5.98 \times 10^4 \text{ (J)} \end{aligned}$$

cd 为等压放热过程, 放出的热量为

$$Q_{cd} = 4 \times 3 \times 8.31 \times (150 - 450) = -2.99 \times 10^4 \text{ (J)}$$

3) 循环吸收的热量 $Q_1 = Q_{ab}$
 循环放出的热量 $Q_2 = |Q_{cd}|$

$$\therefore \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{2.99 \times 10^4}{5.98 \times 10^4} = 50\%$$



4) ab 过程系统的熵变:

$$\begin{aligned} \Delta S_{ab} &= \int_a^b \frac{dQ}{T} = \int_{T_a}^{T_b} \frac{(\nu_1 + \nu_2) C_{P,\text{mol}} dT}{T} \\ &= (\nu_1 + \nu_2) C_{P,\text{mol}} \ln \frac{T_b}{T_a} = 1.10 \times 10^2 (\text{J} \cdot \text{K}^{-1}) \end{aligned}$$

cd 过程系统的熵变: $\Delta S_{cd} = -1.10 \times 10^2 (\text{J} \cdot \text{K}^{-1})$

bc, da 为可逆绝热过程, 系统的熵变: $\Delta S_{bc} = 0, \Delta S_{da} = 0$

循环过程的系统熵变:

$$\Delta S_{abcda} = \Delta S_{ab} + \Delta S_{bc} + \Delta S_{cd} + \Delta S_{da} = 0$$