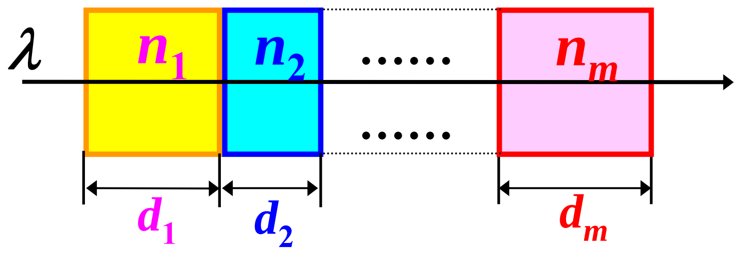
光 学 复 习

1.光程 Δ :

$$\Delta = n\,r$$



光程 $\Delta = \Sigma(n_i d_i)$

2. 光程差 δ

光程之差 $\delta = \Delta_2 - \Delta_1$

光程差 δ 与相差 Δφ 的关系

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

3. 透镜的等光程性　使用透镜不会产生附加光程差

半波损失

- 入射光从光疏（n_1小）掠射（ 入射角 约 90°) 或正射(入射角约0°) 到光密媒质（n_2 大)的界面时，产生半波损失。
- 光密 → 光疏无半波损失。
- 折射无半波损失。

干 涉

杨氏双缝干涉、洛埃镜

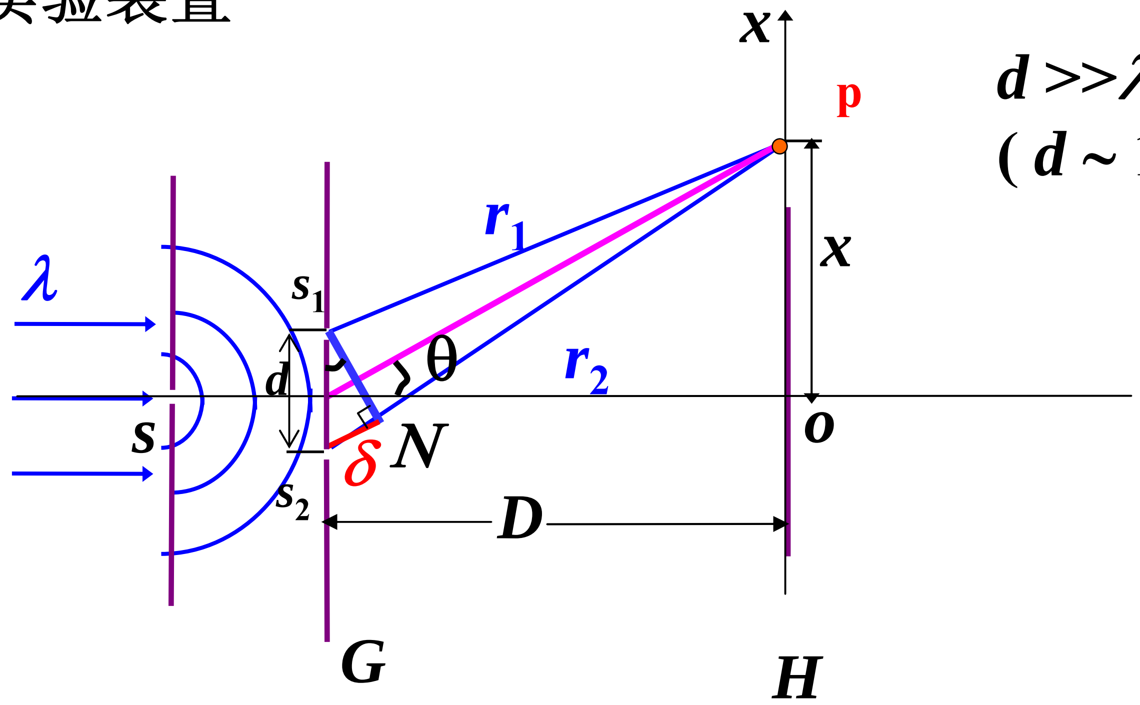
薄膜干涉

迈克耳逊干涉仪

装置，光程差，明暗纹条件，条纹特点及动态分析

§1 杨氏双缝干涉

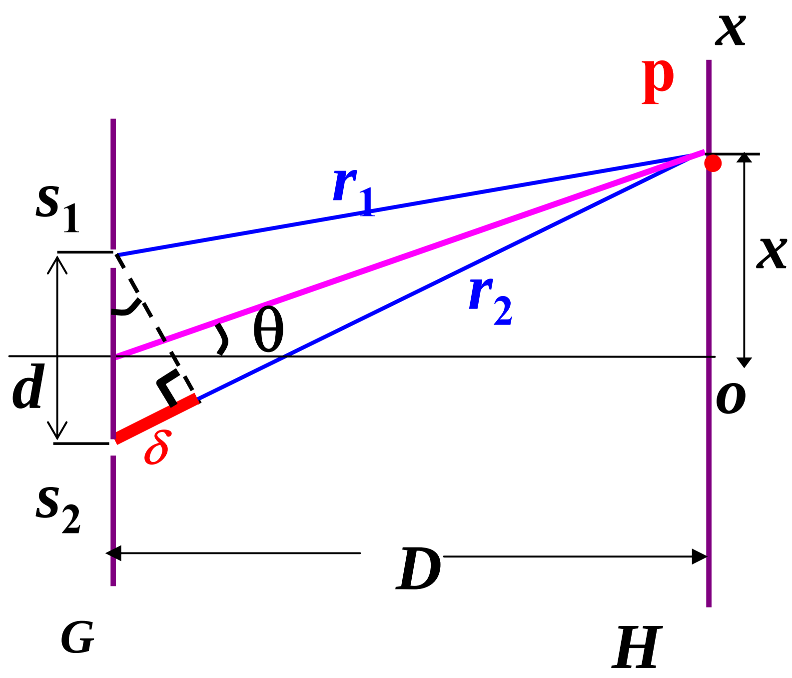
一. 实验装置



$d >> \lambda$， $D >> d$

$(d \sim 10^{-4}$ m, $D \sim$ m)

二、明暗纹条件



单色光入射 $\delta = r_2 - r_1$

θ ：位置角

明纹：$\delta \approx d\sin\theta = \pm k\lambda$

$k = 0,1,2\ldots$ 相长，光强最强

零级、一级… 明纹

暗纹：$\delta \approx d\sin\theta = \pm(2k-1)\lambda/2$

$k = 1,2\ldots$ 相消，光强最弱

一级、二级… 暗纹

δ 为其它值，光强位于最亮与最暗之间

三、明暗纹位置

$$\delta = d\sin\theta = \pm k\lambda$$

$$\delta = d\sin\theta = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2}$$

$$x = D\tan\theta \approx D\sin\theta$$

明纹中心： $x = D\sin\theta = D(\pm\frac{k}{d})\lambda,\ k = 0,1,2\cdots$

$$x = \pm k\frac{D}{d}\lambda$$

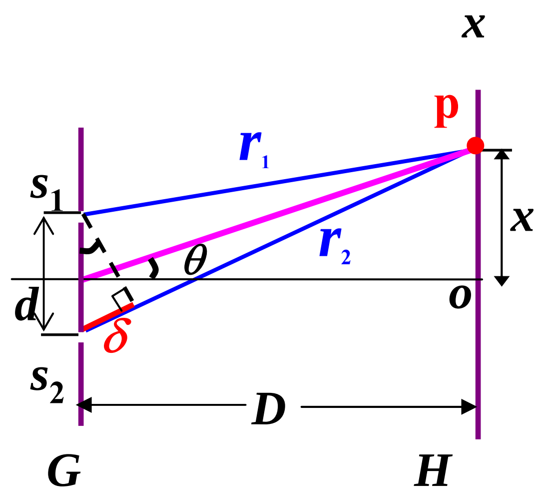
暗纹中心： $x = D\sin\theta = D[\pm(2k-1)\frac{\lambda}{2d}]$ k=1,2,3…

$$x = \pm(2k-1)\frac{D}{2d}\lambda$$

相邻明（暗）纹间的距离

$$\Delta x = (k+1)\frac{D}{d}\lambda - k\frac{D}{d}\lambda$$

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

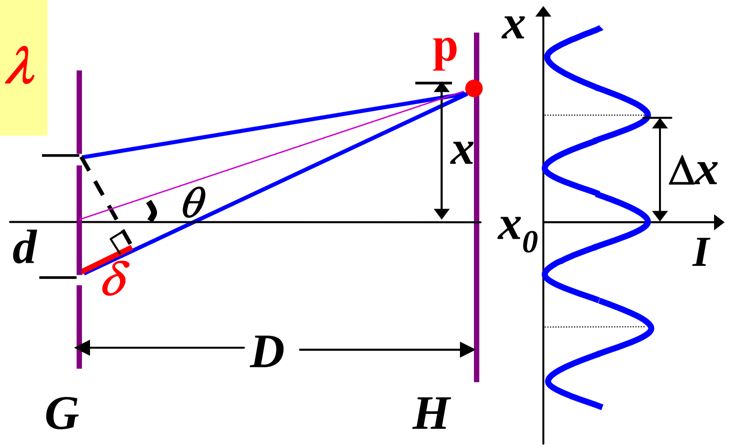


□ θ不太大时，Δx 与 k无关，条纹等间距排列

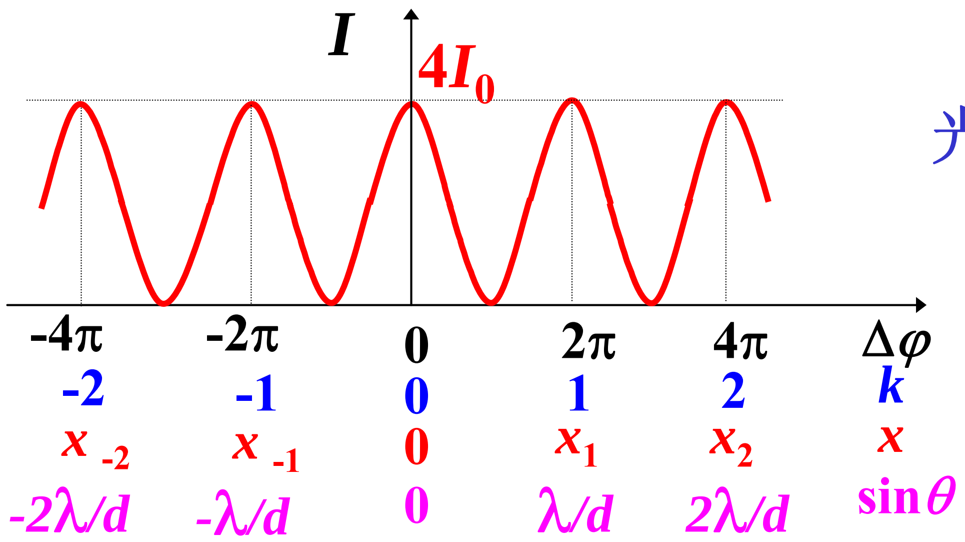
$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

□ 波长 λ 一定， $\Delta x \propto D$, $\Delta x \propto 1/d$,

□ D,d 一定， $\Delta x \propto \lambda$



四、光强分布：



光强曲线

五、条纹特点

单色光入射 (1) 一系列平行的明暗相间的条纹；

(2) θ不太大时条纹等间距；

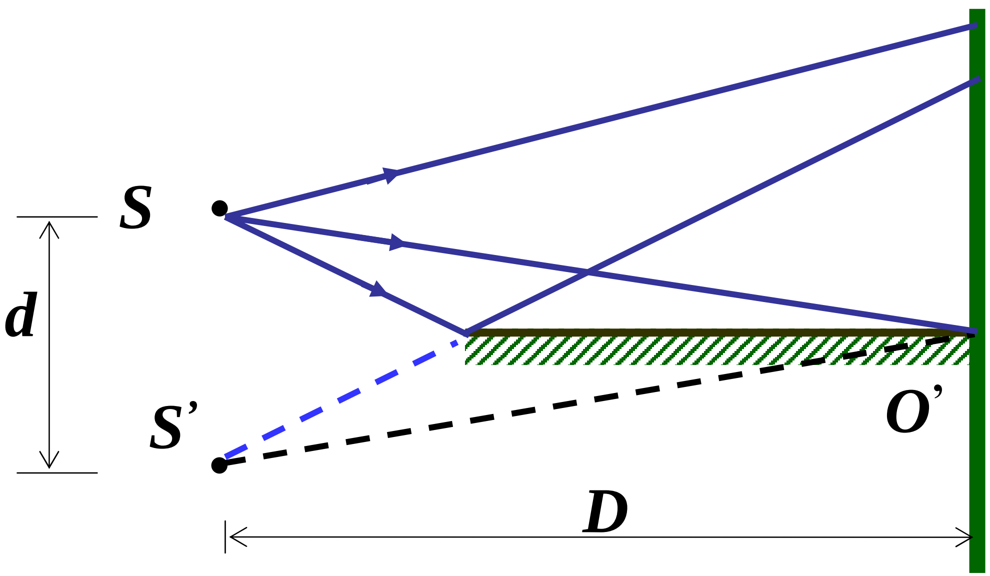
(3) 中间级次低；

(4) $\Delta x \propto \lambda$

白光入射 $$x = \pm k \frac{D}{d} \lambda$$

零级明纹为白色，
其它亮纹构成彩带，由紫到红，
第二级开始重合

洛埃镜



O′ 处为暗纹

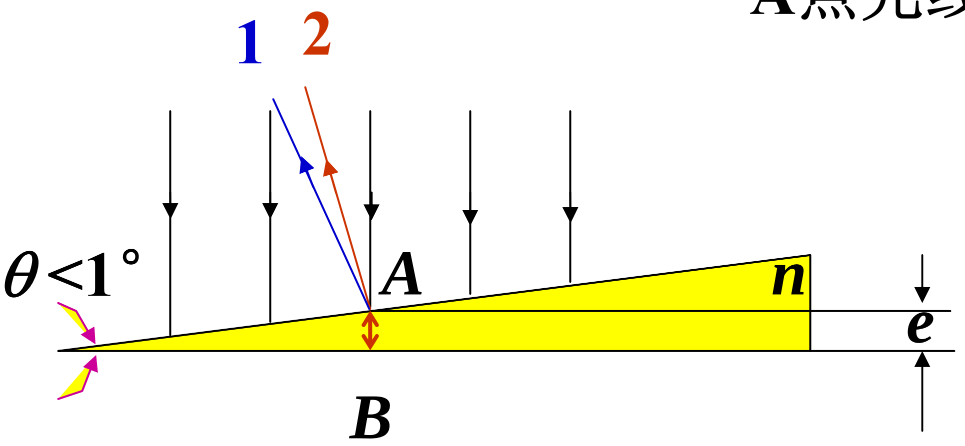
半波损失

相位突变了π

相当于多走了半个波长

§2 薄膜干涉（一）

一、劈尖干涉



A点光线 $\begin{cases} \text{在A点反射} \rightarrow \text{反射线1} \\ \text{A} \rightarrow \text{B} \rightarrow \text{A透射} \rightarrow \text{光线2} \end{cases}$

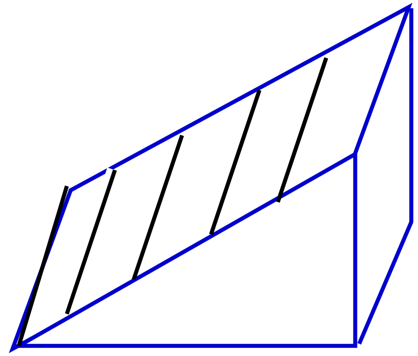
在薄膜上表面相遇，发射干涉

$$\delta(e) = 2ne + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda, \ k = 1,2,3,\cdots & \text{明纹} \\ = (2k'+1)\dfrac{\lambda}{2}, \ k' = 0,1,2,\cdots & \text{暗纹} \end{cases}$$

同一厚度 e 对应同一级条纹 —— 等厚条纹

条纹特点：

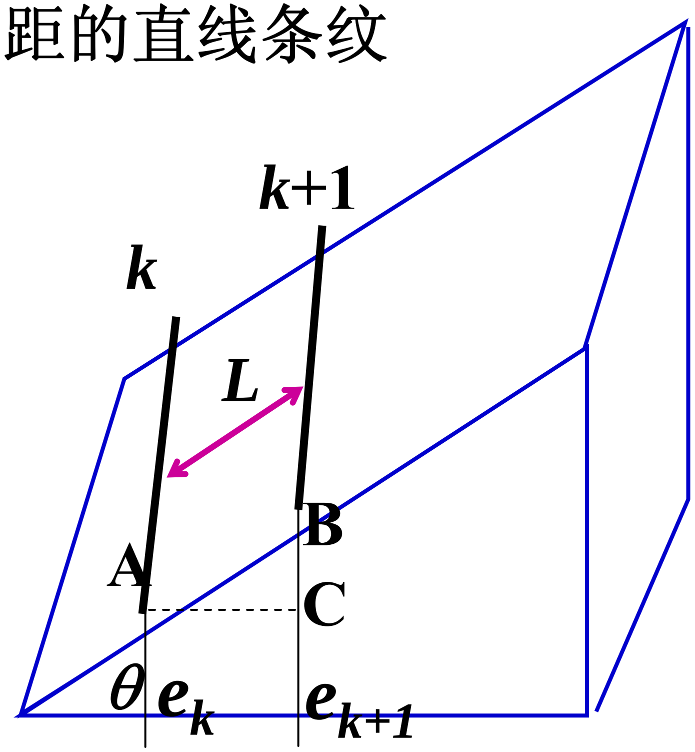
1. 平行光入射 $i=0$, $\delta(e)=2ne+\frac{\lambda}{2}$



与劈尖棱平行的直线上的各点 e 相同，在一个干涉级上，干涉花样为与劈尖棱平行的等间距的直线条纹 — 等厚条纹

2 棱边 $e=0$ $\delta=\lambda/2$ 暗纹

3 相邻明（暗）纹间距 L



k 级明纹 $2ne_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$

k+1 级明纹 $2ne_{k+1}+\frac{\lambda}{2}=(k+1)\lambda$

$$e_{k+1}-e_k=\frac{\lambda}{2n}$$

$$e_{k+1}-e_k=\frac{\lambda}{2n}$$

$$L=\frac{e_{k+1}-e_k}{\sin\theta}=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

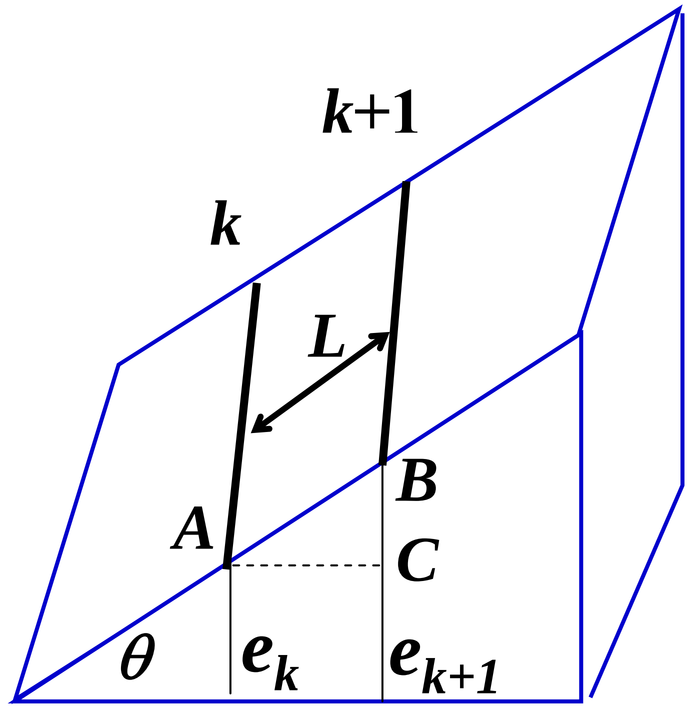
$$L=\frac{\lambda}{2n\theta}$$

L与 k 无关，条纹等间距

$L\propto\lambda$

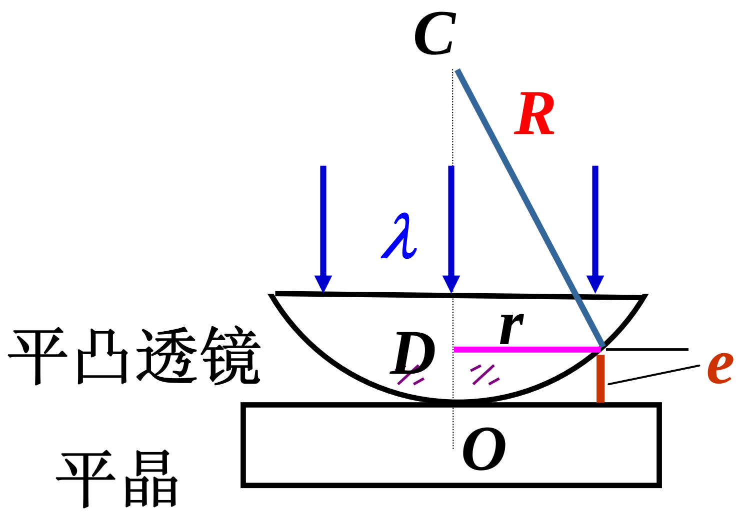
$L\propto\dfrac{1}{\theta}$ $\theta\uparrow$， $L\downarrow$条纹变密

$L\propto\dfrac{1}{n}$ n 增大条纹变密

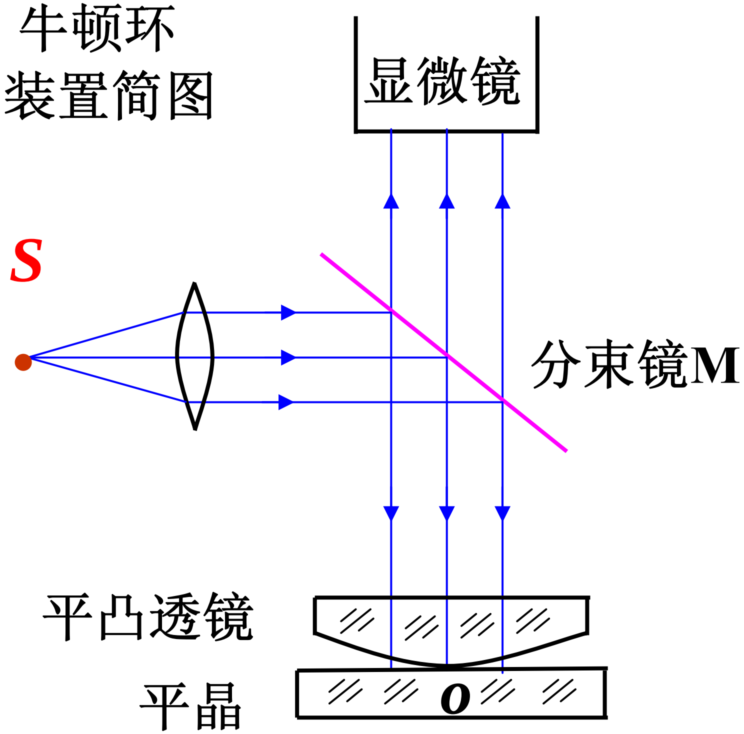


§3 薄膜干涉（二）牛顿环干涉

1. 装置

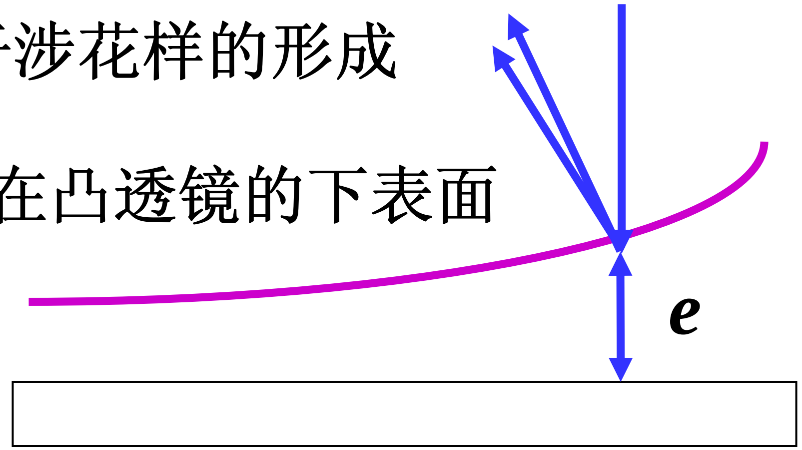


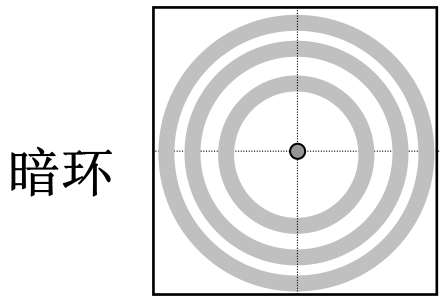
牛顿环
装置简图



干涉花样的形成

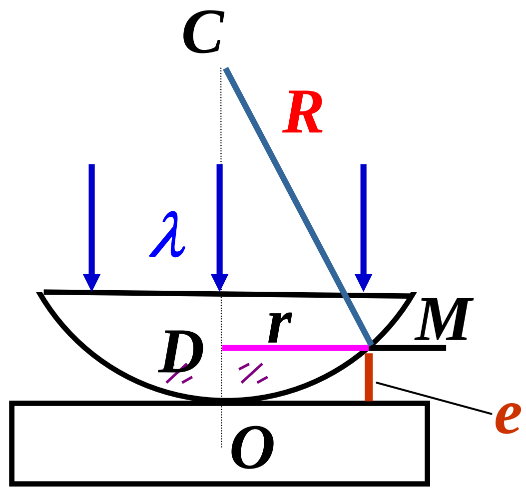
定域在凸透镜的下表面





2. 明暗环公式

垂直入射 $i=0$，反射光中观察花纹



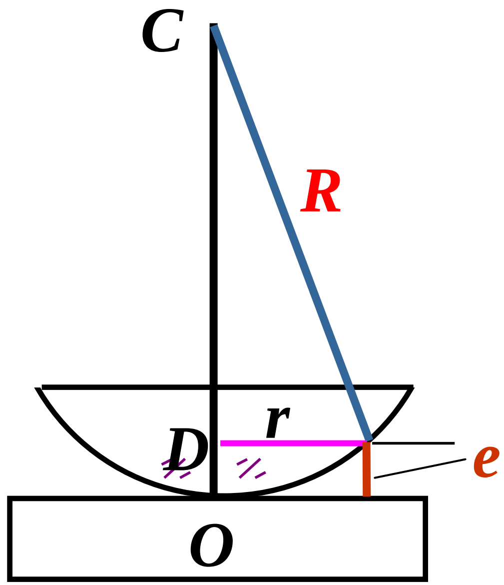
$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$$

$$\begin{cases} = k\lambda,\ k = 1,2,3,\cdots & \text{明纹} \\ = (2k'+1)\dfrac{\lambda}{2},\ k' = 0,1,2,\cdots & \text{暗纹} \end{cases}$$

O 处，$e=0$，暗斑

厚度相同的点构成环形 ——牛顿环

3. 明暗环半径（反射光中）



$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 \approx 2Re$$

暗环： $\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

$$e = k\frac{\lambda}{2} \qquad r^2 = 2Rk\frac{\lambda}{2}$$

$\Rightarrow$ 第k个暗环半径 $\quad r_k = \sqrt{kR\lambda}$

明环 $\quad \delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad e = (k - \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$

$(k = 1, 2, \ \ldots)$

$\Rightarrow$第 k 个明环半径 $\quad r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$

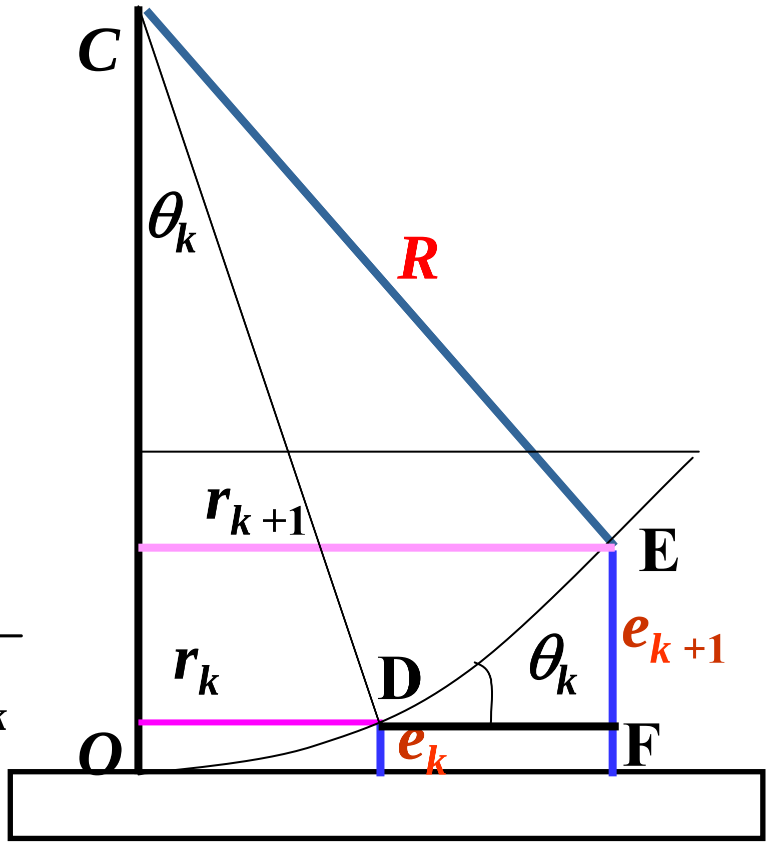
4. 干涉条纹特点 $\delta = 2e + \dfrac{\lambda}{2}$

- 花纹为以触点O为圆心的明暗相间的圆，从中心向外干涉级次越来越高

- 条纹内疏外密

相邻明（暗）环半径差

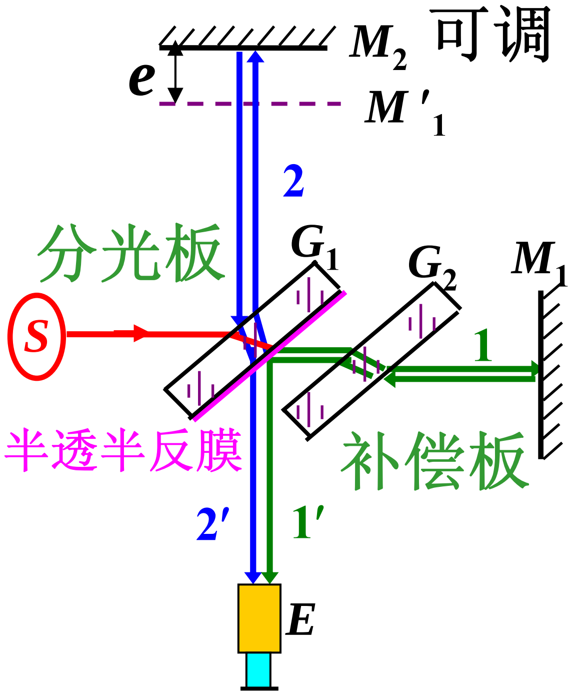
$$\Delta r = r_{k+1} - r_k = \frac{e_{k+1} - e_k}{\tan\theta_k} \approx \frac{\lambda}{2\theta_k}$$



- 凸透镜上移，条纹缩进

- 白光入射，同一级条纹，红色在外圈，紫色在内圈

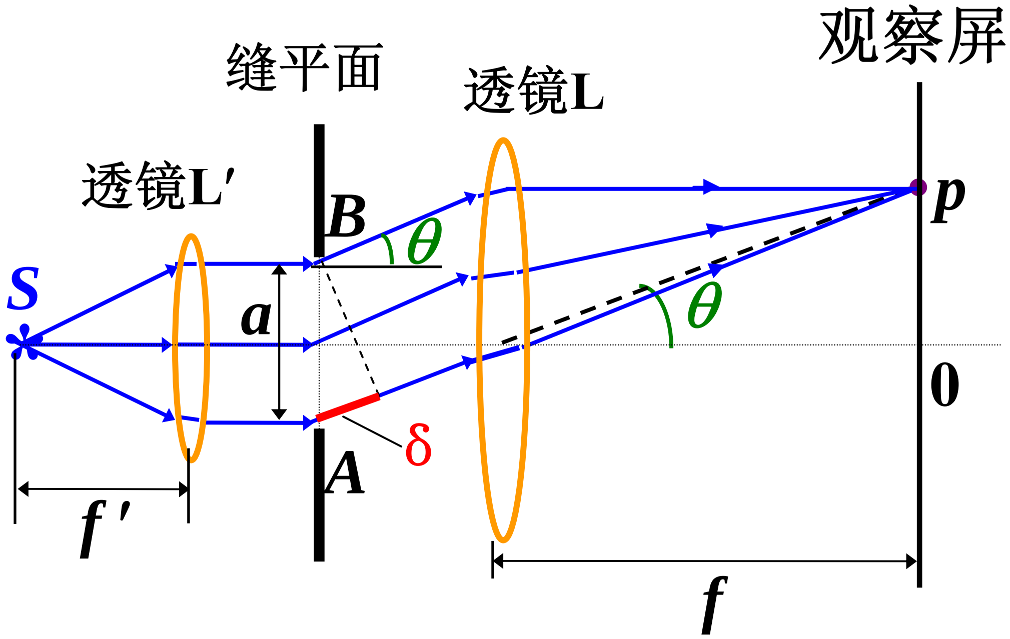
迈克耳逊干涉仪



光 的 衍 射

§1 单缝的夫琅禾费衍射、半波带法

一. 装置



S: 单色光源

$$\overline{AB} = a \text{ (缝宽)}$$

二、半波带法

三、明暗纹条件

$$a\sin\theta = 0$$ —— 中央明纹(中心)

$$a\sin\theta = \pm(2k'+1)\frac{\lambda}{2},\quad k' = 1,2,3\cdots$$ —— 明纹中心(近似)

$$a\sin\theta = \pm k\lambda,\quad k = 1,2,3\cdots$$ ——暗纹(中心)

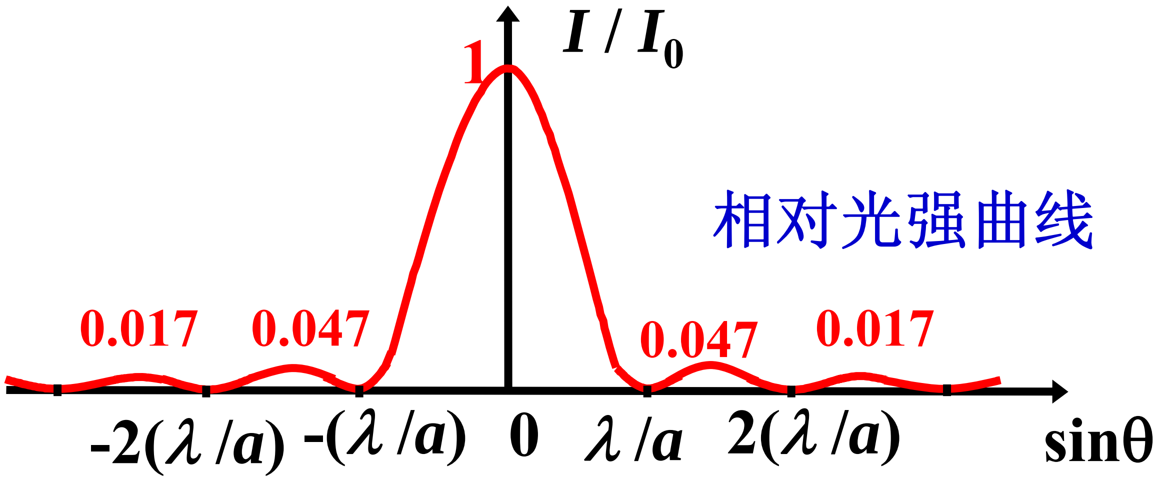
若 $a\sin\theta$ 不是半波长的整数倍，亮度介于最明和最暗之间。

四、光强分布

$I_1 = 4.7\ \%\ I_0$

$I_2 = 1.7\ \%\ I_0$

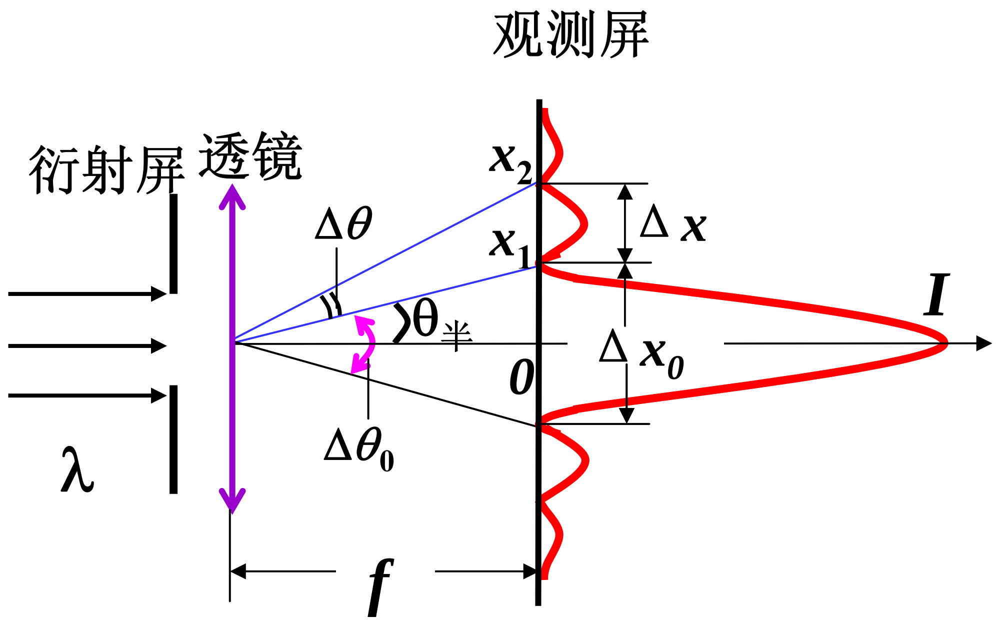
$I_3 = 0.8\ \%\ I_0$



五. 条纹宽度

1. 角宽度

某一亮纹的角宽度为该亮纹两侧两相邻暗纹中心对透镜光心所张的角度。



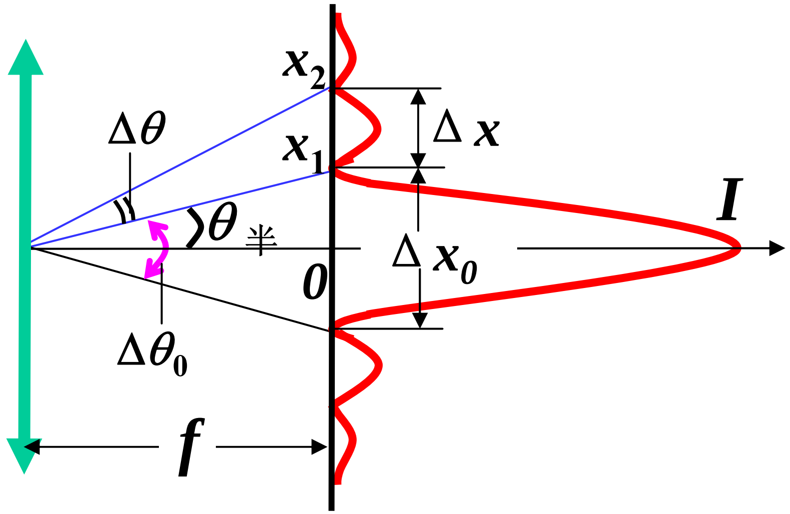
k 级明纹角宽度

对k 级暗纹

$$a\sin\theta_k=\pm k\lambda$$

$$\sin\theta_k\approx\theta_k$$

$$\theta_k=\frac{k\lambda}{a}$$



故 k 级明纹角宽度 $\Delta\theta_k=\theta_{k+1}-\theta_k=\frac{(k+1)\lambda}{a}-\frac{k\lambda}{a}=\frac{\lambda}{a}$

中央明纹角宽度

$$\Delta\theta_0=\theta_{+1}-\theta_{-1}=\frac{\lambda}{a}-(-\frac{\lambda}{a})=\frac{2\lambda}{a}$$

中央明纹半角宽度 $\Delta\theta_半=\frac{\lambda}{a}$

2　亮纹的线宽度

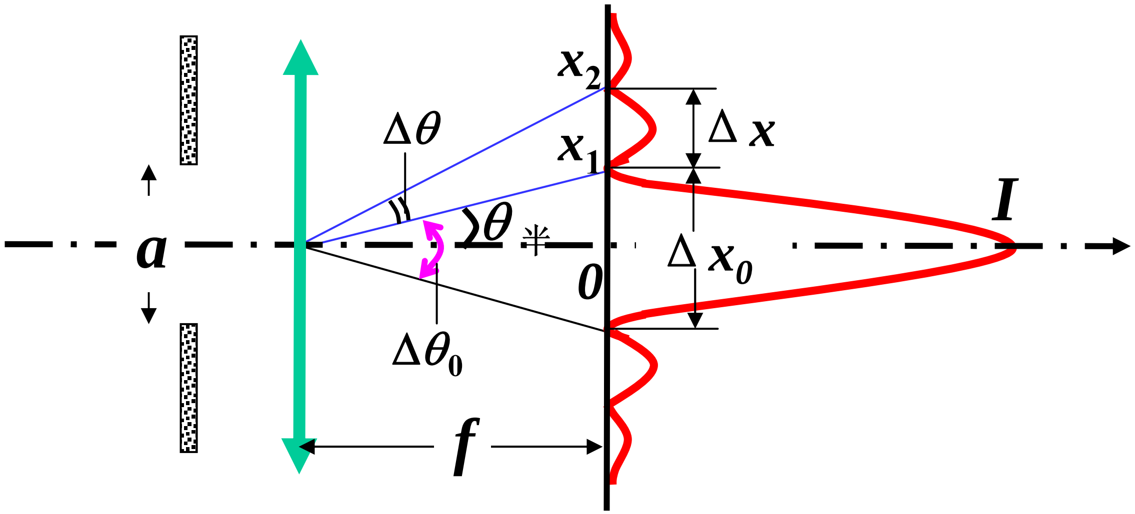
中央亮纹　$\Delta x_0 = 2f\ \tan\theta_{半} = 2f\ \theta_{半} = 2f\,\dfrac{\lambda}{a}$

$$\Delta x_0 \propto \frac{\lambda}{a}$$ ——衍射反比定律

其它次极大

$$\Delta x = f\,\Delta\theta$$

$$= f\,\frac{\lambda}{a}$$



讨论：

$$\theta_k = \frac{k\lambda}{a} \qquad \Delta\theta_{半} = \frac{\lambda}{a} \qquad \Delta x = f\frac{\lambda}{a}$$

♉ 波长对条纹宽度的影响

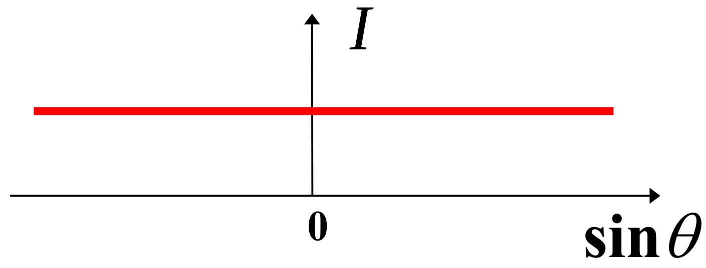
缝宽a 一定，$\lambda\uparrow$，$\Delta\theta_{半}\uparrow$，$\Delta x \propto \lambda$，波长越长，条纹宽度越宽.

♉ 缝宽变化对条纹的影响

☼ $\Delta x = \frac{1}{2}\Delta x_0 = f\frac{\lambda}{a}$ 缝宽越小，条纹宽度越宽

当$a > \lambda$且$\frac{\lambda}{a} \to 1$时，$\theta_1 \to \frac{\pi}{2}$，

屏幕上一片亮。



☼ 当$a >> \lambda$时，$\frac{\lambda}{a} \to 0$ $\quad \Delta x \to 0$

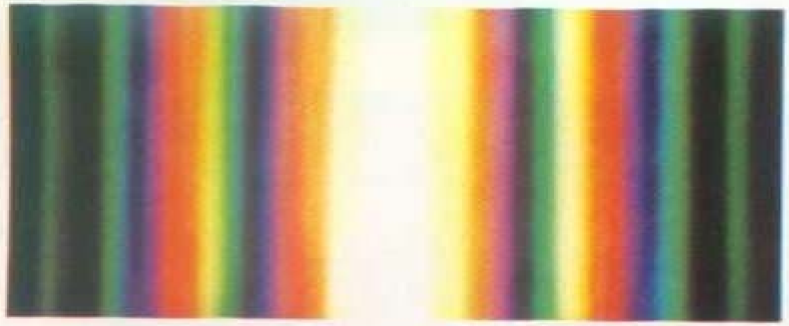
只显出单一的明条纹——单缝的几何光学像

∴几何光学是波动光学在$\lambda/a \to 0$时的极限情形.

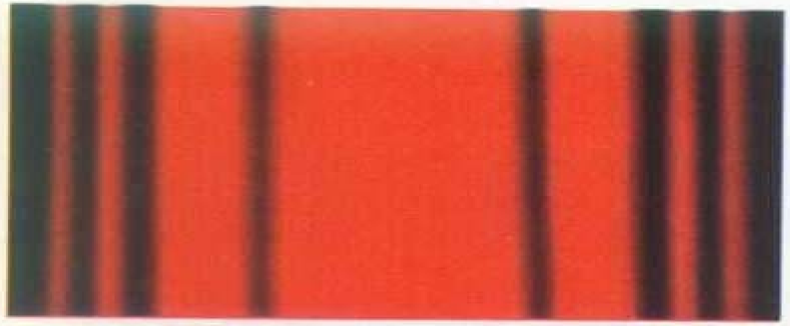
♉ 白光入射单缝

中央　白色明纹
两侧 对称彩带，由紫到红

♉ 单缝上下平移，
屏上衍射条纹位置不变



B. Passing white light through a single slit produces this diffraction pattern.



Red light passed through the same slit produces this pattern.

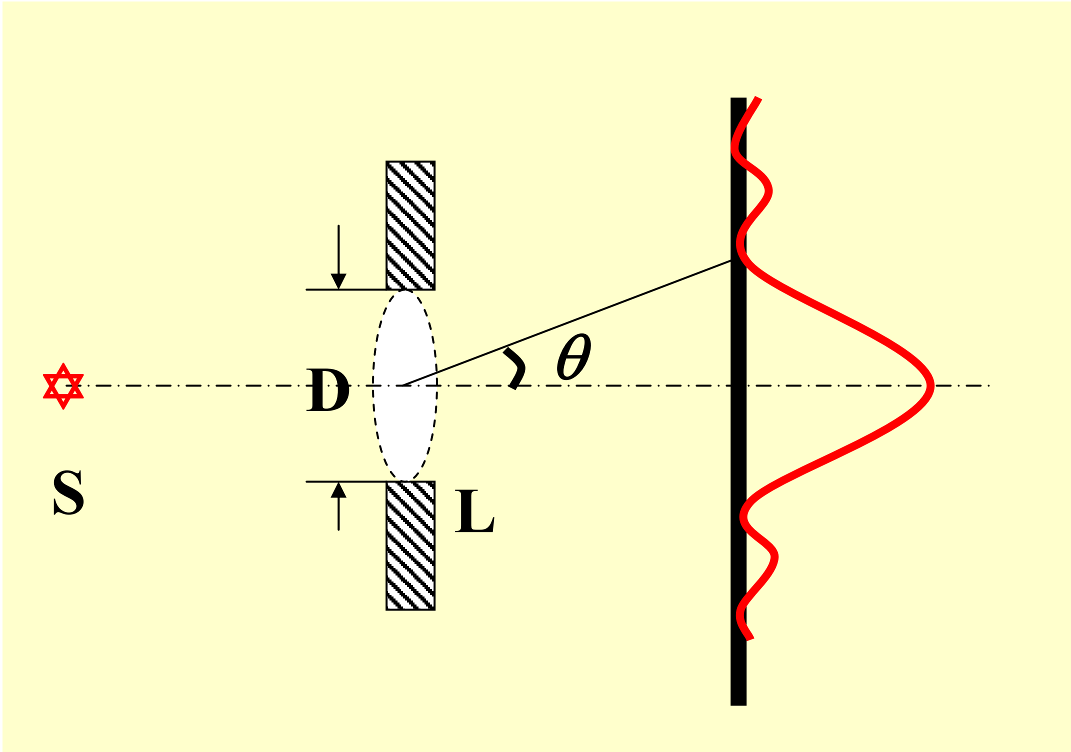
♉ 以上明、暗纹公式只适用于平行光垂直单缝入射，入射光线倾斜，需考虑入射光的光程差。

§2　圆孔的夫琅禾费衍射

第一极小的角位置

$$\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

Figure 25.35 Diffraction pattern from a circular aperture on a distant screen.



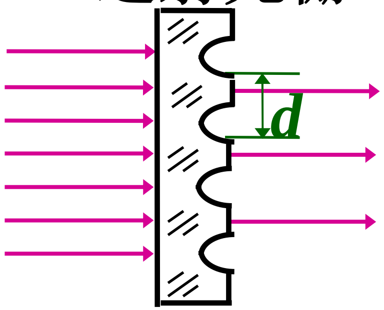
§3 光栅衍射

一、 光栅

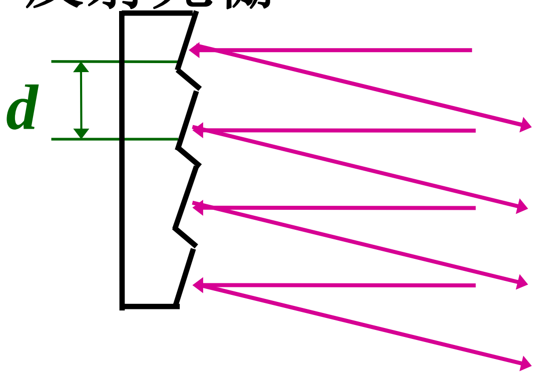
1. 光栅 —大量等宽等间距的平行狭缝(或反射面)构成的光学元件。

2. 种类:

透射光栅



反射光栅



晶体–天然光栅

一般光栅

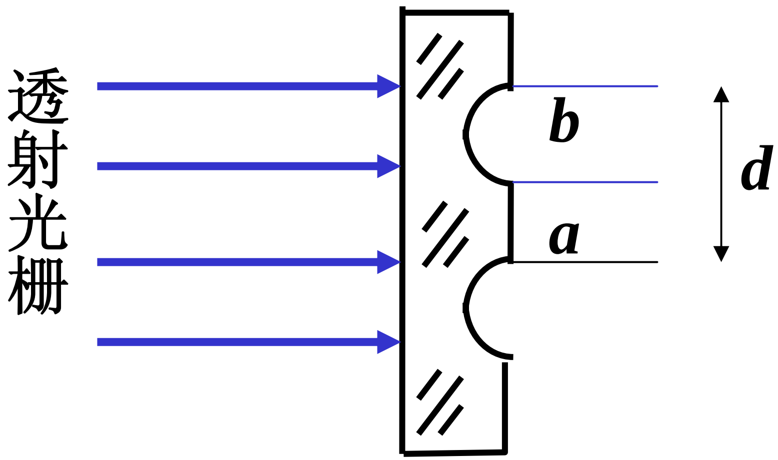
几十—几千条缝/mm

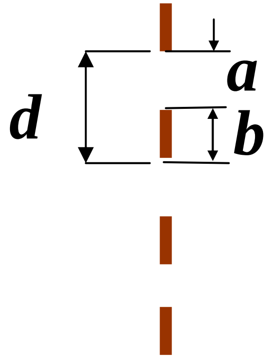
3. 光栅常数

a 是透光（或反光）部分的宽度

b 是不透光(或不反光)部分的宽度

$d = a+b$ — 光栅常数

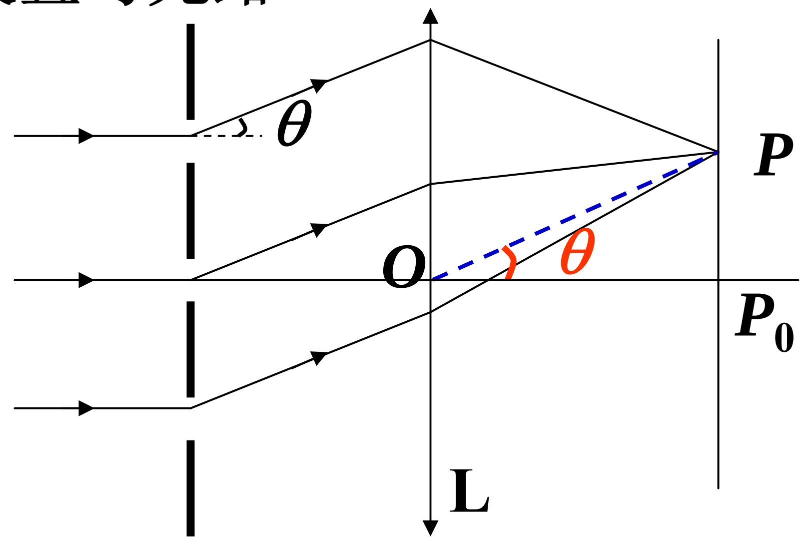




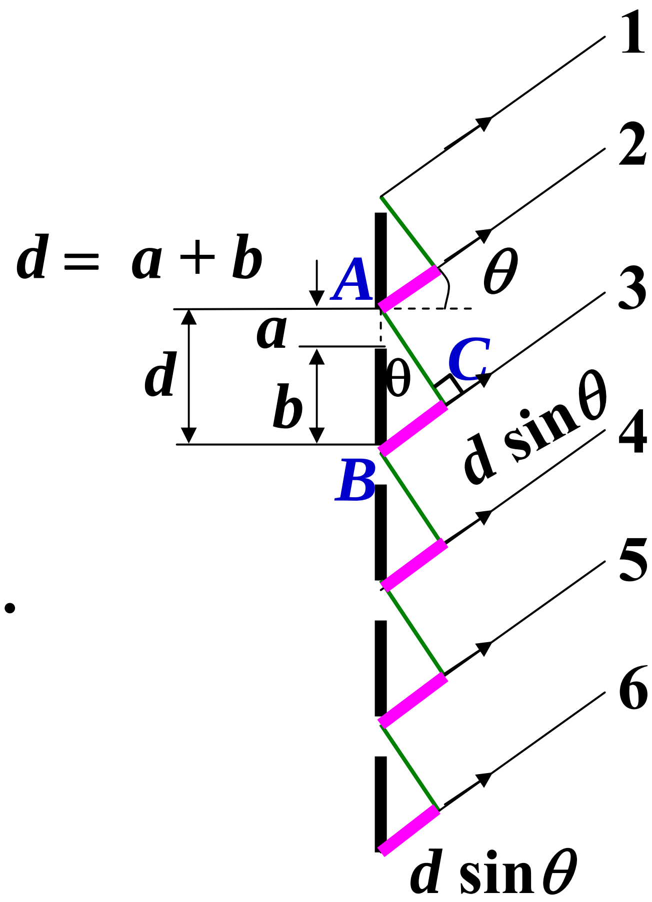
光栅常数 ***d*** 与缝数**/cm**（刻痕**/cm)**成倒数关系

二、光栅衍射

1 装置与光路



多光束干涉+ 单缝衍射

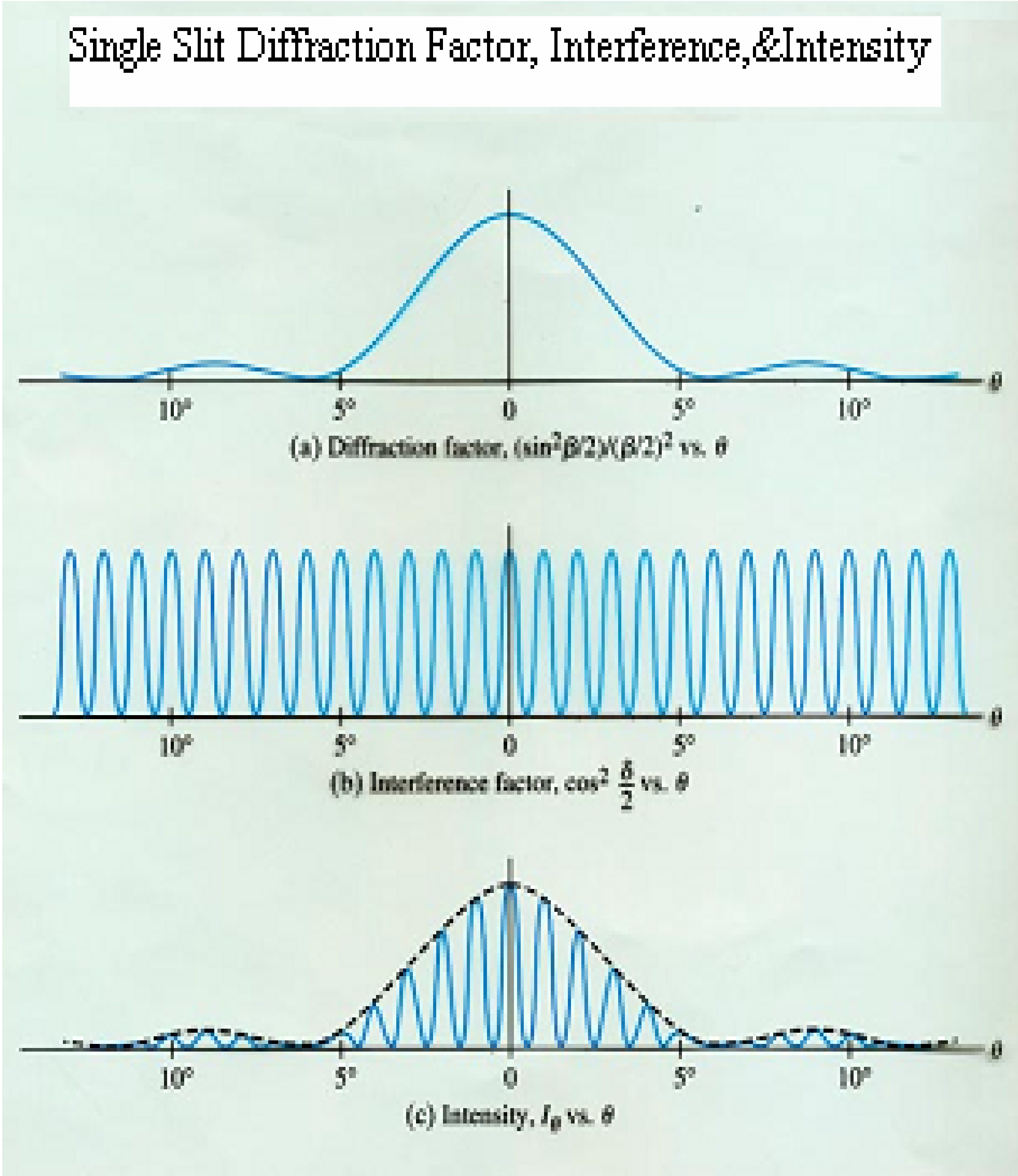


2 . 光栅方程

$$d\sin\theta = \pm k\lambda \quad k = 0,1,2\ldots$$

*P*为明纹（主极大）

3.光强曲线



相邻主极大之间分布着（$N-1$）个极小，($N-2$) 次极大

4.条纹特点：

几乎黑的背景上的
又细、又亮条纹

$\boldsymbol{I}= \boldsymbol{N}\, \boldsymbol{I}_0$

缝数 $\boldsymbol{N}$ 很大

5. 缺级

当多缝光束干涉的主极大恰好与单缝衍射的极小位置重合时，该极主极大将在屏幕上消失的现象。

$$\begin{cases} a\sin\theta = \pm k'\lambda & k'=1,2\ldots \quad \text{单缝衍射极小} \\ (a+b)\sin\theta = d\sin\theta = \pm k\lambda & k=0,1,2\ldots \quad \text{多光束干涉主极大} \end{cases}$$

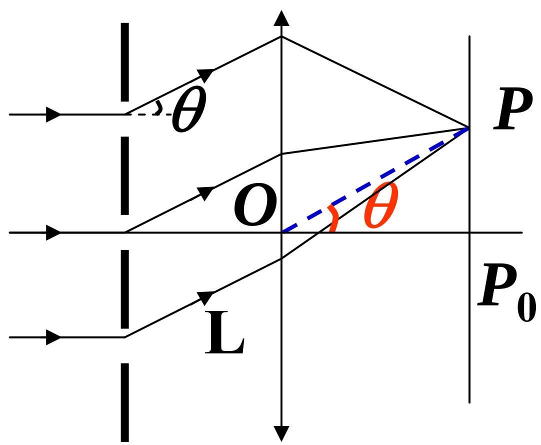
$$k = \pm\frac{a+b}{a}k' = \pm\frac{d}{a}k' \qquad k'=1,2\ldots$$

—— 缺级条件

6. 衍射图样特点

- P_0处为明纹，两侧出现明暗相间的花纹。
- 明纹亮、细锐，亮度随 N 的增大而增大
- $I = N^2 I_0$

  $N\uparrow \rightarrow$明纹越细且条纹明暗对比越强。



7．衍射光谱

$$d\sin\theta = \pm k\lambda \qquad\qquad \sin\theta \propto \lambda$$

白光入射， $k=0$ 白色

$k\neq 0$ 两侧按波长顺序排列

由中心向外形成紫到红的彩色光谱

光谱中有部分谱线重叠

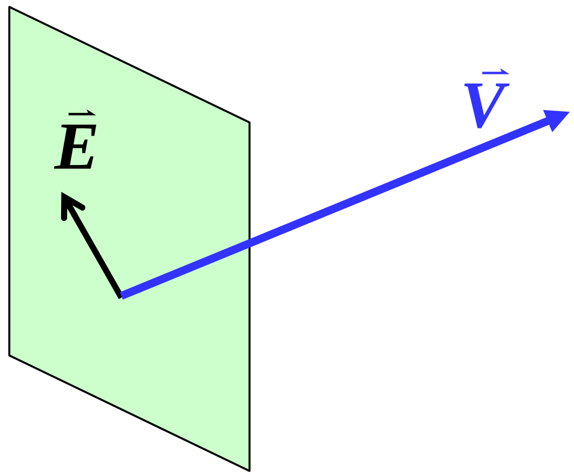
光的偏振

1. 光的偏振状态

干涉、衍射 —— 光是波动

偏振 —— 光是横波

光是横波，$\vec{E}$ 的方向与光的传播方向垂直。



非偏振光（自然光）

完全偏振光 $\left\{ \begin{array}{l} \text{线偏振光} \\ \text{椭圆偏振光} \\ \text{圆偏振光} \end{array} \right.$

部分偏振光　天光、湖光

2. 马吕斯定律

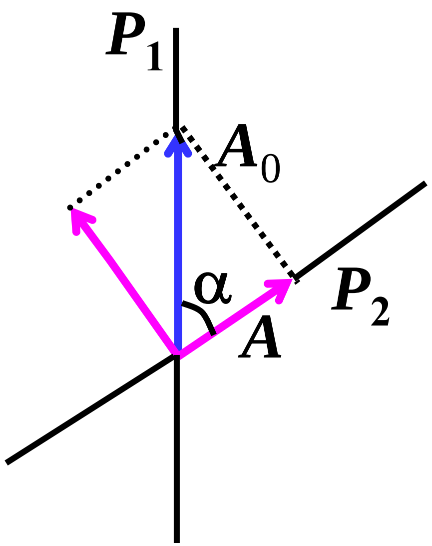
条件： 线偏振光入射到检偏器上（不考虑吸收）

结论： 透射光强为 $I = I_0 \cos^2 \alpha$

I_0： 入射光的强度

α ： 起偏器和检偏器偏振化方向间的夹角

即入射光的光矢量振动方向和检偏器偏振化方向间的夹角



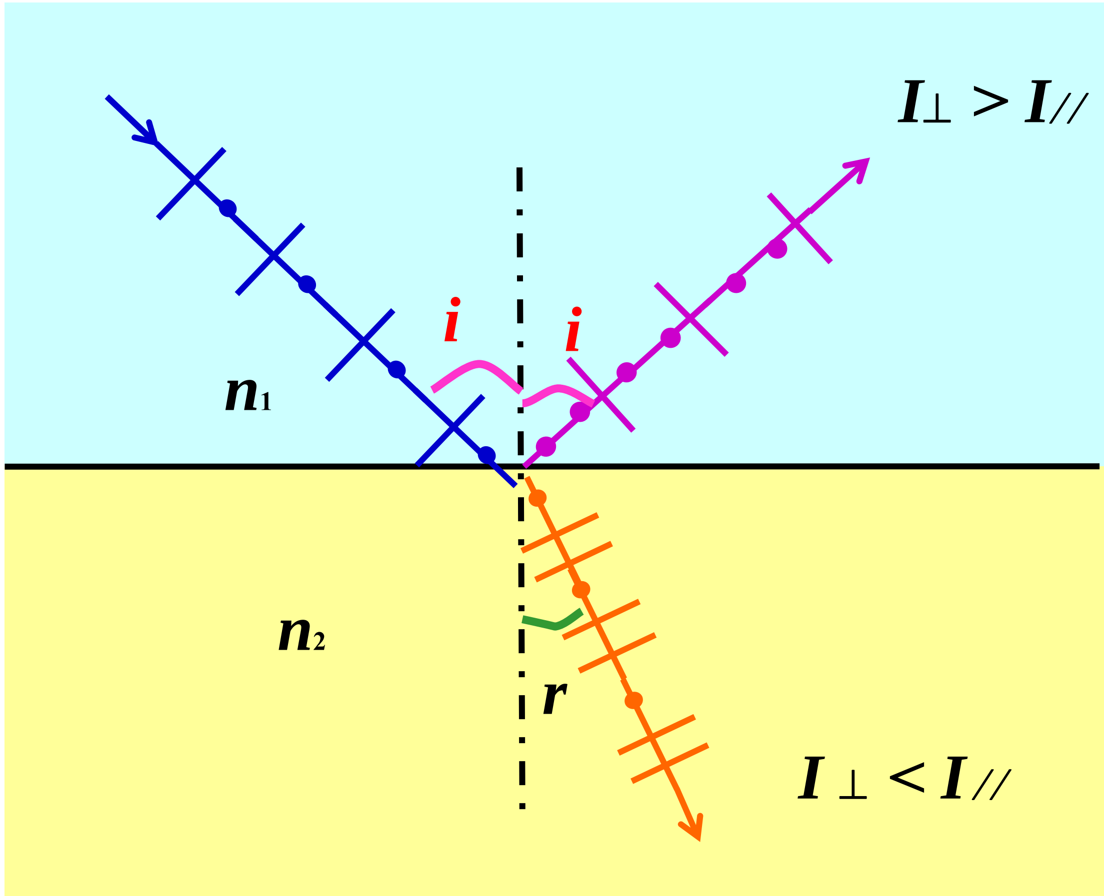
$$A = A_0 \cos\alpha \qquad I = I_0 \cos^2 \alpha$$

$\alpha = 0$或 π 时， $I_{max} = I_0$

$\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ 或 $\dfrac{3}{2}\pi$ $\quad I_{min} = 0$

α为其它值， $0 < I < I_0$

3. 反射和折射时光的偏振



布儒斯特角

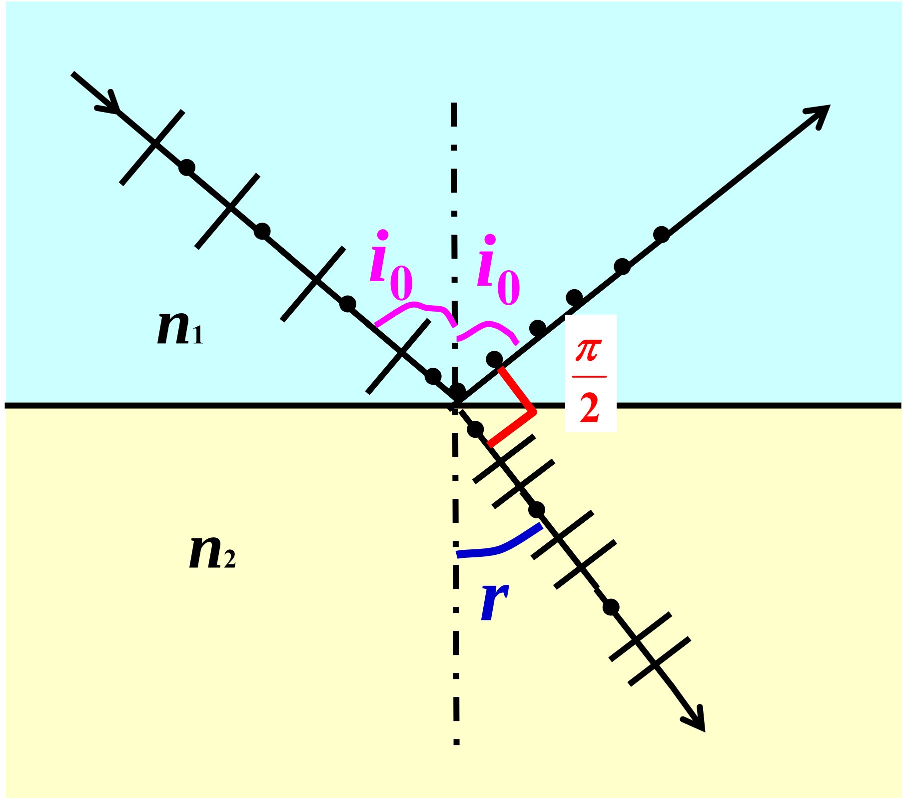
$i = i_0$ 时，反射光为光振动面垂直入射面的线偏振光。

i_0 — 布儒斯特角 (起偏角)。此时 $r + i_0 = 90^\circ$

$$n_1 \sin i_0 = n_2 \sin r = n_2 \cos i_0$$

$$\tan i_0 = \frac{\sin i_0}{\cos i_0} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$\boxed{\tan i_0 = n_{21}}$$

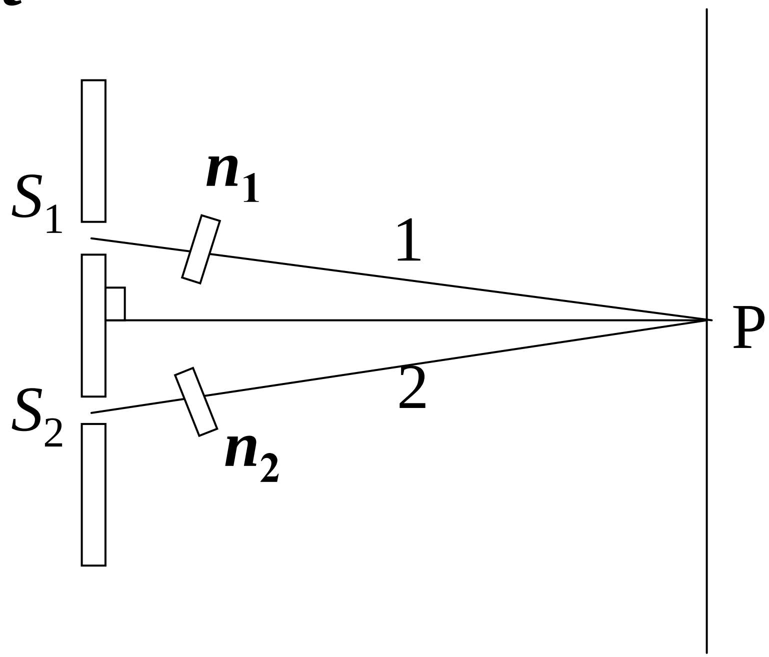


例：如图所示，S_1 和 S_2为两个同相相干点光源，从S_1和S_2到观察点P的距离相等，即$S_1\mathrm{P} = S_2\mathrm{P}$．光束1和 2分别穿过折射率为$n_1$和 n_2、厚度皆为 t 的透明薄片，它们的光程差为_____.

解：　由两个光源发出的光到达P点的光程为

$$\Delta_1 = S_1\mathrm{P} - t + n_1 t = S_1\mathrm{P} + (n_1 - 1)\, t$$

$$\Delta_2 = S_2\mathrm{P} - t + n_2 t = S_2\mathrm{P} + (n_2 - 1)\, t$$



故光程差为

$$\delta = \Delta_2 - \Delta_1 = (n_2 - n_1)\; t$$

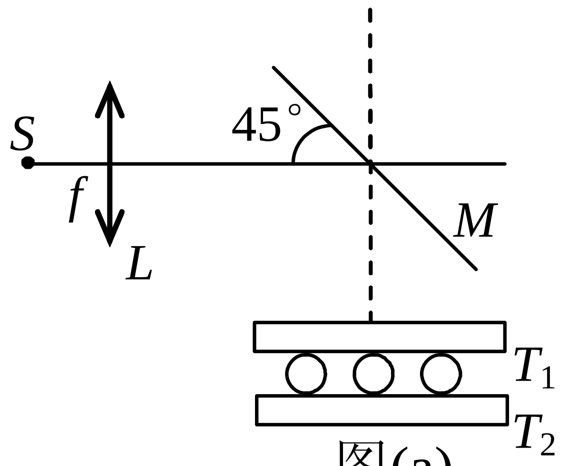
例：检验滚珠大小的干涉装置示意如图(a)．S为光源，L为会聚透镜，M为半透半反镜．在平晶T_1、T_2之间放置A、B、C三个滚珠，其中A为标准件，直径为 d_0．用波长为λ 的单色光垂直照射平晶，在 M 上方观察时观察到等厚条纹如图(b)所示．轻压 C 端，条纹间距变大，则B珠的直径d_1、C 珠的直径d_2与d_0的关系分别为：

(A) $d_1 = d_0 + \lambda$,　　$d_2 = d_0 + 3\lambda$.

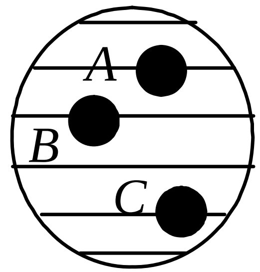
(B) $d_1 = d_0 - \lambda$,　　$d_2 = d_0 - 3\lambda$.

(C) $d_1 = d_0 + \lambda/2$，$d_2 = d_0 + 3\lambda/2$.

(D) $d_1 = d_0 - \lambda/2$，　$d_2 = d_0 - 3\lambda/2$.

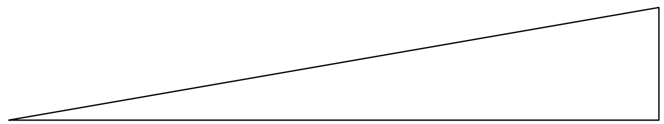


图(a)

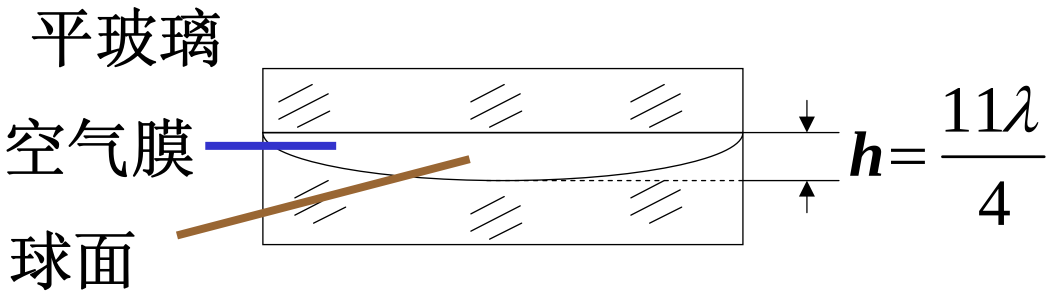


图(b)

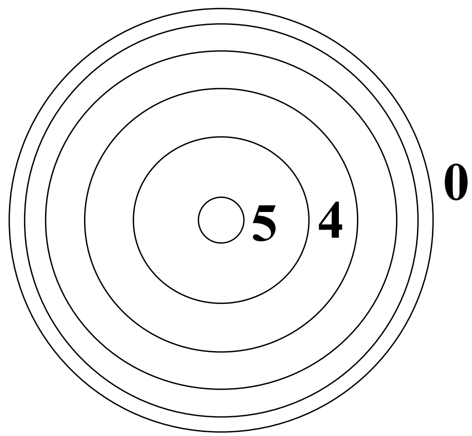
答案：　(C)



例：使平行光入射如图所示的装置上来观察等厚条纹。试画出反射光的干涉条纹，并标出条纹的级次（只画暗纹）。



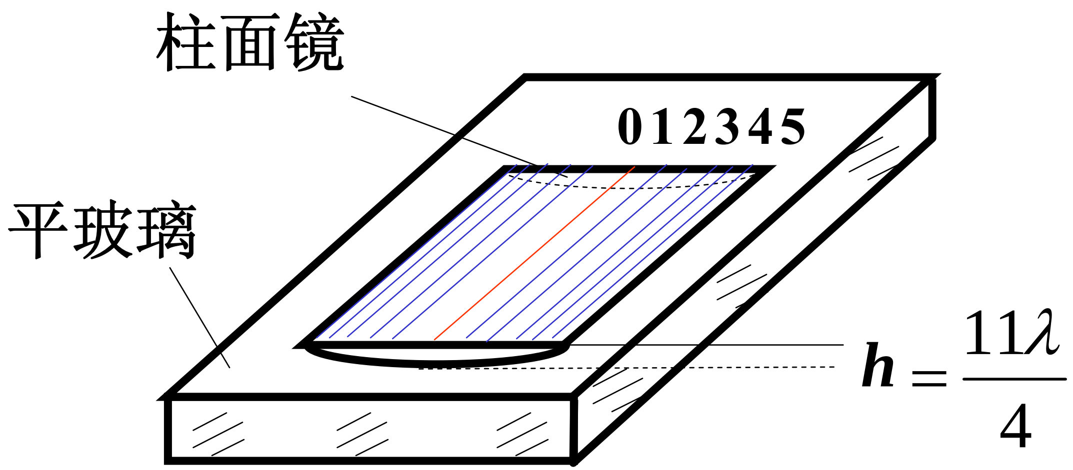
$$\delta = 2t + \frac{\lambda}{2}$$



空气膜边缘是暗纹
中央为亮纹

有5条暗环

例：使平行光入射如图所示的装置上来观察等厚条纹。试画出反射光的干涉条纹，并标出条纹的级次（只画暗纹）。



$$\delta = 2t + \frac{\lambda}{2}$$

中央为暗线，k=0
两侧各有5条暗纹。

例： 折射率为n_1＝1.51的玻璃上覆盖着一层厚度均匀的介质膜，膜的折射率为n_2=1.36。用多种颜色的单色光垂直照射到介质膜。发现当波长为λ_1=512nm时反射光中出现干涉极小；当波长为λ_2= 640nm时反射光中出现干涉极大。则介质膜的厚度为__________。

解： $$\delta(e) = 2n_2e = (2k_1+1)\frac{\lambda_1}{2} = k_2\lambda_2$$

$$(2k_1+1)\frac{512}{2} = k_2 640 \qquad 2(2k_1+1) = 5k_2$$

$$k_1 = k_2 = 2$$

解得：$e = 471\ \text{nm}$

例：某元素的特征光谱中含有波长分别为λ_1＝450 nm 和 λ_2＝750 nm (1 nm＝10^{-9} m)的光谱线．在光栅光谱中，这两种波长的谱线有重叠现象，重叠处λ_2的谱线的级数将是

(A) 2，3，4，5．．．．．．

(B) 2，5，8，11．．．．．．

(C) 2，4，6，8．．．．．．

(D) 3，6，9，12．．．．．．

解： 由光栅方程得 $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$ $3k_1 = 5k_2$

$$k_1 = \frac{5}{3}k_2$$

答案： D

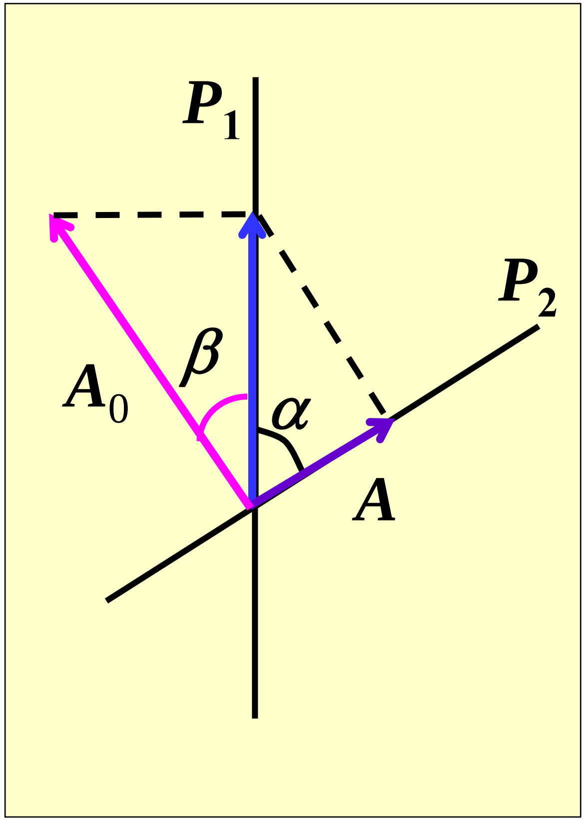
例：要使一束线偏振光通过偏振片后，振动方向转动90^o至少需要________ 块理想偏振片，在此情况下，透射光强最多是原来光强的__________倍。

解：$I = I_0 \cos^2 \beta \cos^2 \alpha$

$$= I_0 \cos^2 \beta \sin^2 \beta$$

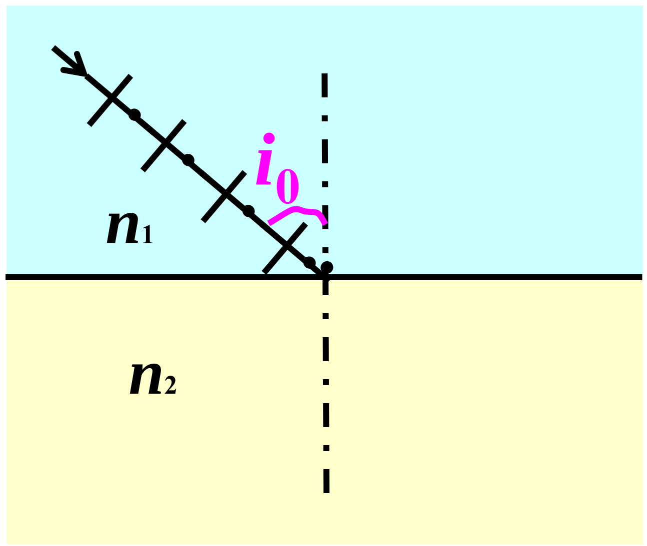
$$= \frac{1}{4} I_0 \sin^2 (2\beta)$$

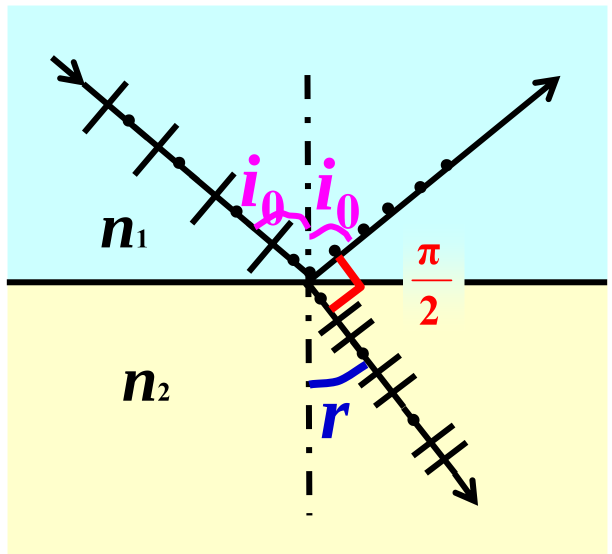
$$I_{\max} = \frac{1}{4} I_0$$

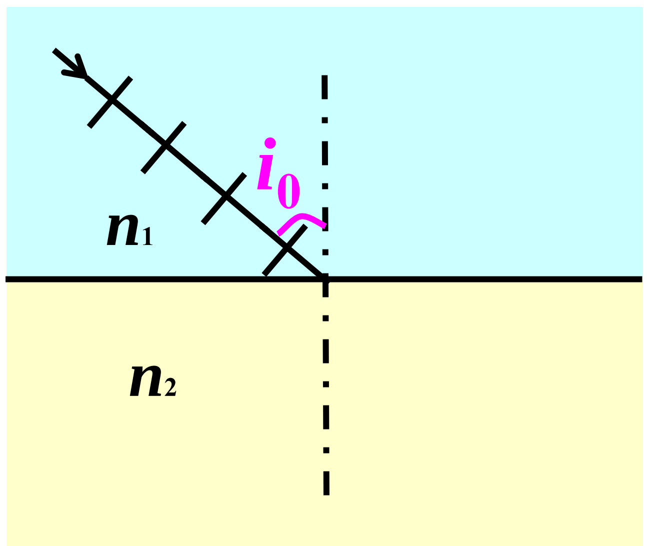


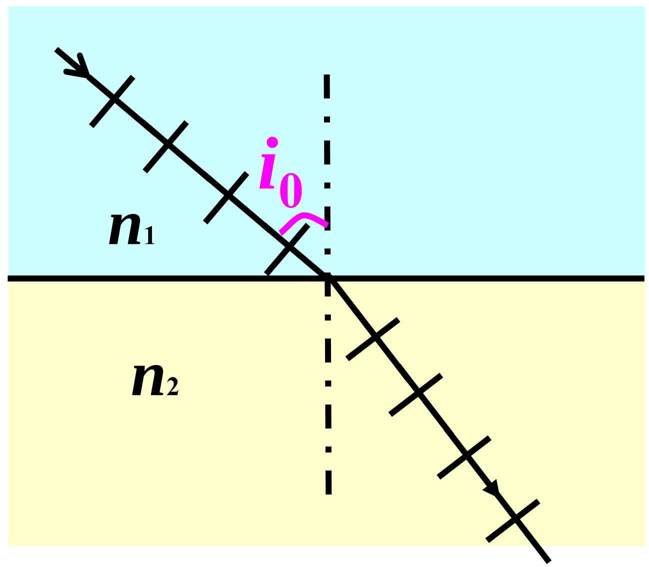
答案： 二，¼；

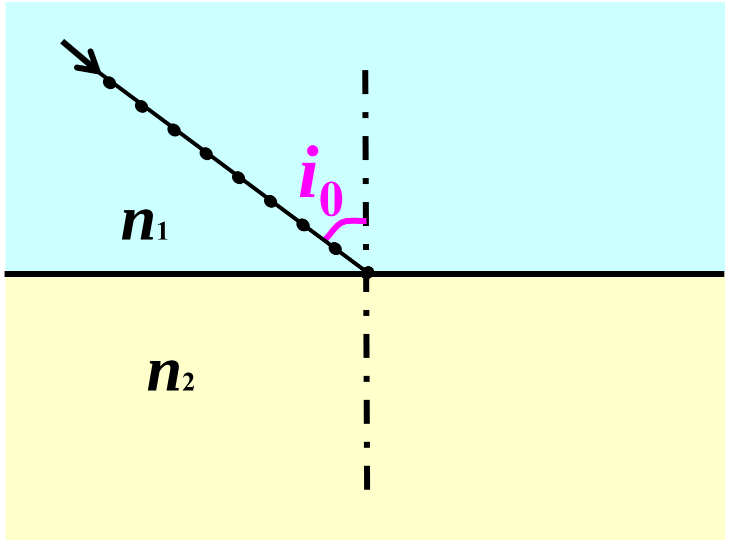
画出反射光与折射光的偏振状态（ i_0 为布儒斯特角）

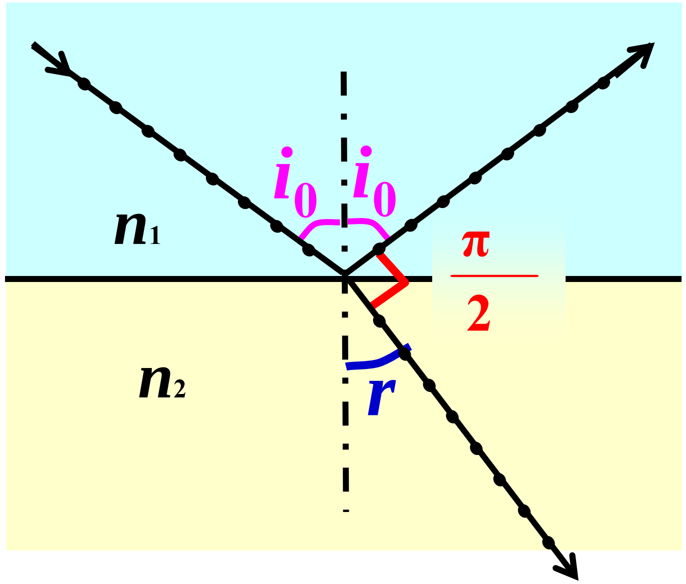


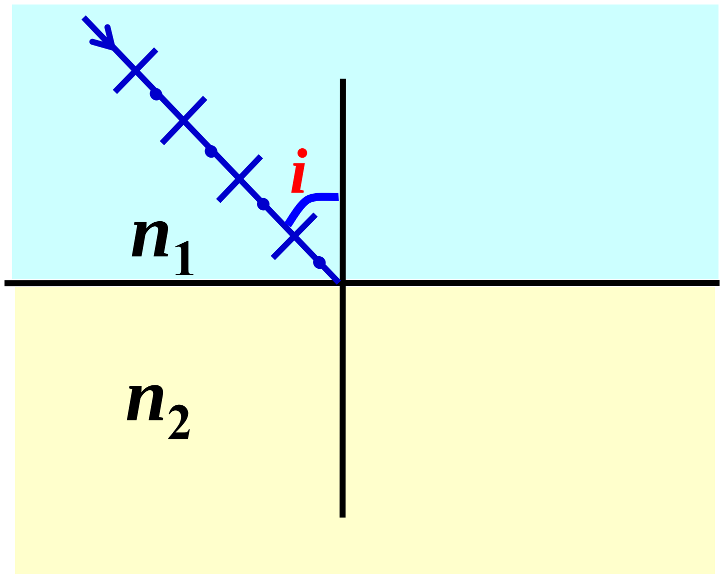


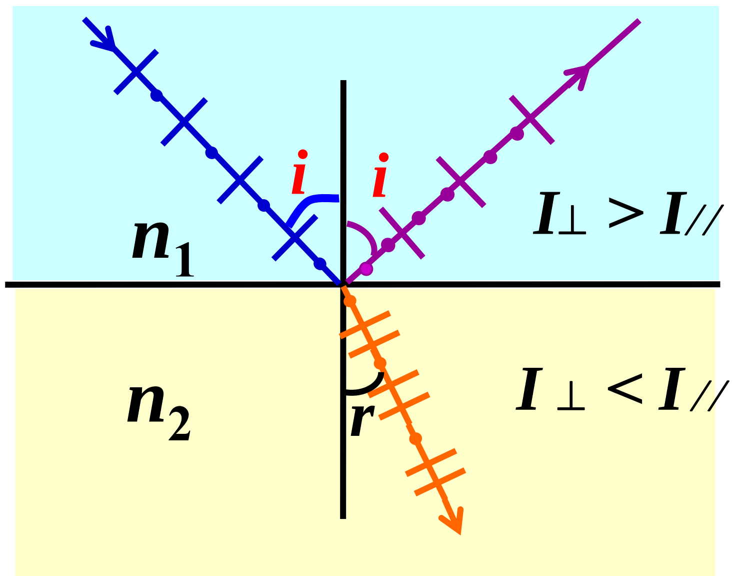


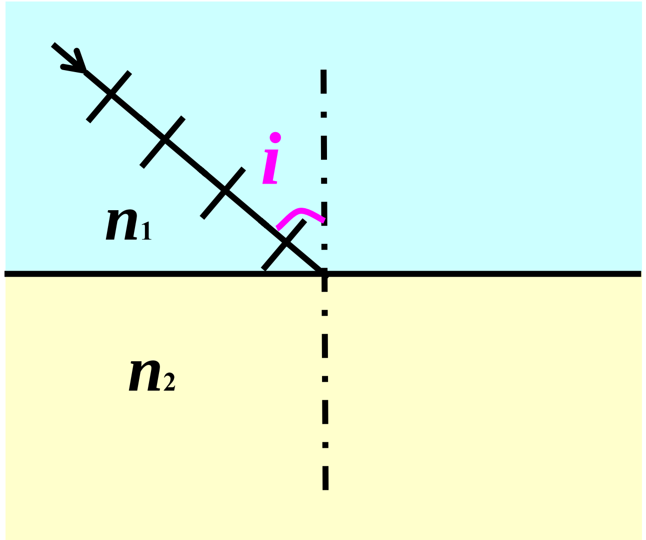


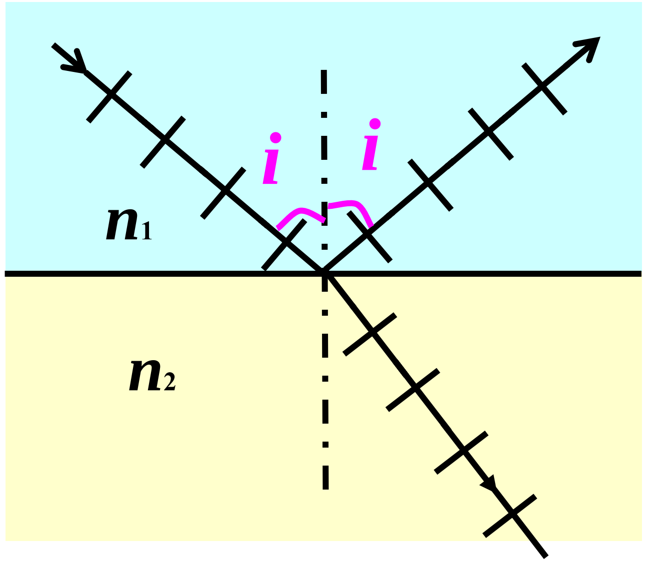

i_0
n_1
n_2

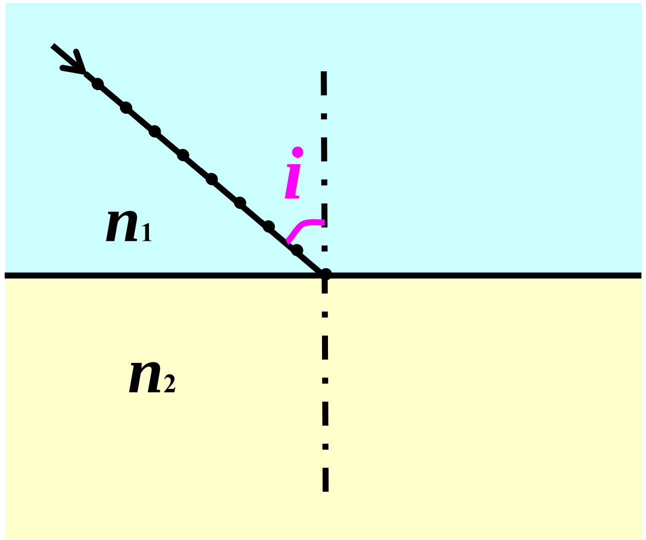

i_0
i_0
$\frac{\pi}{2}$
n_1
n_2
r

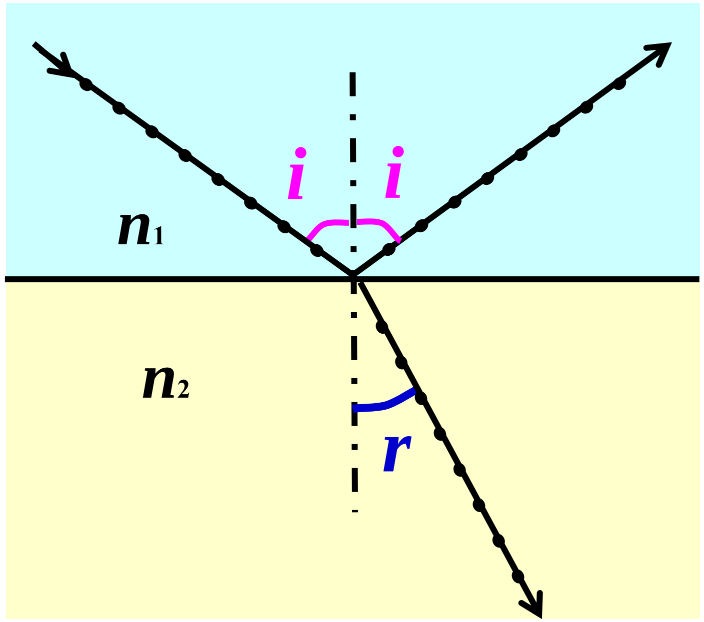

i
n_1
n_2


i
i
n_1
n_2
r
$I_\perp > I_{//}$
$I_\perp < I_{//}$


i
n1
n2


i
i
n1
n2


i
n1
n2


i
i
n1
n2
r

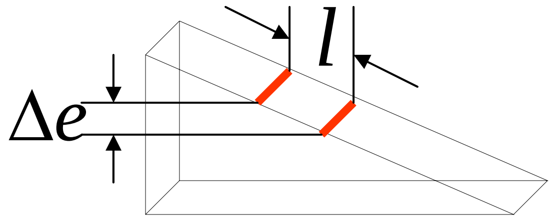
例：用λ=600nm光垂直照射由两块平板玻璃构成的空气劈尖, 劈尖角 $\theta = 2\times10^{-4}$rad , 改变劈尖角, 相邻两明条纹间距缩小了1mm。求劈尖角的改变量。

解：劈尖角为θ时， 相邻两明纹间距 l 为

$$l = \frac{\lambda}{2n\sin\theta} \approx \frac{\lambda}{2n\theta} = 1.5\times10^{-3}\left(\mathrm{m}\right)$$

设条纹间距缩小1mm后劈尖角为θ'

$$1.5\times10^{-3} - 1\times10^{-3} \approx \frac{\lambda}{2n\theta'}$$



$$\therefore \theta' = 6\times10^{-4}\left(\mathrm{rad}\right)$$

$$\therefore \Delta\theta = \theta' - \theta = 4\times10^{-4}\left(\mathrm{rad}\right)$$

例： 一双缝间距d=0.1mm, 缝宽a=0.02mm，其后放一焦距 f= 50cm的透镜。以波长λ = 480nm的平行单色光垂直入射该双缝。求：(1)透镜焦平面处屏上两相邻主极大条纹的间距; (2)单缝衍射中央亮纹的宽度; (3)单缝衍射中央包线内有多少条干涉主极大。

解: (1)干涉条纹间距为 $$\Delta x = \frac{f\lambda}{d} = 2.4\times 10^{-3}(\mathrm{m})$$

(2)单缝衍射中央亮纹宽度为

$$\Delta x' = \frac{2f\lambda}{a} = 2.4\times 10^{-2}(\mathrm{m})$$

(3)由 $d / a = 5$， 干涉条纹第5级缺级。

单缝衍中央包线内有0, ±1, ± 2, ± 3, ± 4级共9条干涉主极大。