



南京工业大学  
NANJING TECH  
UNIVERSITY

光电信息科学与工程

# 第2章 光电检测技术基础

## 2.1 检测量的误差及数据处理

### 2.1.1 检测过程及误差分类

#### 1、检测过程及标准

由检测过程可知，必须有已知量作为比较或参考的标准，才能进行检测工作。比较标准通常有以下三类：

(1) 真值  $A_0$

真值是指某物理量的理论值或定义值。

(2) 指定值  $A_s$

指定值是由国家设立的各种尽可能维持不变的实物基准或标准原器所规定的值。

(3) 实用值  $A$

采用计量标准传递的方法将指定值、基准量逐级传递到各级计量站，以及具体的检测仪器中。各级计量站或检测仪器在进行比较测量时，把上一级标准器的量值当作近似的真值，把它们都叫做实用值、参考值或传递值。

## 2、误差的产生及分类

设某被测量的真值为 $A_0$ ，而测得值为 $x$ ，于是有

$$\Delta x = x - A_0 \quad (2-1)$$

式中， $\Delta x$  — 检测的绝对误差或误差。

$$A_0 = x - \Delta x \quad (2-2)$$

当 $\Delta x$ 很小时，可以 $A_0=x$ 。所谓很小是相对于检测目的和允许精度范围而言的。

检测误差可按不同属性进行分类。

(1) 误差按检测结果分类

可分为绝对误差和相对误差。绝对误差 $\Delta x = x - A_0$ 。相对误差通常又可用两种表示方法。一种叫做实际相对误差，表达式为

$$(\Delta x / x) \approx (\Delta x / A_0) \cdot 100\%$$

另一种叫做额定相对误差，表达式为

$$(\Delta x / x_{\max}) \cdot 100\%$$

式中 $x_{\max}$ 为最大测量值。

## (2) 误差按它们的基本特性分类

### ➤系统误差

在检测过程中产生恒定不变的误差叫恒差或按一定规律变化的误差叫变差，统称为系统误差。系统误差产生的原因有工具误差、装置误差、方法误差、外界误差和人身误差等。

### ➤随机误差

在尽力消除并改正了一切明显的系统误差之后，对同一待测量进行反复多次的等精度测量，每次测量的结果都不会完全相同，而呈现出无规则的随机变化，这种误差称为随机误差。

## 3、置信限和置信概率

由于待测量的真值 $A_0$ 是不可知的，由式(2-2)可知，虽可测出测量值 $x$ ，但误差 $\Delta x$ 的具体值也不可能准确得到，但是我们可以按照一些依据和手段来估计误差 $\Delta x$ 值或称不确定度的大小。这种估计的误差范围或误差限叫做置信限。

## 2.1.2 随机误差

### 1、随机误差的性质和标准偏差

设在一定条件下对真值为 $\mu$ 的某量 $x$ 进行多次重复的测量，也就是进行一系列 $N$ 次等精度的测量，其结果是： $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N$ ，各测得值出现的概率密度分布 $P(x)$ 遵守正态函数或高斯函数分布的规律：

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2-3)$$

如果用每个测得值 $x$ 离真值 $\mu$ 的偏差 $\xi$ ，即真误差来表示， $\xi=x-\mu$ ，则有

$$P(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\xi^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2-4)$$

$\sigma$  为正态分布的标准偏差，也就是各测得值 $x$ 的均方差，或称均方根差。

$$\sigma = (\xi^2)^{1/2} = \left\langle (x - \mu)^2 \right\rangle^{1/2} \quad (2-5)$$

式中符号“ $\langle \rangle$ ”表示统计平均的意思。例如：

$$\langle Z \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Z_n \quad (2-6)$$

即无穷多次抽样的平均

$$\sigma = \lim_{N \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_n^2} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \mu)^2} \quad (2-7)$$

只有 $\sigma>0$ ，函数 $P(x)$ 或 $P(\xi)$ 才有意义，如图2-1所示，这就是正态分布曲线。由此可知，测得值 $x$ 出现在区间 $(a,b)$ 内的概率，在图中表示为该区间曲线下的面积。而用公式表为

$$\begin{aligned} P\{x_a \leq x \leq x_b\} &= \int_{x_a}^{x_b} P(x)dx \\ &= P\{a \leq \xi \leq b\} = \int_a^b P(\xi)d\xi \quad (2-8) \end{aligned}$$

当区间为正负无穷大时则有：

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi)d\xi = 1 \quad (2-9)$$

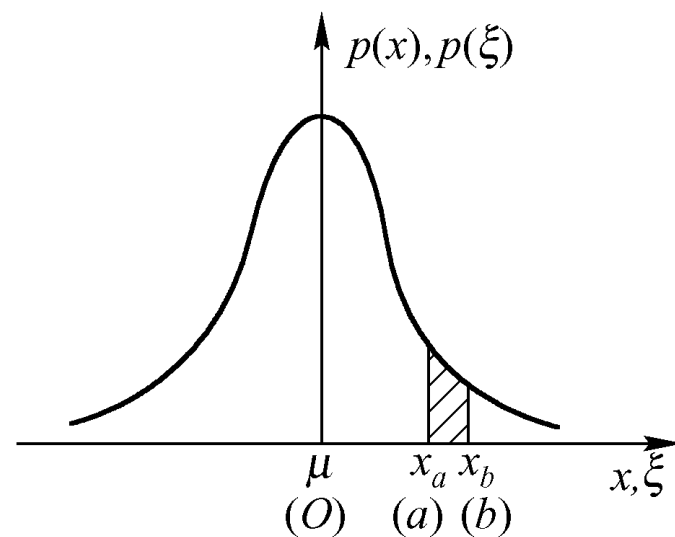


图 2-1 正态分布曲线



按照以上讨论可知，随机误差的分布即正态分布有以下特点：

- ✓ 绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相同。
- ✓ 曲线的钟形分布使绝对值小的误差出现概率大，而绝对值大的误差出现的概率小。
- ✓ 绝对值很大的误差出现的概率接近于零，也就是说误差值有一定的极限。
- ✓ 由于曲线左右对称的分布，所以在一系列等精度的测量中，其误差的代数和有趋于零的趋势。

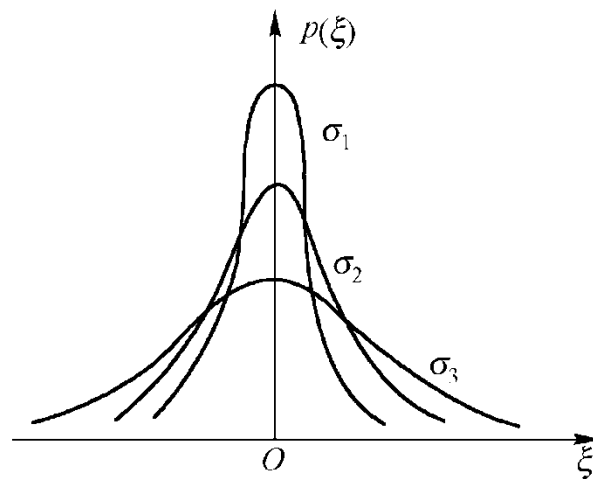


图2-2 不同标准差的正态分布曲线

## 2、算术平均值及其标准误差

真值 $\mu$ 的最佳估计就是 $N$ 次检测结果 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N$ 的算术平均值。可用下式表示

$$\bar{(x)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n = \frac{1}{N} (x_1 + x_2 + \dots + x_n + \dots + x_N) \quad (2-15)$$

式中符号“(一)”是指有限次抽样的平均值  $\bar{(x)}$ ，即上述统计平均值，叫做数学期望，其值等于真值。实际检测中，不可能对检测量进行无穷多次测量，因此也无法得到真值。

有限 $N$ 次抽样的算术平均值不等于真值，即  $(\bar{x}) \neq \mu$ 。而在等精度条件下，每进行 $N$ 次抽样所得到的算术平均值之间也都略有不同，它的分布也应是正态分布。可以用正态分布的有关性质来讨论算术平均值的分布。用  $\sigma_{\bar{x}}$  表示  $(\bar{x})$  的标准偏差，或叫标准误差，从而说明  $(\bar{x})$  的误差分布。利用方差运算法则有：

$$\begin{aligned}
 \sigma^2(\bar{x}) &= \sigma^2\left(\sum_{n=1}^N x_n\right) \\
 &= \frac{1}{N^2} \sigma^2(x_1 + x_2 + \dots + x_n + \dots + x_N) \\
 &= \frac{1}{N^2} \left[ \sigma^2(x_1) + \sigma^2(x_2) + \dots + \sigma^2(x_N) \right] \\
 &= \frac{1}{N^2} \left[ \sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2 \right] \\
 &= \frac{1}{N^2} \left[ N\sigma^2 \right] \\
 &= \frac{1}{N} \sigma^2
 \end{aligned} \tag{2-16}$$

所以有：

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = s \quad (2-17)$$

由上式可知，当检测次数 $N$ 增大时， $s$ 就相应减少，也就是说 的标准偏差小，这时把算术平均值 作为真值 $\mu(x)$ 的估计值的误差也就减少。但是，这一关系是非线性的，即  $s \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$ 。  $N$ 从1开始增加时， $s$ 下降较快；随着 $N$ 的进一步增加 $s$ 下降变得缓慢。而检测次数 $N$ 的增加给测量工作带来很多困难。所以综合了需要和可能在实际检测中常取 $N < 50$ ，一般取4~20次即可。

### 3、标准差的估计和它的均方差

在一列有限 $N$ 次等精度测量中，求得真值 $\mu$ 的估计值，而每次测量中所得的 $x_n$ 值与  $\bar{x}$  值间的剩余误差或残差 $v_n$ 的值为 $v_n = x_n - \bar{x}$  那么 $N$ 不论为何值， $v_n$ 的总和为

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^N v_n &= \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}) = \sum_{n=1}^N x_n - \sum_{n=1}^N \bar{x} \\ &= N\bar{x} - N\bar{x} = 0\end{aligned}\quad (2-18)$$

可见，残差的总和为零。这说明不能用残差的总和估计误差。

可用残差的平方  $\sum v_n^2$  代替真误差的平方  $\sum \xi^2$  来进行估计误差或标准偏差的估计，同时由残差总和为零的关系可知，在已知  $N-1$  个残差时，第  $N$  个残差就能求得，因此存在着一个约束条件，即它们约自由度是  $N-1$ ，而不是  $N$ 。用  $v_n$  来估计  $\sigma$  的方法如下，从求其方差开始，引入式(2-17)有

$$\begin{aligned}\sigma^2(v_n) &= \sigma^2(x_n) - \sigma^2(\bar{x}) \\ &= \sigma^2 - \frac{1}{N} \sigma^2 \\ &= \frac{N-1}{N} \sigma^2\end{aligned}\tag{2-19}$$

通过换项则有

$$\sigma^2 = \frac{N}{N-1} \sum_{n=1}^N \frac{1}{N} v_n^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (v_n^2 - \langle v \rangle)^2$$

按残差的统计平均值应等于零，即 $\langle v \rangle = 0$ ，则

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N v_n^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2 \quad (2-20)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2} \quad (2-21)$$

上式叫做贝塞尔公式。由式中可见当

$$N \rightarrow \infty \quad \bar{x} \rightarrow \mu \quad (N-1) \rightarrow N$$

与式(2-7)相同。上述公式是有限次抽样的结果，为与式(2-6)中 $\sigma$ 有所区别，贝塞尔公式的偏差估计值有时用  $\hat{\sigma}$  表示。

同样由于式(2-20)是有限 $N$ 次抽样的结果，其本身也是一个随机变量，因而也存在着偏差，可用 $\sigma_{\sigma}$ 表征用 $\hat{\sigma}$ 代替 $\sigma$ 的标准误差，其值可按式估计

$$\sigma_{\sigma} = \hat{\sigma} / \sqrt{2N} \quad (2-22)$$

按照正态分布的理论，通过概率分布密度函数的积分，可以获得以标准偏差为倍数误差区间中的概率值。

$$|\xi| \leq 0.675, p\{|\xi| \leq 0.675\} = 0.50$$

$$|\xi| \leq \sigma, p\{|\xi| \leq \sigma\} = 0.682689$$

$$|\xi| \leq 2\sigma, p\{|\xi| \leq 2\sigma\} = 0.954500$$

$$|\xi| \leq 3\sigma, p\{|\xi| \leq 3\sigma\} = 0.9973002$$



下面通过一个实例说明数据处理的方法和结果。光纤面板积分漫射光透射比的7次检测结果为：0.842、0.845、0.841、0.838、0.844、0.842和0.839，处理以上数据。

算术平均值：

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n = 0.8416$$

均方差或标准误差  $\hat{\sigma}$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2} = 0.0025$$

算术平均制的标准偏差  $\sigma_{\bar{x}}$

$$\sigma_{\bar{x}} = s = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0.00095$$

均方差的标准误差  $\sigma_{\sigma}$ ：

$$\sigma_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2N}} = 0.00067$$

通过以上的计算，按照概率统计的术语可以说明测量的结果。

(1) 待测面板的透射比为84.16%，这是对真值的估计，但不是真值。多组检测的结果形成平均值的正态分布，该分布的标准偏差是0.00095。

(2) 如果以算术平均值84.16%作为面板透射比

置信限	测值及偏差值	置信概率
$\pm\sigma$	84.157 $\pm$ 0.25%	68.2%
$\pm2\sigma$	84.157 $\pm$ 0.50%	95.4%
$\pm3\sigma$	84.157 $\pm$ 0.75%	99.7%

(3) 对标准偏差的估计，多组检测的结果也形成正态分布，该分布的标准误差为0.067%。

有时对检测结果还要进行最大误差 和测量精度 $J_D$ 的计算。最大误差表征用平均值 代替真值 $\mu_x$ 带来误差的一种估计，可用下式定义

$$\Delta\bar{x} = k\sigma_x \quad (2-23)$$

式中， $k$ 为置信系数。按测量要求一般取值为2~3。

测量精度一般采用相对偏移量来定义，即

$$J_D = \Delta\bar{x}/\bar{x} \times 100\% \quad (2-24)$$

## 4、间接测量的误差传递

设某间接测量的量 $y$ 与各直接测量的量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，之间的关系为 $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，各量的误差分别是 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ ，间接测量量的误差计算可按下式进行：

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} \quad (2-25)$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i\right)^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2} \quad (2-26)$$

几种简单函数关系的误差传递算法如下。

(1)  $y=kx$  时，其中 $k$ 为常数，有

$$\Delta y = k\Delta x \quad (2-27)$$

$$\sigma_y = \sqrt{k^2 \sigma_x^2} \quad (2-28)$$

(2)  $y = x_1 \pm x_2$ 时，

$$\Delta y = \sqrt{\Delta x_1^2 \pm \Delta x_2^2} \quad (2-29)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 \pm \sigma_{x_2}^2} \quad (2-30)$$

(3)  $y = x_1 x_2$  时, 有

$$\Delta y = \sqrt{(x_2 \Delta x_1)^2 + (x_1 \Delta x_2)^2} \quad (2-31)$$

$$\sigma_y = \sqrt{x_1^2 \sigma_{x_2}^2 + x_2^2 \sigma_{x_1}^2} \quad (2-32)$$

(4)  $y = x_1 / x_2$  时,

$$\Delta y = (1/x_2)^2 \sqrt{(x_2 \Delta x_1)^2 + (x_1 \Delta x_2)^2} \quad (2-33)$$

$$\sigma_y = (1/x_2)^2 \sqrt{x_2^2 \sigma_{x_1}^2 + x_1^2 \sigma_{x_2}^2} \quad (2-34)$$

## 5、检测灵敏阈对标准偏差估值的影响

在前述标准偏差的估计中，实际上都认定检测仪器的分辨力是无限的，或者说检测灵敏阈趋于零。实际检测仪器的灵敏度都受到一定的限制，用 $\omega$ 来表示它们的灵敏阈。当

$$x_n - \frac{\omega}{2} \leq x \leq x_n + \frac{\omega}{2} \quad \text{或} \quad \xi_n - \frac{\omega}{2} \leq \xi \leq \xi_n + \frac{\omega}{2}$$

时， $x$ 的各检测值没有差异，都指示为 $x_n$ 或 $\xi_n$ 。因此用贝塞尔公式所计算的 值并不是 $\sigma$  的真正最佳估值，可用谢泼德修正式来进行修正：

$$\sigma^2 = \hat{\sigma}^2 + \frac{\omega^2}{12} \quad (2-35)$$

在实际测量中，如果 $\omega \leq \hat{\sigma}$  或 $\omega \leq \hat{\sigma}/3$  时，而 $\sigma$ 取值又不超过两位，则可不进行这一修正计算。

## 6、大误差测值出现的处理

主要方法是：

- (1) 认真检查有无瞬时系统误差产生，及时发现并处理。
- (2) 增加检测的次数，以减小大误差测值对检测结果的影响。
- (3) 利用令人信服的判据，对检测数据进行判定后，将不合理数据给予剔除。



下面重点介绍两种处理数据的判据。

### (1) $3\sigma$ 的莱特准则

该准则是按检测的全部数据计算其标准偏差的估计值 $\sigma$ ，判据规定，当发现个别数据的残差以 $|v_n| > 3\sigma$ 时，将该数据剔除。在这一方法中， $\hat{\sigma}$ 通常是在检测次数 $N$ 很大的前提下取得的，所以在取 $N$ 较小时这一判据并不一定可靠。

### (2) 肖维涅判据

在一列 $N$ 次等精度的检测中，如不出现 $|\xi| > a$ 的误差，那就是说在该条件下测值出现的概率很小， $P\{|\xi| > a\}$ 很小。当检测次数 $N$ 足够大时，概率 $P$ 与频率 $\hat{P} = M/N$ 很接近或认为近似相等，式中 $M$ 是在 $N$ 次检测中误差绝对值大于 $a$ 的次数，于是概率很小的意思就是：

$$M/N \approx P\{|\xi| > a\} \rightarrow 0 \quad (2-36)$$

或

$$M \approx NP\{|\xi| > a\} \rightarrow 0 \quad (2-37)$$

所谓肖维涅判据是：在一列 $N$ 次等精度测量中，某个检测值 $x_n$ 的残差的绝对值  $|v_n| = |x_n - \bar{x}|$  超过由式(2-39)和式(2-40)所决定的界限值 $a$ 时，就可认为 $v_n$ 是异常的误差值，对应测值 $x_n$ 应给予剔除。

$$P\{|\xi| > a\} = 2 \int_a^{\infty} P(\xi) d\xi = \frac{1}{2N} \quad (2-39)$$

上式表示是以 $a$ 为界在外区间中的总概率。而以 $a$ 为界内区间的总概率可用下式表示

$$\begin{aligned} P\{|\xi| \leq a\} &= 2 \int_0^a P(\xi) d\xi = 1 - 2 \int_a^{\infty} P(\xi) d\xi \\ &= 1 - \frac{1}{2N} = \frac{2N-1}{2N} \end{aligned} \quad (2-40)$$

式中，有 $a=k\sigma$ 关系。

表2-1 肖维涅判据

$N$	$k = a/\sigma$	$N$	$k = a/\sigma$	$N$	$k = a/\sigma$
5	1.65	18	2.20	35	2.45
6	1.73	19	2.22	40	2.50
7	1.79	20	2.24	50	2.58
8	1.86	21	2.26	60	2.64
9	1.92	22	2.28	80	2.74
10	1.96	23	2.30	100	2.81
11	2.00	24	2.32	150	2.93
12	2.04	25	2.33	185	3.00
13	2.07	26	2.34	200	3.02
14	2.10	27	2.35	250	3.11
15	2.13	28	2.37	500	3.29
16	2.16	29	2.38	1000	3.48
17	2.18	30	2.39	2000	3.66

为正确使用肖维涅判据，还应注意以下事项：

- (1) 肖维涅判据是在频率接近概率的条件下获得的，所以在 $N < 10$ 时，使用该判据比较勉强。
- (2) 当 $N = 185$ 时，肖维涅判据与 $3\sigma$ 莱特判据相当。当 $N < 185$ 时，该判据比 $3\sigma$ 判据窄。而当 $N > 185$ 时，该判据比 $3\sigma$ 判据宽。
- (3) 在判别过程中，如果剔除数太多时，则应怀疑误差是否按正态分布，或考查是否存在其它问题。

## 2.1.3 系统误差

### 1、系统误差及一般处理原则

一般处理原则：

(1) 在进行某项参量的检测之前，应尽可能地预见到一切有可能产生系统误差的来源，并针对这些不同来源，设法消除或减弱系统误差，使之达到可以接受的程度。

(2) 采用一些有效的检测原理和检测方法，来消除或尽力减弱系统误差对检测结果的影响。

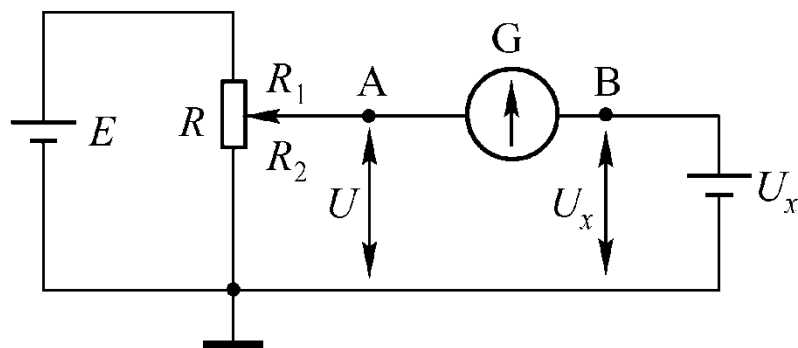
(3) 在对检测数据进行处理时，设法检查是否有未被注意到的变值系统误差。如周期性的、渐增性的或渐减性的系统误差等。

(4) 在精心采用检测设备和精心进行检测之后，应设法估计出未能消除而残留下系统误差的大小，以及它们最终对检测结果的影响。也就是说估计出残余系统误差的数值范围以便进行必要的修正。

## 2、消除或减弱系统误差的典型检测技术

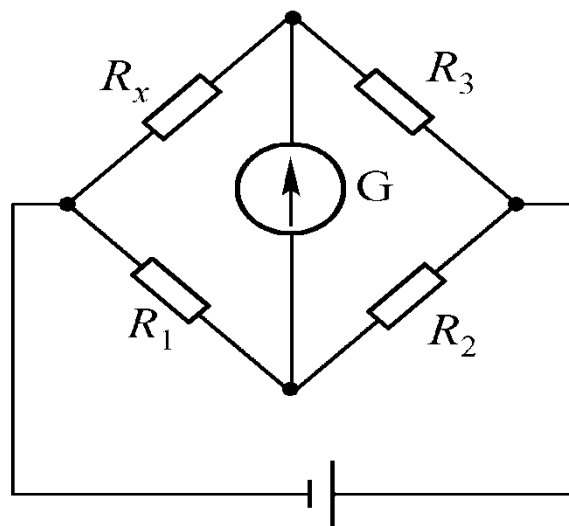
### (1) 示零法

示零法的原理是将被检测量的作用和已知量的作用相互抵消，使它们的总效应为零。这时被测量等于已知量。



$$U_x = U = E \frac{R_2}{R}$$

图 2-3 示零法测电压原理



$$R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

图2-4 示零法测电阻原理

## (2) 微差法

微差法检测的原理：检测待测量 $x$ 与一个数值相近的已知量 $N$ 之间的差值 $(N-x)$ ，这时待测量 $x=N-(N-x)$ 。这种方法不是彻底的示零法，常叫做虚零法，在电桥中则称失衡电桥法。

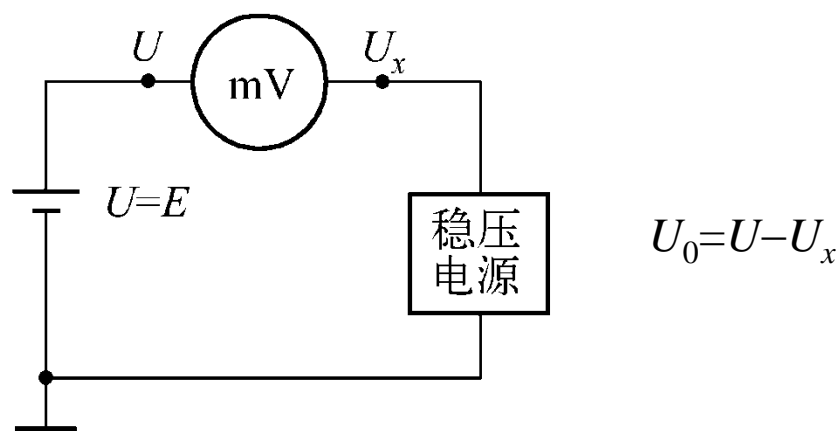
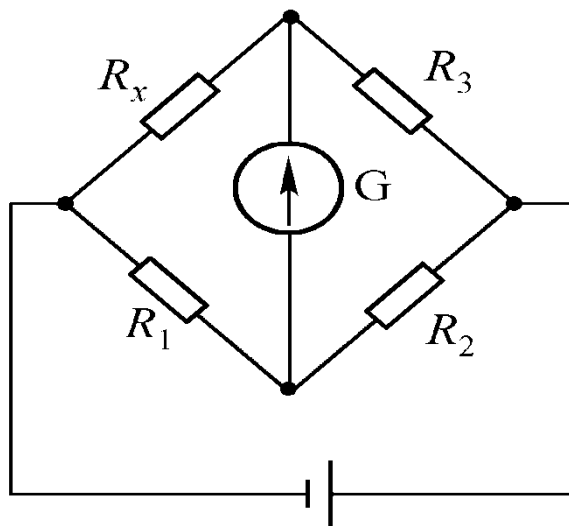


图2-5 微差法测电压原理



### (3)代替法

代替法的工作原理：采用可以调节的标准器，在检测回路中代替被检测量，并且不引起测量仪器示值得改变。这时可调标准器的量值等于待测量的大小，以达到减少系统误差的目的



$$R_x + \Delta_x \approx (R_1 + \Delta_1)(R_3 + \Delta_3)/(R_2 + \Delta_2) \quad (2-46)$$

#### (4) 补偿法

补偿法的工作原理：进行两次测量。第一次测量平衡时的关系为  $R_N + R_x = R_1 R_3 / R_2$ ；第二次测量去掉  $R_x$ ，调整  $R_N$  至  $R'_N$ ，测量平衡时的关系为  $R'_N = R_1 R_3 / R_2$ ，待测量  $R_x = R'_N - R_N$ 。

引入误差，两次测量电桥平衡时的关系为

$$\begin{aligned} R_N + R_x &= (R_1 + \Delta_1)(R_3 + \Delta_3)/(R_2 + \Delta_2) \\ R'_N &= (R_1 + \Delta_1)(R_3 + \Delta_3)/(R_2 + \Delta_2) \\ R_x &= R'_N - R_N \end{aligned} \quad (2-52)$$

$$\Delta_x = \Delta'_N - \Delta_N \quad (2-54)$$

### (5) 对照法

对照法检测的工作原理：在同一检测系统中，通过改变测量的不同安排，测量出两个结果。把它们相互对照，从中检测出系统误差。有时也可求出系统误差的大小。

例如某比较电桥 $R_1 / R_2 = 1$ 和一个可变标准电阻 $R_N$ ，用来检测未知标准电阻 $R_x$ 。第一次检测时把 $R_N$ 放在四臂电桥的 $R_3$ 处，则有

$$R_x = R_1 / R_2 \cdot R_N \quad (2-55)$$

第二次检测将 $R_N$ 和 $R_x$ 对换，设将 $R_N$ 调至 $R'_N$ 时，电桥平衡，则有

$$R_x = R_2 / R_1 \cdot R'_N \quad (2-56)$$

若 $R_N=R'_N$ ，那么有 $R_1 / R_2=R_2 / R_1=1$ ，说明两比较臂无系统误差，于是 $R_x=R_N=R'_N$ 。若 $R_N\neq R'_N$ ，则有 $R_1 / R_2=1+\Delta\neq 1$ ，这时可将两次检测结果相对照，即把式(2-55)和式(2-56)等号两边各自相乘：

$$R_x^2 = R_1 / R_2 \cdot R_N \cdot R_2 / R_1 \cdot R'_N$$

$$R_x = \sqrt{R_N \cdot R'_N} \approx \frac{1}{2}(R_N + R'_N) \quad (2-57)$$

上式中不出现 $R_1$ 和 $R_2$ ，也就是说对照法消除了这两个电阻带来的误差。

如果把两次检测结果联系起来则有

$$R_x = R_1 / R_2 \cdot R_N = R_2 / R_1 \cdot R'_N$$

$$R_1^2 / R_2^2 = R'_N / R_N$$

$$R_1 / R_2 = \left( R'_N / R_N \right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \Delta$$

所以有

$$\begin{aligned} \Delta &= \left( R'_N / R_N \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \\ &= \left[ \left( R'_N / R_N \right)^{\frac{1}{2}} - \left( R_N^2 / R_N^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ &\approx \left( R'_N - R_N \right) / 2R_N \end{aligned} \quad (2-58)$$

通过以上的推导，找到了计算该电桥误差的方法。

对非比较电桥来说，以下两式依然成立：

$$R_x = \left( R_N \cdot R'_N \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-59)$$

$$R_1 / R_2 = \left( R'_N / R_N \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-60)$$

### 3、系统处理中的几个问题

#### (1) 系统误差消除的准则

这一准则主要是讨论系统误差减弱到什么程度时就可以忽略不计。

如果某一项残余系统误差或几项残余系统误差的代数相的绝对值为  $|\delta_x|$ ，而当测量总误差的绝对值为  $|\Delta x|$ ，那么当  $\Delta x$  是两位有效数字时， $|\delta_x|$  满足下式要求，则可舍去。

$$|\delta_x| < \frac{1}{2} \frac{|\Delta x|}{10^2} \quad (2-61)$$

当  $\Delta x$  是一位有效数字时， $|\delta_x|$  满足下式要求，则可舍去。

$$|\delta_x| < \frac{1}{2} \frac{|\Delta x|}{10} \quad (2-62)$$

## (2) 系统误差的改正

设无系统误差而有随机误差时的 $N$ 次测量结果为：

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N$$

当有系统误差 $\Delta n$ 时，该误差可以分为系统恒差 $\xi_0$ 和系统对应 $N$ 次测试的变差 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots, \xi_N$ 。这时对应 $N$ 次测量结果为

$$x'_1, x'_2, \dots, x'_n, \dots, x'_N$$

其中

$$x'_n = x_n + \Delta n = x_n + \zeta_0 + \zeta_n \quad (2-63)$$

$N$ 次检测的平均值可按式求出

$$\bar{x}' = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x'_n = \frac{1}{N} \left( \sum_{n=1}^N x_n + N\zeta_0 + \sum_{n=1}^N \zeta_n \right) = \bar{x} + \zeta_0 + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \zeta_n \quad (2-64)$$

### (3) 系统误差存在与否的检验

当检测系统存在系统恒差 $\xi_0$ 时，实际测量的结果为

$$x'_n = x_n + \zeta_0 = \mu + \xi_n + \zeta_0 \quad (2-65)$$

式中  $\mu$  ——待测量的真值；  
 $\xi_n$  ——随机误差量。

上式也可以写为

$$x'_n = (\mu + \zeta_0) + \xi_n = \mu' + \xi_n \quad (2-66)$$

这时 $x'_n$ 仍是正态分布。有可能把 $\mu'$ 认为是真值， $\xi_n$ 为随机误差值，这样并不能发现系统恒差的严重性。因此通常判断有无系统恒差是采用与标准值比较的方法或用标准样品进行比对来确定。



## 2.2 辐射度量与光度量基础

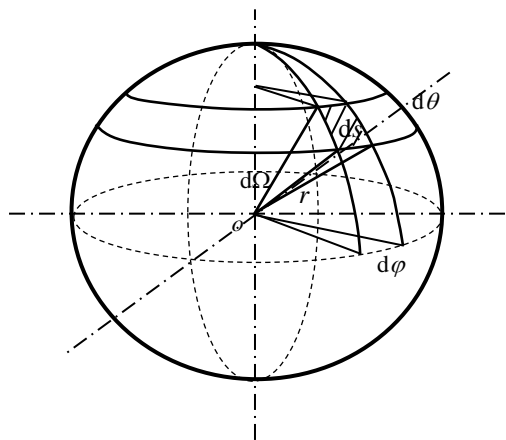
### 2.2.1 辐射度量

#### 立体角

立体角 $\Omega$ 是描述辐射能向空间发射、传输或被某一表面接收时的发散或会聚的角度，定义为：以锥体的基点为球心作一球表面，锥体在球表面上所截取部分的表面积 $dS$ 和球半径 $r$ 平方之比。

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{r^2 \sin\theta d\theta d\varphi}{r^2} = \sin\theta d\theta d\varphi$$

式中， $\theta$ 为天顶角； $\varphi$ 为方位角； $d\theta d\varphi$ 分别为其增量。立体角的单位是球面度(sr)



# 辐射度量

辐射能( $Q$ ): 简称辐能, 描述以辐射的形式发射、传输或接收的能量, 单位焦耳(J)

辐射密度( $w$ ): 定义为单位体积元内的辐射能, 即

$$w = \frac{dQ}{dv}$$

辐射通量( $\Phi, P$ ): 定义为以辐射的形式发射、传输或接收的功率, 用以描述辐能的时间特性。

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

辐射强度（I）：定义为在给定传输方向上的单位立体角内光源发出的辐射通量，即

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

辐射强度描述了光源辐射的方向特性，且对点光源的辐射强度描述具有更重要的意义。

辐亮度（L）：定义为光源在垂直其辐射传输方向上单位表面积单位立体角内发出的辐射通量，即

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\Omega dA \cos \theta} = \frac{dI}{dA \cos \theta}$$

辐亮度在光辐射的传输和测量中具有重要作用，是光源微面元在垂直传输方向辐强度特性的描述

辐射出射度 ( $M$ ): 定义为离开光源表面单位面元的辐射通量, 即

$$M = \frac{d\Phi}{dA}$$

面元所对应的立体角是辐射的整个半球空间。例如, 太阳表面的辐射出射度指太阳表面单位表面积向外部空间发射的辐射通量。

辐照度 ( $E$ ) : 定义为单位面元被照射的辐射通量, 即

辐照度和辐射出射度具有相同的定义方程和单位, 但却分别用来描述微面元发射和接收辐射通量的特性。

$$E = \frac{d\Phi}{dA}$$

## 2.2.2 光度量

光度量和辐射度量的定义、定义方程是一一对应的。表2-3列出了基本光度量的名称、符号、定义方程及单位、单位符号。

表 2-3 基本光度量的名称、符号和定义方程

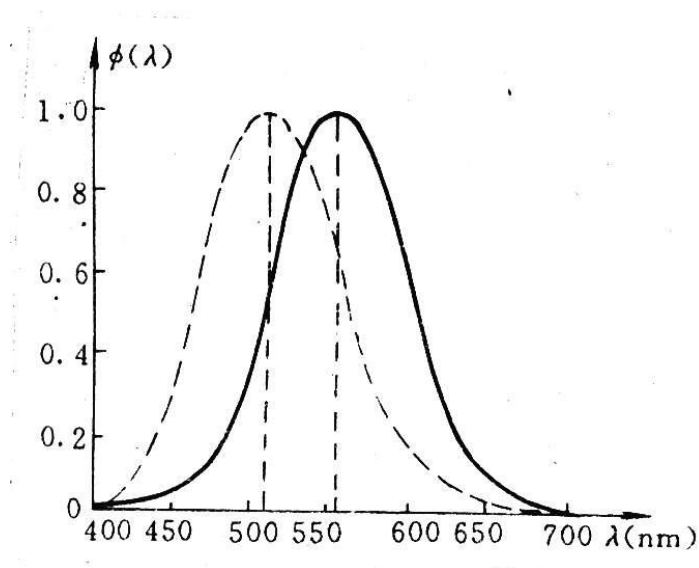
名称	符号	定义方程	单位	单位符号
光量	$Q$		流明·秒 流明·小时	$\text{lm}\cdot\text{s}$ $\text{lm}\cdot\text{h}$
光通量	$\Phi$	$\Phi = dQ/dt$	流明	$\text{lm}$
发光强度	$I$	$I = d\Phi/d\Omega$	坎德拉	$\text{cd}$
(光)亮度	$L$	$L = d^2\Phi/d\Omega dA \cos\theta = dI/dA \cos\theta$	坎德拉/平方米	$\text{cd}\cdot\text{m}^{-2}$
光出射度	$M$	$M = d\Phi/dA$	流明/平方米	$\text{lm}\cdot\text{m}^{-2}$
(光)照度	$E$	$E = d\Phi/dA$	勒克斯(流明/平方米)	$\text{lx} (\text{lm}\cdot\text{m}^{-2})$
光视效能	$K$	$K = \Phi_v / \Phi_e$	流明/瓦	$\text{lm}\cdot\text{W}^{-1}$
光视效率	$V$	$V = K / K_m$	—	—

光通量 $\Phi_v$ 和辐射通量 $\Phi_e$ 可通过人眼视觉特性进行转换，即

$$\Phi_v(\lambda) = K_m V(\lambda) \Phi_e(\lambda)$$

式中， $V(\lambda)$ 是CIE推荐的平均人眼光谱光视效率(或称视见函数)

图2-8给出人眼对应明视觉和暗视觉的视见函数。



为了描述光源的光度与辐射度的关系，通常引入光视效能K，其定义为目视引起刺激的光通量与光源发出的辐射通量之比，单位为 $lm/W$ 。

$$K = \frac{\Phi_v}{\Phi_e} = \frac{K_m \int_0^\infty V(\lambda) \Phi_e(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty \Phi_e(\lambda) d\lambda} = K_m V$$

常见光源的光视效能

光源类型	光视效能(lm/W)	光源类型	光视效能(lm/W)
钨丝灯(真空)	8~9.2	日光灯	27~41
钨丝灯(充气)	9.2~21	高压水银灯	34~45
石英卤钨灯	30	超高压水银灯	40~47.5
气体放电管	16~30	钠光灯	60

## 2.2.3 朗伯辐射体及其辐射特性

对于某些自身发射辐射的辐射源，其辐亮度与方向无关，即辐射源各方向的辐亮度不变，这类辐射源称为朗伯辐射体。

### 1. 朗伯余弦定律

朗伯体反射或发射辐射的空间分布可表为

$$d^2P = L \cos \theta dA d\Omega$$

按照朗伯辐射体亮度不随角度 $\theta$ 变化的定义，得

$$L = \frac{I_0}{dA} = \frac{I_\theta}{dA \cos \theta}$$

即 
$$I_\theta = I_0 \cos \theta$$

即在理想情况下，朗伯体单位表面积向空间规定方向单位立体角内发射(或反射)的辐射通量和该方向与表面法线方向的夹角 $\alpha$ 的余弦成正比——朗伯余弦定律。



## 2. 朗伯体辐射出射度与辐亮度的关系

如图2-9，极坐标对应球面上微面元 $dA$ 的立体角为：

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \alpha \cdot d\alpha d\varphi$$

设朗伯微面元 $dS$ 亮度为 $L$ ，则辐射到 $dA$ 上的辐射通量为

$$d^2P = L \cos \alpha \sin \alpha ds d\alpha d\varphi$$

在半球内发射的总通量 $P$ 为

$$P = Lds \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos \alpha \sin \alpha d\alpha = \pi Lds$$

按照出射度的定义得

$$M = \frac{P}{ds} = \pi L$$

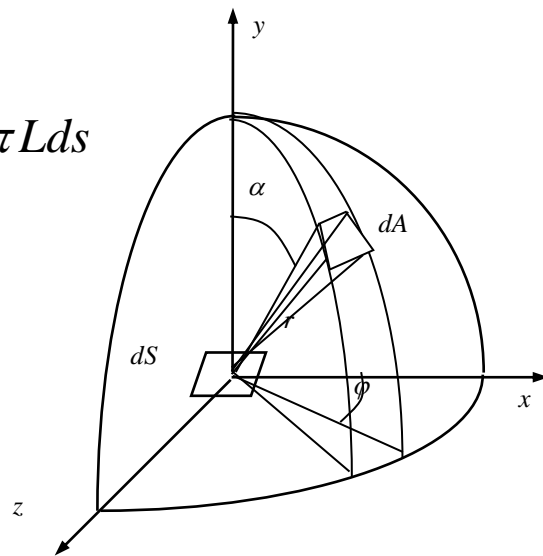


图2-9 朗伯体辐射空间坐标

对于处在辐射场中反射率为 $\rho$ 的朗伯漫反射体( $\rho=1$ 为理想漫反射体), 不论辐射从何方向入射, 它除吸收 $(1-\rho)$ 的入射辐射通量外, 其它全部按朗伯余弦定律反射出去。因此, 反射表面单位面积发射的辐射通量等于入射到表面单位面积上辐射通量的 $\rho$ 倍。  
即 $M=\rho E$ , 故

$$L = \rho \frac{E}{\pi}$$

## 2.4 光电检测器件的特性参量

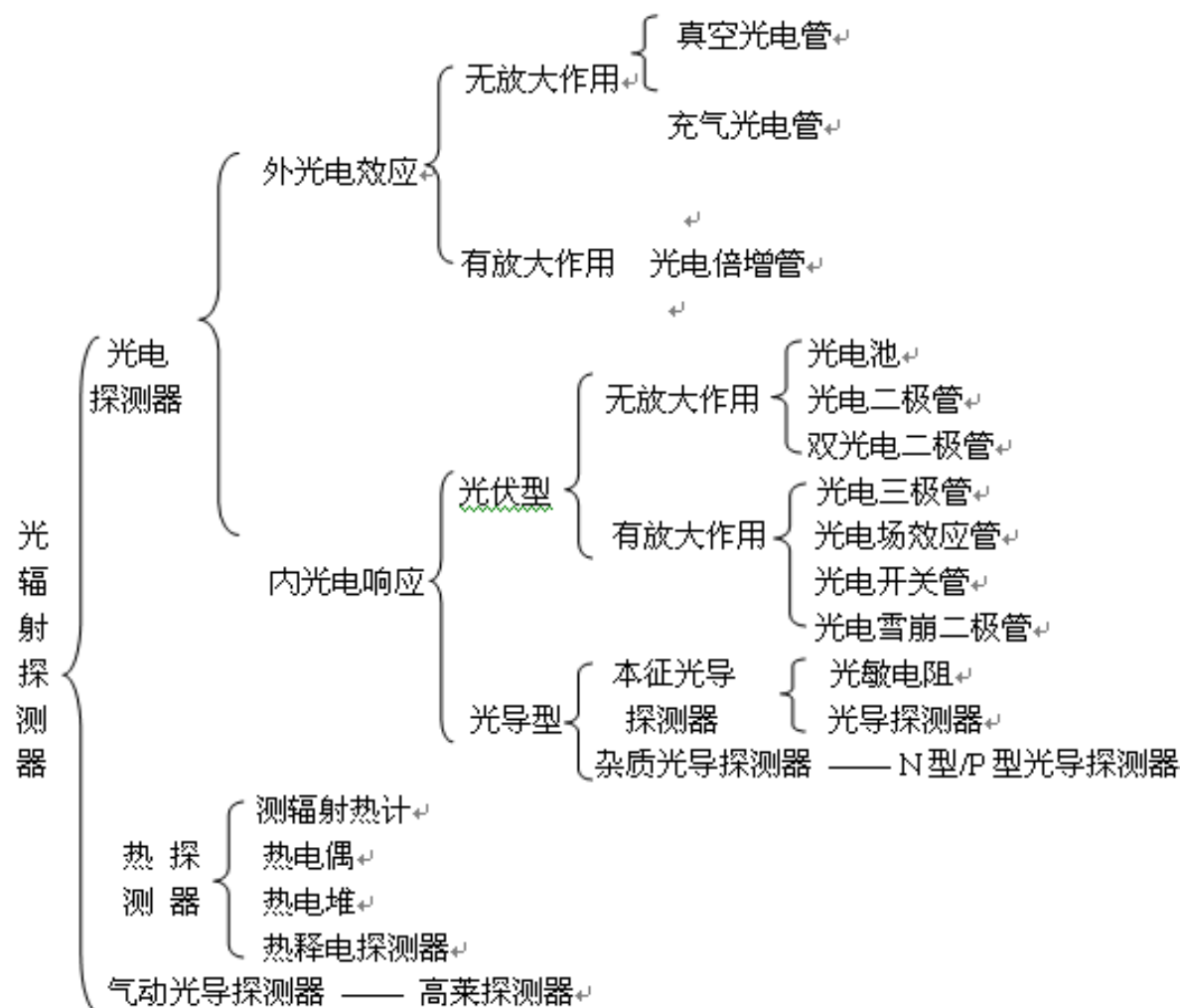


图 2-10 常见光辐射探测器的分类

光电探测器利用光电效应，把入射到物体表面的辐射能变换成可测量的电量：

(1) 外光电效应：当光子入射到探测器阴极表面(一般是金属或金属氧化物)时，探测器把吸收的入射光子能量( $h\nu=hc/\lambda$ )转换成自由电子的动能，当电子动能大于电子从材料表面逸出所需的能量时，自由电子逸出探测器表面，并在外电场的作用下，形成了流向阳极的电子流，从而在外电路产生光电流。

(2) 光伏效应：半导体P-N结在吸收具有足够能量的入射光子后，产生电子-空穴对，在P-N结电场作用下，两者以相反的方向流过结区，从而在外电路产生光电流。

(3) 光电导效应：半导体材料在没有光照下，具有一定的电阻，在接收入射光辐射能时，半导体释放出更多的载流子，表现为电导率增加(电阻值下降)。

对于光辐射探测器的应用，人们较关注的性能是：

- ① 探测器的输出信号值定量地表示多大的光辐射度量，即探测器的响应度大小。
- ② 对某种探测器，需要多大的辐射度量才能使探测器产生可区别于噪声的信号量，即与噪声相当的辐射功率大小。
- ③ 探测器的光谱响应范围，响应速度，线性动态范围等。与光辐射测量有关的还有表面响应度的均匀性、视场角响应特性、偏振响应特性等。

### 2.3.1 响应度

响应度定义为单位辐射度量产生的电信号量，记作 $R$ ，电信号可以是电流，称为电流响应度；也可以是电压，称为电压响应度。对应不同辐射度量的响应度用下标来表示。

探测器的响应度描述光信号转换成电信号大小的能力。辐射度量测量中，测不同的辐射度量，应当用不同的响应度。

探测器的响应度一般是波长的函数。与上面定义的积分响应度对应的光谱响应度为

$$R_{\Phi}(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{\Phi(\lambda)}, R_E(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{E(\lambda)}, R_L(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{L(\lambda)}$$

积分响应度和光谱响应度的关系为

$$R_{\Phi} = \frac{I}{\Phi} = \frac{\int_{\lambda} R_{\Phi}(\lambda) \Phi(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda} \Phi(\lambda) d\lambda}, R_E = \frac{\int_{\lambda} R_E(\lambda) E(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda} E(\lambda) d\lambda}, R_L = \frac{\int_{\lambda} R_L(\lambda) L(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda} L(\lambda) d\lambda}$$

可以看到：积分响应度不仅与探测器的光谱响应度有关，也与入射辐射的光谱特性有关，因而，说明积分响应度时通常要求指出测量所用的光源特性。

利用公式推导可知，探测器的辐射通量光谱电流响应度为：

$$R_{\Phi}(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{\Phi(\lambda)} = \frac{\eta(\lambda)\lambda q}{hc} = \frac{\eta(\lambda)\lambda}{1239.8}$$

对于光电探测器，由于受到材料能带之间的间隙——禁带宽度 $E_g$ 的限制，响应波长具有长波限，最大响应波长为

$$\lambda_{\max} = \begin{cases} 1.24 / E_g & \text{内光电效应} \\ 1.24 / (E_g + E_A) & \text{外光电效应} \end{cases}$$

式中， $E_A$ 是光电子逸出探测器表面所需的表面势垒。

表2-5 常见半导体及掺杂半导体的能隙 $E_g$ 及最大响应波长 $\lambda_{\max}$

材料	$E_g$ (eV)	$\lambda_{\max}$ ( $\mu m$ )	材料	$E_g$ (eV)	$\lambda_{\max}$ ( $\mu m$ )
InSb	0.22	5.5	Ge:Hg	0.09	13.8
PbS	0.42	3.0	Ge:Cu	0.041	30.2
Ge	0.67	1.9	Ge:Cd	0.06	20.7
Si	1/12	1.1	Si:As	0.0537	23.1
CdSe	1.8	0.69	Si:Bi	0.0706	16.3
CdS	2.4	0.52	Si:P	0.045	27.6
PbSe	0.23	5.4	Si:In	0.165	7.5
			Si:Mg	0.087	14.3



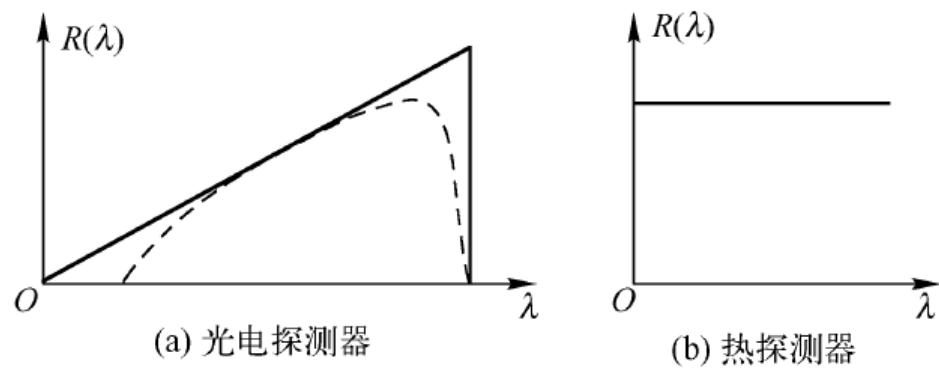
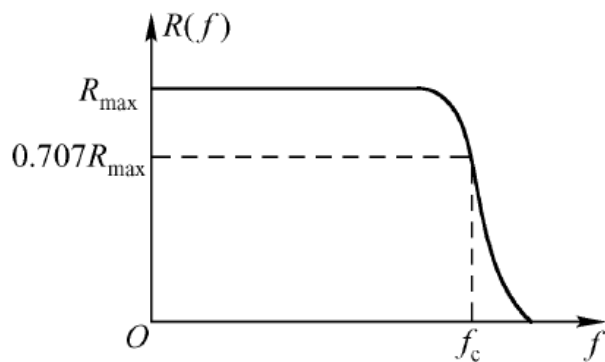


图 2-11 光辐射探测器的光谱响应曲线



$$f_c = 1/(2\pi RC)$$

图 2-12 探测器的频率响应特性

## 2.3.2 噪声及其评价参数

### 1. 噪声

在系统中任何虚假的或不需要的信号统称为噪声。系统的噪声可分为来自外部的干扰噪声和内部噪声。来自外部的干扰噪声又可分为人为干扰噪声和自然干扰噪声；系统内部噪声也可分为人为噪声和固有噪声。

#### (1) 散粒噪声

由于光子流以间断入射的形式投射到探测器表面，以及探测器内部光子转换成电子动能而产生的电子流具有统计涨落的特性，形成散粒噪声。

假设入射光子服从泊松(Poisson)概率密度分布，则可导出

$$\overline{I_n^2} = 2q\overline{I_p}\Delta f$$

式中， $\overline{I_n^2}$ 为散粒噪声电流均方值(A)； $q$ 为电子电量(K)； $\overline{I_p}$ 为平均电流A，

$$\Delta f = \int_0^{\infty} R^2(f)df / R_{\max}^2$$

为测量系统的噪声等效带宽(1/s)； $R(f)$ 为探测器响应度的频率响应

## (2) 产生-复合(G-R)噪声

光导型探测器的G-R噪声是由于半导体内的载流子在产生和复合过程中，自由电子和空穴数随机起伏所形成，也属于白噪声，相当于光伏型探测器中单向导电P-N结内的散粒噪声，只是这类双向导电元件的G-R噪声比散粒噪声大倍。

$$\overline{I_{G-R}^2} = 4q\overline{I_p}\Delta f = 4q^2G^2\eta_i E_p A_d \Delta f$$

式中， $E_p$ 为入射光在探测器表面产生的辐照度； $A_d$ 为探测器的工作面积； $\eta_i$ 为探测器的内量子效率； $G$ 为光是导器件的增益。

### (3) 热噪声

热噪声由电阻材料中离散的载流子(主要是电子)的热运动造成。只要电阻材料的温度大于绝对零度,则不管材料中有无电流通过,都存在着热噪声。热噪声电流的均方值为

$$\overline{I_T^2} = 4kT\Delta f / R$$

式中,  $k$ 为玻兹曼常数;  $T$ 为元件的温度(K);  $R$ 为探测器的电阻值。

使探测器致冷或者探测器及前置放大器一起制冷,可以减少热噪声电流。

#### (4) $1/f$ 噪声

$1/f$ 噪声的产生机制还不很清楚，一般认为，它与半导体的接触、表面、内部存在的势垒有关，所以有时叫做“接触噪声”，其值随信号调制频率的增加而减少，即

$$\overline{I_f^2} \approx KI^2 \Delta f / f$$

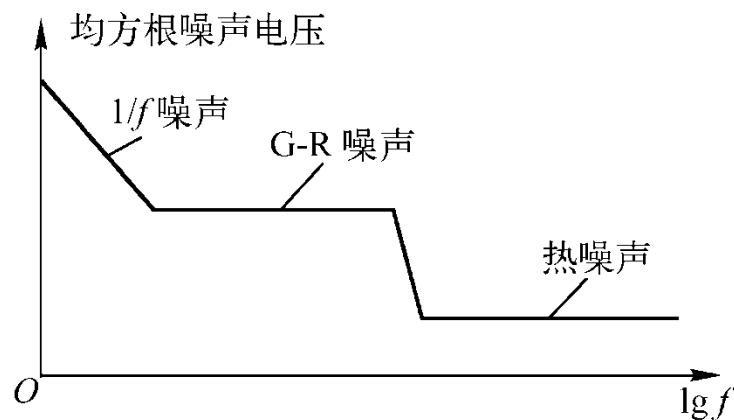


图2-13 典型光导型探测器的噪声频谱

### (5) 温度噪声

由热探测器和背景之间的能量交换所造成的探测器自身的温度起伏，称为温度噪声。

探测器的总噪声电流的均方值等于各项互不相关噪声电流均方值之和

$$\overline{I_N^2} = \sum^K \overline{I_k^2}$$

只有信号电流足够强，才能与噪声电流区别开来。于是，用信号电流与噪声电流的均方根值之比——信噪比，作为表征探测系统探测能力和精度的一个十分重要的指标，记作SNR。

$$SNR = I_s / \sqrt{\overline{I_N^2}}$$

噪声等效功率 NEP:

噪声等效功率是探测器产生与其噪声均方根电压相等的信号所需入射到探测器的辐射功率，即信噪比等于1时所需要的最小输入光信号的功率

$$NEP = \frac{\Phi}{SNR} = \frac{\sqrt{I_N^2}}{R_\Phi}$$

用NEP描述探测器探测能力的一个不方便之处是数值越小，表示探测器的探测能力却越强，相对缺乏直观性。为此一般引入NEP的倒数——探测率D来表示探测器的探测能力

$$D = 1 / NEP$$

由于探测率与探测器面积以及测量系统的带宽有关，对于比较不同类型、不同工作状态探测器的探测性能存在不便，为此，更常用的是采用比探测率D\*

$$D^* = \sqrt{A_d \Delta f} D = \frac{R_\Phi}{\sqrt{I_N^2 / (A_d \Delta f)}}$$

即用单位测量系统带宽和单位探测器面积的噪声电流来衡量探测器的探测能力。