

南京工业大学 高等数学 A-2 试题 (A) 卷 (闭)

2016---2017 学年 第 2 学期 使用班级 江浦大一学生

班级

学号

姓名

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、单项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

1、旋转曲面 $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ 是 ()

- (A) xOz 坐标面上的双曲线绕 Ox 轴旋转而成 (B) xOz 坐标面上的椭圆绕 Oz 轴旋转而成
(C) xOz 坐标面上的双曲线绕 Oz 轴旋转而成 (D) xOz 坐标面上的椭圆绕 Ox 轴旋转而成

2、如果当点 (x, y) 沿任意直线方向趋于点 (x_0, y_0) 时, 函数 $f(x, y)$ 都趋于一定数 A , 则极限

$\lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$ ()

- (A) 一定存在, 但不一定等于 A (B) 一定存在且等于 A
(C) 不一定存在 (D) 一定不存在

3、设函数 $f(x)$ 连续, 则 $\int_0^a dx \int_0^x f(y) dy =$ ()

- (A) $\int_0^a y f(y) dy$ (B) $\int_0^a (a - y) f(y) dy$
(C) $\int_0^a f(x) dx$ (D) $\int_0^a [f(x) - f(0)] dx$

4、若曲面 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 则 $\oiint_{\Sigma} (x + y + z)^2 dS =$ ()

- (A) π (B) 2π (C) 4π (D) 6π

5、下列级数中, 条件收敛的是 ()

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-\frac{2}{3})^n$
(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{1}{n}$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

1、已知 \vec{a}, \vec{b} 均为单位向量, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$, 则以向量 \vec{a}, \vec{b} 为邻边的平行四边形的面积为_____.

2、已知 $z = \ln(1 + \frac{x}{y})$, 则 $dz|_{(1,1)} =$ _____.

3、曲面 $z = x^2 + y^2 - 1$ 在点 $(2, 1, 4)$ 处的切平面方程为_____.

4、曲线 $L: x^2 + y^2 = R^2$, 则对弧长的积分 $\int_L (2x - y + 1) ds =$ _____.

5、函数 $f(x) = \arctan x$ 展开为 x 的幂级数为 $f(x) =$ _____.

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

(注明收敛域) 且 $f^{(2017)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答下列各题 (本大题共 4 小题, 每小题 7 分, 总计 28 分, 每题要有必要的解题步骤)

1、求经过点 $A(-1, 2, 3)$, 且垂直于直线 $L: \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$, 又与平面 $\pi: 7x + 8y + 9z + 10 = 0$ 平行的直线方程.

2、已知函数 $z = f(x + y, xy)$, 其中 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3、计算二重积分 $I = \iint_D [y + x(x^2 + y^2)] dx dy$, 其中积分区域 D 由曲线 $y = x^2$ 与 $y = 1$ 围成.

4、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \cdot n}$ 的收敛半径、收敛域及和函数.

四、解答下列各题（本大题共 4 小题，每小题 7 分，总计 28 分，每题要有必要的解题步骤）

1、设 $f(x, y, z) = x^4 - xy + z^2$ ，求：

- (1) 梯度 $\text{grad} f(1, 1, 1)$ ； (2) $f(x, y, z)$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处沿该点到点 $(1, 4, 5)$ 方向的方向导数；
(3) $f(x, y, z)$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的方向导数的最大值.

2、计算 $I = \int_L (e^y + x)dx + (xe^y - 2y)dy$ ，其中 L 为曲线弧 $y = x^2$ 上从点 $O(0, 0)$ 到 $A(1, 1)$ 。

3、计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} x^4 dydz + 2y^2 dzdx + 2(z^2 - 1) dxdy$ ，其中 Σ 为曲面 $z = 1 - x^2 - y^2 (z \geq 0)$ 的上侧。

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

4、设 $f(x) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$ ，将其展开成傅里叶级数，并求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ 。

五、应用题(本题 8 分)

设某种玩具的零件是由边长为 1 的正三角形均匀薄片与矩形均匀薄片（同种材料）拼接而成的，且正三角形的一边恰为矩形的一边，要使整个零件的质心落在正三角形的一边上，求矩形的另一边长。

六、证明题(本题 6 分)

设级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ 条件收敛，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$ （ l 为常数），指出 $|l|$ 的值，并证明你的结论。