# 竞赛论坛

## "互联网十"时代的出租车资源配置问题评析

## 韩中庚1,杜剑平2

- (1. 解放军信息工程大学 数学工程与先进计算国家重点实验室,河南 郑州 450001;
  - 2. 解放军信息工程大学 信息系统工程学院,河南 郑州 450001)

摘 要:本文针对 2015 年全国大学生数学建模竞赛 B 题"互联网十"时代的出租车资源配置问题,根据评阅和评奖的具体情况,首先介绍了问题的背景、提法和评阅要点,然后给出了几种有代表性的解决方法和模型,最后对参赛论文中存在的较普遍问题作了分析。

关键词: 互联网+; 出租车资源配置; 打车难; 打车软件; 供求关系; 数学建模

中图分类号:O351.3

文献标志码:A

文章编号:2095-3070(2015)04-0034-06

2015 年"高教社杯"全国大学生数学建模竞赛 B 题是"互联网十"时代的出租车资源配置问题。随着"互联网十"时代的到来,互联网技术为人们带来了丰厚的红利,由此产生的新思想、新理念、新产品、新成果正在源源不断地深入人心,服务于社会。依托互联网技术的打车软件平台就是近几年发展起来的新产品之一,伴随而来的专车也已从幕后走向台前,这对人们习惯的、传统的出租车市场结构和运营机制产生了深刻影响。一段时间以来,打车软件和专车运营在社会上引起了不小的波澜,打车软件公司之间的市场竞争,出租车与专车之间的博弈,一度成为人们关心和社会关注的热点问题。B 题正是在这样的背景下提出的,打车软件与专车的出现是"互联网十"时代的必然产物。事实上,人们更关心的问题是:它们的出现是否能够解决出租车资源的合理配置和市场供求关系良好匹配的问题,以及在当前环境下是否能够缓解或解决人们"打车难"问题。

## 1 问题的提出

在很多城市,出租车经常成为紧缺资源。导致这个问题出现的主要原因往往是出租车资源配置不合理,其原因是多方面的,如出租车司机无法准确掌握乘车需求信息、堵车、出租车空驶等。打车软件平台建立了乘客需求与出租车司机供应之间的信息互通,能够准确及时地将乘客的需求传送给出租车司机,提高了出租车的"供求"匹配率。但是打车软件平台依然无法完全解决出租车供求匹配问题,一些路程近、路况不好的"坏单"往往需要耗费很多时间、成本和精力;而一些路程远、路况好的"好单",通常收益较高,成本较低,从而一些司机宁可空驶也不愿意去接那些"坏单",常常会选择高峰期加油、换班等不正常的行为,人为造成出租车资源的紧张和"打车难"。城市交通服务部门也在想方设法缓解或解决乘客"打车难"这一社会问题,为此,我们提出了如下的问题:

出租车是市民出行的重要交通工具之一,"打车难"是人们关注的一个社会热点问题。随着"互联网十"时代的到来,有多家公司依托移动互联网建立了打车软件服务平台,从而使得乘客与出租车司机之间的信息互通,同时推出了多种出租车补贴方案。请你们搜集相关数据信息,建立数学模型,研究如下问题:

问题 1 试建立合理性指标,分析不同时空出租车资源的"供求匹配"程度。

问题 2 分析相关公司的出租车补贴方案是否对缓解"打车难"问题有帮助。

收稿日期:2015-11-06

通讯作者:韩中庚,E-mail:zhghan@163.com

问题 3 如果要创建一个新的打车软件服务平台,你们将设计什么样的补贴方案,并论证其合理性。

#### 2 问题评阅的基本要点及说明

"互联网十"时代的出租车资源配置问题是一个即时性、开放性、实用性很强的热点问题,需要针对某一个地区或一个城市的实际情况进行研究。解决问题需要一定的实际数据支持,必须收集某地区或城市出租车的相关数据,通过对数据的分析研究,统计挖掘出相关规律,支持所建立的数学模型和模型的结论。

#### 2.1 分析不同时空出租车资源的供求匹配程度

解决问题的目标是要从实际出发,综合分析确定能够反映出租车供求关系的合理性指标,并建立供求关系指标与时间和区域的关系模型。重点把握以下3个方面:

- 1)通过分析,定义能够反映不同时空变化规律的合理性供求关系指标;
- 2)利用真实、可靠的实际数据,统计计算不同时空下的供求关系指标,对供求关系的时间、空间的分布规律和匹配程度进行具体的分析讨论;
- 3)供求关系指标的定义方法是不唯一的,主要看是否能够反映出租车的供求关系,并充分说明其合理性。仅用宏观统计数据分析问题不是一种好做法。
- 2.2 分析各公司推出的补贴方案是否能缓解"打车难"

各公司推出的补贴方案基本上都是采用等额补贴的方式,依据实际问题,可以从不同的角度做定性分析,最好是用定量分析,或用机理分析方法建模分析是否能缓解"打车难"问题。主要把握以下3个方面:

- 1)允许用不同的方法,给出不同的观点和结论,但要有充分合理的分析论证和说明;
- 2)分析比较不同公司推出的补贴方案的不同作用,包括对出租车司机和乘客正反两个方面的影响作用:
  - 3)要利用相关数据来检验其模型,验证说明相应结论的正确性。

#### 2.3 设计更合理的补贴方案

根据已推出补贴方案的实际情况,共同的特点是等额补贴。等额补贴会导致不同订单之间客观存在明显的差异性,使出租车司机出现"挑单"的情况,从而不能完全缓解"打车难"问题。设计补贴方案要有针对性地解决相关问题,重点把握以下 2 个方面:

- 1)合理的补贴方案一般应该是非等额补贴,或通过奖励与惩罚机制,促使出租车司机不挑单,达到有单即接的效果,这是评价方案合理与否的关键所在;
  - 2)对于方案的合理性或可行性,应该给出检验结果或仿真说明。

#### 2.4 几点说明

- 1)要解决好这个问题,必须要有详实的数据支持,所以收集某地区不同时间的实际数据显得尤为重要。特别是能够反映出租车不同时空变化的微观数据,数据来源要真实、可靠,并且要有足够的数据量,确实能够反映实际问题。同时,要对实际数据做相应的分析处理,为后面问题的研究提供基础和依据。
- 2)对于问题 1,能够反映出租车供求关系的指标可以有多种不同的形式,例如单位时空的空驶率、乘载率、里程利用率等都是可以反映实际问题的指标。利用这些指标和实际数据,分析不同时空的出租车供求分布规律,并做出合理的分析说明。
- 3)问题 2 起到了承上启下的作用,而不是一个孤立的问题。针对已有的不同的补贴方案进行分析比较,重点要说明对缓解"打车难"有无帮助,或有多大的帮助,这是问题的关键所在。应该要依据实际数据做定量分析检验,或用仿真的方法比较分析有无补贴的情况对缓解"打车难"的影响。需要进行横向比较,也需要纵向比较,可以得到不同的结论,并说明其问题和原因所在,为解决问题 3 提供依据。
- 4)问题 3 是基于问题 2 结果的进一步扩展,一般问题 2 的结果应该是不能缓解或不能有效缓解"打车难",分析其原因,从而可以有针对性地建立相应的模型,给出对有效缓解"打车难"更有益的补贴方

#### 案,并能检验说明其有效性。

5)最好能够从多方博弈的角度来研究多家公司补贴方案的合理性设计方法,使得能在行业内公平 竞争,合作共赢,促进社会的和谐发展,真正有利于解决"打车难"问题。

## 3 关于问题有代表性的解决方法

"互联网十"时代的出租车资源配置问题作为 2015 年全国大学生数学建模竞赛本科组赛题之一,是近几年的赛题中开放性较强的一个问题。问题所需要的数据收集、数据分析与处理、建模方法的选择、模型的建立与求解等,对于参赛同学来说都是很具有挑战性的。同时注意到,真正有参考价值的文献很少,这就给参赛同学留下了广阔的发挥创造的空间。从所用到的建模方法来看,可以说是百花齐放,模型多种多样,结果不尽相同。

#### 3.1 问题 1 的解决方法

从总体情况看,很多参赛队都收集到了某些城市出租车1天至1周不等的实时动态的数据,包括北京、上海、广州、深圳、西安、成都、杭州、南京和沈阳等大中城市的数据,数据源包括苍穹数据平台、数据堂网络平台、"滴滴"与"快的"智能出行平台等。依据这些实际数据,分析出了不同时间、不同区域出租车的分布情况,统计分析出了不同时空出租车的需求量和供给量,并给出了相应的分布规律和分布图等。通过所建立的供求匹配关系的合理指标,计算出不同时空的匹配程度值。有代表性的指标包括出租车的空载率、满载率、里程利用率和乘客平均等待时间等,其中,里程利用率主要是反映出租车载客效率的指标,即

#### 里程利用率 = 载客行驶里程 / 行驶里程 $\times 100\%$ 。

一种有效的方法是:根据相关出租车的里程利用率 K 和供求比率  $\eta$  的经验公式,利用实际数据,在供求平衡的条件下,计算出里程利用率的理想值  $K^*$  和供求比率的理想值  $\eta^*$ 。将里程利用率 K 和供求比率  $\eta$  抽象为二维空间的点  $P(K,\eta)$ ,由 2 个理想值构成平衡点  $P_0(K^*,\eta^*)$ ,即为供求平衡的理想点。对于实际中的供求情况  $P(K,\eta)$  作规范化处理,得到一个新的点:

$$P'\left(\frac{K-K^*}{K^*},\frac{\eta-\eta^*}{\eta^*}\right).$$

由此定义出租车的综合不平衡度指标:

$$R = d(P', O) = \sqrt{\left(\frac{K - K^*}{K^*}\right)^2 + \left(\frac{\eta - \eta^*}{\eta^*}\right)^2},$$
 (1)

综合不平衡度指标的大小可以反映供求匹配的程度。根据不同时空的实际数据都可以判断出供求匹配的情况。

另外,还有多种不同的方法,有的是用机理分析的方法建立供求匹配关系指标,并利用实际数据分析不同时空的匹配情况;有的是从宏观和微观两个方面来分析出租车的供求匹配情况;但是,也有的单纯考虑一个城市的宏观数据,用来分析出租车的数量和出行人数之间的匹配关系,这不属于该问题所研究的内容;也有的将该问题视为一个综合评价问题来处理,显然这种方法不是一种好的方法,效果也不好。

## 3.2 问题 2 的解决方法

对于问题 2,要求分析已有的补贴方案是否对缓解"打车难"有帮助。该问题应该是在问题 1 的基础上,依据出租车供求关系的匹配程度指标,从无补贴到有补贴前后的变化情况来分析比较,说明补贴方案是否对缓解"打车难"有帮助。这里可以利用实际数据来做分析,也可以通过模拟方法来分析,而不是另做一套评价体系,将该问题与问题 1 当作两个不相关的问题来简单地回答是否有帮助,还是有多少帮助。事实上,对于该问题有或没有帮助,或有多大帮助的结论并不重要,重要的是看参赛者建立了什么样的模型,论述是否合理。下面给出一种可行的做法。

有资料显示,在"滴滴"和"快的"公司实施在线补贴方案期间,使用打车软件的乘客和出租车比例 大约分别在 63.06% 和 76.8% 左右,而使用人数的变化与补贴金额有一定的关系。分析表明,使用打车 软件的人数比例  $\lambda$  与补贴金额 m 大体满足如下关系:

$$\lambda = 1 - e^{-\alpha m}, \qquad (2)$$

其中, $\alpha$  为比例常数。取对乘客补贴的平均值  $m_1 = 10.6$  和  $\lambda_1 = 63.06\%$ ,则由式(2) 得  $\alpha_1 = 0.09395$ 。 取对司机的补贴平均值  $m_2 = 10.9$  和  $\lambda_2 = 76.8\%$ ,则由式(2) 得  $\alpha_2 = 0.13413$ 。

进而,引入出租车司机的意愿半径 R(即司机愿意接单的最大距离)。根据经验,通常在没有补贴的情况下,司机愿意接单的最大距离为  $r_0$ ,这里不妨取为  $0.2~\mathrm{km}$ 。当对司机有补贴时意愿半径会增加。考虑到出租车的单位成本为 a,即出租车空车行驶单位距离的成本(油费、管理费、车损费等),一般至少应在 1 元以上,即  $a \ge 1$ 。为此,在有补贴的情况下司机的意愿半径为

$$R = r_0 + \frac{m}{a} = 0.2 + \frac{m}{a}, a \geqslant 1,$$
 (3)

其中, m 为对司机的补贴金额。

以需要打车的乘客所在位置为中心,在以司机的意愿半径R为半径的区域内,假设在该区域内出租车服从二维正态散点分布,通过仿真可以计算出在无补贴和有补贴两种情况下,每个需要打车的乘客人均出租车的拥有率分别为  $q_1$  和  $q_2$ 。于是定义补贴方案对缓解"打车难"的缓解率为

$$Q = \frac{q_2 - q_1}{q_1} \times 100\%. \tag{4}$$

由式(2)、式(3)和式(4),通过计算机进行随机模拟,对于已有的每一种补贴方案都可以计算出补贴前后"打车难"的缓解率,即已有补贴方案对缓解"打车难"的影响程度。结论为:有的方案有利于缓解"打车难",有的方案的缓解程度甚微;有的方案不利于缓解"打车难",甚至会加重"打车难"。直观分析这些结论,这也是与实际情况相吻合的。

#### 3.3 问题 3 的解决方法

问题 3 实际上是在问题 1 和问题 2 的基础上进一步研究的问题。由问题 2 的结果可以看出,所有的补贴方案都没有从根本上有效缓解"打车难"问题。分析其原因,主要是对出租车的补贴方案都是按接单数等额发放的补贴,没有考虑不同时空的变化和供求不平衡的实际情况,客观地形成了"好单"与"坏单"的差异,从而导致了出租车司机挑单的行为,进而造成了某些补贴方案不仅不能缓解"打车难",反而会加重"打车难"的结果出现。据此,依据某城市的实际情况,有针对性地设计出新的补贴方案,并模拟验证说明方案的有效性和可行性。下面给出一种可行的做法。

针对已有的补贴方案不能有效缓解"打车难"的问题,通过机理分析方法建立了分区动态实时补贴模型,从而给出了符合实际的补贴方案。

将某一个城区抽象分为九宫格(即九个子区域),每个区不同时间出租车的供求率一般是不同的。在 全城各区、各时段的补贴保持平衡的前提下,建立平衡补贴的方程组模型:

$$\begin{cases} \frac{k_{i}}{c_{i}} = \frac{k_{i+1}}{c_{i+1}}, i = 1, 2, \dots, 8 \\ \sum_{i=1}^{9} \mu_{i} k_{i} = \mu k \\ c_{i} = \frac{\mu_{i}}{n_{i}}, i = 1, 2, \dots, 9 \end{cases}$$
(5)

其中 :  $k_i (i=1,2,\cdots,9)$  为第 i 区每单给司机的补贴额,其平均值为  $k=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^9 k_i$  ;  $\mu_i (i=1,2,\cdots,9)$  为第

i 区的订单数量(需求),平均值为 $\mu = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{9} \mu_i; n_i (i=1,2,\cdots,9)$  为第 i 区的出租车数量;  $c_i (i=1,2,\cdots,9)$ 

9) 为第 i 区平均每辆出租车的订单数。

直接求解方程组可以得到

$$k_i = \mu k c_i / \sum_{i=1}^{9} \mu_i c_i, i = 1, 2, \dots, 9$$
 (6)

由式(6),通过收集获得实际全城各区各时间段的订单数  $\mu_i$  ( $i=1,2,\cdots,9$ ),平均每辆出租车的订单数  $c_i$  ( $i=1,2,\cdots,9$ ) 和出租车数量  $n_i$  ( $i=1,2,\cdots,9$ ),计算出平均值  $\mu$ ,根据实际情况确定出每车每单的平均补贴数 k,则可以计算出各区、各时间段、每单的补贴金额  $k_i$  ( $i=1,2,\cdots,9$ ),即可得到全天不同时段 9 个区的动态补贴方案,同时利用问题 2 中的模型可以对方案的有效性做检验分析。

## 4 参赛论文中存在的问题

根据部分赛区和报送全国评阅论文的情况,很多参赛队对于这个开放性强并具有挑战性的竞赛题并不适应,可能是习惯了平时训练的有章可循、中规中矩的题目类型,或许是更习惯于现有的常用方法和数学模型的直接应用,而不习惯于针对具体问题进行自主研究,更缺乏利用机理分析方法研究解决实际问题的意识和能力。事实上,大部分论文都不令人满意,这也反映出一些深层次的问题。主要表现出的问题有以下几个方面:

- 1)有很多参赛队对问题本身的理解不够深刻,没有抓住该题目的核心问题,即一个是"互联网+时代的出租车资源配置"中的"互联网+",另一个是"补贴方案能否缓解打车难"中的"缓解打车难"。因为没有抓住这两个核心问题,使得所讨论的问题似乎都是一些无关紧要、不大相干的内容,完全偏离了题目所要求研究的主要问题,似乎有点所答非所问的感觉。
- 2)有不少参赛队对问题中的"不同时空"的概念作了狭义的理解,"时"理解为不同的年份,"空"理解为不同的省份或城市,从而仅仅利用了过去几年不同省份或城市的一些宏观的统计数据,如人口总数、流动人口、出行人数、现有出租车的数量、万人出租车拥有量、GDP等,由此来评价出租车的供求关系。这样就完全变成了一个静态的问题,这应该是相关管理部门所考虑的问题,不是这个题目要研究的问题,也与"互联网十"没有任何关系。尽管这是一个开放性的问题,但仅仅利用这些宏观统计数据来考虑问题的任何方法都不是好方法,其模型也不是好的模型,相应论文也不会是好的论文。另一个方面,也反映出部分同学数据资料的查阅能力和针对实际问题的建模能力不足。
- 3)很多参赛队非常热衷于现有的文献结果,但又缺乏甄别判断的能力,也就出现了不少盲目"抄、搬、套"文献的现象。目前,从现有的文献资料来看,真正与该问题密切相关的文献很少,似乎有一些沾边的文献,直接用到这个问题中也显得有些牵强。为此,凡是过度"抄、搬、套"现有文献的论文都不会是好的论文,自然不会有好的效果,也不会得到好的成绩。
- 4)一些参赛队似乎只是了解一些常用的数学建模方法,但不清楚这些方法的适用性和实用性,即只知其然,而不知其所以然,相应的参赛论文都表现为一些常用建模方法的简单罗列和堆积,不知道是用来做什么的,要解决什么问题,问题的结果是什么。似乎是会什么方法就写什么方法,甚至学了什么模型就写什么模型,相关的、不相关的都写上。事实上,根本没有针对具体问题来建模分析,所写的文章对解决问题没有丝毫作用。这是一个非常不好的做法,数学建模竞赛题绝不是用一些常用方法的罗列或简单套用就能够解决的。这或许也是数学建模问题与数学应用题的根本区别所在。部分参赛同学已习惯了求解数学应用题的思维方式,而缺少数学建模的思想意识和能力,这是值得大家思考的一个重要问题。
- 5)纵览该问题的参赛论文,所涉及到的数学方法有很多,据不完全统计,这些方法包括:数据处理、层次分析、模糊数学、排队论、回归分析、主成分分析、随机过程、时间序列、博弈论、隶属函数、效用理论、TOPSIS、灰色预测、线性规划、非线性规划、整数规划、遗传算法、神经网络、微分方程、线性代数方程组等。从竞赛开放性的角度,用多种不同的方法来解决一个问题,应该说属于正常,也是好事。但事实上,有些方法用在这里是很牵强的,给人的感觉就是为了用而用,或是为了凑内容、抄公式,没有针对具体问题来解决问题。这里不评价哪些方法好与不好,主要是看是不是在解决具体的实际问题。数学建模的

教学和培训是要培养学生在分析和解决实际问题过程中应用相应的数学方法的能力,而不是单纯为了 用数学方法来讨论问题。

6)对于问题 1 而言,要求建立合理性指标,并分析不同时空出租车资源的"供求匹配"程度。让我们很意外的是,不少参赛队会把这个问题与综合评价问题联系起来,竟然套用了不相关的层次分析法、模糊综合评价法、熵权法、TOPSIS 法、神经网络等。现在似乎形成了一个习惯定式,只要问题中含有"指标"、"综合"、"评价"、"合理性"等词语,无论什么问题,都是层次分析、模糊评价、神经网络等;只要有计算求解的问题,无论简单与复杂,都是遗传算法、神经网络、模拟退火等;只要有"预测"二字,无论样本数据如何,都是灰色系统、时间序列等;只要有数据分析,无论什么样的数据,都是多元统计回归等,似乎成了数学建模竞赛的八股文模式。诸如此类,都是不正常的数学建模思维方法,也是对数学建模简单的、狭义的、肤浅的理解和认识。

7)问题 2 应该是在问题 1 的基础上进一步研究的问题,而问题 3 是在问题 1 和问题 2 的基础上的进一步扩展。有不少论文将这 3 个问题当作独立的、不相关的问题做简单回答式的解答,问什么就答什么,没有作为一个实际问题来研究解决,从而使得论文像是分别回答了 3 个不同问题的答卷,不像一篇围绕一个实际问题的研究论文,缺少系统性和连贯性。

8)从命题的角度,我们希望看到参赛学生能够从多家公司之间公平竞争、合作共赢的层面上,用多方合作博弈论的方法来研究各公司间补贴方案的设计问题,遗憾的是没能看到这样的论文。更令人遗憾的是,有不少论文用了所谓的博弈论方法来研究出租车公司和出租车司机之间,或出租车司机和乘客之间的博弈问题,这显然是很荒唐的。因为他们相互之间都是利益共同体,是相互依存的关系,没有相互对立和竞争的条件,何来的博弈?此类论文似乎都是受到了某些不规范的劣质文献的影响。

#### 5 结束语

2015 年全国大学生数学建模竞赛活动结束了,"互联网十"时代的出租车资源配置问题及其相关的问题还没有完全解决,作为一个开放性的社会热点问题还可以做进一步的深入研究。

从问题本身来讲,在目前的社会环境下,出租车的供求匹配关系究竟是什么样的;供求匹配程度怎么样;之前各公司的补贴方案除了与公司经营策略相关以外,对社会究竟有什么益处;尤其是对缓解"打车难"问题有多少帮助;如果打车软件公司愿意出补贴,那么什么样的补贴方案才真正能够解决"打车难"问题;各公司之间如何在公平竞争、合作博弈中共赢,都是没有完全解决的实际问题。

从问题扩展的角度,值得研究的相关问题也有很多。目前,国内的打车软件公司有很多家,除了"滴滴"和"快的"外,还有"优步"、"一号专车"、"神州专车"、"易到用车"、"好打车"、"打车秘书"、"摇摇招手"、"大黄蜂"等,这些软件平台的存在对社会有多少益处;它们的运营机制和管理模式应该是怎样的;专车一直在争议中运营,专车资费如何定价;专车与传统的出租车怎么样合作共赢,服务于社会,方便老百姓,解决"打车难"问题,这些问题都值得研究。

赛后,很多老师和参赛同学都对这个题目给予了充分肯定,特别是对于题目的开放性和挑战性,认为是一个很好的竞赛题。但同时觉得题目的难度较大,尤其是相关数据难找,方法灵活,结果不定,竞赛中难以把握。事实确实如此,解决实际问题本来就是这样,总是比求解已有答案的应用题难得多。参赛同学在3天之内完成这个问题确实不容易,但我们也欣慰地看到了一些比较优秀的参赛论文,尤其是报送全国组委会评阅的大部分论文都是针对具体的实际问题,利用数学建模方法做了较深入的研究,并取得了较好的效果,这是值得赞赏的。

#### 参考文献

- [1]全国大学生数学建模竞赛组委会. 2015 年全国大学生数学建模竞赛赛题[EB/OL]. [2015-11-02]. http://www.mcm.edu.cn/html\_cn/node/ac8b96613522ef62c019d1cd45a125e3. html.
- [2]中国大学生在线. 2015 年全国大学生数学建模竞赛优秀论文[EB/OL]. [2015-11-02]. http://special. univs. cn/service/jianmo/2015jmlw/.

(下转第60页)

头,人约黄昏后"的情景,这需要根据定义的黄昏时间和柳梢头的高度来确定。通常来讲,柳梢头的角度定义得越高,发生此情景的日期就会越早。

如果将诗中的"月上"改为"月下",此情景将发生在什么时间和日期?很遗憾,在本人评阅过的试卷中,还没有发现有这样的讨论。

#### 参考文献

- [1]李广宇, 天球参考系变换及其应用[M], 北京:科学出版社, 2010.
- [2]中国科学院紫金山天文台, 2010 中国天文年历[M], 北京:科学出版社, 2009.
- [3]薛毅译,谭永基校. 钟表时与太阳时:8字形图. UMAP 数学建模案例精选(2)[M]. 北京:高等教育出版社,2015.
- 「4〕万永革, 孟晓春, 黄猛, 等. 月亮高度及升降时刻与方位的计算「M〕. 防灾技术高等专科学校学报, 2003, 5(3): 1-5.

## Analysis of " the Moon Rose Above the Willow Tree"

XUE Yi

(College of Applied Science, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: In this paper, the method of solving" The Moon Rose Above the Willow Tree", problem C of CUMCM 2015, is presented. And we give a biref description and some comments on students' papers in the contest. In order to ensure the continuity of solving the problem, the first part of the paper is the solving process of the problem, the latter part is review of the contest papers.

Key words: vertical angle; celestial equator; ecliptic; moon's path; ecliptic longitude; ascending node

#### 作者简介

薛 毅(1958-),男,博士,北京工业大学教授,主要研究方向是运筹学与控制论。

## (上接第39页)

## Comments on Taxi Allocation in the "Internet + "Era

HAN Zhonggeng<sup>1</sup>, DU Jianping <sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Mathematical Engineering and Advanced Computing, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China; 2. School of Information System Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China)

**Abstract:** Aiming at the problem B of CUMCM 2015, which refers to "Taxi allocation in the 'Internet +' Era", and according to the national level review of the contest, this paper introduces the problem formulation and the key points of the review. Several kinds of representative solutions and models are given, and the common problems in the contest papers are analyzed.

Key words:Internet +;taxi allocation;taxi difficult;taxi-hailing apps;supply-demand;mathematical modeling

#### 作者简介

韩中庚(1958一),男,解放军信息工程大学教授,主要从事军事运筹与军事建模、数学建模及其应用等方面的研究。

杜剑平(1981一),男,解放军信息工程大学讲师,博士,主要从事军事运筹、军事通信、数学建模及其应用等方面的研究。