
머신러닝/딥러닝을 위한 수학

선형대수

정부호 행렬
17강

딥러닝호형

실 이차 형식 (Real Quadratic Forms)

$$\textcircled{f(\mathbf{x})} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$$

2차식

예.

$$2x^2 + 2xy + 2y^2 = (x \ y) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$$

A대각화

$$\rightarrow \mathbf{x}^T \textcircled{PDP^T} \mathbf{x} = (\textcircled{P^T \mathbf{x}})^T D (P^T \mathbf{x}) \quad (\because \mathbf{A} = PDP^T)$$

y로 대입

$$= \mathbf{y}^T D \mathbf{y} \quad (\mathbf{y} = P^T \mathbf{x})$$

$\begin{pmatrix} 2x+y \\ x+2y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
 \downarrow
 $(2x+y)x + (x+2y)y$
 \nearrow
 $2x^2 + 2xy + 2y^2$

양의 정부호(Positive Definite)

다음은 동치다.

- (1) 대칭 행렬 A 가 positive definite하다. ($x^T A x > 0, \forall x \neq 0$) ↗ 대칭행렬인 A 가 2차형식을 만들었을 때 이게 항상 양자 ↑ positive definition 이라함.
- (2) A 의 고유값이 모두 양수다. (0도 포함하면 positive semi definite이라고 한다.)
↓ 양자 때? positive definite인 것 ↘ 양자 아니냐하면 positive semidef.

양의 정부호(Positive Definite)의 성질

- (1) positive definite 행렬의 역행렬도 positive definite이다.
- (2) 행렬 A, B 가 positive definite 이면 $A + B$ 도 positive definite이다.
- (3) 행렬 A 가 positive definite 이면 rA 도 positive definite이다. ($r > 0$)



머신러닝/딥러닝: 어디서 사용되나요?

영화 추천 알고리즘

유저의 영화 시청 기록을 바탕으로 서로의 관계를 따져 영상을 추천한다.

유저 관계 행렬 W 는 유저가 n 명일 경우 $n \times n$ 대칭행렬이다. 또한 양의 정부호

행렬일 때, $W = Q\Lambda Q^T = (Q\Lambda^{\frac{1}{2}})(Q\Lambda^{\frac{1}{2}})^T = \mathbf{V}\mathbf{V}^T$ ($\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{n \times k}$)

행렬

$\downarrow n \times k$ 이고 $k+1$ 이라면?

만약 $k_1 \dots k_n$ 이 있는 행렬에서 1D, 2D, 평행 등을 가짐으로 가짐다면 행렬의 관계(2D 평행면의 행렬)가 나올 것임. ($n \times n$ 의 크기) $\rightarrow n$ 이 크다면 분해 관계 k_1, k_2 와 k_2, k_1 (행렬) (행렬)은 같음. 대각선과 거꾸로 같은 symmetric 행렬. 만약라고 가정하면 분해가 됨

$D = P^T A P$ \rightarrow $W = Q\Lambda Q^T$ \rightarrow $\frac{1}{2}$ 로 나눔. 자력관계에 행이

