

第 9 讲：带电粒子在磁场中的运动

磁偶极子

磁偶极子是类比电偶极子而建立的物理模型。

但由于没有发现单独存在的磁单极子，因此磁偶极子的物理模型不是两个磁单极子，而是一段封闭回路电流。磁偶极矩 m 的方向，根据右手法则，是大拇指从载流回路的平面指出的方向，而其它手指则指向电流运行方向，磁偶极矩的大小等于电流乘以线圈面积。

除了载流回路以外，电子和许多基本粒子都拥有磁偶极矩。它们都会产生磁场，与一个非常小的载流回路产生的磁场完全相同。但是，现时大多数的科学观点认为这个磁偶极矩是电子的自然性质，而非由载流回路生成。

根据当前的观察结果，磁偶极子产生的机制只有两种，载流回路和量子力学自旋。

磁单极子

磁单极子是一种带有一个单位磁荷（类比于电荷）的粒子

1269 年，彼德勒斯·佩雷格林纳斯在一封书信里提到，磁石必会有两极，“南极”与“北极”。

19 世纪早期，安德烈-马里·安培将这论述提升为假说。

目前的库仑定律只是针对电的定律，实际上当时，查尔斯·库仑也提出了磁的库仑定律，认为，两个磁荷间受到的力，与磁荷所带磁的大小成正比，与两个磁荷间的距离的平方成反比。

英国物理学家保罗·狄拉克在 1931 年给出磁荷的量子理论。他的论文阐明，假若在宇宙里有任何磁荷存在，则所有在宇宙里的电荷量必须量子化。这条件称为“狄拉克量子化条件”。

1975 年，美国的科学家利用高空气球来探测地球大气层外的宇宙辐射时偶然发现了一条轨迹，当时科学家们分析认为这条轨迹便是磁单极子所留下的轨迹。

1982 年 2 月 14 日，在美国斯坦福大学物理系做研究的布拉斯·卡布雷拉宣称他利用超导线圈发现了磁单极子，然而事后他在重复他先前的实验时却未得到先前探测到的磁单极子，最终未能证实磁单极子的存在。内森·塞伯格和爱德华·威滕两位美国物理学家于 1994 年首次证明出磁单极子存在理论上的可能性。

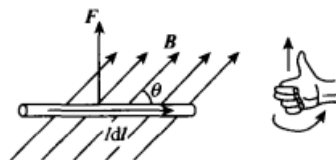
德国柏林亥姆霍兹材料与能源研究中心与来自德累斯顿、圣安德鲁斯、拉普拉塔和牛津的研究人员在 2009 年于柏林进行的中子散射实验中，找到了自旋冰中磁单极子的类似物，但这并非狄拉克所预言的基本粒子。

1 知识概要

知识点 1.1: 安培力

电流元 Idl 在磁场 B 中受力为

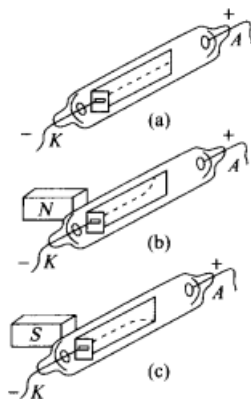
$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$



知识点 1.2: 洛伦兹力

电子束在磁场中偏转实验:

如图为阴极射线管，管内有一狭缝，通过狭缝的电子束成为平面带的形状，使荧光屏上出现一条发光的径迹。（如图 a 所示）。如果将磁场靠近阴极射线管，运动径迹发生偏转，当磁场反向时，运动径迹也反向（如图 b、图 c 所示）。



我们可以联想到载流导线在磁场中所受的力可以归结为运动电荷在磁场中所受的力的总和，因此我们可以从公式

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

推导得到单个运动电荷在磁场中所受的力。

$$Idl = jSdl = nqSvdl = Nqv$$

其中 q 为电子所带的电荷量， n 为单位体积内的自由电子数即自由电子数密度， N 即为 dl 长度导线内的总自由电子数。

于是现在我们得到

$$d\vec{F} = Nq\vec{v} \times \vec{B}$$

除以 N ，我们即可得到单个电子所受的力为

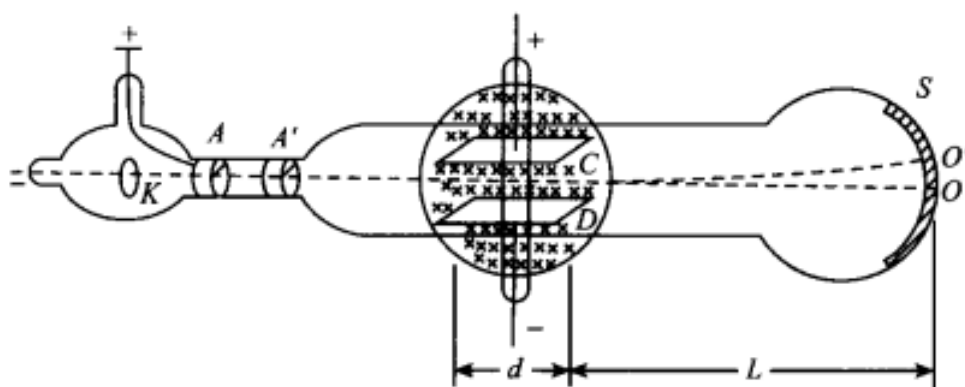
$$\vec{f} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

该式由洛伦兹首先推导得到，故称其为洛伦兹力。

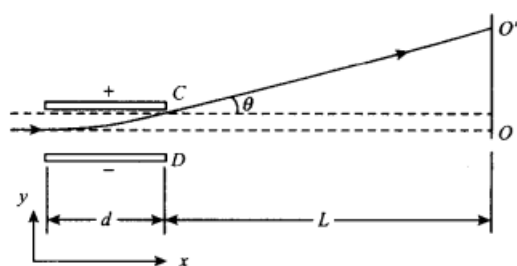
2 例题

例题 2.1: 荷质比

电子荷质比的测定：汤姆孙实验

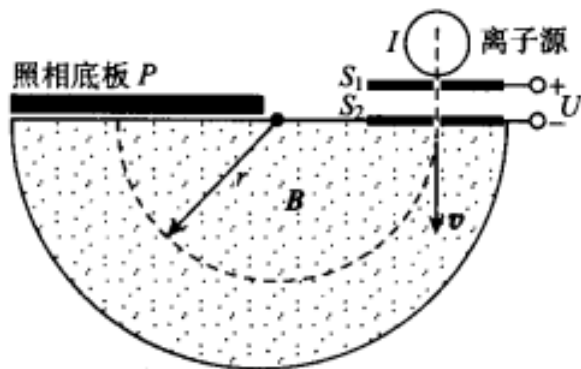


电子自阴极 K 射出后，受到阴极 K 和阳极 A 之间的加速电场的作用，穿过阳极中心 A 的小孔后匀速前进。 A' 的小孔用来选出狭窄的沿水平方向前进的电子束。 CD 为电容器的两极板。如果在 CD 的区域内既没有电场也没有磁场，那么电子束将沿直线匀速前进。到达荧光屏 S 上的 O 点，在屏上出现清晰的光点。如果在 CD 上加电压， C 为正， D 为负，则电子束在竖直向下的电场作用下沿抛物线行进。离开电场后，电子束按照已偏折的方向沿直线前进，到达荧光屏上偏离原始位置的 O' 点。



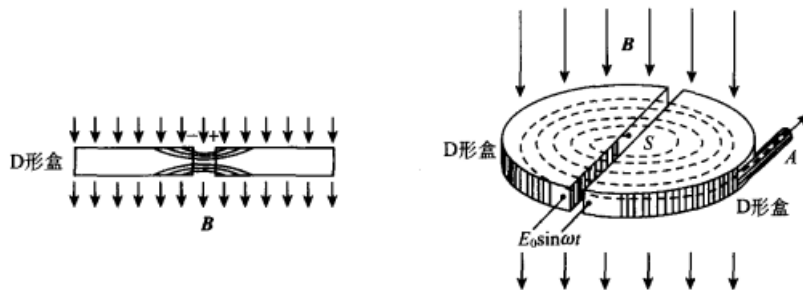
例题 2.2: 质谱仪

I 是一个离子源, S_1 、 S_2 是二个很狭窄的缝, 离子通过他们在质谱仪中运动并最终打在相片底板上成像。



例题 2.3: 回旋加速器

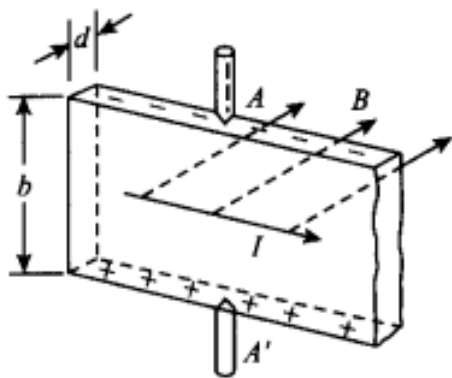
回旋加速器构造如图所示, 在真空箱中防置一对中空的半圆形的 D 形金属盒, 两个半盒互相绝缘, 并与交流电源相连。两半盒之间的裂缝处有交变电场, 垂直于 D 形盒的圆面加一均匀磁场。在盒的中心附近安放一离子源, 可以在水平方向发射粒子。



例题 2.4: 霍尔效应

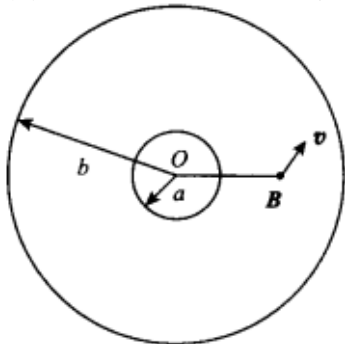
将一导电板放在垂直于它的磁场中，当有电流通过时，在导电板两端产生电势差 $U_{AA'}$ ，该现象被称为霍尔效应。实验表明，在磁场不太强时，电势差 $U_{AA'}$ 与电流 I 和磁感应强度 B 成正比，和板的厚度 d 成反比。即

$$U_{AA'} = K \frac{IB}{d}$$



例题 2.5: 磁控管

图为圆柱形磁控管的截面图，中间是半径为 a 的接地灯丝，外部是半径为 b 的圆柱形电极，其电势为 U 。沿着轴线方向加有均匀磁场 B ，设电子离开灯丝的速度很小可以忽略，后来沿着曲线路径向阳极运动。问当电势低于何值时，电子将不能达到阳极，因而没有电流？

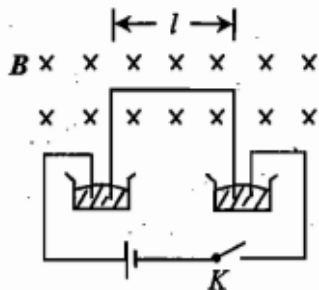


例题 2.6.

已知氦核的质量比质子大一倍，电荷与质子相同， α 粒子的质量是质子质量的四倍，电荷是质子的两倍，静止的质子、氦核和 α 粒子经过相同的电压加速后，他们的动能比是多少？

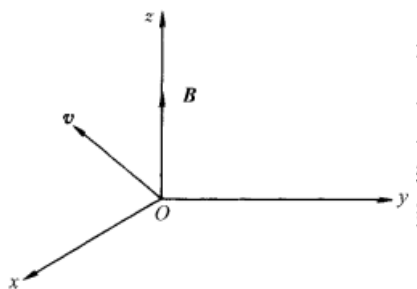
例题 2.7.

一段导线弯成如图所示形状，其质量为 m ，上面水平一段长为 l ，处在水平均匀磁场中，磁感应强度为 B ， B 与导线平面垂直。导线下面两端分别插在两个浅水银槽里，两槽中水银与一带开关 K 的外电源连接。当 K 一接通，导线便从水银槽里跳起来。设跳起的高度为 h ，求通过导线的电量 q 。



例题 2.8.

一质量为 m 、电荷量为 q 的粒子，在 $t = 0$ 的时刻，以速度 $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ 自原点 O 出发，在均匀磁场里运动，磁场的磁感应强度 $\vec{B} = B \vec{k}$ ，如图所示，试求该粒子的运动轨迹。



例题 2.9.

一铜导线载有电流 I ， I 均匀分布在它的横截面上；已知导线横截面的半径为 R ，铜内参加导电的自由电子数密度为 n ，电子的电荷量为 e 。试求这导线的轴线与表面的电势差 U 。

课后练习 3.1 为什么在两平行导线中流过同方向电流时，导线互相吸引，而两平行阴极射线则互相排斥。

课后练习 3.2 设电子质量为 m , 电荷量为 q , 以角速度 ω 绕带正电的质子作圆周运动。当加上外磁场 B , B 的方向与电子轨道平面垂直时，设电子轨道半径不变，而角速度变为 ω' 。试证明：电子角速度的变化近似等于

$$\Delta\omega = \omega' - \omega = \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m} B$$

课后练习 3.3 回旋加速器的构造原理如图所示，用它加速电荷量为 q 、质量为 m 的粒子，其加速电压 U 和磁感应强度 B 均为已知。设粒子开始时动能很小，可以忽略不计。试问将粒子加速至动能 E_k ，需要多长时间？

