# 一轮电磁学讲义

南大 for 东中物理竞赛

杨骁文 柳天润 潘丞蔚

2023年4月28日

# 第8讲: 电流的磁场

#### 磁偶极子

磁偶极子是类比电偶极子而建立的物理模型。

但由于没有发现单独存在的磁单极子,因此磁偶极子的物理模型不是两个磁单极子,而是一段 封闭回路电流。磁偶极矩 m 的方向,根据右手法则,是大拇指从载流回路的平面指出的方向,而 其它手指则指向电流运行方向,磁偶极矩的大小等于电流乘以线圈面积。

除了载流回路以外,电子和许多基本粒子都拥有磁偶极矩。它们都会产生磁场,与一个非常小的载流回路产生的磁场完全相同。但是,现时大多数的科学观点认为这个磁偶极矩是电子的自然性质,而非由载流回路生成。

根据当前的观察结果,磁偶极子产生的机制只有两种,载流回路和量子力学自旋。

#### 磁单极子

磁单极子是一种带有一个单位磁荷(类比于电荷)的粒子

1269 年,彼德勒斯·佩雷格林纳斯在一封书信里提到,磁石必会有两极,"南极"与"北极"。 19世纪早期,安德烈-马里·安培将这论述提升为假说。

目前的库仑定律只是针对电的定律,实际上当时,查尔斯·库仑也提出了磁的库仑定律,认为,两个磁荷间受到的力,与磁荷所带磁的大小成正比,与两个磁荷间的距离的平方成反比。

英国物理学家保罗·狄拉克在 1931 年给出磁荷的量子理论。他的论文阐明,假若在宇宙里有任何磁荷存在,则所有在宇宙里的电荷量必须量子化。这条件称为"狄拉克量子化条件"。

1975 年,美国的科学家利用高空气球来探测地球大气层外的宇宙辐射时偶然发现了一条轨迹, 当时科学家们分析认为这条轨迹便是磁单极子所留下的轨迹。

1982年2月14日,在美国斯坦福大学物理系做研究的布拉斯·卡布雷拉宣称他利用超导线圈 发现了磁单极子,然而事后他在重复他先前的实验时却未得到先前探测到的磁单极子,最终未能证实磁单极子的存在。内森·塞伯格和爱德华·威滕两位美国物理学家于1994年首次证明出磁单极子存在理论上的可能性。

德国柏林亥姆霍兹材料与能源研究中心与来自德累斯顿、圣安德鲁斯、拉普拉塔和牛津的研究 人员在 2009 年于柏林进行的中子散射实验中,找到了自旋冰中磁单极子的类似物,但这并非狄 拉克所预言的基本粒子。

### 1 知识概要

#### 知识点 1.1: 电流的磁效应

奥斯特实验:

丹麦的物理学家奥斯特发现了电流的磁效应,他发现这一规律时所做的实验称为奥斯特实验,实验是这个样子的: 1820 年 4 月的一天,奥斯特在上课时,无意中让通电的导线靠近指南针,他突然发现了一个现象:指南针发生了偏转。

任何通有电流的导线,都可以在其周围产生磁场的现象,称为电流的磁效应。即通电导线会产生磁。

#### 知识点 1.2: 毕奥-萨伐尔定律

在静磁学中, 毕奥-萨伐尔定律描述电流元在空间任意点 P 处所激发的磁场。

文字表述: 电流元 Idl 在空间某点 P 处产生的磁感应强度 dB 的大小与电流元 Idl 的大小成正比,与电流元 Idl 所在处到 P 点的位置矢量和电流元 Idl 之间的夹角的正弦成正比,而与电流元 Idl 到 P 点的距离的平方成反比。

数学表达式:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

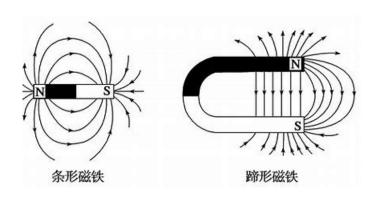
磁场叠加原理: 磁感应强度是矢量, 满足矢量叠加。

### 知识点 1.3: 磁感线

磁感线又叫磁力线,由法拉第发明并引入,是形象描绘磁场分布的一些曲线。曲线上每一点的 切线方向都和这点的磁场方向一致。

磁感线是闭合曲线。磁铁周围的磁感线都是从N 极出来进入S 极,在磁体内部磁感线从S 极到N 极。

常见磁体的磁感线分布:



#### 知识点 1.4: 匀强磁场

均匀磁场是一个常用物理概念,其内部为磁场强弱和方向处处相同的磁场,它的磁感线是一系列疏密间隔相同的平行直线。

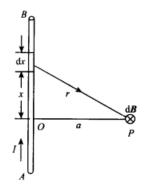
它是一个理想化概念, 完全均匀的磁场是不存在的。

常见的匀强磁场:

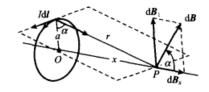
- 1. 较大的蹄形磁体两异名磁极之间的磁场近似于均匀磁场
- 2. 通电螺线管内部的磁场
- 3. 相隔一定距离的两个平行放置的通电线圈中间区域的磁场 (亥姆霍兹线圈)

### 知识点 1.5: 长直导线、圆线圈、螺线管中的电流的磁场分布

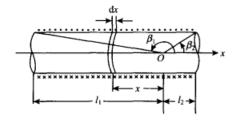
a) 长直导线的磁场



b) 圆线圈的磁场



c) 螺线管中的磁场分布 (轴线上)



### 知识点 1.6: 安培环路定理

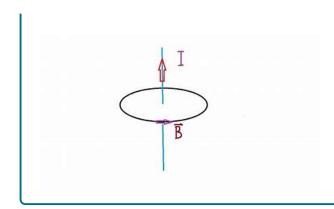
稳恒电流磁场的安培环路定理:

磁感应强度沿任意闭合曲线的线积分,等于穿过这闭合路线的全部电流的代数和的  $\mu_0$  倍。数学表达式为:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I$$

其中电流 I 的正负规定如下: 当穿过闭合曲线的电流方向与闭合曲线的正方向成右手螺旋关系时,I 取正值,反之取负值。如果电流不穿过闭合路线,则它对上式右端无贡献。

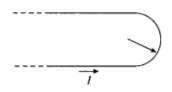
3



# 2 例题

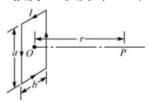
# 例题 2.1: 夹发针形电流

一长直导线弯曲成如图所示夹发针形, 求在半圆中心处的磁场的精确表达式。



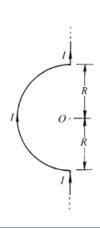
# 例题 2.2: 正方形电流

载有电流 I 的导线构成边长为 a 和 b 的长方形,如图所示,试求轴线上离中心 O 为 r 处的磁感应强度 B 以及当 r »a 和 b 处的 B 值。



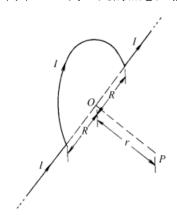
### 例题 2.3: 半圆环形电流 1

一条载有电流 I 的无穷长直导线,在一处弯折成半径为 R 的半圆弧,如图所示. 试求半圆弧中心 O 点的磁感应强度  $\boldsymbol{B}$ 。



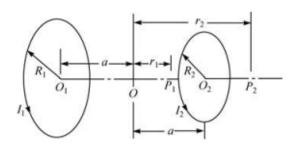
# 例题 2.4: 半圆环电流 2

一条载有电流 I 的无穷长直导线,在一处弯折成半径为 R 的半圆弧,如图所示. 试求这半圆弧轴线上离中心 O 为 r 处的磁感应强度 B。



# 例题 2.5: 共轴圆环

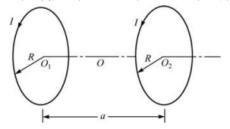
两载流线圈共轴,半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ , 电流分别为  $I_1$  和  $I_2$ , 电流方向相同,两圆心  $O_1$  和  $O_2$  相距为  $O_2$  和  $O_3$  有距为  $O_4$  在现象  $O_4$  如图所示,试分别求轴线上离  $O_4$  为  $O_4$  为  $O_5$  点的磁感应强度  $O_5$  和  $O_5$  和  $O_5$  。



### 例题 2.6: 亥姆霍兹线圈

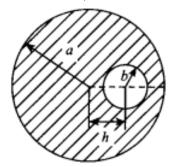
两个相同的圆线圈,半径都是 R, 载有相同电流 I, 共轴放置,两圆心  $O_1$  和  $O_2$  相距为 a, 如图 所示, $O \in O_1$  和  $O_2$  连线的中点,以 O 为原点,轴线为 x 轴。

- 1) 试求轴线上坐标为x处的磁感应强度B。
- 2) 试证明: 当 a = R 时, O 处的磁场近乎均匀磁场。



### 例题 2.7.

一无限长导线其截面如图中画线区所示(小圆内是空的)。图中大圆半径为 a,小圆半径为 b。两圆中心相距 h,设电流 I 均匀分布在导体截面上。求小圆中各点的磁感应强度。



### 例题 2.8.

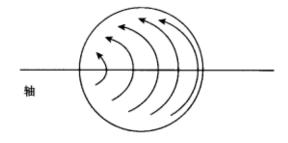
一很长的直同轴电缆,里面导线的半径为a,外面是半径为b的导体薄圆管,其厚度可略去不计。电流I由导线流去,由圆管流回,I均匀分布在导线的横截面上,也均匀分布在管的横截面上。试求离轴线为r处的磁感应强度B的大小。

# 3 课后习题

**课后练习** 3.1 一个分层绕有导线的螺线管,单位长度内有 n 匝导线,最内层的半径为 a,最外层的半径为 b,求证螺线管内轴线上距两端分别为  $l_1$  及  $l_2$  的一点的磁感应强度为

$$\frac{\mu_0 n I}{2(b-a)} [l_1 l n \frac{\sqrt{l_1^2 + b^2} + b}{\sqrt{l_1^2 + a^2} + a} + l_2 l n \frac{\sqrt{l_2^2 + b^2} + b}{\sqrt{l_2^2 + a^2} + a}]$$

**课后练习** 3.2 有一半径为 R 的导体球壳,在整个表面上有绕球的某一轴线流动的均匀分布的电流,面电流密度为 i,求球壳中心的磁场的 B 值。



**课后练习** 3.3 电荷量 Q 均匀分布在半径为 R 的球面上,这球面以匀角速度绕它的一个固定直径旋转. 试论证球内磁场是均匀磁场。