

TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

Chương 2: Biểu diễn hệ thống tuyến tính bất biến trong miền thời gian

Phần 1: ĐÁP ỨNG XUNG ĐƠN VỊ

Trần Thị Thúy Quỳnh



MỤC ĐÍCH

Mục đích của phép biểu diễn?

- Mô tả mối quan hệ giữa tín hiệu vào $x(n)$ và ra $y(n)$.
- Dễ dàng xác định được đầu ra tương ứng khi biết tín hiệu đầu vào .
- Dễ dàng phân tích các tính chất của hệ thống
- Thiết kế được cấu trúc của hệ thống.



PHÂN LOẠI

- **Biểu diễn hệ thống bằng đáp ứng xung đơn vị**
- Biểu diễn hệ thống bằng phương trình Vi phân/Sai phân
- Biểu diễn hệ thống bằng Sơ đồ khối

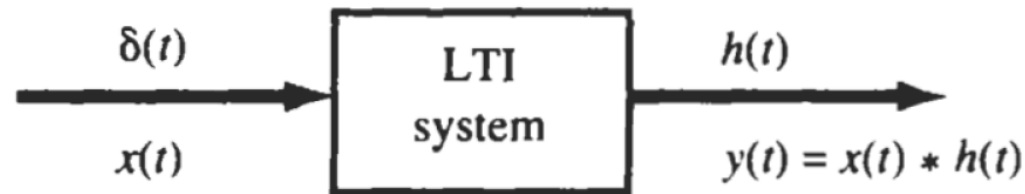


ĐÁP ỨNG XUNG

- Hệ thống LTI liên tục

Đáp ứng xung của hệ thống TTBB là đầu ra của hệ thống khi tín hiệu đầu vào là xung $\delta(t)$.

$$x(t) = \delta(t), \text{ đáp ứng xung: } h(t) = T(x(t)) = T(\delta(t))$$



- Hệ thống LTI rời rạc

Đáp ứng xung, $h(n)$, là đầu ra của hệ thống **TTBB** khi tín hiệu đầu vào là $\delta(n)$.

Cho hệ thống T , $y(n) = T(x(n))$.

Đáp ứng xung của hệ thống: $h(n) = T(\delta(n))$

PHÉP TÍCH CHẬP

- Hệ thống LTI liên tục

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau) d\tau$$

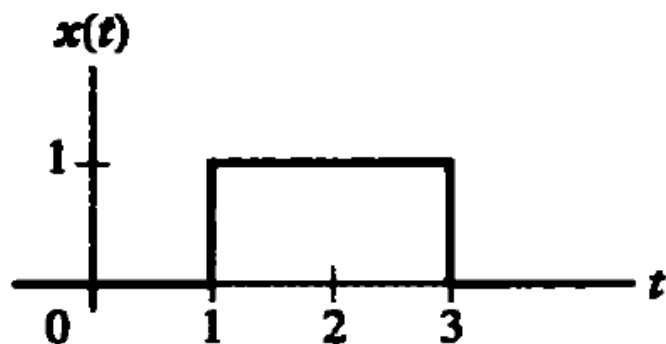
- Hệ thống LTI rời rạc

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n - k]$$

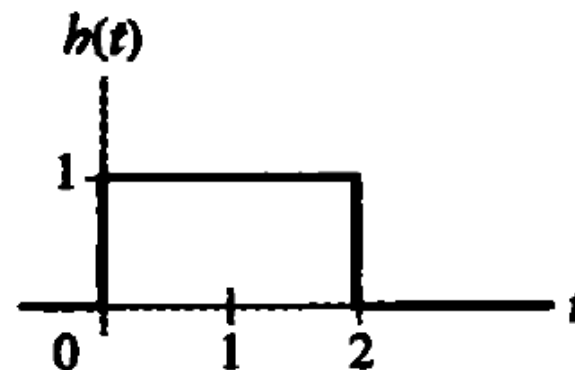
CÁCH TÍNH TÍCH CHẬP VỚI HỆ THỐNG LIÊN TỤC

VÍ DỤ

$$x(t) = u(t - 1) - u(t - 3)$$



$$h(t) = u(t) - u(t - 2)$$



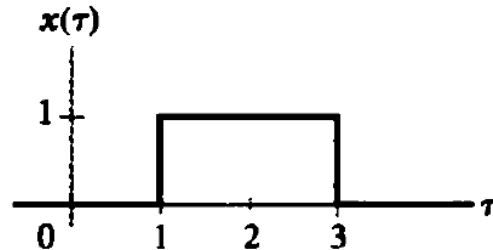
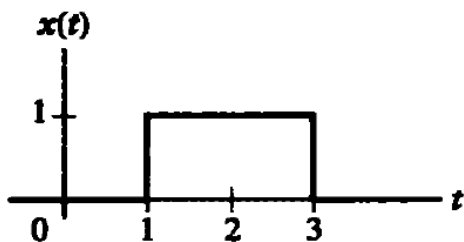
Tính:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau) d\tau$$

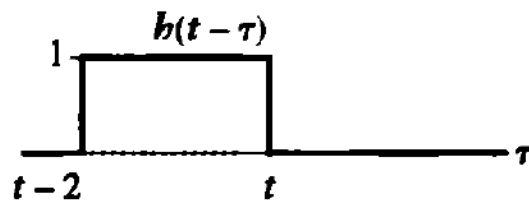
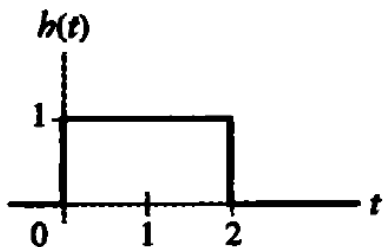
CÁCH TÍNH TÍCH CHẬP VỚI HỆ THỐNG LIÊN TỤC

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau) d\tau$$

1. Biểu diễn $x(t)$ theo biến độc lập τ

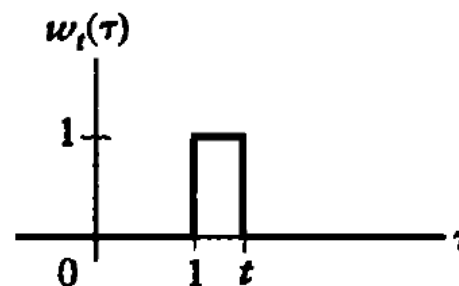


2. Biểu diễn $h(t - \tau)$ theo biến độc lập τ bằng cách lật $h(\tau)$ thành $h(-\tau)$ và dịch $h(-\tau)$ một lượng $(-t)$ (dịch về bên phải)



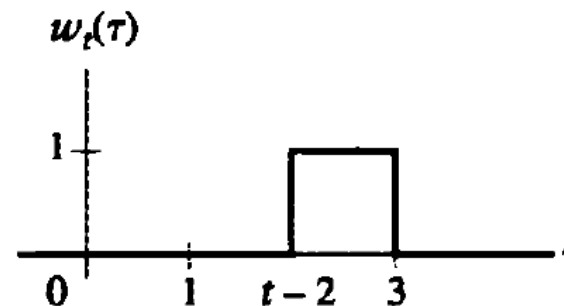
3. Tính $w_t(\tau) = x(\tau)h(t - \tau)$

Với $1 \leq t < 3$



$$w_t(\tau) = \begin{cases} 1, & 1 < \tau < t \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Với $3 \leq t < 5$



$$w_t(\tau) = \begin{cases} 1, & t - 2 < \tau < 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

CÁCH TÍNH TÍCH CHẬP VỚI HỆ THỐNG LIÊN TỤC

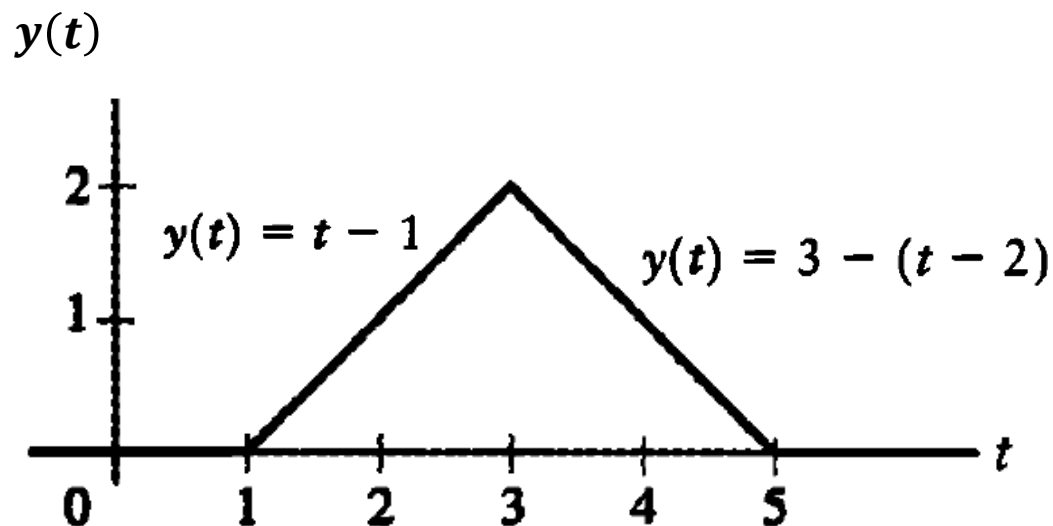
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau) d\tau$$

4. Tính $y(t)$

Với $t < 1$ và $t > 5$: $\omega_t(\tau) = 0$, nên $y(t) = 0$

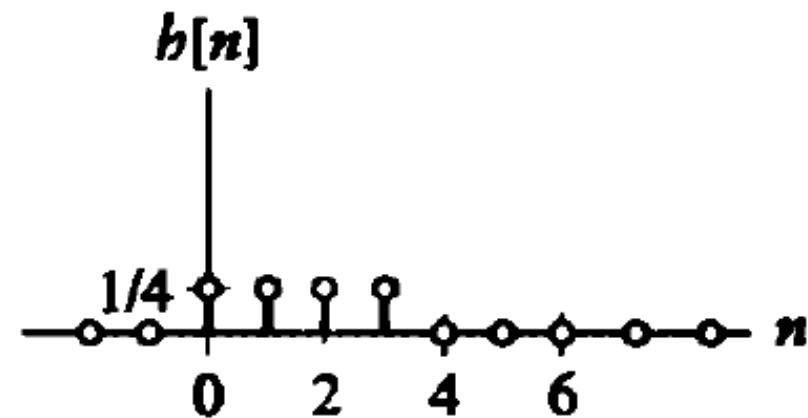
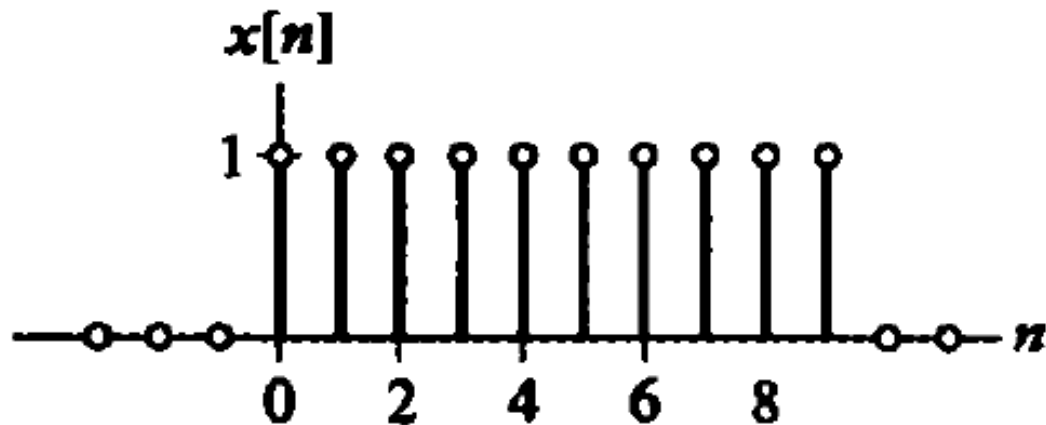
Với $1 \leq t < 3$: $\omega_t(\tau) = \begin{cases} 1, & 1 < \tau < t \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ nên $y(t) = \int_1^t \omega_t(\tau) d\tau = t - 1$

Với $3 \leq t \leq 5$: $\omega_t(\tau) = \begin{cases} 1, & t - 2 < \tau < 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ nên $y(t) = \int_1^t \omega_t(\tau) d\tau = 3 - (t - 2)$



CÁCH TÍNH TÍCH CHẬP VỚI HỆ THỐNG RỜI RẠC

VÍ DỤ



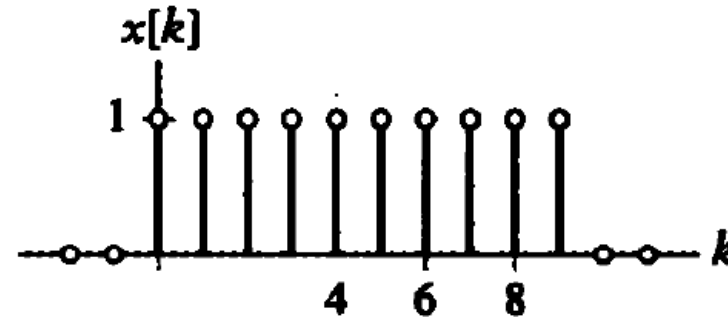
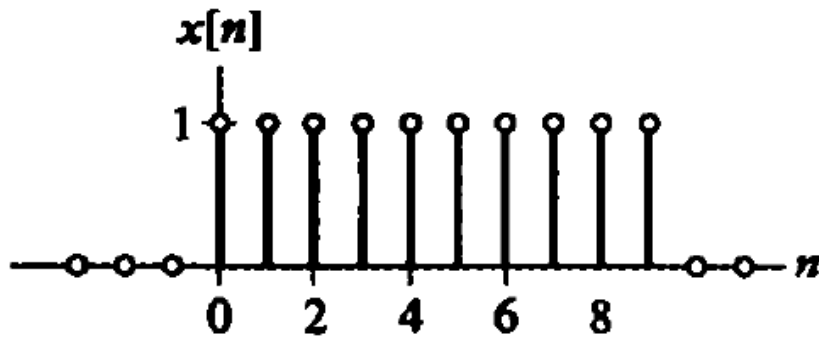
Tính:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

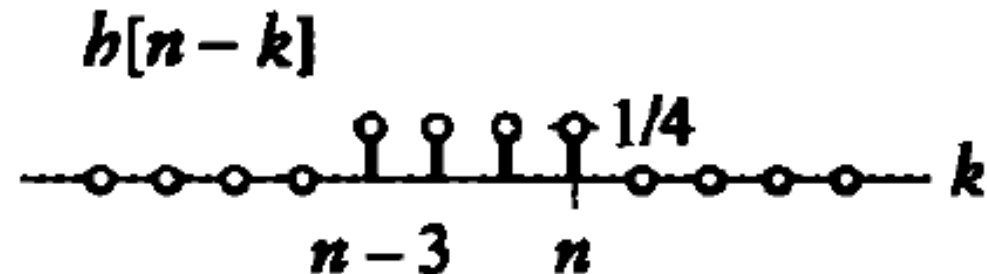
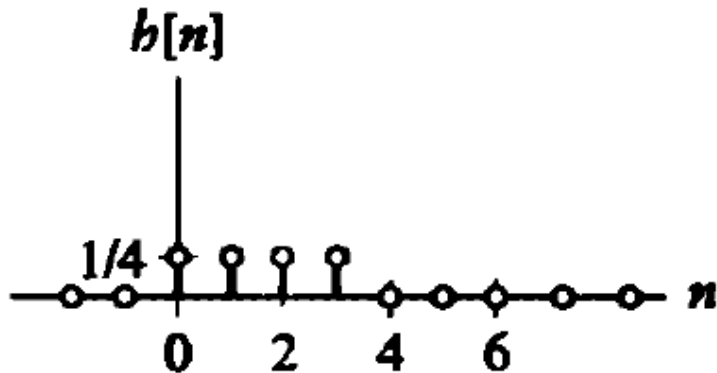
CÁCH TÍNH TÍCH CHẬP VỚI HỆ THỐNG RỜI RẠC

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n - k]$$

1. Biểu diễn $x[n]$ theo biến độc lập k



2. Biểu diễn $h[n - k]$ theo biến độc lập k bằng cách lật $h(k)$ thành $h(-k)$ và dịch $h(-k)$ một lượng $(-n)$ (dịch về bên phải)

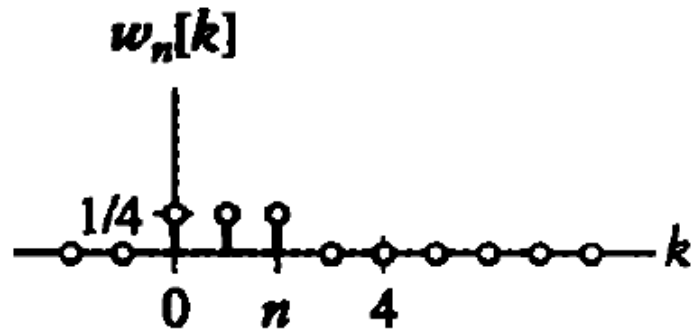


CÁCH TÍNH TÍCH CHẬP VỚI HỆ THỐNG RỜI RẠC

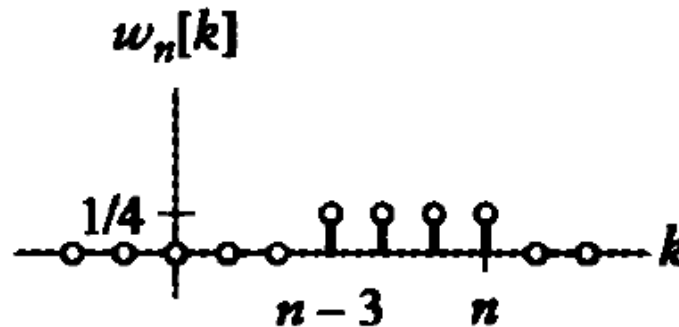
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

3. Tính $w_n(k) = x[k]h[n-k]$

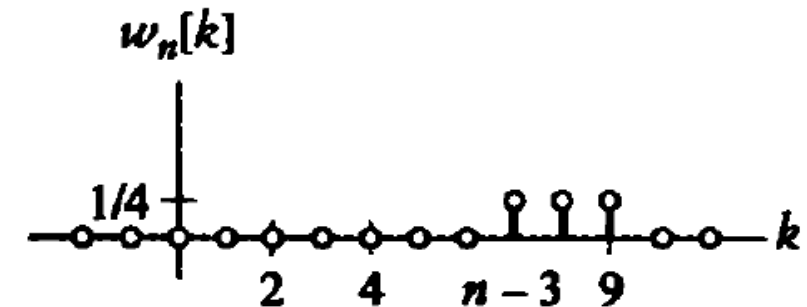
Với $0 \leq n \leq 3$



Với $3 < n \leq 9$



Với $9 < n \leq 12$



CÁCH TÍNH TÍCH CHẬP VỚI HỆ THỐNG RỜI RẠC

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

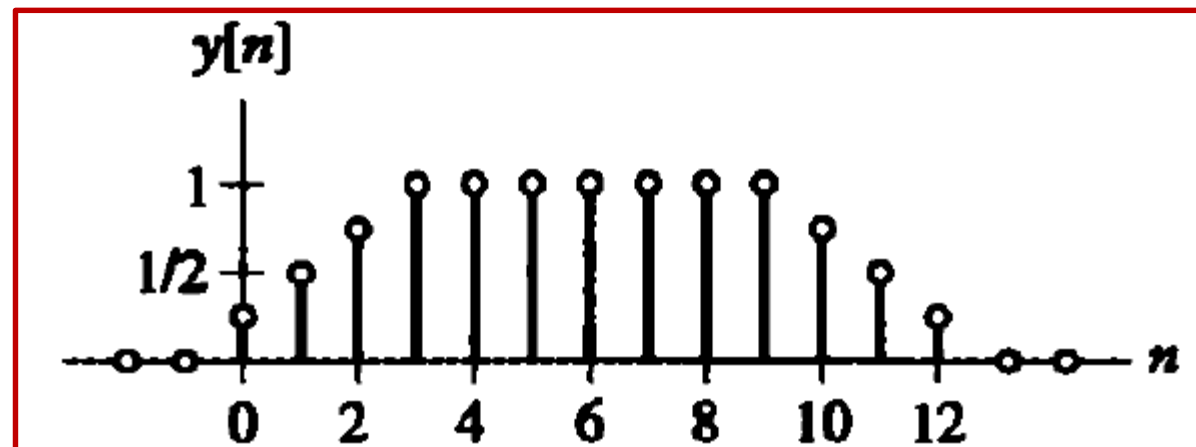
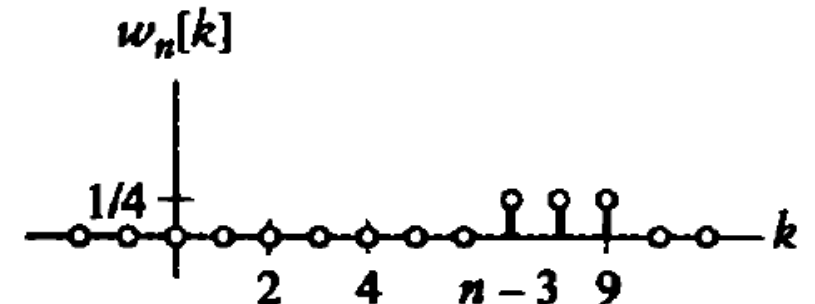
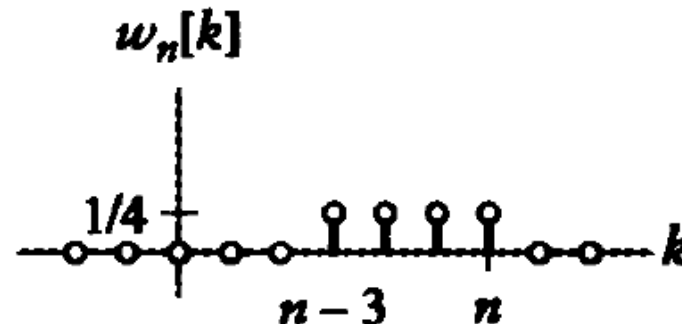
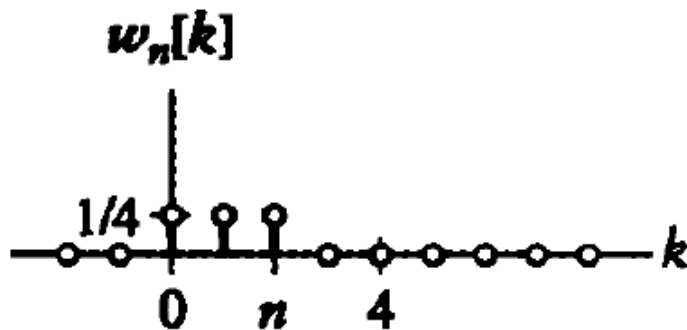
4. Tính $y[n]$

Với $n < 0$ và $n > 12$: $w_n(\tau) = 0$, nên $y[n] = 0$

Với $0 \leq n \leq 3$

Với $3 < n \leq 9$

Với $9 < n \leq 12$



TÍNH CHẤT PHÉP TÍCH CHẬP

Continuous-time system

$$\begin{aligned}x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t) &= \\x(t) * \{h_1(t) + h_2(t)\} \\ \{x(t) * h_1(t)\} * h_2(t) &= x(t) * \{h_1(t) * h_2(t)\} \\ h_1(t) * h_2(t) &= h_2(t) * h_1(t)\end{aligned}$$

Discrete-time system

$$\begin{aligned}x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n] &= \\x[n] * \{h_1[n] + h_2[n]\} \\ \{x[n] * h_1[n]\} * h_2[n] &= x[n] * \{h_1[n] * h_2[n]\} \\ h_1[n] * h_2[n] &= h_2[n] * h_1[n]\end{aligned}$$
