

Ngày: 03/11/2021

LUYỆN TẬP MỘT SỐ KIẾN THỨC VỀ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN, SAI PHÂN, VỀ SƠ ĐỒ KHỐI HỆ THỐNG

Bài 1: Chứng minh rằng nếu $y_1(t)$ và $y_2(t)$ đều là nghiệm của phương trình vi phân hệ số hằng số tuyến tính (LCCDE) thuần nhất

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = 0$$

thì $y_3(t) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$ (với α và β là hai hằng số) cũng là nghiệm của phương trình này.

Bài 2: Cho phương trình (LCCDE)

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 0$$

(a) Tìm nghiệm dạng $y = e^{st}$ của phương trình.

(b) Xác định biểu thức biểu diễn họ các nghiệm của (a) (Gợi ý: dựa vào kết quả câu 1)

Bài 3: Cho phương trình (LCCDE)

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{2}y(t) = x(t), \quad x(t) = e^{-t}u(t)$$

(a) Tìm biểu thức biểu diễn họ các nghiệm thuần nhất

(b) Giả thiết hệ LTI nhân quả (lối vào là tín hiệu phía phải thì lối ra cũng là tín hiệu phía phải), tính lối ra của hệ thống có dạng $y_1(t) = e^{-t}u(t)$ khi lối vào là $x(t)$.

(c) Bằng cách thay

$$y_1(t) = [2e^{-t/2} - 2e^{-t}]u(t)$$

vào LCCDE, CMR đây là một nghiệm của phương trình.

Bài 4:

Xác định nghiệm thuần nhất của các phương trình vi phân sau:

- (a) $5 \frac{d}{dt}y(t) + 10y(t) = 2x(t)$
- (b) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 6 \frac{d}{dt}y(t) + 8y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$
- (c) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4y(t) = 3 \frac{d}{dt}x(t)$
- (d) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2 \frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = x(t)$
- (e) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2 \frac{d}{dt}y(t) + y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

Bài 5:

Xác định nghiệm thuần nhất của các phương trình sai phân sau:

- (a) $y[n] - \alpha y[n - 1] = 2x[n]$
- (b) $y[n] - \frac{1}{4}y[n - 1] - \frac{1}{8}y[n - 2] = x[n] + x[n - 1]$
- (c) $y[n] + \frac{9}{16}y[n - 2] = x[n - 1]$
- (d) $y[n] + y[n - 1] + \frac{1}{4}y[n - 2] = x[n] + 2x[n - 1]$

Bài 6:

Xác định nghiệm riêng của các phương trình vi phân sau:

- (a) $5 \frac{d}{dt}y(t) + 10y(t) = 2\dot{x}(t)$
- (i) $x(t) = 2$
- (ii) $x(t) = e^{-t}$
- (iii) $x(t) = \cos(3t)$
- (b) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4y(t) = 3 \frac{d}{dt}x(t)$
- (i) $x(t) = t$
- (ii) $x(t) = e^{-t}$
- (iii) $x(t) = (\cos(t) + \sin(t))$
- (c) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2 \frac{d}{dt}y(t) + y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$
- (i) $x(t) = e^{-3t}u(t)$
- (ii) $x(t) = 2e^{-t}u(t)$
- (iii) $x(t) = 2 \sin(t)$

Bài 7:

Xác định nghiệm riêng của các phương trình sai phân sau:

$$(a) \quad y[n] - \frac{2}{5}y[n-1] = 2x[n]$$

$$(i) \quad x[n] = 2u[n]$$

$$(ii) \quad x[n] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$(iii) \quad x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{5}n\right)$$

$$(b) \quad y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2] = x[n] + x[n-1]$$

$$(i) \quad x[n] = nu[n]$$

$$(ii) \quad x[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n u[n]$$

$$(iii) \quad x[n] = e^{j\frac{\pi}{4}n} u[n]$$

$$(iv) \quad x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

$$(c) \quad y[n] + y[n-1] + \frac{1}{2}y[n-2] = x[n] + 2x[n-1]$$

$$(i) \quad x[n] = u[n]$$

$$(ii) \quad x[n] = \left(\frac{-1}{2}\right)^n u[n]$$

Bài 8:

Xác định lời ra của hệ thống LTI liên tục được mô tả bởi PT vi phân và các điều kiện ban đầu sau:

$$(a) \quad \frac{d}{dt}y(t) + 10y(t) = 2x(t),$$

$$y(0^-) = 1, x(t) = u(t)$$

$$(b) \quad \frac{d^2}{dt^2}y(t) + 5\frac{d}{dt}y(t) + 4y(t) = \frac{d}{dt}x(t),$$

$$y(0^-) = 0, \frac{d}{dt}y(t)|_{t=0^-} = 1, x(t) = \sin(t)u(t)$$

$$(c) \quad \frac{d^2}{dt^2}y(t) + 6\frac{d}{dt}y(t) + 8y(t) = 2x(t),$$

$$y(0^-) = -1, \frac{d}{dt}y(t)|_{t=0^-} = 1, x(t) = e^{-t}u(t)$$

$$(d) \quad \frac{d^2}{dt^2}y(t) + y(t) = 3\frac{d}{dt}x(t),$$

$$y(0^-) = -1, \frac{d}{dt}y(t)|_{t=0^-} = 1, x(t) = 2te^{-t}u(t)$$

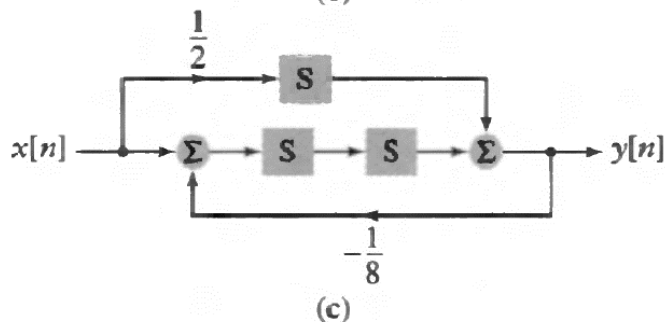
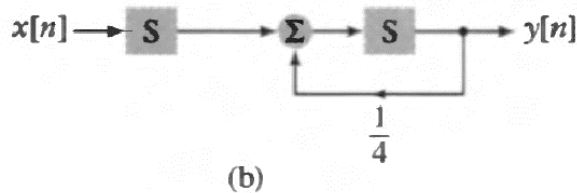
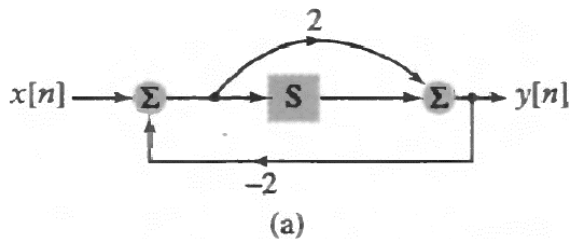
Bài 9:

Xác định lời ra của hệ thống LTI rời rạc được mô tả bởi PT sai phân và các điều kiện ban đầu sau:

- (a) $y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = 2x[n]$,
 $y[-1] = 3, x[n] = \left(\frac{-1}{2}\right)^n u[n]$
- (b) $y[n] - \frac{1}{9}y[n-2] = x[n-1]$,
 $y[-1] = 1, y[-2] = 0, x[n] = u[n]$
- (c) $y[n] + \frac{1}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2] = x[n] + x[n-1]$,
 $y[-1] = 4, y[-2] = -2, x[n] = (-1)^n u[n]$
- (d) $y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = 2x[n]$,
 $y[-1] = 1, y[-2] = -1, x[n] = 2u[n]$

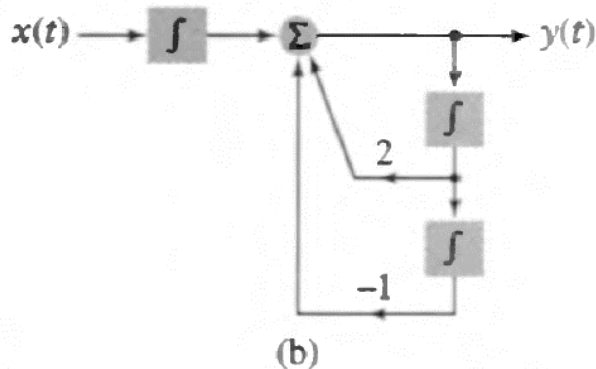
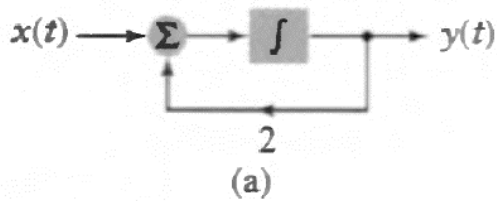
Bài 10:

Xác định phương trình sai phân mô tả các hệ thống sau:



Bài 11:

Xác định phương trình vi phân mô tả các hệ thống sau:



Bài 12:

Vẽ sơ đồ khối trực tiếp I và trực tiếp II thực thi hệ thống mô tả bởi các phương trình sai phân sau:

$$(a) \quad y[n] - \frac{1}{4}y[n-1] = 6x[n]$$

$$(b) \quad y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2] = x[n] + 2x[n-1]$$

$$(c) \quad y[n] - \frac{1}{9}y[n-2] = x[n-1]$$

$$(d) \quad y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - y[n-3] = 3x[n-1] + 2x[n-2]$$

Bài 13:

Biến đổi các phương trình vi phân sau sang dạng tích phân và vẽ sơ đồ thực thi dạng trực tiếp I và trực tiếp II của các hệ thống sau:

$$(a) \quad \frac{d}{dt}y(t) + 10y(t) = 2x(t)$$

$$(b) \quad \frac{d^2}{dt^2}y(t) + 5\frac{d}{dt}y(t) + 4y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$$

$$(c) \quad \frac{d^2}{dt^2}y(t) + y(t) = 3\frac{d}{dt}x(t)$$

$$(d) \quad \frac{d^3}{dt^3}y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) + 3y(t) = x(t) + 3\frac{d}{dt}x(t)$$