

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

NGUYEN Hong Thinh

Signal and System Laboratory  
FET-UET-VNU

Ngày 12 tháng 12 năm 2020

## 1 Fourier transform

## 2 Phổ của tín hiệu

## 3 Examples

## 4 Tính chất của biến đổi Fourier

# Tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

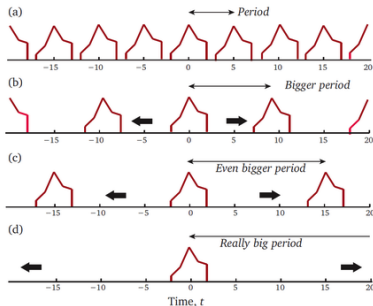
NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier



Going from periodic to aperiodic signal by extending the period.

## Definition

- Tuần hoàn:  $\exists T : 0 < T < \infty : x(t) = x(t + T)$
- hoặc  $\exists N$  nguyên :  $0 < N < \infty : x(n) = x(n + N)$
- Không tuần hoàn:  $T = \infty; N = \infty$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu tuần hoàn

Signals &  
Systems

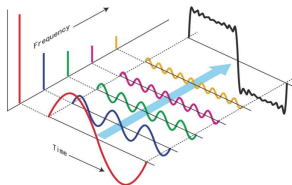
NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier



(Fourier series:)

$$\blacksquare x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\omega_0 t}$$

$$\blacksquare x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{jk\omega_0 n}$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

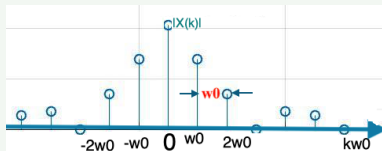
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

⇒ Phổ vẽ theo  $X(k)$  có dạng rời rạc (phổ vạch- line spectrum)



- Khoảng cách giữa các vạch phổ là  $\omega_0$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

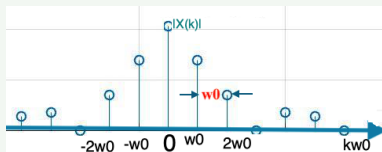
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

⇒ Phổ vẽ theo  $X(k)$  có dạng rời rạc (phổ vạch- line spectrum)



- Khoảng cách giữa các vạch phổ là  $w_0$
- Khi tín hiệu **không** tuần hoàn:  $T \rightarrow \infty$  (hoặc  $N \rightarrow \infty$ )

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

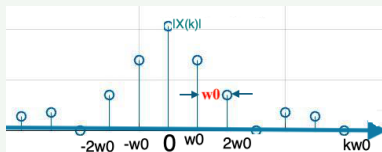
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

⇒ Phổ vẽ theo  $X(k)$  có dạng rời rạc (phổ vạch- line spectrum)



- Khoảng cách giữa các vạch phổ là  $\omega_0$
- Khi tín hiệu **không** tuần hoàn:  $T \rightarrow \infty$  (hoặc  $N \rightarrow \infty$ )
- nên  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 0$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

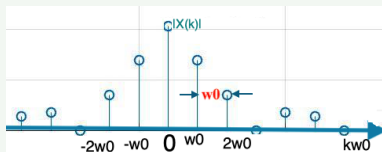
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

⇒ Phổ vẽ theo  $X(k)$  có dạng rời rạc (phổ vạch- line spectrum)



- Khoảng cách giữa các vạch phổ là  $\omega_0$
- Khi tín hiệu **không** tuần hoàn:  $T \rightarrow \infty$  (hoặc  $N \rightarrow \infty$ )
- nên  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 0$
- Khi đó: Đồ thị rời rạc  $\Rightarrow$  đồ thị liên tục



# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

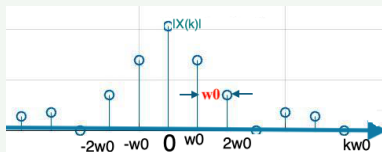
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

⇒ Phổ vẽ theo  $X(k)$  có dạng rời rạc (phổ vạch- line spectrum)



- Khoảng cách giữa các vạch phổ là  $\omega_0$
- Khi tín hiệu **không** tuần hoàn:  $T \rightarrow \infty$  (hoặc  $N \rightarrow \infty$ )
- nên  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 0$
- Khi đó: Đồ thị rời rạc  $\Rightarrow$  đồ thị liên tục
- Hay thay  $k\omega_0$  bởi biến  $\omega$  liên tục  $-\infty \rightarrow +\infty$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier



# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

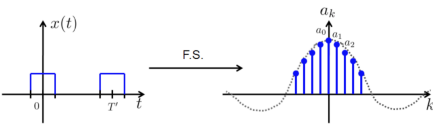
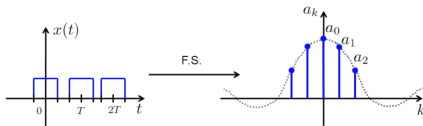
NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier



# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

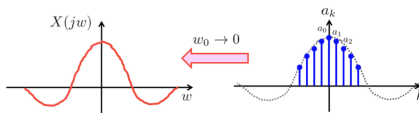
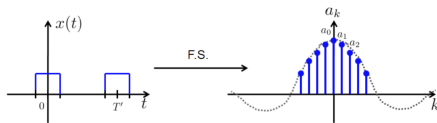
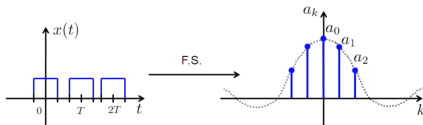
NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier



# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**



$$X(k) = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**



$$X(k) = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **vô hạn** (i.e không tuần hoàn)

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**



$$X(k) = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **vô hạn** (i.e không tuần hoàn)



$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$



# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**



$$X(k) = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **vô hạn** (i.e không tuần hoàn)



$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

- $X(\omega)$  được gọi là biến đổi tần số/biểu diễn tần số/biến đổi Fourier của tín hiệu  $x(t)$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**



$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{jk\omega_0 t}$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**



$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{jk\omega_0 t}$$

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **vô hạn** (i.e không tuần hoàn)

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian LIÊN TỤC

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **hữu hạn**



$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{jk\omega_0 t}$$

- $x(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  **vô hạn** (i.e không tuần hoàn)



$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian RỜI RẠC

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **hữu hạn**:

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jk\omega_0 n}$$

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **vô hạn**: (i.e không tuần hoàn)

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

- $X(\omega)$  được gọi là biểu diễn tần số/biến đổi tần số/biến đổi Fourier của  $x(n)$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian RỜI RẠC

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **vô hạn**: (i.e không tuần hoàn)

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

- $$\begin{aligned} X(\omega + 2\pi) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j(\omega+2\pi)n} = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}e^{-j2\pi n} = X(\omega) \text{ (do } e^{-j2\pi n} = 1) \end{aligned}$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian RỜI RẠC

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **vô hạn**: (i.e không tuần hoàn)

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

- $$\begin{aligned} X(\omega + 2\pi) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j(\omega+2\pi)n} = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}e^{-j2\pi n} = X(\omega) \text{ (do } e^{-j2\pi n} = 1) \end{aligned}$$

- Do đó  $\Rightarrow X(\omega)$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$



# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian RỜI RẠC

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **hữu hạn**:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{jk\omega_0 n}$$

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **vô hạn**: (i.e không tuần hoàn):

$$x(n) = \int_{\omega} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian RỜI RẠC

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **hữu hạn**:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{jk\omega_0 n}$$

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **vô hạn**: (i.e không tuần hoàn):

$$x(n) = \int_{\omega} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

- $X(\omega)$  và  $e^{j\omega n}$  đều tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$  nên  $X(\omega)e^{j\omega n}$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Thời gian RỜI RẠC

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **hữu hạn**:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{jk\omega_0 n}$$

- $x(n)$  tuần hoàn với  $N$  **vô hạn**: (i.e không tuần hoàn):

$$x(n) = \int_{\omega} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

- $X(\omega)$  và  $e^{j\omega n}$  đều tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$  nên  $X(\omega)e^{j\omega n}$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$

■

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

*Bảng tóm tắt biểu diễn tần số của tín hiệu*

	Continuous Time $t$	Discrete Time $n$
Fourier Series <i>(Tín hiệu tuần hoàn)</i>	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\omega_0 t}$ continuous and periodic in time ( $T$ ) $X(k) = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$ discrete and aperiodic in frequency	$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$ discrete and periodic in time ( $N$ ) $X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$ discrete and periodic in frequency
Fourier Transform <i>(Tín hiệu không tuần hoàn)</i>	$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$ continuous and aperiodic in time $X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$ continuous and aperiodic in frequency	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$ discrete and aperiodic in time $X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$ continuous and periodic in frequency

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Điều kiện hội tụ-Converge condition

- $X(\omega)$  được tính dựa trên tích phân vô hạn  $\int_{-\infty}^{+\infty}$  hoặc tổng vô hạn  $\sum_{n=-\infty}^{\infty}$  nên tùy theo  $x(t)$  ( $x(n)$ ) mà  $X(\omega)$  có thể nhận giá trị hữu hạn hoặc vô hạn

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Điều kiện hội tụ-Converge condition

- $X(\omega)$  được tính dựa trên tích phân vô hạn  $\int_{-\infty}^{+\infty}$  hoặc tổng vô hạn  $\sum_{n=-\infty}^{\infty}$  nên tùy theo  $x(t)$  ( $x(n)$ ) mà  $X(\omega)$  có thể nhận giá trị hữu hạn hoặc vô hạn
- **Điều kiện hội tụ Dirichlet:** Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn sẽ hữu hạn/tồn tại/hội tụ khi và chỉ khi  $x(t)$  là tín hiệu năng lượng

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \text{ hoặc } \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 < \infty$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Điều kiện hội tụ-Converge condition

- $X(\omega)$  được tính dựa trên tích phân vô hạn  $\int_{-\infty}^{+\infty}$  hoặc tổng vô hạn  $\sum_{n=-\infty}^{\infty}$  nên tùy theo  $x(t)$  ( $x(n)$ ) mà  $X(\omega)$  có thể nhận giá trị hữu hạn hoặc vô hạn
- **Điều kiện hội tụ Dirichlet:** Biểu diễn tần số của tín hiệu không tuần hoàn sẽ hữu hạn/tồn tại/hội tụ khi và chỉ khi  $x(t)$  là tín hiệu năng lượng

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \text{ hoặc } \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 < \infty$$

- Chỉ có tín hiệu năng lượng có biến đổi Fourier.

- 1 Fourier transform
- 2 Phổ của tín hiệu
- 3 Examples
- 4 Tính chất của biến đổi Fourier



# Phổ của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

Phổ của tín hiệu không tuần hoàn là đồ thị của  $X(\omega)$  với biến tần số  $\omega$

Frequency spectrum of non-periodic signal:

- $X(\omega)$  là số phức  $\Rightarrow$  vẽ Biên độ và Pha
- Biên độ (Amplitude:)

$$|X(\omega)| = \sqrt{\text{Re}(X(\omega))^2 + \text{Im}(X(\omega))^2}$$

- Pha (Phase:)

$$\phi(X(\omega)) = \arctan[\text{Im}(X(\omega))/\text{Re}(X(\omega))]$$

- Đồ thị của  $|X(\omega)|$  và  $\phi(X(\omega))$  theo  $\omega$  được gọi là **Phổ biên độ** và **Phổ pha** của tín hiệu

# Phổ của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Frequency spectrum of non-periodic signal:

- $\omega$  là biến liên tục  $\Rightarrow$  Phổ của tín hiệu không tuần hoàn có dạng liên tục

# Phổ của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Frequency spectrum of non-periodic signal:

- $\omega$  là biến liên tục  $\Rightarrow$  Phổ của tín hiệu không tuần hoàn có dạng liên tục
- $x(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)$ : với  $-\infty < \omega < +\infty$ , nên ta vẽ  $X(\omega)$  trong  $-\infty \rightarrow +\infty$

# Phổ của tín hiệu không tuần hoàn

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Frequency spectrum of non-periodic signal:

- $\omega$  là biến liên tục  $\Rightarrow$  Phổ của tín hiệu không tuần hoàn có dạng liên tục
- $x(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)$ : với  $-\infty < \omega < +\infty$ , nên ta vẽ  $X(\omega)$  trong  $-\infty \rightarrow +\infty$
- $x(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)$ :  $X(\omega)$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ , nên ta chỉ cần vẽ  $X(\omega)$  trong 1 chu kỳ  $2\pi$  là được (thường chọn  $-\pi \rightarrow +\pi$ )

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 1

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = \delta(t)$ :

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 1

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = \delta(t)$ :

$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 1

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = \delta(t)$ :

$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)e^{-j\omega t} dt = 1$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

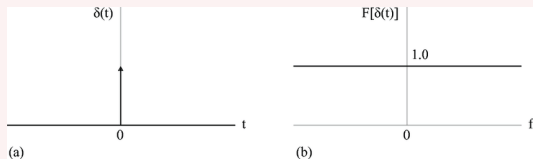
Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 1

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = \delta(t)$ :

$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)e^{-j\omega t} dt = 1$$





# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

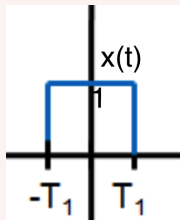
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu sau:



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

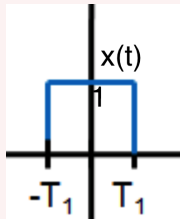
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu sau:



- Tín hiệu  $x(t)$  không tuần hoàn

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

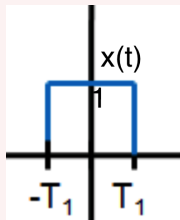
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu sau:



- Tín hiệu  $x(t)$  không tuần hoàn
- Năng lượng :  $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-T_1}^{T_1} 1 dt = 2T_1 < \infty$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

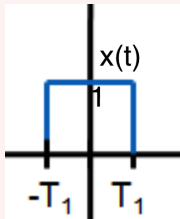
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu sau:



- Tín hiệu  $x(t)$  không tuần hoàn
- Năng lượng :  $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-T_1}^{T_1} 1 dt = 2T_1 < \infty$
- Tồn tại biểu diễn tần số (FT)

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

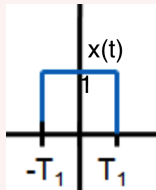
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2



$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

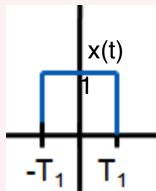
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2



$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-T_1}^{T_1} 1e^{-j\omega t} dt = \left. \frac{-1}{j\omega} e^{-j\omega t} \right|_{-T_1}^{T_1} = \frac{e^{j\omega T_1} - e^{-j\omega T_1}}{j\omega}$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

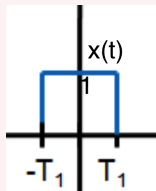
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2



$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$\blacksquare X(\omega) = \int_{-T_1}^{T_1} 1e^{-j\omega t} dt = \left. \frac{-1}{j\omega} e^{-j\omega t} \right|_{-T_1}^{T_1} = \frac{e^{j\omega T_1} - e^{-j\omega T_1}}{j\omega}$$

$$\blacksquare X(\omega) = \frac{2\sin(\omega T_1)}{\omega} \text{ (Theo Euler)}$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

■  $X(\omega)$  là số thực  $\Rightarrow$  phổ pha bằng 0



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

- $X(\omega)$  là số thực  $\Rightarrow$  phổ pha bằng 0
- $X(\omega) = \frac{2\sin(\omega T_1)}{\omega} = 2T_1 \text{sinc}(\omega T_1) \Rightarrow$  Phổ biên độ có dạng xung sinc

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

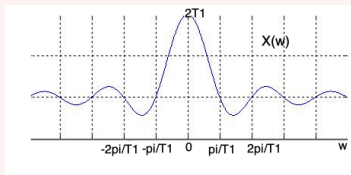
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

- $X(\omega)$  là số thực  $\Rightarrow$  phổ pha bằng 0
- $X(\omega) = \frac{2\sin(\omega T_1)}{\omega} = 2T_1 \text{sinc}(\omega T_1) \Rightarrow$  Phổ biên độ có dạng xung sinc



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

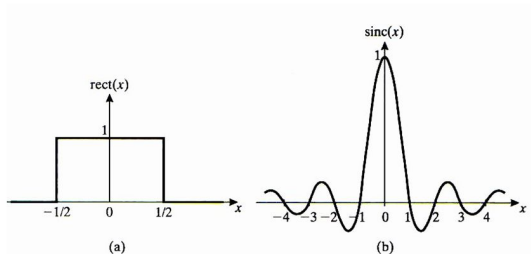
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

### Signals – *Rect* and *Sinc* Functions



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

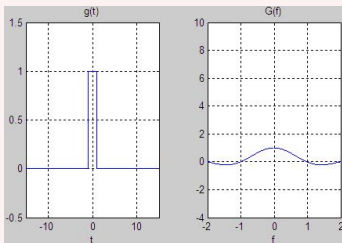
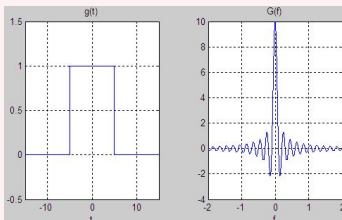
Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

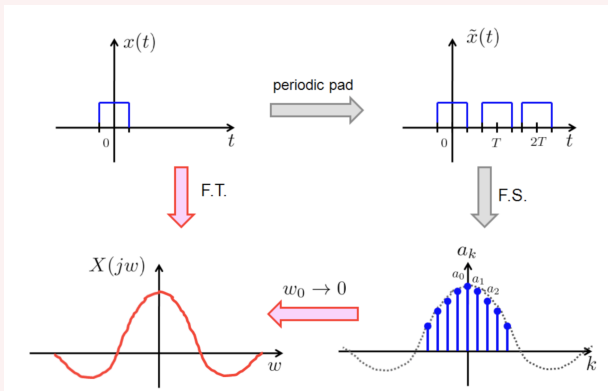
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 2

### Mối liên hệ FT-FS



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = e^{-at} \cdot u(t)$ ,  $a > 0$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = e^{-at} \cdot u(t)$ ,  $a > 0$

- Tín hiệu  $x(t)$  không tuần hoàn

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = e^{-at} \cdot u(t)$ ,  $a > 0$

■ Tín hiệu  $x(t)$  không tuần hoàn

■ Năng lượng  $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} (e^{-at})^2 dt = \left. \frac{-1}{2a} e^{-2at} \right|_0^{+\infty} = \frac{1}{2a} < \infty \Rightarrow x(t)$  có biểu diễn tần số:



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = e^{-at} \cdot u(t)$ ,  $a > 0$

■ Tín hiệu  $x(t)$  không tuần hoàn

■ Năng lượng  $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} (e^{-at})^2 dt = \left. \frac{-1}{2a} e^{-2at} \right|_0^{+\infty} = \frac{1}{2a} < \infty \Rightarrow x(t)$  có biểu diễn tần số:

■  $X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-at} \cdot u(t) e^{-j\omega t} dt$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(t) = e^{-at} \cdot u(t)$ ,  $a > 0$

■ Tín hiệu  $x(t)$  không tuần hoàn

■ Năng lượng  $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} (e^{-at})^2 dt = \left. \frac{-1}{2a} e^{-2at} \right|_0^{+\infty} = \frac{1}{2a} < \infty \Rightarrow x(t)$  có biểu diễn tần số:

■  $X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-at} \cdot u(t) e^{-j\omega t} dt$

■  $= \int_0^{+\infty} e^{-(a+j\omega)t} dt = \left. \frac{-1}{a+j\omega} e^{-(a+j\omega)t} \right|_0^{+\infty} = \frac{1 - e^{-\infty}}{a+j\omega} = \frac{1}{a+j\omega}$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

■  $X(\omega)$  là số phức:

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

■  $X(\omega)$  là số phức:

■ 
$$X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega} = \frac{a-j\omega}{a^2+\omega^2}$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

- $X(\omega)$  là số phức:
- $X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega} = \frac{a-j\omega}{a^2+\omega^2}$
- Biên độ  $|X(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2+\omega^2}}$ ; Pha  $\phi(X(\omega)) = \arctan(\frac{-\omega}{a})$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

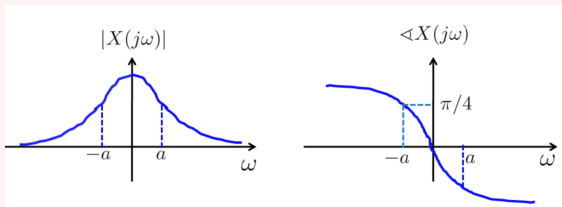
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 3

- $X(\omega)$  là số phức:
- $X(\omega) = \frac{1}{a+j\omega} = \frac{a-j\omega}{a^2+\omega^2}$
- Biên độ  $|X(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2+\omega^2}}$ ; Pha  $\phi(X(\omega)) = \arctan(\frac{-\omega}{a})$



# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 4

Xác định biểu diễn tần số và vẽ phổ biên độ và phổ pha của tín hiệu  $x(n) = (\frac{1}{2})^n u(n)$ ,

■ Tín hiệu  $x(n)$  không tuần hoàn

■ Năng lượng hữu hạn

$$\text{do } E_x = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2 = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} = \frac{1-1/2^\infty}{1-1/2} = 2$$

■  $x(n)$  có biểu diễn tần số:  $X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-jn\omega} =$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (1/2)^n e^{-jn\omega} = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}e^{-j\omega}\right)^n = \frac{1}{1-(\frac{1}{2}e^{-j\omega})}$$

■ 
$$X(\omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\cos(\omega) + j\frac{1}{2}\sin(\omega)}$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Example 4

- Nhân với liên hợp phức của mẫu số:

$$\begin{aligned} \blacksquare X(\omega) &= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\cos(\omega) + j\frac{1}{2}\sin(\omega)} = \\ &\frac{1 - \frac{1}{2}\cos(\omega)}{(1 - \frac{1}{2}\cos(\omega))^2 + \frac{1}{4}\sin(\omega)^2} - j \frac{\frac{1}{2}\sin(\omega)}{(1 - \frac{1}{2}\cos(\omega))^2 + \frac{1}{4}\sin(\omega)^2} \end{aligned}$$

- Do đó, biên độ và pha lần lượt là:

$$\blacksquare |X(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{(1 - \frac{1}{2}\cos(\omega))^2 + \sin(\omega)^2}}$$

$$\blacksquare \phi(X(\omega)) = \arctan\left(\frac{\frac{1}{2}\sin(\omega)}{1 - \frac{1}{2}\cos(\omega)}\right)$$



## 1 Fourier transform

## 2 Phổ của tín hiệu

## 3 Examples

## 4 Tính chất của biến đổi Fourier

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Tuyến tính :

- $x_1, x_2$  là các tín hiệu năng lượng:

$$x_1 \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X_1(\omega),$$

$$x_2 \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X_2(\omega)$$

- Thì:  $(a_1 x_1 + a_2 x_2) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} (a_1 X_1(\omega) + a_2 X_2(\omega))$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Dịch

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng
- $x(t)(x(n)) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)$ ,
- **Dịch thời gian - Time-shift**

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Dịch

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

- $x(t)(x(n)) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

- **Dịch thời gian - Time-shift**

- 

$$x(t - t_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Dịch

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

- $x(t)(x(n)) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

- **Dịch thời gian -Time-sift**

- 

$$x(t - t_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

- 

$$x(n - n_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega n_0}$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Dịch

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

- $x(t)(x(n)) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

- **Dịch thời gian -Time-shift**



$$x(t - t_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$



$$x(n - n_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega n_0}$$

- **Dịch tần số- Frequency-shift:**

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Dịch

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

- $x(t)(x(n)) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

- **Dịch thời gian - Time-shift**



$$x(t - t_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$



$$x(n - n_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega n_0}$$

- **Dịch tần số- Frequency-shift:**



$$X(\omega - \omega_0) \xrightarrow{\text{Inverse Fourier Transform}} x(t)e^{j\omega_0 t}$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Dịch

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

- $x(t)(x(n)) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

- **Dịch thời gian - Time-shift**



$$x(t - t_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega t_0}$$



$$x(n - n_0) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)e^{-j\omega n_0}$$

- **Dịch tần số- Frequency-shift:**



$$X(\omega - \omega_0) \xrightarrow{\text{Inverse Fourier Transform}} x(t)e^{j\omega_0 t}$$



$$X(\omega - \omega_0) \xrightarrow{\text{Inverse Fourier Transform}} x(n)e^{j\omega_0 n}$$



# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Co giãn-Time-scaling:

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

- $x(t)$  ( $x(n)$ )  $\xrightarrow{\text{Fourier Transform}}$   $X(\omega)$ ,

- 

$$x(at) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Co giãn-Time-scaling:

■  $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

■  $x(t)$  ( $x(n)$ )  $\xrightarrow{\text{Fourier Transform}}$   $X(\omega)$ ,

■

$$x(at) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

■

$$x(an) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Co giãn-Time-scaling:

- $x(t)$  ( $x(n)$ ) là tín hiệu năng lượng

- $x(t)$  ( $x(n)$ )  $\xrightarrow{\text{Fourier Transform}}$   $X(\omega)$ ,

- 

$$x(at) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

- 

$$x(an) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

- Phép co trong miền thời gian tương ứng với phép giãn trong miền tần số



# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Đạo hàm

- $x(t)$ ,  $x(n)$  là tín hiệu năng lượng
- $x(t)$ ,  $x(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)$ ,
- **Đạo hàm trong miền thời gian**

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Đạo hàm

- $x(t)$ ,  $x(n)$  là tín hiệu năng lượng

- $x(t)$ ,  $x(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega)$ ,

- **Đạo hàm trong miền thời gian**

- 

$$\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} j\omega X(\omega)$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Đạo hàm

- $x(t), x(n)$  là tín hiệu năng lượng

- $x(t), x(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

- **Đạo hàm trong miền thời gian**

- 

$$\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} j\omega X(\omega)$$

- **Đạo hàm trong miền tần số**

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Đạo hàm

- $x(t), x(n)$  là tín hiệu năng lượng

- $x(t), x(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

- **Đạo hàm trong miền thời gian**

- 

$$\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} j\omega X(\omega)$$

- **Đạo hàm trong miền tần số**

- 

$$-jtx(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{d}{d\omega} X(\omega)$$



# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Đạo hàm

■  $x(t), x(n)$  là tín hiệu năng lượng

■  $x(t), x(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} X(\omega),$

■ **Đạo hàm trong miền thời gian**

■

$$\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} j\omega X(\omega)$$

■ **Đạo hàm trong miền tần số**

■

$$-jtx(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{d}{d\omega} X(\omega)$$

■

$$-jnx(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{d}{d\omega} X(\omega)$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

- $f, g$  là các tín hiệu năng lượng có  $F(\omega), G(\omega)$  là biến đổi tần số
- **Tích chập trong miền thời gian**

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

- $f, g$  là các tín hiệu năng lượng có  $F(\omega), G(\omega)$  là biến đổi tần số
- **Tích chập trong miền thời gian**
- $f(t) * g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

- $f, g$  là các tín hiệu năng lượng có  $F(\omega), G(\omega)$  là biến đổi tần số
- **Tích chập trong miền thời gian**
- $f(t) * g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$
- $f(n) * g(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

- $f, g$  là các tín hiệu năng lượng có  $F(\omega), G(\omega)$  là biến đổi tần số
- **Tích chập trong miền thời gian**
- $f(t) * g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$
- $f(n) * g(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$
- **Tích chập trong miền tần số**

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

- $f, g$  là các tín hiệu năng lượng có  $F(\omega), G(\omega)$  là biến đổi tần số

- **Tích chập trong miền thời gian**

- $f(t) * g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

- $f(n) * g(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

- **Tích chập trong miền tần số**

- 

$$f(t)g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{2\pi} F(\omega) * G(\omega)$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

- $f, g$  là các tín hiệu năng lượng có  $F(\omega)$ ,  $G(\omega)$  là biến đổi tần số

- **Tích chập trong miền thời gian**

- $f(t) * g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

- $f(n) * g(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

- **Tích chập trong miền tần số**

- 

$$f(t)g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{2\pi} F(\omega) * G(\omega)$$

- 

$$f(n)g(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{2\pi} F(\omega) \circledast_{2\pi} G(\omega)$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

- $f, g$  là các tín hiệu năng lượng có  $F(\omega), G(\omega)$  là biến đổi tần số

- **Tích chập trong miền thời gian**

- $f(t) * g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

- $f(n) * g(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} F(\omega)G(\omega)$

- **Tích chập trong miền tần số**

- 

$$f(t)g(t) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{2\pi} F(\omega) * G(\omega)$$

- 

$$f(n)g(n) \xrightarrow{\text{Fourier Transform}} \frac{1}{2\pi} F(\omega) \circledast_{2\pi} G(\omega)$$

- ở đây  $\circledast_{2\pi}$  là tích chập vòng, tính trong chu kỳ  $2\pi$ :



# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Năng lượng của tín hiệu

- **Định lý Parseval** : Năng lượng của tín hiệu không tuần hoàn được xác định bằng tổng bình phương các hệ số biến đổi Fourier của tín hiệu đó theo thời gian.

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Năng lượng của tín hiệu

- **Định lý Parseval** : Năng lượng của tín hiệu không tuần hoàn được xác định bằng tổng bình phương các hệ số biến đổi Fourier của tín hiệu đó theo thời gian.



$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Năng lượng của tín hiệu

- **Định lý Parseval** : Năng lượng của tín hiệu không tuần hoàn được xác định bằng tổng bình phương các hệ số biến đổi Fourier của tín hiệu đó theo thời gian.

- $$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

- $$E_x = \sum_{-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |X(\omega)|^2 d\omega$$

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Năng lượng của tín hiệu

- **Định lý Parseval** : Năng lượng của tín hiệu không tuần hoàn được xác định bằng tổng bình phương các hệ số biến đổi Fourier của tín hiệu đó theo thời gian.

- $$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

- $$E_x = \sum_{-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |X(\omega)|^2 d\omega$$

- Ở đây  $|X(\omega)|^2$  biểu diễn năng lượng của thành phần tín hiệu  $e^{j\omega t}$  (hay tại tần số  $\omega$ )

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Năng lượng của tín hiệu

- **Định lý Parseval** : Năng lượng của tín hiệu không tuần hoàn được xác định bằng tổng bình phương các hệ số biến đổi Fourier của tín hiệu đó theo thời gian.

- $$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

- $$E_x = \sum_{-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |X(\omega)|^2 d\omega$$

- Ở đây  $|X(\omega)|^2$  biểu diễn năng lượng của thành phần tín hiệu  $e^{j\omega t}$  (hay tại tần số  $\omega$ )
- Đồ thị  $|X(\omega)|^2$  theo  $\omega$  biểu diễn phân bố năng lượng của tín hiệu theo tần số, và được gọi là *Phổ năng lượng-Energy spectrum của  $x(t)$* .

# Tính chất của biến đổi Fourier

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

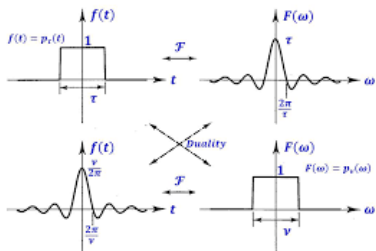
Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Duality property of Fourier transform

**Dually formula** : Nếu  $f(t)$  có biến đổi Fourier  $F(\omega)$  thì tín hiệu  $F(jt)$  sẽ có biến đổi Fourier là  $2\pi f(-\omega)$  ( $f, F$  là các hàm số.)



Duality of Fourier Transforms of Rectangular Pulses

# Fourier transform of non-periodic signals

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Fourier  
transform

Phổ của tín  
hiệu

Examples

Tính chất  
của biến đổi  
Fourier

## Examples

Determine Fourier transform of :

- $x(t) = te^{-at}u(t)$
- $x(n) = (n+1)(1/2)^n u(n)$
- $x(t) = e^{-2t}u(t-3)$
- $x(t) = \cos(\pi t/3) + \sin(\pi t/2)$