CHƯƠNG 1:
GIỚI THIỆU TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

GV: ThS. Đinh Thị Thái Mai

1.1. TÍN HIỆU

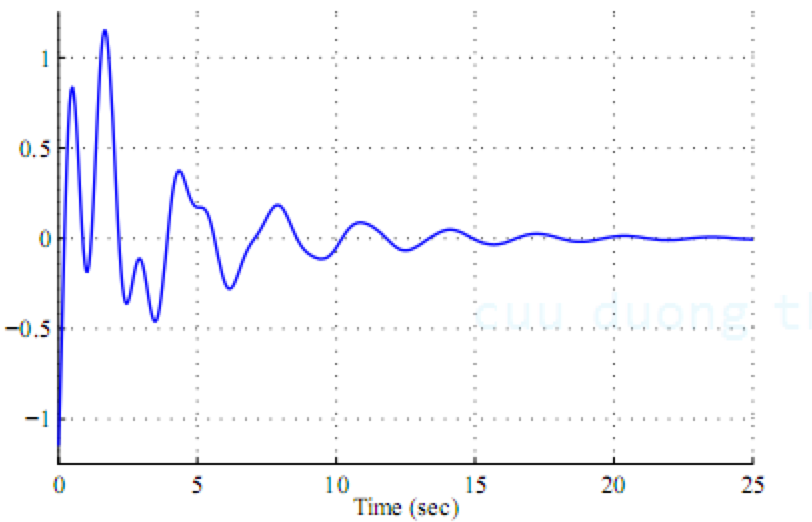
- Định nghĩa tín hiệu
- Phân loại tín hiệu
- Các phép toán cơ bản trên tín hiệu
- Các tín hiệu cơ bản

Định nghĩa tín hiệu:

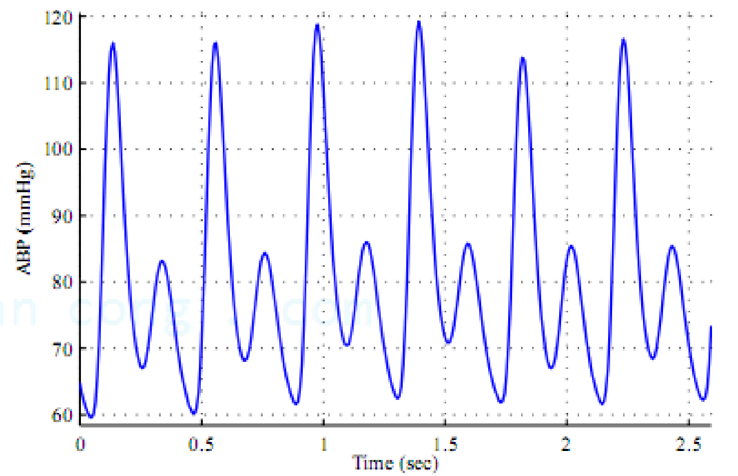
- Một đại lượng vật lý *truyền tải thông tin* về bản chất của một hiện tượng vật lý
- Có thể biểu diễn dưới dạng hàm thời gian liên tục hoặc rời rạc
- Hàm của một hay nhiều biến:
  - Tín hiệu âm thanh: hàm của thời gian (tín hiệu một chiều)
  - Ảnh động: (phép chiếu của của một cảnh động vào mặt phẳng ảnh): hàm của 3 biến x,y,t (tín hiệu nhiều chiều)

Ví dụ về tín hiệu:

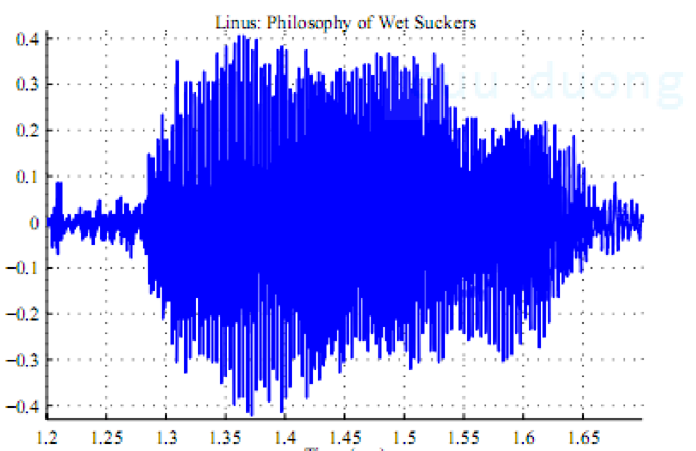
Synthetic Impulse Response



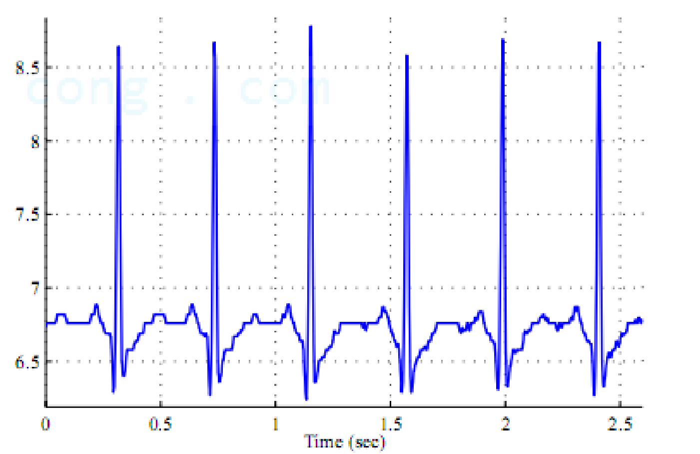
Arterial Blood Pressure



Speech



Electrocardiogram



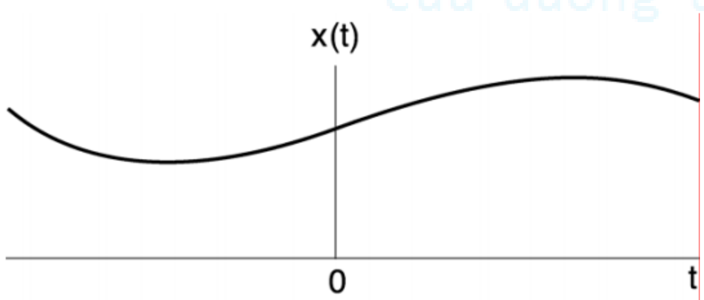
Phân loại tín hiệu

- Tín hiệu liên tục và rời rạc
- Tín hiệu tương tự và số
- Tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn
- Tín hiệu nhân quả và không nhân quả
- Tín hiệu chẵn và lẻ
- Tín hiệu xác định và ngẫu nhiên
- Tín hiệu đa kênh và đa chiều
- Tín hiệu bên trái và phải
- Tín hiệu hữu hạn và vô hạn
- Tín hiệu năng lượng và công suất

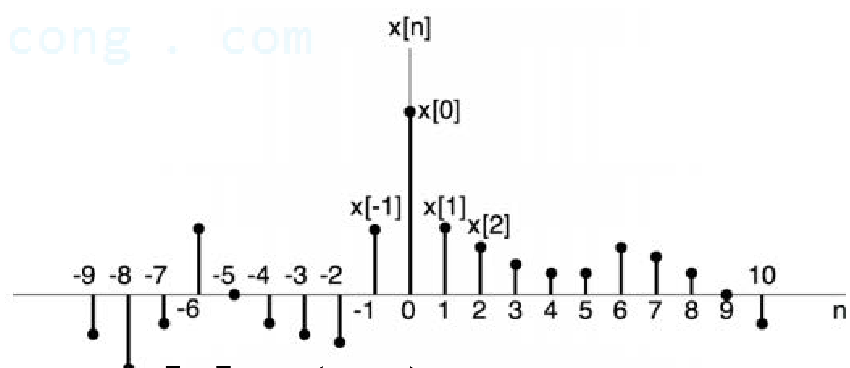
Phân loại tín hiệu:

Tín hiệu liên tục và rời rạc

- Thời gian liên tục:
  - Giá trị hay biên độ thay đổi liên tục theo thời gian
  - Có bản chất tự nhiên
- Thời gian rời rạc:
  - Giá trị chỉ thay đổi tại những thời điểm nhất định
  - Có thể tạo ra từ tín hiệu liên tục bằng việc *lấy mẫu* tín hiệu liên tục tại những thời điểm nhất định
  - Thường liên quan đến các hệ thống nhân tạo



x(t)



$x[n]=x(nT_s)\ \ n=0,\pm1,\pm2,\ldots$

Phân loại tín hiệu:

- Giá trị liên tục: Giá trị của tín hiệu thay đổi một cách liên tục
- Giá trị rời rạc: giá trị của tín hiệu thay đổi không liên tục

Tín hiệu tương tự và số

- Tín hiệu tương tự: tín hiệu liên tục theo thời gian và có giá trị liên tục
- Tín hiệu số: tín hiệu rời rạc theo thời gian và có giá trị được lượng tử hóa hay có giá trị rời rạc

Phân loại tín hiệu:

Tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn

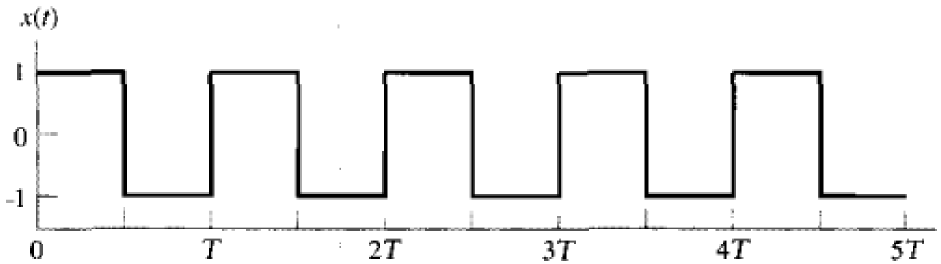
- Tín hiệu tuần hoàn: lặp lại chính bản thân tín hiệu sau một khoảng thời gian nhất định

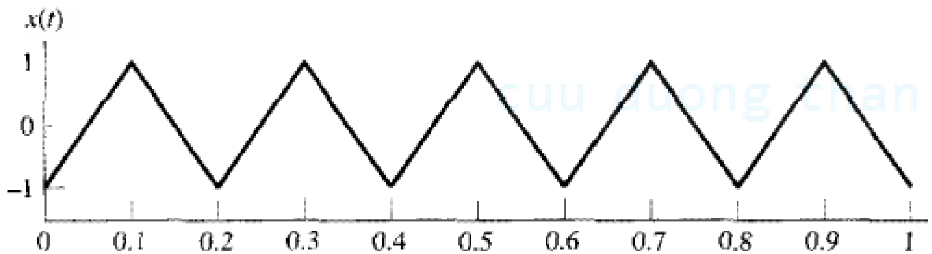
$$x(t)=x(t+T) \text{ với mọi } T>0$$

hay $$x[n]=x[n+N] \text{ với } N \text{ nguyên dương}$$

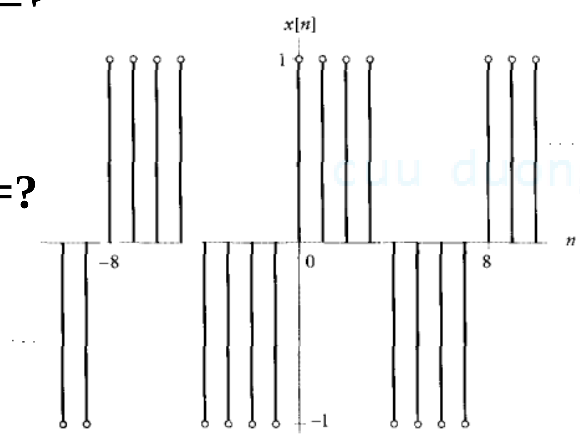
  - Chu kỳ cơ bản của tín hiệu tuần hoàn là giá trị nhỏ nhất của T thỏa mãn điều kiện trên (T hay N)
  - Tần số cơ bản = 1/chu kỳ cơ bản (f=1/T hay f=1/N)
  - Tần số góc cơ bản = 2π*tần số cơ bản ($\omega = 2\pi/T$ rad/s hay $\Omega = 2\pi/N$ rad)
- Tín hiệu không tuần hoàn: không có giá trị nào của T thỏa mãn điều kiện trên hay giá trị của tín hiệu không được lặp lại một cách có chu kỳ

Phân loại tín hiệu:



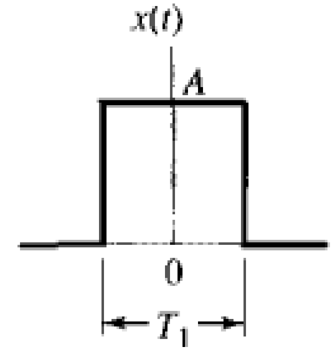


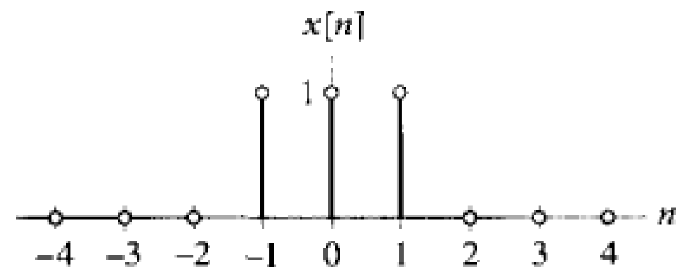
T=? ω=?



N=? Ω=?

Tín hiệu tuần hoàn





Tín hiệu không tuần hoàn

- Ví dụ:

$$x(t) = \cos^2(2\pi t) \qquad x[n] = (-1)^n$$

Phân loại tín hiệu:

Tín hiệu nhân quả và không nhân quả

• Tín hiệu nhân quả: giá trị của tín hiệu luôn bằng không trên phần âm của trục thời gian

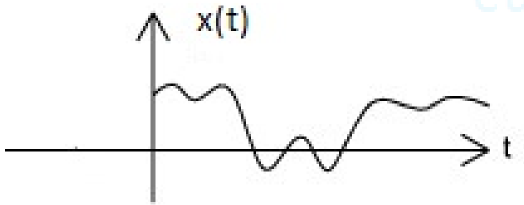
• Tín hiệu phản nhân quả: giá trị của tín hiệu luôn bằng không trên phần dương của trục thời gian

• Tín hiệu phi (không) nhân quả: tín hiệu có giá trị khác không trên cả phần âm và phần dương của trục thời gian

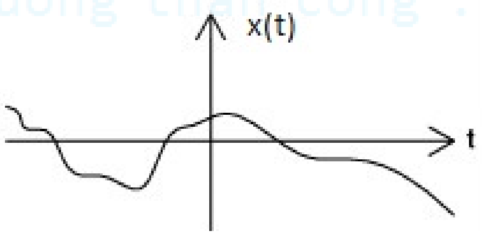
Phân loại tín hiệu:

- Ví dụ:

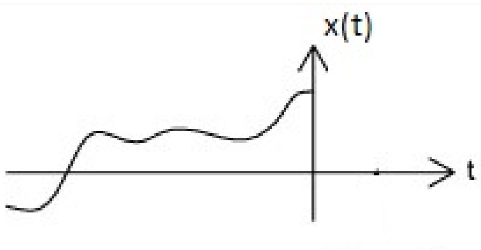
$$\forall t < 0 : f(t) = 0 \qquad \forall t : f(t) \neq 0 \qquad \forall t > 0 : f(t) = 0$$



Tín hiệu nhân quả



Tín hiệu phi nhân quả



Tín hiệu phản nhân quả

Phân loại tín hiệu:

Tín hiệu chẵn và lẻ

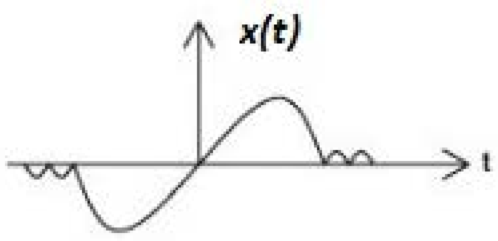
- Tín hiệu chẵn: x(t) = x(-t) hay x[n]=x[-n]
- Tín hiệu lẻ: x(-t) = -x(t) hay x[-n]=-x[n]
- Bất kỳ một tín hiệu nào có thể được biểu diễn như là tổng của một tín hiệu chẵn và một tín hiệu lẻ

$$x(t)=x_e(t)+x_o(t)$$

Trong đó:

$$x_e(t)=\frac{1}{2}\left[x(t)+x(-t)\right]$$

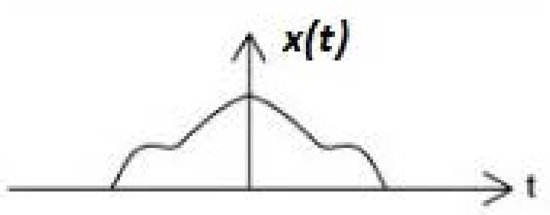
$$x_o(t)=\frac{1}{2}\left[x(t)-x(-t)\right]$$



Tín hiệu lẻ

- Ví dụ

$$x(t)=\begin{cases}\sin(\frac{\pi t}{T}), & -T \le t \le T \\ 0, \quad t & khác\end{cases}$$



Tín hiệu chẵn

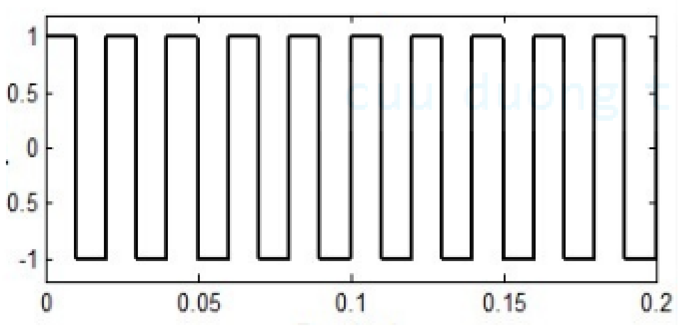
$$x(t)=\cos(t)+\sin(t)+\sin(t)\cos(t)$$

Phân loại tín hiệu:

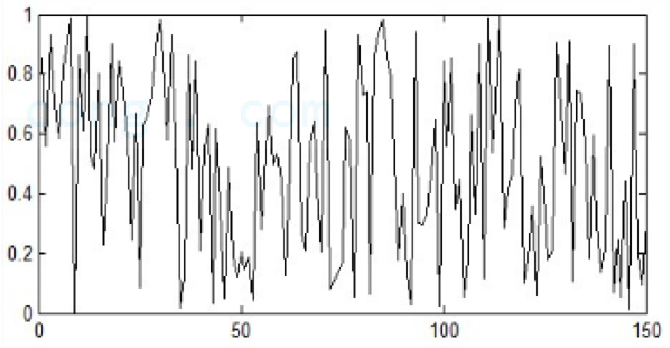
Tín hiệu xác định và ngẫu nhiên

• Tín hiệu xác định: được mô hình như là một hàm của thời gian, vì thế giá trị của tín hiệu tại bất kỳ thời điểm nào đều có thể tính trước được bằng biểu thức toán học hoặc bảng giá trị

• Tín hiệu ngẫu nhiên: nhiều yếu tố không chắc chắn xuất hiện trước khi tín hiệu xuất hiện, do đó không xác định được chính xác giá trị tại một thời điểm trong tương lai.



Tín hiệu xác định



Tín hiệu ngẫu nhiên

Phân loại tín hiệu:

Tín hiệu đa kênh và đa chiều

• Tín hiệu đa kênh: thường được biểu diễn dưới dạng một véctơ trong đó các thành phần của véctơ là các tín hiệu đơn kênh:

$$\mathbf{F}(t) = [\ f_1(t)\ \ f_2(t)\ldots.f_N(t)]$$

• Tín hiệu đa chiều: thường được biểu diễn dưới dạng hàm của nhiều biến độc lập:

$$f(x_1,x_2,\ldots x_N)$$

Phân loại tín hiệu:

Tín hiệu thuận và nghịch

- Tín hiệu thuận (bên phải): giá trị của tín hiệu luôn bằng 0 kể từ một thời điểm về trước, nghĩa là

$$\forall t < t_0 < \infty : x(t) = 0$$

- Tín hiệu nghịch (bên trái): giá trị của tín hiệu luôn bằng 0 kể từ một thời điểm trở về sau, nghĩa là

$$\forall t > t_0 > -\infty : x(t) = 0$$

Phân loại tín hiệu:

Tín hiệu hữu hạn và vô hạn

- Tín hiệu hữu hạn: tất cả các giá trị khác không của tín hiệu đều nằm trong một khoảng hữu hạn, ngoài khoảng đó giá trị của tín hiệu luôn bằng 0, nghĩa là tồn tại một khoảng hữu hạn sao cho

$$-\infty < t_1 < t_2 < \infty : f(t) = 0 \qquad khi \qquad t \notin [\mathrm{t}_1, \mathrm{t}_2]$$

- Tín hiệu vô hạn: không tồn tại khoảng hữu hạn thỏa mãn điều kiện trên hay miền các giá trị khác không của tín hiệu là vô hạn

Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

- Năng lượng của một tín hiệu liên tục x(t) và rời rạc x[n] được định nghĩa bởi:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt \qquad\qquad E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

- Một tín hiệu là tín hiệu năng lượng khi nó có năng lượng hữu hạn, nghĩa là thỏa mãn:

$$0<E<\infty$$

- Tín hiệu tuần hoàn không phải là tín hiệu năng lượng do năng lượng của tín hiệu tuần hoàn là vô hạn
- Tín hiệu xác định có độ dài hữu hạn là các tín hiệu năng lượng

Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

- Công suất của một tín hiệu được định nghĩa là năng lượng trung bình của tín hiệu trong một đơn vị thời gian
- Công suất của tín hiệu liên tục x(t) và rời rạc x[n] được định nghĩa như sau:

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)^2 dt$$

$$P_x = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N} x[n]^2$$

Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

• Công suất của tín hiệu liên tục tuần hoàn x(t) với chu kỳ T và thời gian rời rạc x[n] với chu kỳ N là tương đương với năng lượng trung bình trong một chu kỳ nên công suất trung bình của tín hiệu tuần hoàn được định nghĩa là:

$$P_x = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)^2 dt \qquad P_x = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2$$

• Một tín hiệu là tín hiệu công suất khi nó có công suất trung bình hữu hạn, nghĩa là thỏa mãn:

$$0<P<\infty$$

Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

- Một tín hiệu nếu là tín hiệu năng lượng thì không thể là tín hiệu công suất do công suất của tín hiệu năng lượng luôn bằng 0
- Một tín hiệu nếu là tín hiệu công suất thì không thể là tín hiệu năng lượng do năng lượng của tín hiệu công suất luôn vô hạn, ví dụ đối với tín hiệu tuần hoàn

- Ví dụ: xác định năng lượng và công suất trung bình của tín hiệu sau:

$$x(t) = \begin{cases} t & 0 \le t \le 1 \\ 2 - t & 1 \le t \le 2 \\ 0 & khác \end{cases} \qquad x[n] = \begin{cases} \cos(\pi n) & n \ge 0 \\ 0 & khác \end{cases}$$

Các phép toán cơ bản trên tín hiệu

- Phép toán trên biến phụ thuộc
- Phép toán trên biến độc lập

Phép toán trên các biến phụ thuộc

- Tỷ lệ: $y(t) = cx(t)$,
  $y[n] = cx[n]$, c: hệ số tỷ lệ
- Cộng tín hiệu: $y(t) = x_1(t) + x_2(t)$
  $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$
- Nhân tín hiệu: $y(t) = x_1(t)\, x_2(t)$
  $y[n] = x_1[n]\, x_2[n]$
- Vi phân tín hiệu:

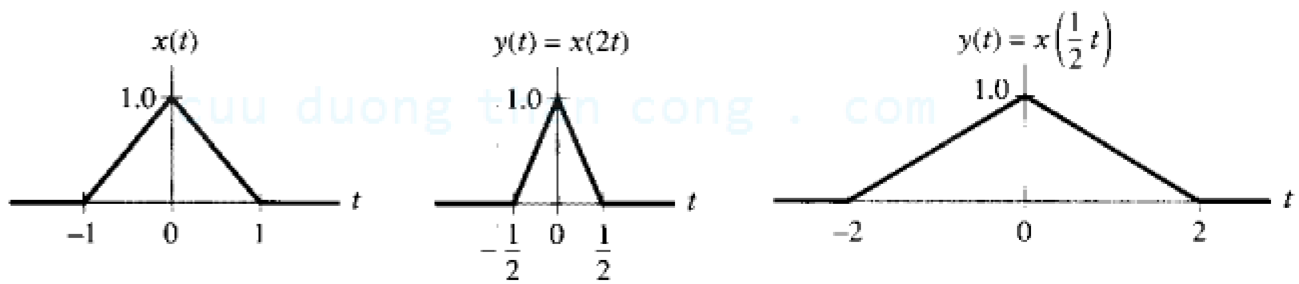
$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

- Tích phân tín hiệu:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)$$

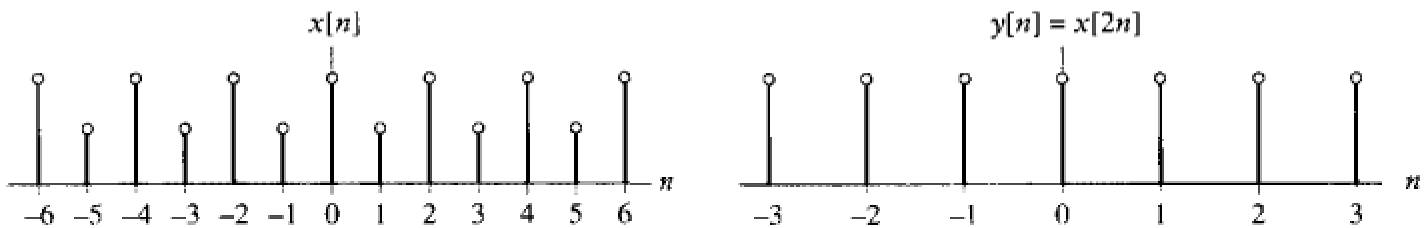
Phép toán trên các biến độc lập

- **Tỷ lệ thời gian** $y(t) = x(at)$
  - a>1: nén tín hiệu
  - 0<a<1: giãn tín hiệu



$$y[n]=x[kn] \text{ , } k>0$$

- k>1: mất giá trị

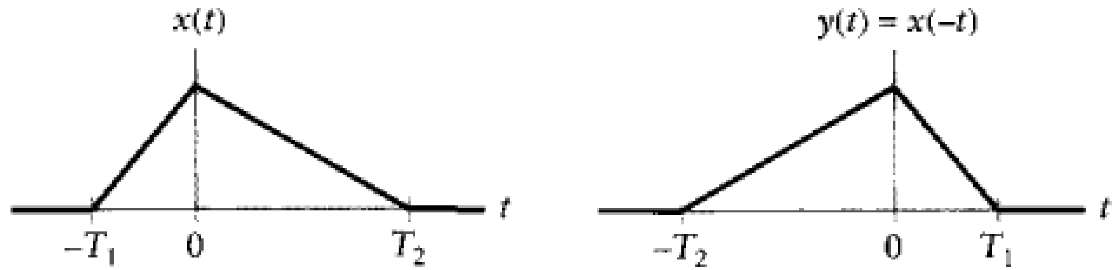


Phép toán trên các biến độc lập

- **Phép lật:** thay t = -t hoặc n = -n

$$y(t) = x(-t)$$

  - Phép lật tín hiệu chẵn là chính nó
  - Phép lật tín hiệu lẻ là giá trị âm của chính nó

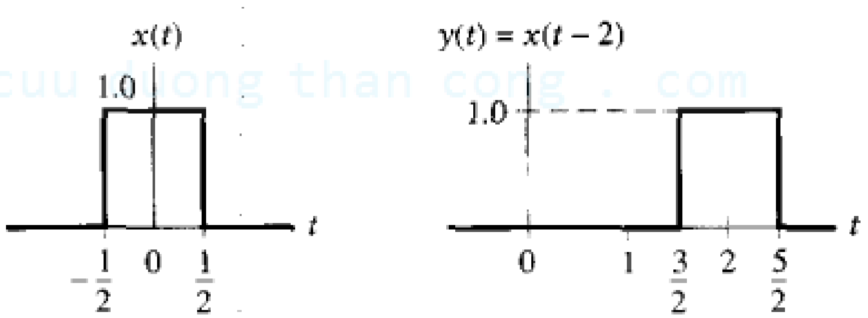


  - Ví dụ: xác định tín hiệu hợp y[n]=x[n]+x[-n] của

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ -1 & n = -1 \\ 0 & n = 0 \& |n| > 1 \end{cases} \qquad x[n] = \begin{cases} 1 & n = -1 \& n = 1 \\ 0 & n = 0 \& |n| > 1 \end{cases}$$

Phép toán trên các biến độc lập

- **Dịch thời gian:** $y(t) = x(t - t_0)$
  - $t_0>0$: dịch sang phải (trễ)
  - $t_0<0$: dịch sang trái (tiến)



$$y[n] = x[n-m]$$

- m: nguyên dương hoặc nguyên âm
- Ví dụ: tìm tín hiệu dịch thời gian y[n]=x[n+3] của:

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = 1,2 \\ -1 & n = -1,-2 \\ 0 & n = 0 \,\&\, |n| > 2 \end{cases}$$

Một số tín hiệu cơ bản

- **Tín hiệu xung**
  - Tín hiệu xung đơn vị thời gian liên tục, ký hiệu là δ(t), được định nghĩa bằng hàm delat Dirac như sau:

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \neq 0 & t=0\end{cases}\qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$

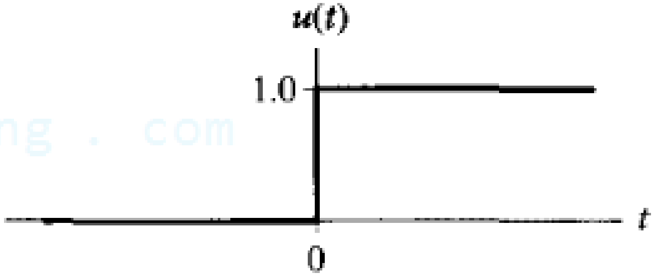
  - Tín hiệu xung đơn vị thời gian rời rạc, ký hiệu δ[n], được định nghĩa bởi

$$\delta[n]=\begin{cases}0 & n\neq 0\\ 1 & n=0\end{cases}$$

Một số tín hiệu cơ bản

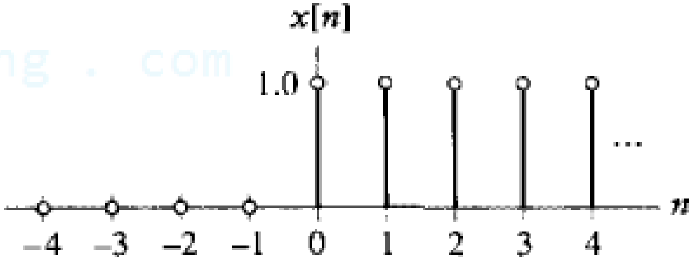
- **Tín hiệu nhảy bậc**
  - Tín hiệu nhảy bậc đơn vị thời gian liên tục, ký hiệu u(t), được định nghĩa như sau:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



  - Tín hiệu nhảy bậc đơn vị thời gian rời rạc, ký hiệu u[n], được định nghĩa như sau:

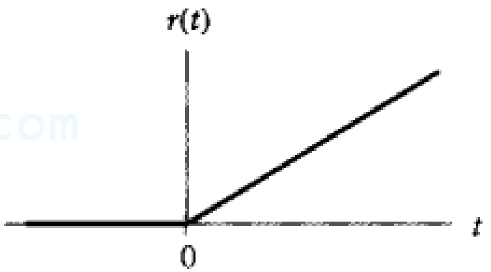
$$u[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 1 & n \geq 0 \end{cases}$$



Một số tín hiệu cơ bản

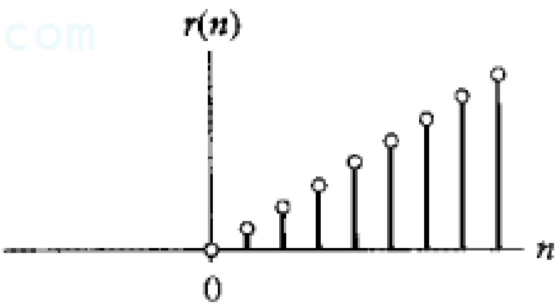
- **Tín hiệu dốc**
  - Tín hiệu dốc thời gian liên tục, ký hiệu r(t), được định nghĩa như sau:

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases}$$



  - Tín hiệu dốc thời gian rời rạc, ký hiệu r[n], được định nghĩa như sau:

$$r[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ n & n \geq 0 \end{cases}$$



tương đương $r(t)=tu(t)$, $r[n]=tu[n]$

Một số tín hiệu cơ bản

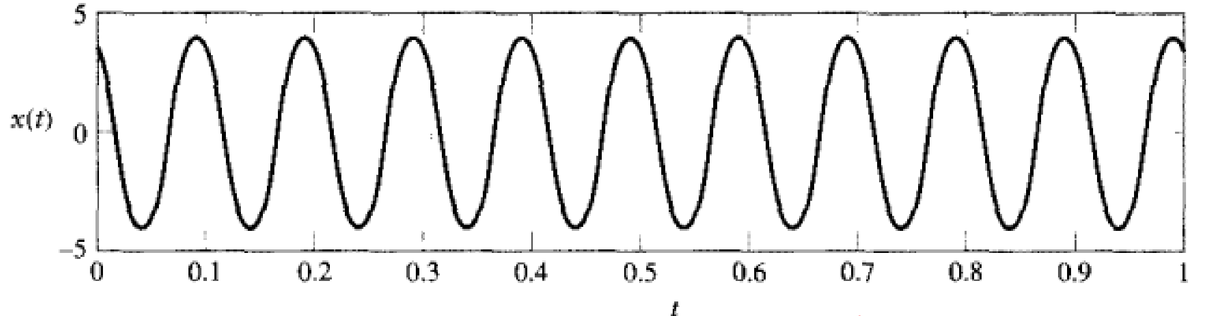
- **Tín hiệu sin**
  - Tín hiệu sin giá trị thực thời gian liên tục được biểu diễn dưới dạng sau:

$$s(t) = A\cos(\omega t+\varphi)$$

A: biên độ, ω: tần số góc (rad/s), φ: góc pha (rad). Chu kỳ của tín hiệu tuần hoàn này là $T=2\pi/\omega$

  - Có thể biểu diễn dưới dạng là hàm của biến tần số $f=1/T$ (Hz):

$$s(t) = A\cos(2\pi ft+\varphi)$$



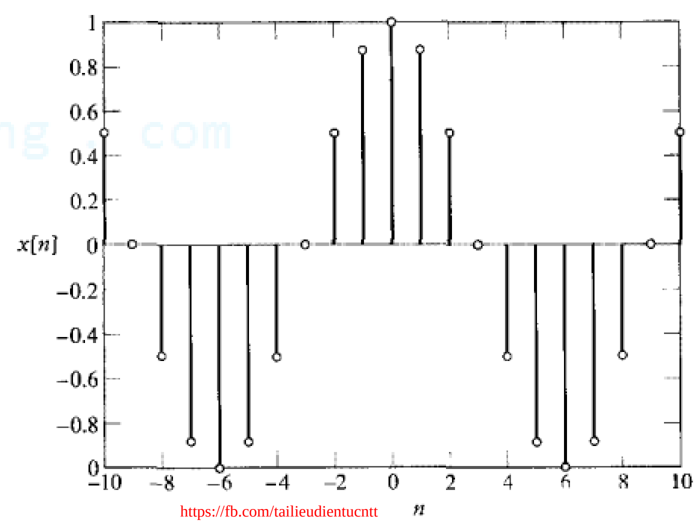
Một số tín hiệu cơ bản

- Tín hiệu sin giá trị thực thời gian rời rạc được biểu diễn dưới dạng sau:

$$s[n] = A\cos(\Omega t+\varphi)$$

A: biên độ, Ω : tần số góc (rad/chu kỳ), φ: góc pha (rad).

- Tín hiệu thời gian rời rạc này có thể là tuần hoàn hoặc không. Nếu tuần hoàn với chu kỳ N thì phải thỏa mãn điều kiện $\Omega N=2\pi m$, m: số nguyên



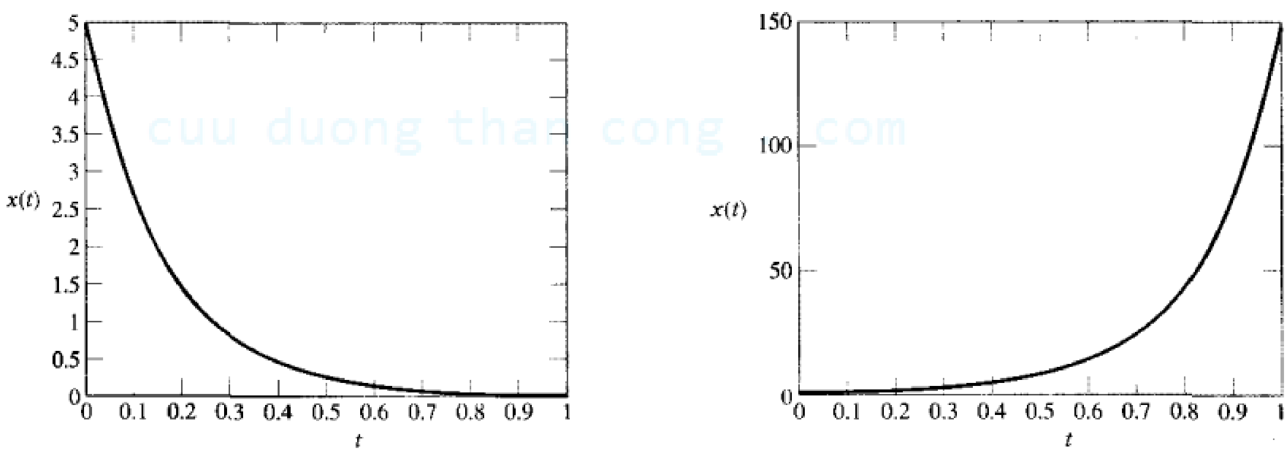
Một số tín hiệu cơ bản

- **Tín hiệu mũ thực**
  - Tín hiệu mũ thực thời gian liên tục được định nghĩa như sau:

$$f(t) = Ae^{\alpha t}$$

A và α là các giá trị thực

  - Nếu α>0: f(t) mũ tăng, α<0: f(t) mũ giảm

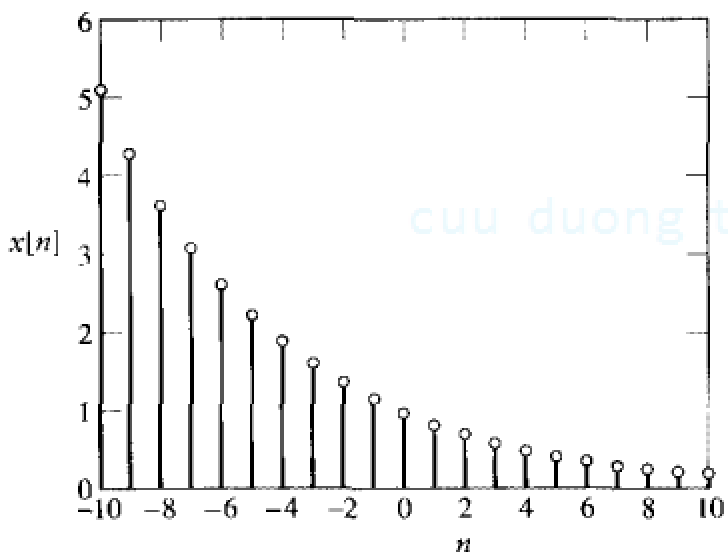


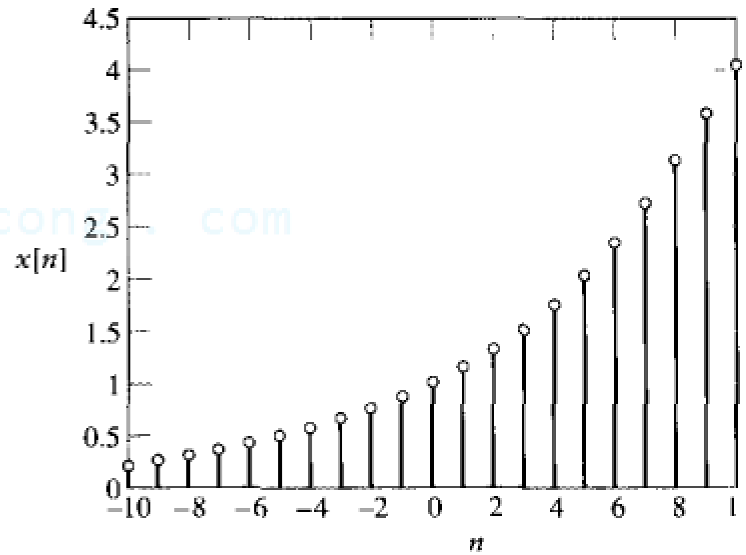
Một số tín hiệu cơ bản

- Tín hiệu mũ thực thời gian rời rạc được định nghĩa như sau:

$$f[n] = Ar^n, \; r = e^{\alpha}$$

- Nếu $0<r<1$: f[n] mũ giảm, $r>1$: f[n] mũ tăng





Một số tín hiệu cơ bản

- **Tín hiệu mũ phức**
  - Tín hiệu mũ phức thời gian liên tục được định nghĩa như sau:

$$f(t) = Ae^{(\sigma+j\omega)t}$$

  - Mối liên quan giữa tín hiệu mũ và tín hiệu sin: sử dụng biểu thức Euler cho $e^{j\omega t}$, ta thu được biểu thức sau cho tín hiệu mũ phức:

$$f(t) = Ae^{\sigma t}[\cos(\omega t)+j\sin(\omega t)]$$

Một số tín hiệu cơ bản

- f(t) là một hàm giá trị phức trong đó phần thực và phần ảo được tính như sau:

$$\mathrm{Re}[f(t)] = Ae^{\sigma t}\cos(\omega t)$$
$$\mathrm{Im}[f(t)] = Ae^{\sigma t}\sin(\omega t)$$

- f(t) cũng được gọi là tín hiệu sin phức với độ lớn phức là $Ae^{\sigma t}$ và tần số góc ω

$$f(t) = Ae^{(\sigma+j\omega)t}$$

- Độ lớn thực của f(t) là $|A|e^{\sigma t}$ và pha là φ:

$$|A| = \sqrt{\mathrm{Re}(A)^2 + \mathrm{Im}(A)^2}, \qquad \varphi = \arctan\frac{\mathrm{Im}(A)}{\mathrm{Re}(A)}$$

1.2. HỆ THỐNG

- Định nghĩa hệ thống
- Mô hình toán học của hệ thống
- Một số ví dụ về hệ thống
- Phân loại và đặc điểm của hệ thống

Định nghĩa hệ thống

- Một hệ thống là một thực thể hoạt động khi có tín hiệu lối vào (kích thích) và sinh ra tín hiệu lối ra (đáp ứng)

- Theo biểu diểu toán học, hệ thống được đặc trưng bởi mối quan hệ giữa tín hiệu lối vào và tín hiệu lối ra

$$y(t) = \mathbf{T}[x(t)]$$

$$y[n] = \mathbf{T}\{x[n]\}$$

T: phép biến đổi đặc trưng cho hệ thống

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\mathbf{T}} \longrightarrow y(t) \qquad x[n] \longrightarrow \boxed{\mathbf{T}} \longrightarrow y[n]$$

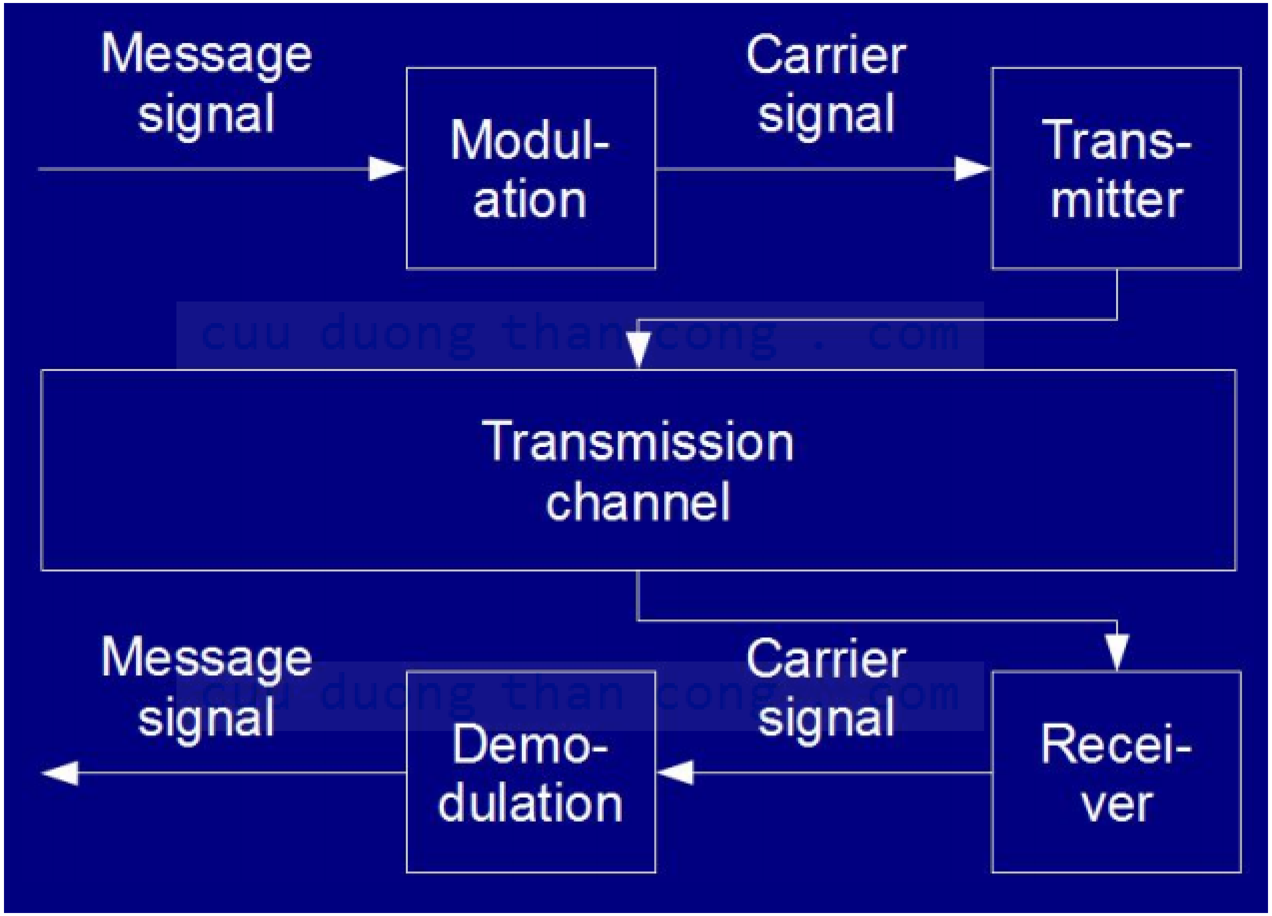
Mô hình toán học của hệ thống

- Mối quan hệ giữa lối vào của hệ thống và lối ra của hệ thống, còn gọi là hành vi của hệ thống, được biểu diễn bằng một mô hình toán học

- Mô hình toán học cho phép xác định hệ thống: xác định tín hiệu lối ra khi biết tín hiệu lối vào

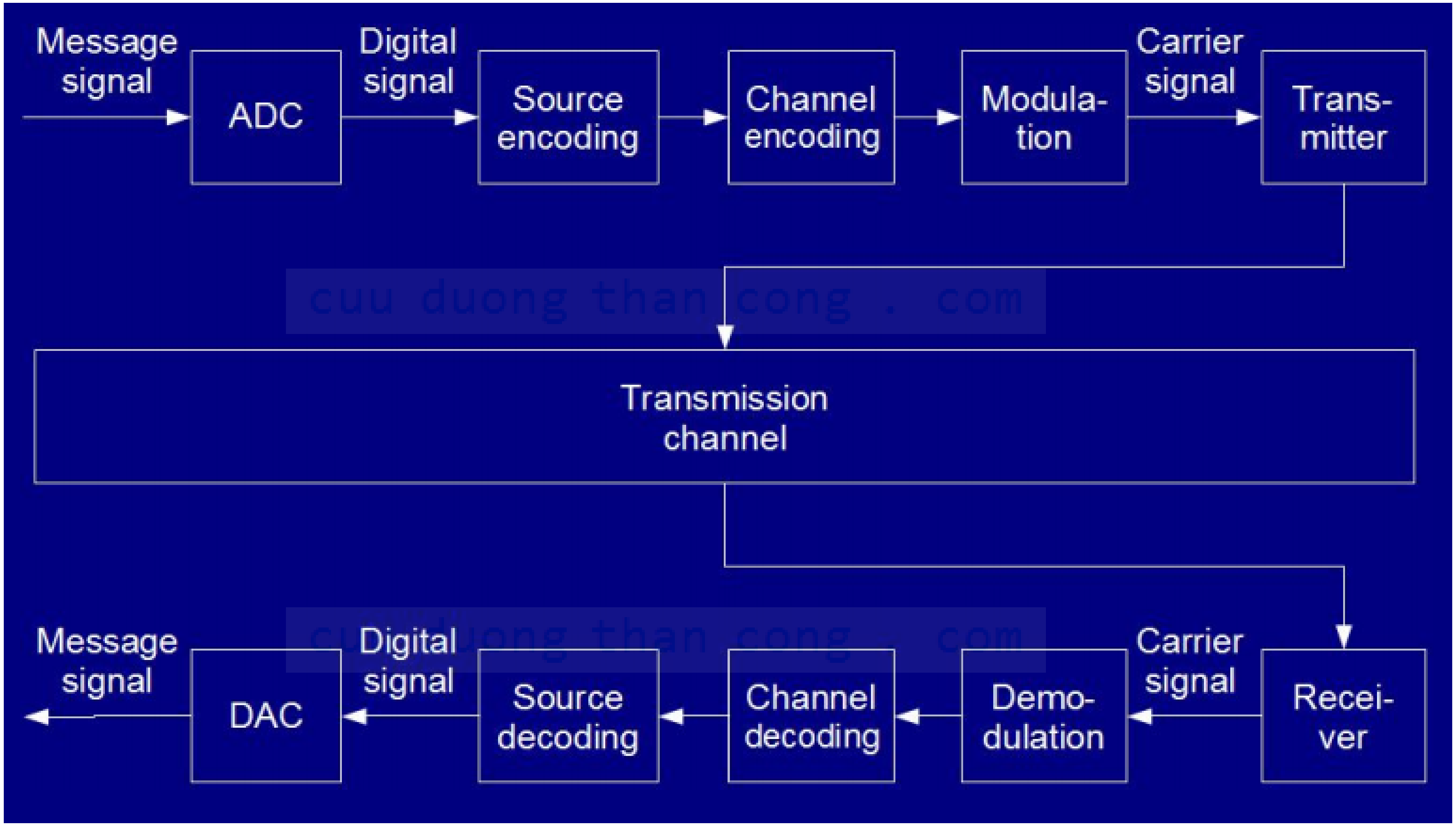
- Mô hình toán học được sử dụng trong việc phân tích và thiết kế hệ thống

Ví dụ về hệ thống



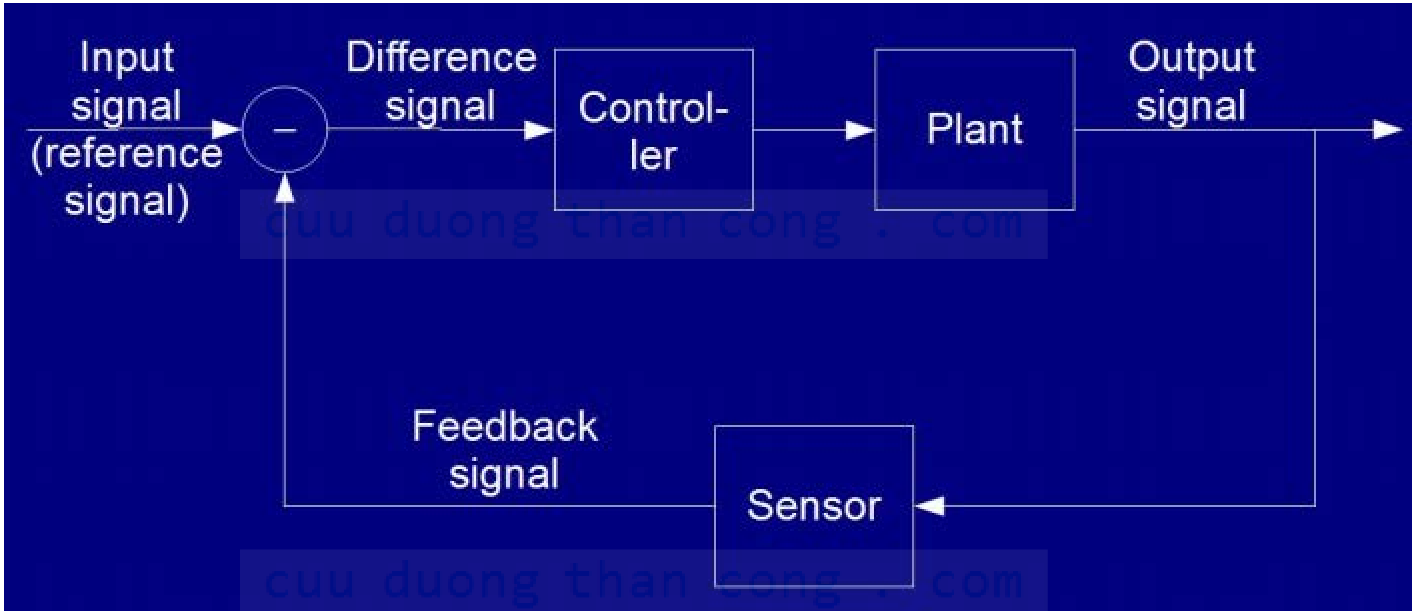
Hệ thống truyền thông tương tự

Ví dụ về hệ thống



Hệ thống truyền thông số

Ví dụ về hệ thống



Hệ thống điều khiển phản hồi

Phân loại hệ thống

- **Hệ thống liên tục và rời rạc**
  - Hệ thống liên tục: các tín hiệu vào, tín hiệu ra và các tín hiệu sử dụng trong hệ thống đều là các tín hiệu thời gian liên tục
  - Hệ thống thời gian rời rạc: tín hiệu vào và tín hiệu ra là các tín hiệu thời gian rời rạc

Phân loại hệ thống

- **Hệ thống đơn biến và hệ thống đa biến**
  - SISO: (Single-input Single output): một biến vào-một biến ra
  - SIMO: (Single input Multiple ouput): một biến vào-nhiều biến ra
  - MISO: (Multiple input Single output): nhiều biến vào-một biến ra
  - MIMO: (Multiple input Multiple output): nhiều biến vào- nhiều biến ra

Phân loại hệ thống

- **Hệ thống tĩnh và động (nhớ và không nhớ)**
  - Một hệ thống khi lối ra của hệ thống chỉ phụ thuộc vào giá trị của tín hiệu vào tại cùng một thời điểm được gọi là *hệ thống tĩnh hay hệ thống không nhớ*
  - Một hệ thống khi lối ra của hệ thống phụ thuộc cả vào giá trị trong quá của tín hiệu vào được gọi là *hệ thống động hay hệ thống có nhớ*

$$i(t) = \frac{1}{R} v(t) \qquad i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} v(\tau) d\tau$$

$$y[n] = x^2[n] \qquad y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$

Phân loại hệ thống

- **Hệ thống nhân quả và phi nhân quả**
  - Một hệ thống nếu tín hiệu lối ra của hệ thống chỉ có thể phụ thuộc các giá trị của tín hiệu vào hiện tại và trong quá khứ chứ không thể phụ thuộc vào các giá trị tương lai của tín hiệu được gọi là *hệ thống nhân quả*.
  - Một hệ thống khi tín hiệu ra của hệ thống có thể phụ thuộc vào cả các giá trị tương lai của ltín hiệu vào được gọi là *hệ thống không nhân quả*

Phân loại hệ thống

- **Hệ thống tuyến tính**
  - Hệ thống được xem là tuyến tính khi và chỉ khi thỏa mãn nguyên lý đồng nhất và nguyên lý xếp chồng:

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbf{R} : \mathbf{T}[\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)] = \alpha \mathbf{T}[x_1(t)] + \beta \mathbf{T}[x_2(t)]$$

  - Hệ thống không tuyến tính nếu không thỏa mãn điều kiện trên

Phân loại hệ thống

- **Hệ thống bất biến thời gian**
    - Hệ thống bất biến thời gian: một sự dịch chuyển thời gian của tín hiệu lối vào dẫn đến sự dịch chuyển thời gian tương ứng ở tín hiệu lối ra → quan hệ vào/ra không phụ thuộc vào thời điểm bắt đầu:

$$y(t) = \mathrm{T}[x(t)] \Rightarrow \forall t_0 : y(t - t_0) = \mathrm{T}[x(t - t_0)]$$

    - Hệ thống thay đổi theo thời gian khi quan hệ vào/ra phụ thuộc vào thời điểm bắt đầu

Phân loại hệ thống

- **Hệ thống ổn định**
  - Hệ thống được gọi là ổn định giới hạn BIBO (Bounded Input Bounded Output) khi và chỉ khi tín hiệu ra luôn có giới hạn hữu hạn khi tín hiệu vào có giới hạn hữu hạn

$$|x(t)| < \infty \Rightarrow |y(t)| < \infty$$

  - Nếu tín hiệu vào có giới hạn hữu hạn tạo ra một tín hiệu ra giới hạn không hữu hạn thì hệ thống sẽ không ổn định