

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

# Bài 1: Tín hiệu

Nguyễn Hồng Thịnh

# Bài 1: Tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Nội dung:

- Các khái niệm cơ bản về tín hiệu
- Phân loại tín hiệu.
- Các phép biến đổi, phép toán trên tín hiệu.

# Khái niệm Tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Khái niệm

Tín hiệu là **hàm biểu diễn** một đại lượng vật lý hoặc một biến đổi vật lý theo thời gian.

# Ví dụ

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 1: Nhiệt độ thay đổi trong ngày

# Ví dụ

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 2: Tín hiệu âm thanh

# Ví dụ

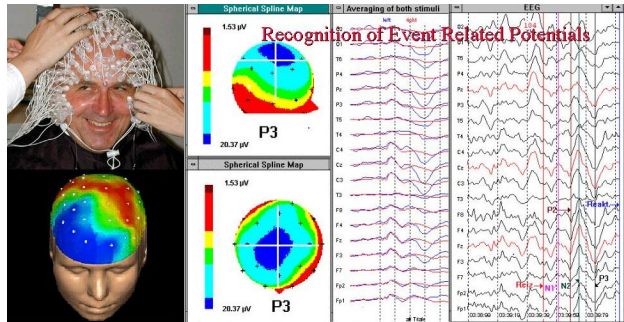
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 3: Tín hiệu điện não

# Ví dụ

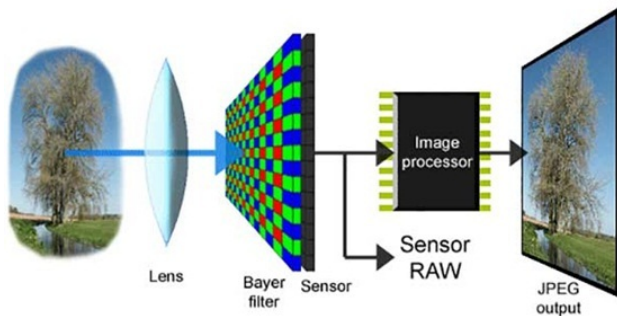
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



**Hình 4:** Tín hiệu cường độ ánh sáng, sử dụng trong cảm biến hình ảnh

# Ví dụ

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 5: Tín hiệu ảnh/video



# Khái niệm Tín hiệu

## Tín hiệu

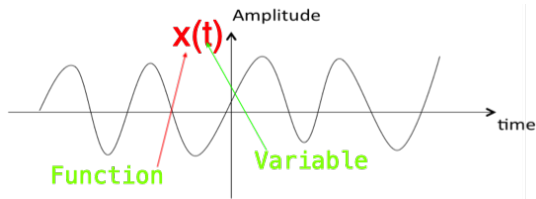
### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

- Tín hiệu có thể là hàm của 1 biến số, hay nhiều biến số
- $\Rightarrow$  Trong chương trình học, chỉ xem xét tín hiệu là hàm số với một biến số thời gian.
- Ký hiệu tín hiệu là  $x(t)$  trong đó  $t$  là biến số, mang ý nghĩa là thời gian liên tục (Continuous Signal)



Hình 6: Tín hiệu liên tục với thời gian

# Khái niệm Tín hiệu

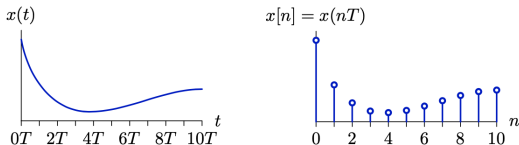
## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu



$T = \text{sampling interval}$

Hình 7: Tín hiệu rời rạc với thời gian

## Ký hiệu

- Tín hiệu có thể rời rạc theo thời gian; khi nó chỉ xác định tại các thời điểm rời rạc (ví dụ như lấy mẫu tín hiệu)
- Ký hiệu  $n$ , là số nguyên; là biến thời gian rời rạc
- Ký hiệu tín hiệu với thời gian rời rạc là  $x(n)$

# Khái niệm Tín hiệu

## Tín hiệu

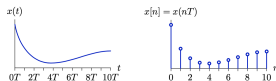
### Định nghĩa

#### Phân loại tín hiệu

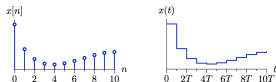
#### Các tín hiệu cơ bản

#### Các phép toán trên tín hiệu

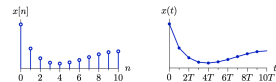
- Chúng ta có thể chuyển đổi các tín hiệu cho nhau



$T = \text{sampling interval}$



$T = \text{sampling interval}$



$T = \text{sampling interval}$

# Phân loại tín hiệu

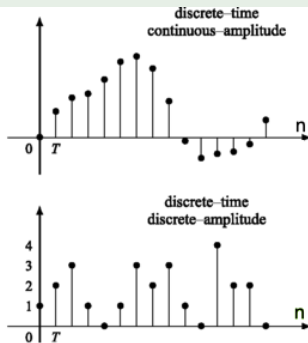
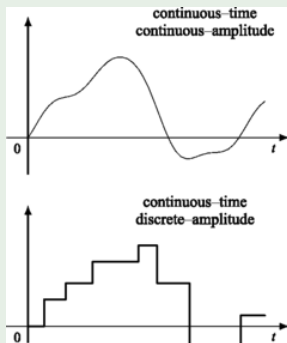
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 8: Phân loại tín hiệu theo tính chất liên tục và rời rạc theo giá trị và biến số

# Phân loại tín hiệu

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

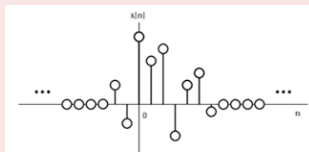
### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

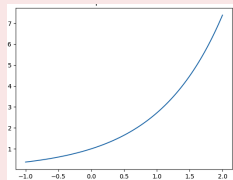
## Tín hiệu dài hữu hạn, tín hiệu dài vô hạn

- Chiều dài của tín hiệu là khoảng  $\neq 0$  lớn nhất của tín hiệu
- Tín hiệu dài hữu hạn nếu chiều dài của nó là hữu hạn
- Tín hiệu dài vô hạn nếu chiều dài của nó là vô hạn.

## Ví dụ



Hình 9: Tín hiệu dài hữu hạn



Hình 10: Tín hiệu dài vô hạn

# Phân loại tín hiệu

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn

- **Tín hiệu tuần hoàn:** Giá trị của nó lặp lại theo một khoảng thời gian xác định:  $\exists T > 0 : x(t) = x(t + T)$
- Trong trường hợp tín hiệu là rời rạc:  $\exists N$  **nguyên dương** :  $x(n) = x(n + N)$
- Khoảng thời gian nhỏ nhất thoả mãn, gọi là Chu kỳ cơ sở. Ta có:  $x(t) = x(t + T) = x(t + kT)$  hoặc  $x(n) = x(n + N) = x(n + kN)$
- **Tín hiệu không tuần hoàn:** không thể xác định được  $T$  (hay  $N$ ) nào thoả mãn điều kiện trên.

## Ví dụ

- $x(t) = t$  là tín hiệu không tuần hoàn.
- $x(t) = \sin(2\pi t)$  là tín hiệu tuần hoàn.

# Bài tập

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn

Tín hiệu sau đây tuần hoàn hay không tuần hoàn? Nếu tuần hoàn xác định chu kỳ của nó:

a)  $x(t) = (\cos(2\pi t))^2$

b)  $x(n) = \cos(2n)$

c)  $x(n) = (-1)^{n^2}$

d)  $x(n) = \begin{cases} 1 & -4 < n < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

# Phân loại tín hiệu

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu chẵn và tín hiệu lẻ

- Tín hiệu là chẵn nếu  $x(t) = x(-t)$ .  
Trong trường hợp tín hiệu là rời rạc:  $x(n) = x(-n)$
- Tín hiệu lẻ nếu  $x(t) = -x(-t)$ .  
Trong trường hợp tín hiệu là rời rạc:  $x(n) = -x(-n)$

## Ví dụ

- $x(t) = t^2$  là tín hiệu chẵn,  $x(t) = t$  là tín hiệu lẻ.
- $x(t) = \cos(t)$  là tín hiệu chẵn,  $x(t) = \sin(t)$  là tín hiệu lẻ.



# Ví dụ

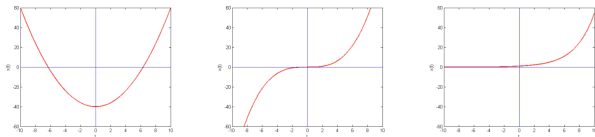
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 11: Xác định tính chất chẵn lẻ của các tín hiệu sau

# Tín hiệu chẵn và tín hiệu lẻ

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

**Tính chất:** Mọi tín hiệu  $x(t)$  đều có thể tách thành tổng của một tín hiệu chẵn và một tín hiệu lẻ:

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

Ta có:

$$x(-t) = x_e(-t) + x_o(-t) = x_e(t) - x_o(t)$$

Do đó:

$$x_e(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$$

$$x_o(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$$

Tín hiệu chẵn, thì thành phần lẻ của nó bằng 0 và ngược lại.

# Bài tập

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

Xác định thành phần chẵn lẻ của các tín hiệu sau:

a)  $x(t) = \cos(t) + \sin(t) + \cos(t)\sin(t)$

b)  $x(t) = 1 + t + 3t^2 + 5t^3 + t^4$

c)  $x(t) = 1 + t\cos(t) + t^2\sin(t) + t^3\sin(t)\cos(t)$

# Phân loại tín hiệu

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

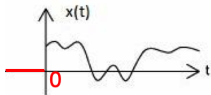
### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu nhân quả, phản nhân quả, phi nhân quả

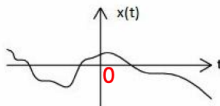
- Tín hiệu là nhân quả nếu  $\forall t < 0, x(t) = 0$ .
- Tín hiệu là phản nhân quả nếu  $\forall t > 0, x(t) = 0$ .
- Tín hiệu là phi nhân quả nếu có giá trị trong cả miền âm và dương trong trục thời gian.

$$\forall t < 0: x(t) = 0$$



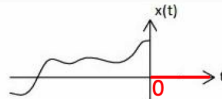
Tín hiệu nhân quả

$$\forall t: x(t) \neq 0$$



Tín hiệu phi nhân quả

$$\forall t > 0: x(t) = 0$$



Tín hiệu phản nhân quả

# Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Năng lượng của tín hiệu và tín hiệu năng lượng

- Năng lượng của tín hiệu là tổng bình phương biên độ tín hiệu theo thời gian:

- $$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

- $$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

- Tín hiệu năng lượng: là tín hiệu mà năng lượng của nó hữu hạn.
- Tín hiệu xác định, có **độ dài hữu hạn** là tín hiệu năng lượng.

# Phân loại tín hiệu

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

## Công suất của tín hiệu và tín hiệu công suất

- Công suất của tín hiệu  $x(t)$  được định nghĩa là năng lượng trung bình của tín hiệu theo thời gian:

$$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

- Trong trường hợp tín hiệu là liên tục  $x[t]$

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

- Tín hiệu công suất: là tín hiệu có công suất **hữu hạn và khác không**.
- Tín hiệu năng lượng thì không thể là tín hiệu công suất.
- Tín hiệu công suất thì không thể là tín hiệu năng lượng.

# Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Công suất của tín hiệu

- Tín hiệu tuần hoàn là tín hiệu công suất.
- Công suất của tín hiệu tuần hoàn là năng lượng trung bình trong một chu kỳ:

$$\blacksquare P_x = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt$$

với tín hiệu rời rạc  $x(n)$ :

$$\blacksquare P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$$

# Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

Xác định các tín hiệu sau đây là năng lượng hay công suất. Xác định năng lượng (hoặc công suất) của tín hiệu tương ứng.

$$\text{a) } x(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t \leq 1 \\ 2 - t & 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$\text{b) } x(t) = 5\cos(\pi t) + \sin(5\pi t), -\infty < t < \infty$$

$$\text{c) } x(n) = \begin{cases} \sin(\frac{\pi}{2}n) & -4 \leq n \leq 4 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$



# Các tín hiệu cơ bản

## Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

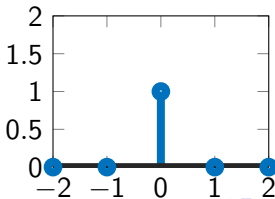
## Tín hiệu xung đơn vị

- Tín hiệu xung đơn vị liên tục theo thời gian:

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

- Tín hiệu xung đơn vị rời rạc theo thời gian:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$



# Các tín hiệu cơ bản

## Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

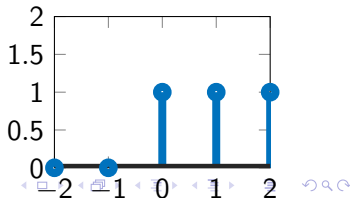
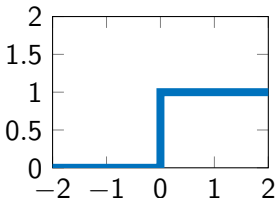
## Tín hiệu nhảy bậc đơn vị

- Tín hiệu nhảy bậc đơn vị liên tục theo thời gian:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

- Tín hiệu xung đơn vị rời rạc theo thời gian:

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



# Các tín hiệu cơ bản

## Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

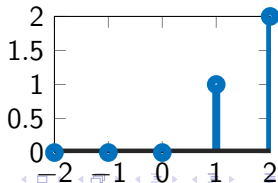
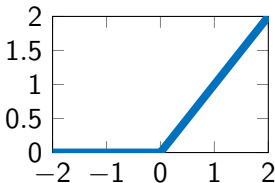
## Tín hiệu dốc

- Tín hiệu dốc liên tục theo thời gian:

$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

- Tín hiệu dốc đơn vị rời rạc theo thời gian:

$$r(n) = \begin{cases} n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



# Các tín hiệu cơ bản

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu dạng sin

- Tín hiệu dạng sin liên tục theo thời gian:

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

trong đó  $A$  là biên độ,  $\omega$  là tần số góc,  $\phi$  là pha.

Chu kỳ của tín hiệu là  $T = 2\pi/\omega$ . Tần số của tín hiệu là:  $f = 1/T$ .

- Tín hiệu dạng sin rời rạc theo thời gian:

$$s(n) = A \cos(\Omega n + \phi)$$

Trong đó  $\Omega$  là tần số góc.

# Các tín hiệu cơ bản

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu hàm mũ

Tín hiệu hàm mũ theo thời gian:  $x(t) = Ae^{\alpha t}$

- Nếu  $\alpha > 0$ ,  $x(t)$  là một hàm mũ tăng,  $\alpha < 0$ ,  $x(t)$  là một hàm mũ suy biến.
- Nếu  $\alpha$  là một số phức :  $\alpha = \sigma + j\omega$

Do đó:

$$x(t) = Ae^{\alpha t} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} = Ae^{\sigma t} [\cos(\omega t) + j\sin(\omega t)]$$

Trường hợp này  $x(t)$  còn được gọi là tín hiệu sin phức.

Phần thực và ảo:

$$\text{Re}[x(t)] = Ae^{\sigma t} \cos(\omega t); \text{Im}[x(t)] = Ae^{\sigma t} \sin(\omega t)$$

# Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Phân loại

- Các phép toán không phụ thuộc vào biến thời gian
- Các phép toán phụ thuộc vào biến thời gian

# Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

## Các phép toán không phụ thuộc vào biến thời gian.

- Nhân tín hiệu với hằng số  $k$ : Thay đổi biên độ của tín hiệu gốc.  $x(t) \rightarrow k.x(t), k \geq 0$
- Cộng tín hiệu: Đặt cùng gốc thời gian, cộng giá trị biên độ với nhau.
- Nhân vô hướng hai tín hiệu: Đặt cùng gốc thời gian, nhân giá trị biên độ với nhau.
- Vi phân tín hiệu:  $y(t) = \frac{d(x(t))}{dt}$
- Tích phân tín hiệu:  $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)$

# Nhân tín hiệu với hằng số

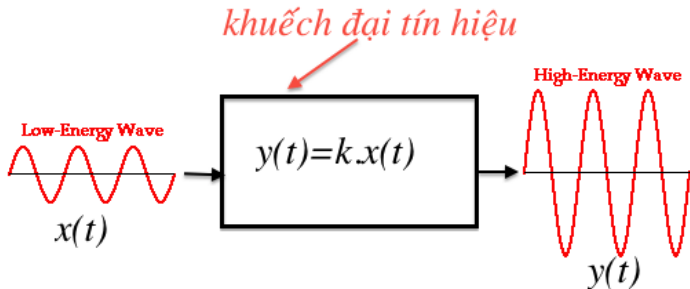
## Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu





# Cộng 2 tín hiệu

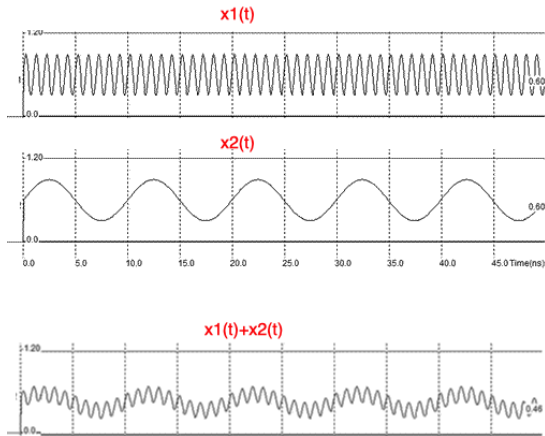
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



# Cộng 2 tín hiệu

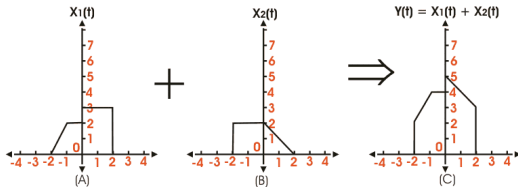
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



# Nhân 2 tín hiệu

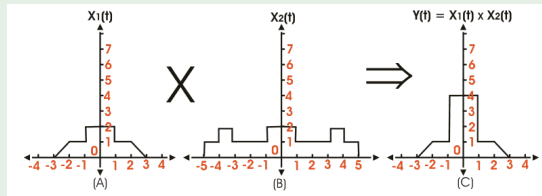
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



# Nhân 2 tín hiệu

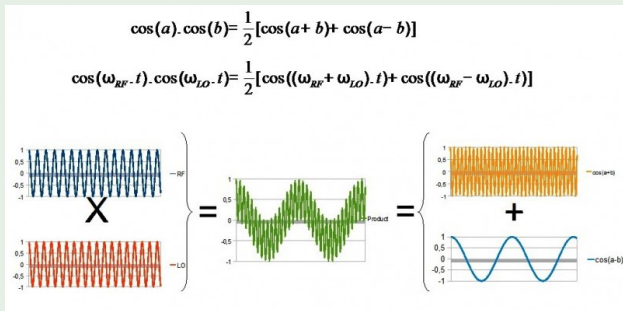
## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu



# Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Phép co giãn tín hiệu (Time scaling)

- Nhân biến thời gian với một số dương  $k$  sẽ làm thay đổi bề rộng của tín hiệu:  
 $x(t) \rightarrow x(k.t), k \geq 0$
- $k > 1$  phép co tín hiệu.
- $0 < k < 1$  phép giãn tín hiệu.
- Phép co giãn sẽ thực hiện về 2 phía của trục tung

# Các phép toán trên tín hiệu

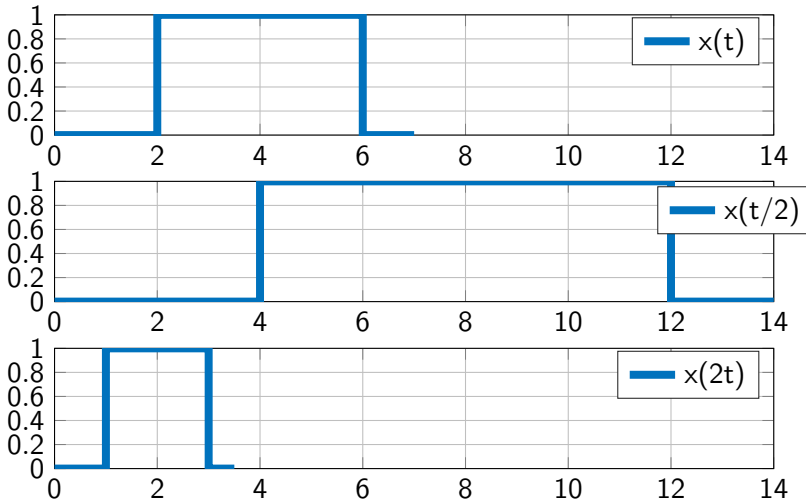
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



# Co giãn trên tín hiệu rời rạc

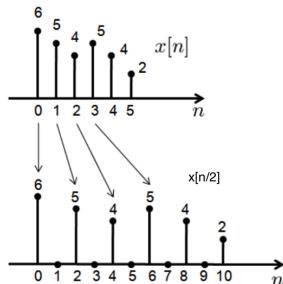
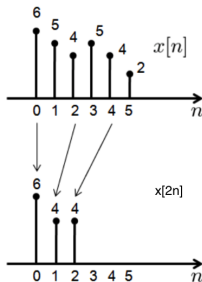
## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu



# Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Phép lật tín hiệu (Time reflection)

- Lật của một tín hiệu thu được bằng cách thay  $t$  bằng  $-t$ :  
 $x(t) \rightarrow x(-t)$
- Lật của một tín hiệu chẵn là chính nó
- Lật của một tín hiệu lẻ là âm bản của tín hiệu đó
- Phép lật sẽ dùng trục tung làm trục xoay



# Các phép toán trên tín hiệu

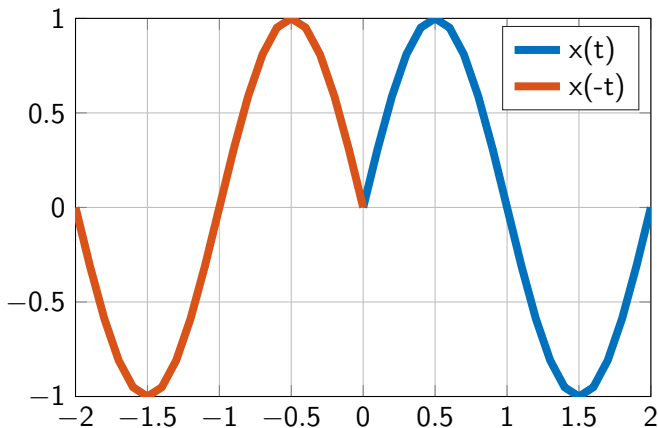
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 12: Phép lật tín hiệu

# Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

## Phép dịch tín hiệu (Time shifting)

- Dịch của một tín hiệu là thay đổi gốc thời gian của tín hiệu:  $x(t) \rightarrow x(t - t_0)$
- $t_0 > 0$  Tín hiệu bị dịch cùng chiều với trục thời gian  $\rightarrow$
- $t_0 < 0$  Tín hiệu bị dịch ngược chiều với trục thời gian  $\leftarrow$

# Các phép toán trên tín hiệu

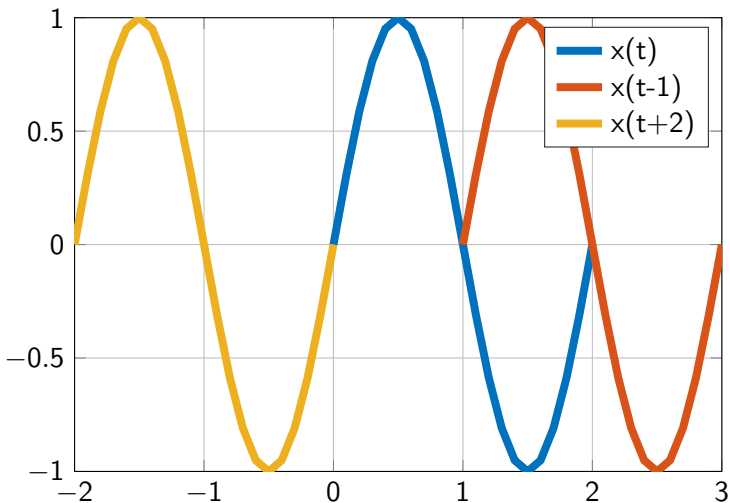
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu



Hình 13: Dịch của tín hiệu

# Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán trên tín hiệu

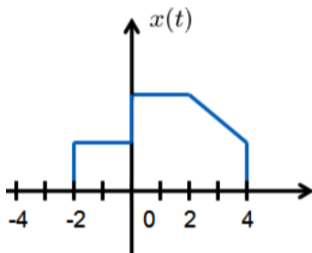
Cho tín hiệu  $x(t)$  có dạng như hình vẽ. Vẽ các tín hiệu sau:

a)  $x(3t-5)$

b)  $x(2t+3)$

c)  $x(-t+1)$

d)  $x(t/2 - 1)$



# Các phép toán trên tín hiệu

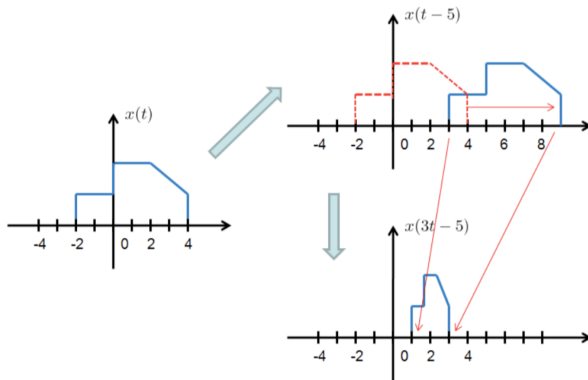
## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu



# Các phép toán trên tín hiệu

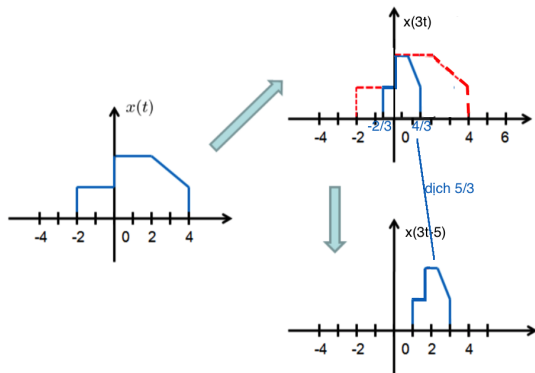
## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu



# Các phép toán trên tín hiệu

## Tín hiệu

### Định nghĩa

### Phân loại tín hiệu

### Các tín hiệu cơ bản

### Các phép toán trên tín hiệu

