

**ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA CUỐI KỲ**  
Môn học: Tín hiệu và Hệ thống (ELT2035)  
Thời gian: 90 phút

**Phần 1 (Trắc nghiệm):** Với các câu hỏi trong phần này, sinh viên chỉ cần viết chữ cái tương ứng với câu trả lời (A/B/C/D) mà không cần đưa ra giải thích.

**Câu 1.** Trong các hệ thống tuyến tính bất biến có đáp ứng xung được cho dưới đây, hệ thống nào là một hệ thống nhân quả và ổn định?

A.  $h(t) = [\cos(2\pi t)]^{-1} [u(t) - u(t-1)]$

B.  $h(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) [u(n+1) - u(n-1)]$

C.  $h(n) = 2^{-n} u(|n|)$

D.  $h(t) = \frac{3^t u(t-1)}{4^t}$

Trả lời: D      **1đ**

**Câu 2.** Đáp ứng tần số của một hệ thống tuyến tính bất biến liên tục tồn tại và được cho dưới đây:

$$H(\omega) = \frac{1 - 2j\omega}{\omega^2 + j\omega + 2}$$

Trong các đáp ứng xung được cho dưới đây, đáp ứng xung nào là của hệ thống trên?

A.  $h(t) = (e^{-t} + e^{2t})u(t)$

B.  $h(t) = -(e^{-t} + e^{2t})u(-t)$

C.  $h(t) = e^{-t}u(t) - e^{2t}u(-t)$

D.  $h(t) = -e^{-t}u(-t) + e^{2t}u(t)$

Trả lời: C  
**1đ**

**Câu 3.** Trong các phát biểu dưới đây về một hệ thống tuyến tính bất biến rời rạc nhân quả và ổn định, phát biểu nào đúng?

- A. Hàm chuyển của hệ thống chỉ có các trị cực nằm ở vùng bên trong đường tròn đơn vị trong mặt phẳng Z.
- B. Hàm chuyển của hệ thống chỉ có các trị cực nằm ở vùng bên ngoài đường tròn đơn vị trong mặt phẳng Z.
- C. Hàm chuyển của hệ thống có các trị cực nằm ở cả hai bên của đường tròn đơn vị trong mặt phẳng Z.
- D. Hàm chuyển của hệ thống có các trị cực nằm trên đường tròn đơn vị trong mặt phẳng Z.

Trả lời: A      **(Xem phần lý thuyết)    1đ**

**Câu 4.** Trong các phát biểu dưới đây về một hệ thống tuyến tính bất biến liên tục ổn định, phát biểu nào đúng?

- A. Đáp ứng tần số của hệ thống có dạng liên tục và tuần hoàn.
- B. Đáp ứng tần số của hệ thống có dạng liên tục và không tuần hoàn.
- C. Đáp ứng tần số của hệ thống có dạng rời rạc và tuần hoàn.
- D. Đáp ứng tần số của hệ thống có dạng rời rạc và không tuần hoàn.

Trả lời: B      **Dùng công thức định nghĩa , đáp ứng tần số có dạng liên tục và không tuần hoàn**  
**1đ**

**Phần 2 (Tự luận):** Với các câu hỏi trong phần này, sinh viên cần đưa ra các tính toán/giải thích chi tiết dẫn tới câu trả lời.

**Câu 5.** Một hệ thống tuyến tính bất biến rời rạc nhân quả được mô tả bởi phương trình sai phân dưới đây:

$$y(n) - y(n-1) - 2y(n-2) = 2x(n) - x(n-1)$$

- a) Xác định đáp ứng xung của hệ thống nói trên.
- b) Xác định đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(n) = u(n-1) - u(n-4)$  .
- c) Xác định đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(n) = (-2)^n u(n)$  .

Trả lời:

- a)      **1đ**

$$H(z) = \frac{2 - z^{-1}}{1 - z^{-1} - 2z^{-2}} = \frac{1}{1 + z^{-1}} + \frac{1}{1 - 2z^{-1}} \quad \mathbf{0.5đ}$$

$$h(n) = [(-1)^n + 2^n]u(n) \quad \mathbf{0.5đ}$$

b) **1.5 đ**

$$x(n) = u(n-1) - u(n-4) = \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3)$$

$$y(n) = h(n) * x(n) = h(n-1) + h(n-2) + h(n-3)$$

$$y(n) = (-1)^n [-u(n-1) + u(n-2) - u(n-3)]$$

$$+ 2^{n-1} [u(n-1) + 2^{-1}u(n-2) + 2^{-2}u(n-3)]$$

c) **1.5 đ**

$$x(n) = (-2)^n u(n)$$

$$X(z) = \frac{1}{1 + 2z^{-1}} \quad \mathbf{0.5đ}$$

$$Y(z) = H(z)X(z) = \frac{1}{(1 + z^{-1})(1 + 2z^{-1})} + \frac{1}{(1 - 2z^{-1})(1 + 2z^{-1})} \quad \mathbf{0.5đ}$$

$$Y(z) = -\frac{1}{1 + z^{-1}} + \frac{5}{2} \frac{1}{1 - 2z^{-1}} + \frac{1}{2} \frac{1}{1 + 2z^{-1}}$$

$$y(n) = [-(-1)^n + 5 \times 2^{n-1} - (-2)^{n-1}]u(n) \quad \mathbf{0.5 đ}$$

**Câu 6.** Một hệ thống liên tục có đáp ứng tần số  $H(\omega) = u(\omega + \pi/4) - u(\omega - \pi/4)$  (hệ thống này chính là một bộ lọc thông thấp tương tự).

a) **0.5đ**

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/4}^{+\pi/4} e^{j\omega t} d\omega$$

$$h(t) = \frac{1}{j2\pi t} [e^{j\frac{\pi}{4}t} - e^{-j\frac{\pi}{4}t}] = \frac{\sin(\frac{\pi}{4}t)}{\pi t}$$

b) Khai triển chuỗi Fourier:

0.5đ

$$x(t) = \sin(t/2 + 1/3) + 2\cos(t - 1/2) + 3\sin(2t)$$

$$x(t) = \frac{1}{j2} [e^{j(t/2+1/3)} - e^{-j(t/2+1/3)}] + [e^{j(t-1/2)} + e^{-j(t-1/2)}] + \frac{3}{j2} [e^{j2t} - e^{-j2t}]$$

$$y(t) = \frac{1}{j2} [H(1/2)e^{j(t/2+1/3)} - H(-1/2)e^{-j(t/2+1/3)}]$$

$$+ [H(1)e^{j(t-1/2)} + H(-1)e^{-j(t-1/2)}]$$

$$+ \frac{3}{j2} [H(2)e^{j2t} - H(-2)e^{-j2t}]$$

0.5đ

$$y(t) = \frac{1}{j2} [H(1/2)e^{j(t/2+1/3)} - H(-1/2)e^{-j(t/2+1/3)}]$$

$$y(t) = \sin(t/2 + 1/3)$$

c)

$$H_1(\omega) = H(\omega) * FT[u(t)] = H(\omega) * \frac{1}{j\omega} \quad 0.5đ$$

$$H_1(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\varphi) \frac{1}{j(\omega - \varphi)} d\varphi = \int_{-\pi/4}^{+\pi/4} \frac{1}{j(\omega - \varphi)} d\varphi$$

$$H_1(\omega) = -\frac{1}{j} [\ln(\omega - \frac{\pi}{4}) - \ln(\omega + \frac{\pi}{4})]$$

\*\*\*\*\* HẾT \*\*\*\*\*