

Ngày: 10/11/2021

LUYỆN TẬP MỘT SỐ KIẾN THỨC VỀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE

Bài 1: Cho tín hiệu

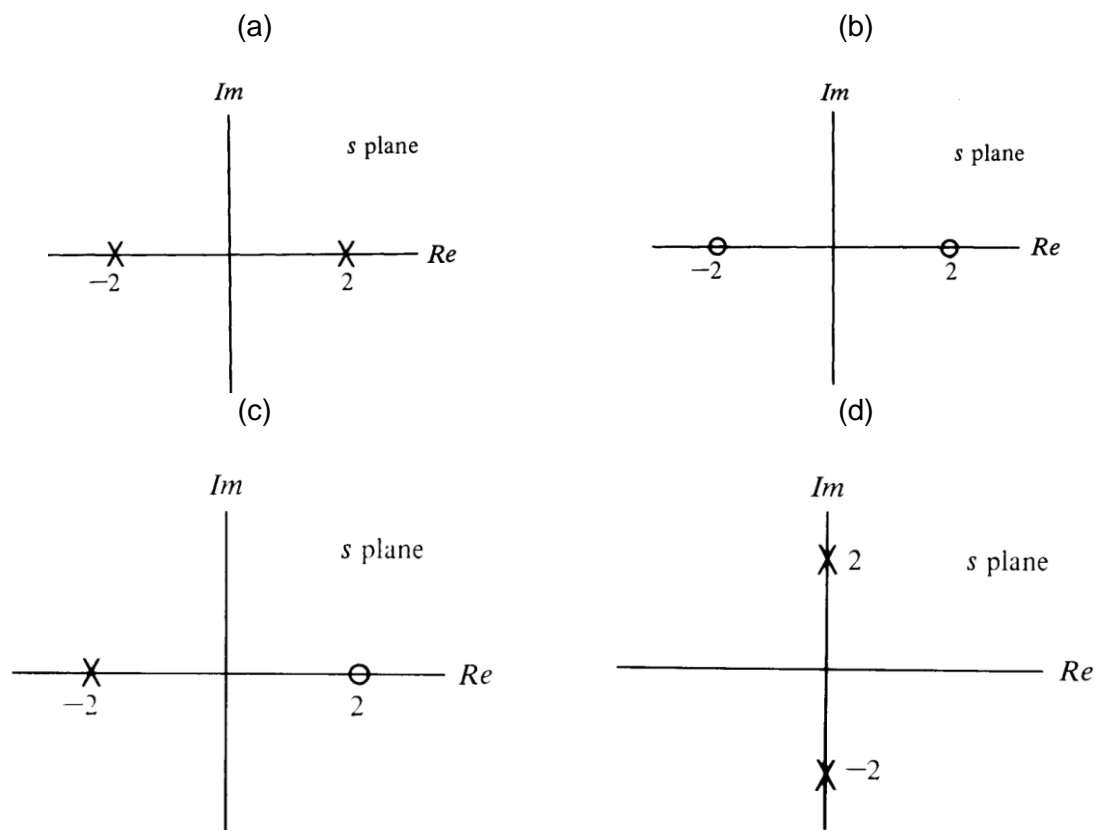
$$x(t) = 3e^{2t}u(t) + 4e^{3t}u(t).$$

- Biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t)$ có hội tụ không?
- Giá trị σ nào sau đây cho biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t)e^{-\sigma t}$ hội tụ?

- $\sigma = 1$
- $\sigma = 2.5$
- $\sigma = 3.5$

- Xác định biến đổi Laplace $X(s)$ của $x(t)$. Vẽ điểm không, điểm cực và vùng ROC của $X(s)$.

Bài 2: Cho 4 đồ thị mặt phẳng s với các điểm cực và điểm không như sau:



Xác định vùng ROC tương ứng với các trường hợp cho trong bảng:

$x(t)$	(a)	(b)	(c)	(d)
(i) Fourier transform of $x(t)e^{-t}$ converges				
(ii) $x(t) = 0, t > 10$				
(iii) $x(t) = 0, t < 0$				

Gợi ý: (i) tương đương điểm $s=1$ thuộc ROC; (ii) tương đương $x(t)$ là tín hiệu phía trái; (iii) tương đương $x(t)$ là tín hiệu phía phải.

Bài 3: Xác định $x(t)$ biết

$$X(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

Và

- (a) $x(t)$ là tín hiệu phía phải
- (b) $x(t)$ là tín hiệu phía trái
- (c) $x(t)$ là tín hiệu hai phía

Bài 4: Cho biến đổi Laplace đáp ứng xung của hệ thống LTI có dạng:

$$H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-st}dt = \frac{1}{s+1}, \quad \text{Re}\{s\} > -1$$

Xác định lối ra $y(t)$ của hệ thống khi tín hiệu lối vào $x(t)$ có dạng:

$$x(t) = e^{-t/2} + 2e^{-t/3} \quad \text{for all } t.$$

Bài 5:

- (a) Chứng minh rằng: Biến đổi Laplace của tín hiệu $x(t)$ là biến đổi Fourier của tín hiệu $x(t)e^{-\sigma t}$.
- (b) Tìm công thức biến đổi Laplace ngược sử dụng biến đổi Fourier ngược.

Bài 6: Xác định $x(t)$ tương ứng từ các $X(s)$ sau:

(a) $\frac{1}{s+1}, \quad \text{Re}\{s\} > -1$

(b) $\frac{1}{s+1}, \quad \text{Re}\{s\} < -1$

(c) $\frac{s}{s^2+4}, \quad \text{Re}\{s\} > 0$

(d) $\frac{s+1}{s^2+5s+6}, \quad \text{Re}\{s\} > -2$

(e) $\frac{s+1}{s^2+5s+6}, \quad \text{Re}\{s\} < -3$

(f) $\frac{s^2-s+1}{s^2(s-1)}, \quad 0 < \text{Re}\{s\} < 1$

(g) $\frac{s^2-s+1}{(s+1)^2}, \quad -1 < \text{Re}\{s\}$

(h) $\frac{s+1}{(s+1)^2+4}, \quad \text{Re}\{s\} > -1$

Hint: Use the result from part (c).

Bài 7: Xác định biến đổi Laplace, điểm không, điểm cực và vùng ROC tương ứng của các tín hiệu sau:

(a) $e^{-at}u(t), \quad a < 0$

(b) $-e^{at}u(-t), \quad a > 0$

(c) $e^{at}u(t), \quad a > 0$

(d) $e^{-a|t|}, \quad a > 0$

(e) $u(t)$

(f) $\delta(t - t_0)$

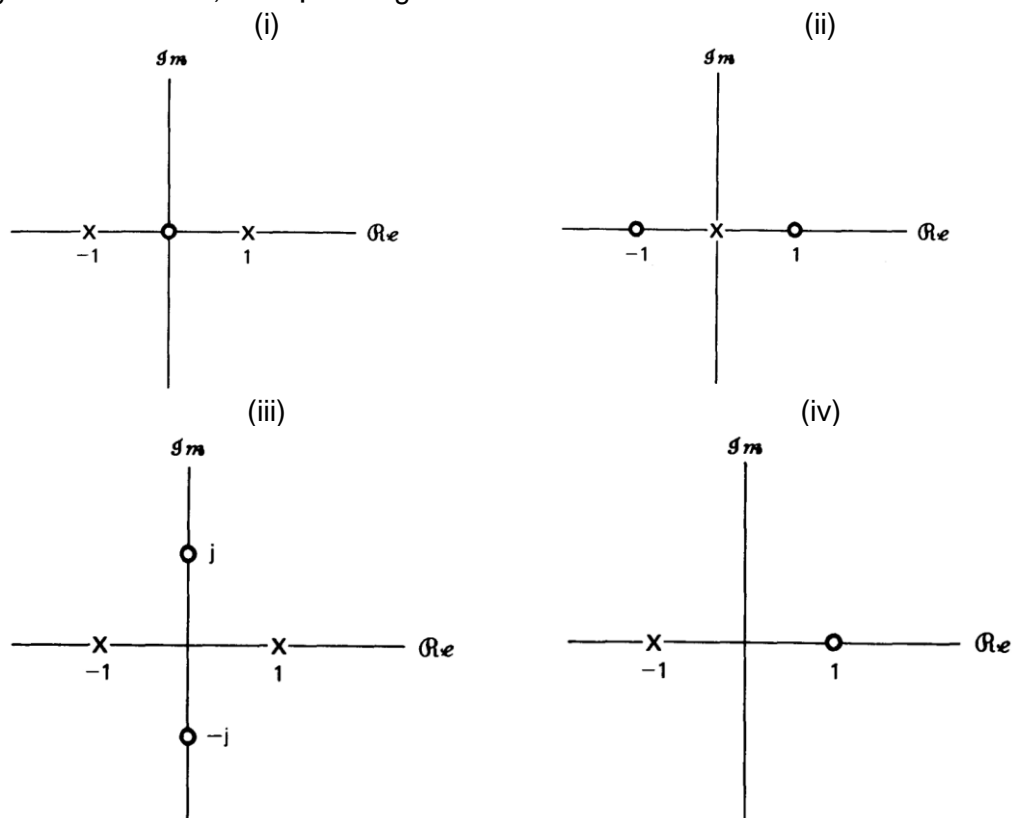
(g) $\sum_{k=0}^{\infty} a^k \delta(t - kT), \quad a > 0$

(h) $\cos(\omega_0 t + b)u(t)$

(i) $\sin(\omega_0 t + b)e^{-at}u(t), \quad a > 0$

Bài 8:

- (a) Chứng minh rằng nếu định $x(t)$ là hàm chẵn thì $X(s)$ cũng là hàm chẵn.
 (b) Chứng minh rằng nếu định $x(t)$ là hàm lẻ thì $X(s)$ cũng là hàm lẻ.
 (c) Từ đồ thị điểm không – điểm cực, xác định $X(s)$. Đồ thị nào cho tín hiệu miền thời gian là hàm chẵn, xác định vùng ROC.



- (d) Từ đồ thị điểm không – điểm cực ở câu c, xác định $X(s)$. Đồ thị nào cho tín hiệu miền thời gian là hàm lẻ, xác định vùng ROC.