

# TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG

Chương 2: Biểu diễn hệ thống tuyến tính bất biến  
trong miền thời gian

Phần 4: TÍNH CHẤT CỦA HỆ THỐNG LTI

Trần Thị Thúy Quỳnh



# PHÂN LOẠI HỆ THỐNG LTI

- Hệ thống không nhớ
- Hệ thống nhân quả
- Hệ thống ổn định
- Hệ thống có thể nghịch đảo



# PHÂN LOẠI HỆ THỐNG LTI

<i><b>Property</b></i>	<i><b>Continuous-time system</b></i>	<i><b>Discrete-time system</b></i>
<b>Memoryless</b>	$h(t) = c\delta(t)$	$h[n] = c\delta[n]$
<b>Causal</b>	$h(t) = 0 \quad \text{for } t < 0$	$h[n] = 0 \quad \text{for } n < 0$
<b>Stability</b>	$\int_{-\infty}^{\infty}  h(t)  dt < \infty$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}  h[n]  < \infty$
<b>Invertibility</b>	$h(t) * h^{\text{inv}}(t) = \delta(t)$	$h[n] * h^{\text{inv}}[n] = \delta[n]$

## HỆ THỐNG LTI KHÔNG NHỚ

$$\begin{aligned}y[n] &= h[n] * x[n] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n - k]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y[n] &= \cdots + h[-2]x[n + 2] + h[-1]x[n + 1] + h[0]x[n] \\ &\quad + h[1]x[n - 1] + h[2]x[n - 2] + \cdots\end{aligned}$$

Với hệ thống không nhớ thì lối ra chỉ phụ thuộc vào lối vào ở thời điểm hiện tại hay  $y[n] = h[0]x[n]$  hay:

$$h[n] = c\delta[n]$$

## HỆ THỐNG LTI NHÂN QUẢ

$$\begin{aligned}y[n] &= h[n] * x[n] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n - k]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y[n] &= \cdots + h[-2]x[n + 2] + h[-1]x[n + 1] + h[0]x[n] \\ &\quad + h[1]x[n - 1] + h[2]x[n - 2] + \cdots\end{aligned}$$

Với hệ thống nhân quả thì lối ra chỉ phụ thuộc vào lối vào ở thời điểm hiện tại và quá khứ hay:

$$h[n] = 0 \quad \text{for} \quad n < 0$$

## HỆ THỐNG LTI ỔN ĐỊNH

$$y[n] = h[n] * x[n]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$$

$$|a + b| \leq |a| + |b| \quad \longrightarrow \quad |y[n]| \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]x[n-k]|$$

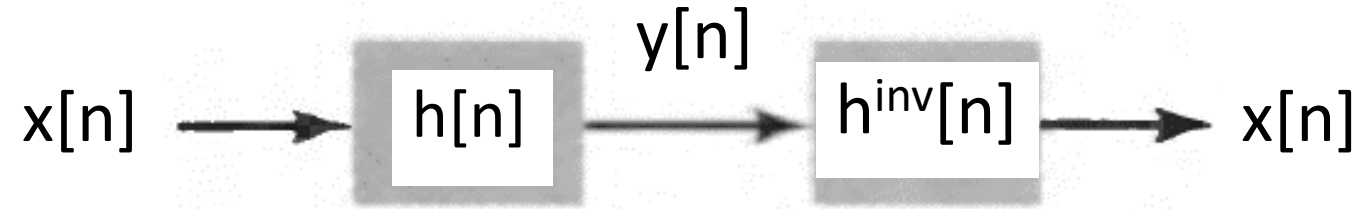
$$|ab| = |a||b| \quad \longrightarrow \quad |y[n]| \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]||x[n-k]|$$

Với hệ thống là ổn định nếu lối vào hữu hạn thì lối ra cũng hữu hạn:

$$|x[n]| \leq M_x < \infty \quad \longrightarrow \quad |y[n]| \leq M_x \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]|$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| < \infty$$

# HỆ THỐNG LTI CÓ THỂ NGHỊCH ĐẢO



$$x[n] * h[n] * h^{inv}[n] = x[n]$$

$$h[n] * h^{inv}[n] = \delta[n]$$

# HỆ THỐNG LTI LIÊN TỤC

Các hệ thống sau là nhân quả/phi nhân quả; ổn định/biến đổi, có nhớ/không nhớ:?

- $h(t) = \sin(\pi t)$
- $h(t) = u(t + 1) - u(t - 1)$
- $h(t) = e^{2|t|}$
- $h(t) = 3\delta(t)$
- $h(t) = e^{-2t}u(t - 1)$
- $h(t) = \cos(\pi t)u(-t)$



# HỆ THỐNG LTI RỜI RẠC

## Hệ thống nhân quả

Hệ thống nào sau đây là hệ thống nhân quả

- a)  $h(n) = \sin(\pi n/2)$
- b)  $h(n) = (-1)^n u(-n)$
- c)  $h(n) = u(n) - 2u(n - 5)$
- d)  $h(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n - 2k)$
- e)  $h(n) = (1/2)^{|n|}$
- f)  $h(n) = 2^n [u(n) - u(n - 2)]$

# HỆ THỐNG LTI RỜI RẠC

## Hệ thống ổn định

Hệ thống nào sau đây là hệ thống ổn định:

a)  $h(n) = \sin(\pi n/2)$

b)  $h(n) = (-1)^n u(-n)$

c)  $h(n) = u(n) - 2u(n - 5)$

d)  $h(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n - 2k)$

e)  $h(n) = (1/2)^{|n|}$

f)  $h(n) = 2^n [u(n) - u(n - 2)]$

# HỆ THỐNG LTI RỜI RẠC

## Hệ thống có nhớ/không nhớ

Hệ thống nào sau đây là hệ thống không nhớ?

a)  $h(n) = (-1)^n u(-n)$

b)  $h(n) = (1/2)^{|n|}$

c)  $h(n) = 2^n [u(n) - u(n - 2)]$

d)  $h(n) = \cos(\pi n/8) [u(n) - u(n - 10)]$

