

c) $x(t) = u(t-1) \Rightarrow X(s) = \frac{e^{-s}}{s}$

$\Rightarrow Y(s) = X(s) \cdot H(s) = \frac{e^{-s}}{s} \cdot \frac{s}{s^2 + \pi^2} = \frac{e^{-s}}{s^2 + \pi^2}$

$\Rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^{-s}}{s^2 + \pi^2} \right\}$

$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2 + \pi^2} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{2j\pi} \cdot \frac{1}{s - j\pi} + \left(\frac{-1}{2j\pi} \right) \cdot \frac{1}{s + j\pi} \right\}$

$= \frac{1}{2j\pi} \cdot e^{j\pi t} \cdot u(t) - \frac{1}{2j\pi} \cdot e^{-j\pi t} \cdot u(t)$

$= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{e^{j\pi t} - e^{-j\pi t}}{2j} \cdot u(t)$

$= \frac{\sin \pi t}{\pi} \cdot u(t)$

$\Rightarrow \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^{-s}}{s^2 + \pi^2} \right\} = \frac{\sin \pi(t-1)}{\pi} \cdot u(t-1)$

$\Rightarrow y(t) = \frac{\sin(\pi(t-1))}{\pi} \cdot u(t-1) \quad \checkmark$

Câu 3:

$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2 + s + 1)}$

a) Phân cực: $s = -1, s = -\frac{1}{2} + \frac{j\sqrt{3}}{2}, s = -\frac{1}{2} - \frac{j\sqrt{3}}{2}$

Do hệ thống nhàn quả \Rightarrow ROC: $\text{Re}(s) > -\frac{1}{2}$

ROC chứa trục $j\omega \Rightarrow$ Hệ thống ổn định

Và:

$H(\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{(j\omega+1)(j\omega^2 + j\omega + 1)}$

$= \frac{1}{(j\omega+1)(1-\omega^2+j\omega)}$

$\Rightarrow |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2} \cdot \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{\omega^4 - \omega^2 + 1}}$

$= \frac{1}{\sqrt{\omega^4 + 1}}$

b) $x(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) - 1$

$= x_1(t) + x_2(t)$

$x_1(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \omega_1 = 1$

$H(\omega_1) = \frac{1}{(j+1)(j)} = -\frac{1}{2} - \frac{j}{2}$

$\Rightarrow |H(\omega_1)| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\angle H(\omega_1) = \arctan \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{4}$

$x_2(t) \Rightarrow [S_{ys}] \Rightarrow y_2(t)$

$\Rightarrow y_1(t) = |H(\omega_1)| \cdot \sin\left(t + \frac{\pi}{2} + \angle H(\omega_1)\right)$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(t + \frac{3\pi}{4}\right)$

c) $x_2(t) = -1 \Rightarrow \omega_2 = 0$

$H(\omega_2) = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1 \Rightarrow |H(\omega_2)| = 1$

$x_2(t) \Rightarrow [S_{ys}] \Rightarrow y_2(t)$

$\Rightarrow y_2(t) = -1$

$\Rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(t + \frac{3\pi}{4}\right) - 1 \quad \checkmark$

Giải:

a) $y(n) - \frac{5}{2}y(n-1) + y(n-2) = x(n)$

Biến đổi Z hai vế ta được:

$$Y(z) - \frac{5}{2}z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = X(z)$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}}$$

$$= -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{1 - 2z^{-1}}$$

Điều kiện: $z = 2$, $z = \frac{1}{2}$

Hệ số tương ứng \Rightarrow ROC: $|z| > 2$

Kiểm tra:

$$h(n) = z^{-1} \left\{ H(z) \right\} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{4}{3} \cdot 2^n u(n)$$

$$\Rightarrow h(n) = \left[-\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{4}{3} \cdot 2^n \right] \cdot u(n)$$

b) Áp dụng công thức Z ngược:

$$y(n-2) = z^{-2} \cdot Y(z) + \sum_{r=1}^2 z^{-r} \cdot y(-r)$$

Vì đây có điều kiện đầu, Z ngược 2 vế ta được:

$$Y(z) - \frac{5}{2} \left[z^{-1}Y(z) + y(-1) \right] + \left[z^{-2}Y(z) + z^{-1}y(-1) + y(-2) \right]$$

$$\Rightarrow Y(z) = \frac{4 - 2z^{-1}}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}} = \frac{4}{1 - 2z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(t) = 4 \cdot 2^n \cdot u(n)$$

$$c) X(n) = \frac{2^{-n}}{2} \cdot u(n) \Rightarrow X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Thí sinh gấp giấy theo đường kẻ này

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM

Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

BÀI THI MÔN

... Toán và Kỹ thuật Điện tử

Số phiếu:
(Do hội đồng chấm thi ghi)

ĐIỂM KẾT LUẬN CỦA BÀI THI		CHỮ KÝ XÁC NHẬN CỦA CÁN BỘ CHẤM THI SAU KHI CHẤM		CÁN ĐÀN THI SINH	
Ghi bảng số	Ghi bảng chữ			Thí sinh phải ghi rõ tổng số tờ giấy thi đã làm bài và nộp cho cán bộ coi thi.	
9	Đ	Cán bộ chấm thi thứ 1:		2	
		Cán bộ chấm thi thứ 2:		Họa	
				tờ (Ghi bảng số)	
				tờ (Ghi bảng chữ)	

$$\Rightarrow Y(z) = X(z) \cdot H(z)$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}} = \frac{16}{9} \cdot \frac{1}{1 - 2z^{-1}} - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - 2z^{-1}}$$

$$\Rightarrow y(n) = z^{-1} \left\{ Y(z) \right\} = \frac{16}{9} \cdot 2^n u(n) - \frac{7}{9} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

$$- \frac{1}{3} \cdot n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

d) Thêm vào đó ROC: $|z| > 2$ nên mạch được trên đây \Rightarrow hệ thống không ổn định \Rightarrow không thể tìm $H(z)$.

Câu 1:

$$x(t) = [\cos(\pi t)]^2 + \sin(\pi t) + 2$$

$$= \frac{1}{2} \cos(2\pi t) + \sin(\pi t) + \frac{5}{2}$$

$$\omega_0 = 2\pi \Rightarrow T_0 = 1 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi$$

$$\Rightarrow x(n) = \frac{1}{2} \cos(2\pi n) + \sin(\pi n) + \frac{5}{2}$$

THÍ SINH CẦN GHI ĐẦY ĐỦ CÁC MỤC Ở PHẦN TRÊN