

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín
hiệu

Các phép toán
trên tín hiệu

Các tín hiệu
cơ bản

Bài 1: Tín hiệu

Lâm Sinh Công

Bài 1: Tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Nội dung:

- Các khái niệm cơ bản về tín hiệu
- Phân loại tín hiệu.
- Các phép biến đổi, phép toán trên tín hiệu.
- Các tín hiệu cơ bản.

Khái niệm Tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín
hiệu

Các phép toán
trên tín hiệu

Các tín hiệu
cơ bản

Khái niệm

Tín hiệu là **hàm biểu diễn** một đại lượng vật lý hoặc một biến đổi vật lý theo thời gian.

Ví dụ

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Hình 1: Nhiệt độ thay đổi trong ngày

Ví dụ

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Hình 2: Tín hiệu ảnh/video

Khái niệm Tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Ký hiệu

- Ký hiệu tín hiệu là $x(t)$ trong đó t là biến số, mang ý nghĩa là thời gian liên tục .
- Nếu t là biến rời rạc (ví dụ như chúng ta chỉ xác định nhiệt độ của nước tại các thời điểm 1:00, 2:00, ...) thì ta sử dụng ký hiệu n , n là số nguyên, làm biến thời gian
- Ký hiệu tín hiệu với thời gian rời rạc là $x(n)$

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

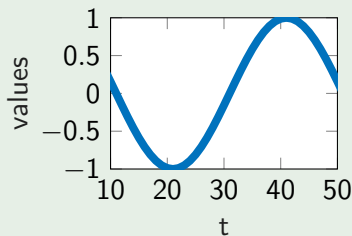
Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc theo thời gian

Định nghĩa

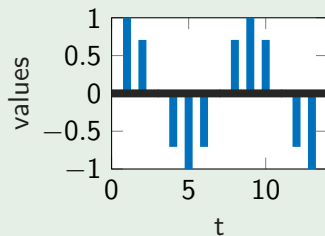
Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Hình 3: Tín hiệu liên tục theo thời gian $x(t)$



Hình 4: Tín hiệu rời rạc theo thời gian $x(n)$

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

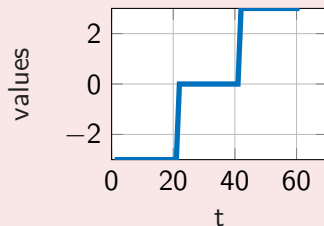
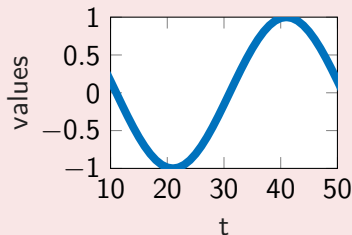
Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc theo giá trị

- $x(t)$ là tín hiệu liên tục theo giá trị trong một khoảng $[a, b]$ nếu nó có thể nhận bất cứ giá trị trong khoảng này.
- $x(t)$ là tín hiệu rời rạc theo giá trị nếu nó chỉ nhận một hữu hạn các giá trị.

Ví dụ



Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu tương tự và tín hiệu số

- Tín hiệu tương tự: $x(t)$ là tín hiệu tương tự nếu nó liên tục theo cả thời gian và giá trị.
- Tín hiệu số: $x(t)$ là tín hiệu số nếu nó rời rạc theo thời gian và rời rạc theo giá trị.

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

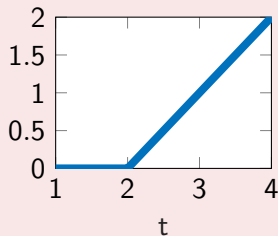
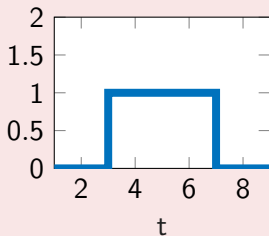
Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu dài hữu hạn, tín hiệu dài vô hạn

- Tín hiệu $x(t)$ có chiều dài hữu hạn nếu miền xác định của nó là hữu hạn.
 $\exists t_1, t_2, -\infty < t_1 < t_2 < \infty : x(t) = 0 \text{ if } t \notin [t_1, t_2]$
- Tín hiệu dài vô hạn nếu miền xác định của nó là vô hạn.

Ví dụ



Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn

- Tín hiệu tuần hoàn: Giá trị của nó lặp lại theo một khoảng thời gian xác định: $\exists T > 0 : x(t) = x(t + T)$
Chu kỳ cơ sở là giá trị nhỏ nhất của T thoả mãn.
Ta có: $x(t) = x(t + T) = x(t + kT)$
- Trong trường hợp tín hiệu là rời rạc: $\exists N$ nguyên dương : $x(n) = x(n + N)$
- Tín hiệu không tuần hoàn: không thể xác định được T (hay N) nào thoả mãn điều kiện trên.

Ví dụ

- $x(t) = t$ là tín hiệu không tuần hoàn.
- $x(t) = \sin(2\pi t)$ là tín hiệu tuần hoàn.

Bài tập

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn

Tín hiệu sau đây tuần hoàn hay không tuần hoàn? Nếu tuần hoàn xác định chu kỳ của nó:

a) $x(t) = (\cos(2\pi t))^2$

b) $x(n) = \cos(2n)$

c) $x(n) = (-1)^{n^2}$

d) $x(n) = \begin{cases} 1 & -4 < n < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu chẵn và tín hiệu lẻ

- Tín hiệu là chẵn nếu $x(t) = x(-t)$.
Trong trường hợp tín hiệu là rời rạc: $x(n) = x(-n)$
- Tín hiệu lẻ nếu $x(t) = -x(-t)$.
Trong trường hợp tín hiệu là rời rạc: $x(n) = -x(-n)$

Ví dụ

- $x(t) = t^2$ là tín hiệu chẵn, $x(t) = t$ là tín hiệu lẻ.
- $x(t) = \cos(t)$ là tín hiệu chẵn, $x(t) = \sin(t)$ là tín hiệu lẻ.

Ví dụ

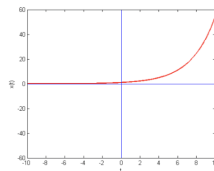
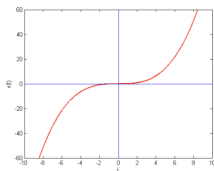
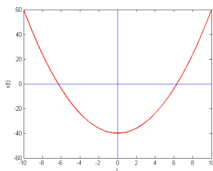
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Hình 9: Xác định tính chất chẵn lẻ của các tín hiệu sau

Tín hiệu chẵn và tín hiệu lẻ

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tính chất: Mọi tín hiệu $x(t)$ đều có thể tách thành tổng của một tín hiệu chẵn và một tín hiệu lẻ:

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

Ta có:

$$x(-t) = x_e(-t) + x_o(-t) = x_e(t) - x_o(t)$$

Do đó:

$$x_e(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$$

$$x_o(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$$

Tín hiệu chẵn, thì thành phần lẻ của nó bằng 0 và ngược lại.

Bài tập

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Xác định thành phần chẵn lẻ của các tín hiệu sau:

a) $x(t) = \cos(t) + \sin(t) + \cos(t)\sin(t)$

b) $x(t) = 1 + t + 3t^2 + 5t^3 + t^4$

c) $x(t) = 1 + t\cos(t) + t^2\sin(t) + t^3\sin(t)\cos(t)$

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

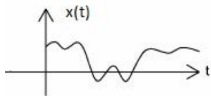
Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu nhân quả, phản nhân quả, phi nhân quả

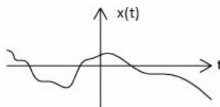
- Tín hiệu là nhân quả nếu $\forall t < 0, x(t) = 0$.
- Tín hiệu là phản nhân quả nếu $\forall t > 0, x(t) = 0$.
- Tín hiệu là phi nhân quả nếu có giá trị trong cả miền âm và dương trong trục thời gian.

$$\forall t < 0: f(t) = 0$$



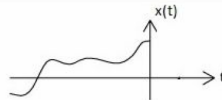
Tín hiệu nhân quả

$$\forall t: f(t) \neq 0$$



Tín hiệu phi nhân quả

$$\forall t > 0: f(t) = 0$$



Tín hiệu phản nhân quả

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Năng lượng của tín hiệu và tín hiệu năng lượng

- Năng lượng của tín hiệu là tổng bình phương biên độ tín hiệu theo thời gian:

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

- Tín hiệu là tín hiệu năng lượng nếu năng lượng của nó hữu hạn.
- Tín hiệu xác định, có **độ dài hữu hạn** là tín hiệu năng lượng.
Ngược lại, tín hiệu có độ dài vô hạn, có năng lượng là vô hạn \rightarrow không phải tín hiệu năng lượng

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Công suất của tín hiệu và tín hiệu công suất

- Công suất của tín hiệu $x(t)$ được định nghĩa là năng lượng trung bình của tín hiệu theo thời gian:

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

Trong trường hợp tín hiệu là rời rạc $x[n]$

$$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2$$

- Tín hiệu là tín hiệu công suất nếu công suất của nó hữu hạn và khác không.
- Tín hiệu năng lượng thì không thể là tín hiệu công suất.
- Tín hiệu công suất thì không thể là tín hiệu năng lượng.

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Công suất của tín hiệu và tín hiệu công suất

- Tín hiệu tuần hoàn là tín hiệu công suất.
- Công suất của nó là năng lượng trung bình trong một chu kỳ:

$$P_x = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt$$

với tín hiệu rời rạc $x(n)$:

$$P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N |x(n)|^2$$

Phân loại tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

Xác định các tín hiệu sau đây là năng lượng hay công suất. Xác định năng lượng (hoặc công suất) của tín hiệu tương ứng.

$$\text{a)} \quad x(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t \leq 1 \\ 2 - t & 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$\text{b)} \quad x(t) = 5\cos(\pi t) + \sin(5\pi t), -\infty < t < \infty$$

$$\text{c)} \quad x(n) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) & -4 \leq n \leq 4 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Phân loại

- Các phép toán không phụ thuộc vào biến thời gian
- Các phép toán phụ thuộc vào biến thời gian

Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Các phép toán không phụ thuộc vào biến thời gian.

- Nhân tín hiệu với hằng số k : Thay đổi biên độ của tín hiệu gốc.

$$x(t) \rightarrow k \cdot x(t), k \geq 0$$

- Cộng tín hiệu: Đặt cùng gốc thời gian, cộng giá trị biên độ với nhau.

Trong trường hợp tín hiệu rời rạc: Giống cộng 2 vectors.

- Nhân vô hướng hai tín hiệu: Đặt cùng gốc thời gian, nhân giá trị biên độ với nhau.

Trong trường hợp tín hiệu rời rạc: Giống nhân vô hướng 2 vectors.

- Vi phân tín hiệu: $y(t) = \frac{d(x(t))}{dt}$

- Tích phân tín hiệu: $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)$

Nhân tín hiệu với hằng số

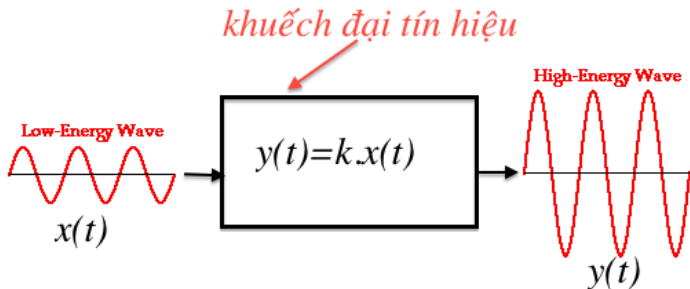
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Cộng 2 tín hiệu

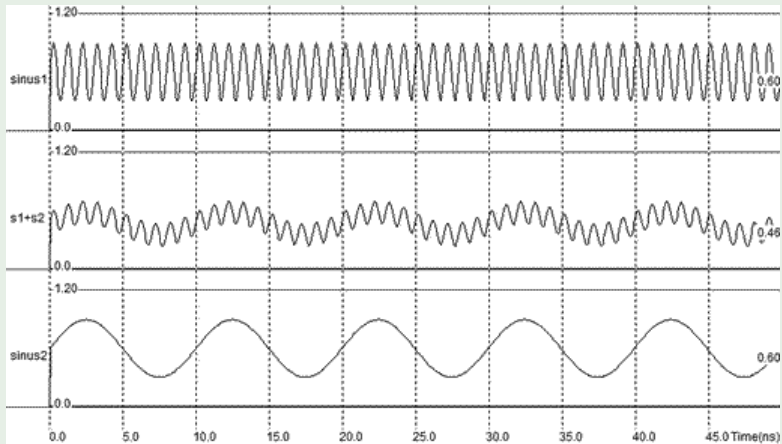
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Nhân 2 tín hiệu

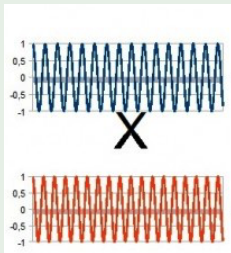
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Nhân 2 tín hiệu

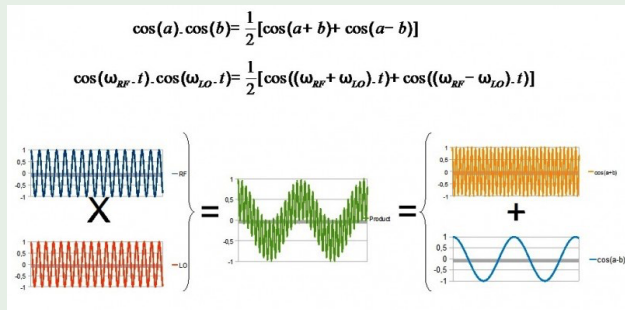
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Phép co giãn tín hiệu (Time scaling)

- Nhân biến thời gian với một số dương k sẽ làm thay đổi bề rộng của tín hiệu:
$$x(t) \rightarrow x(k.t), k \geq 0$$
- $k > 1$ phép co tín hiệu.
- $0 < k < 1$ phép giãn tín hiệu.

Các phép toán trên tín hiệu

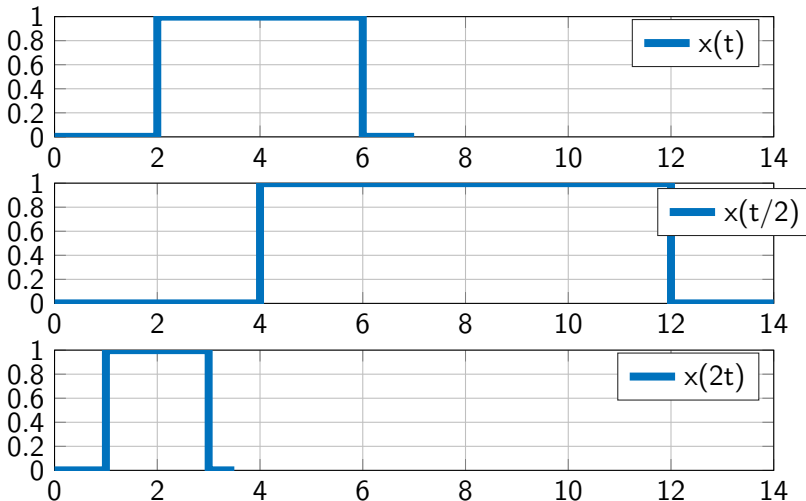
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Co giãn trên tín hiệu rời rạc

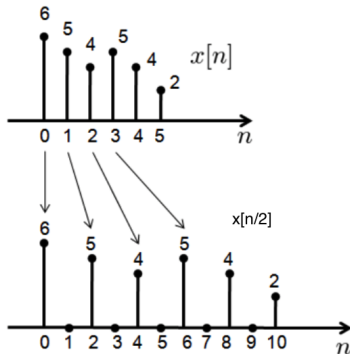
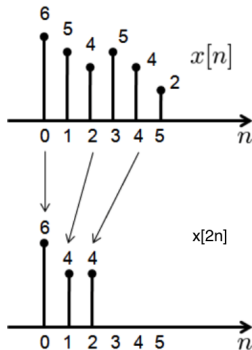
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Phép lật tín hiệu (Time reflection)

- Lật của một tín hiệu thu được bằng cách thay t bằng $-t$:
 $x(t) \rightarrow x(-t)$
- Lật của một tín hiệu chẵn là chính nó
- Lật của một tín hiệu lẻ là âm bản của tín hiệu đó

Các phép toán trên tín hiệu

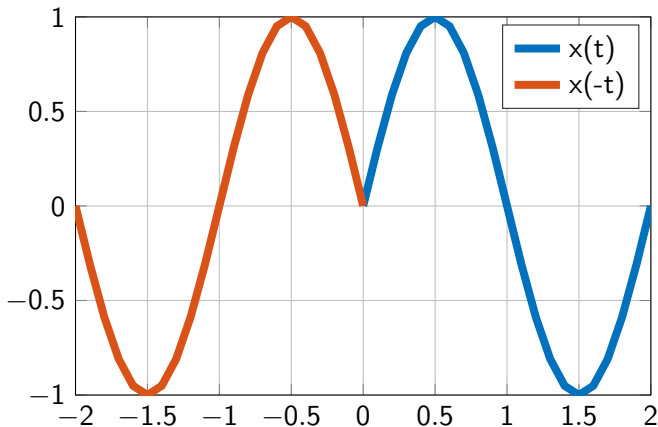
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Hình 10: Phép lật tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Phép dịch tín hiệu (Time shifting)

- Dịch của một tín hiệu là thay đổi gốc thời gian của tín hiệu: $x(t) \rightarrow x(t - T)$
- $T > 0$ Tín hiệu bị dịch cùng chiều với trục thời gian \Rightarrow Trễ của tín hiệu
- $T < 0$ Tín hiệu bị dịch ngược chiều với trục thời gian \Rightarrow Sớm (hoặc Tiến) của tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

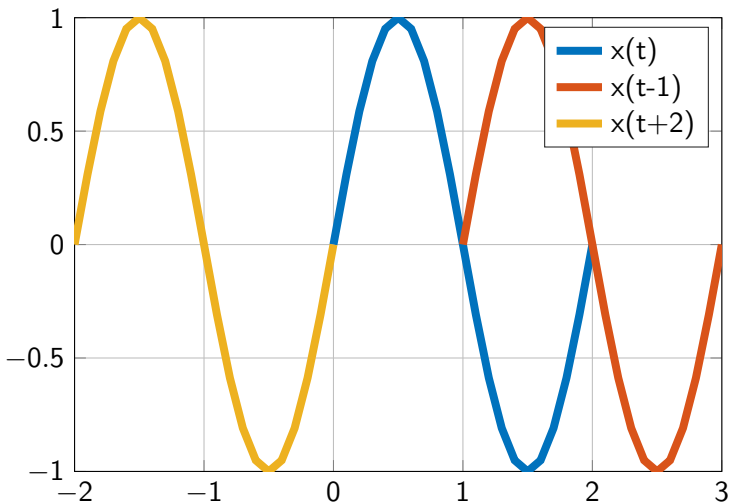
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Hình 11: Dịch của tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

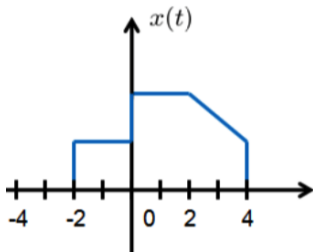
Cho tín hiệu $x(t)$ có dạng như hình vẽ. Vẽ các tín hiệu sau:

a) $x(3t-5)$

b) $x(2t+3)$

c) $x(-t+1)$

d) $x(t/2 - 1)$



Các phép toán trên tín hiệu

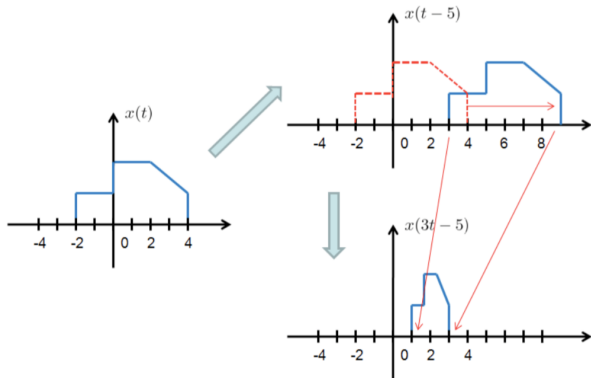
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Các phép toán trên tín hiệu

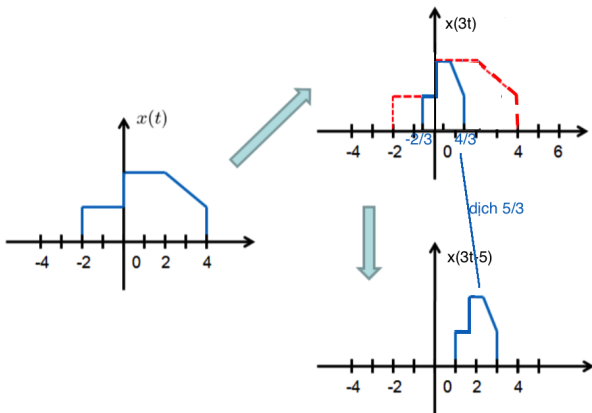
Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản



Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

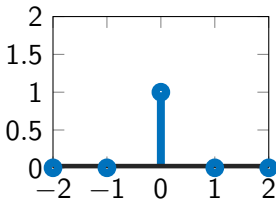
Tín hiệu xung đơn vị

- Tín hiệu xung đơn vị liên tục theo thời gian:

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

- Tín hiệu xung đơn vị rời rạc theo thời gian:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$



Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

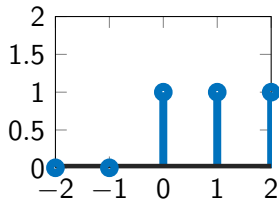
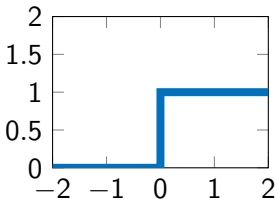
Tín hiệu nhảy bậc đơn vị

- Tín hiệu nhảy bậc đơn vị liên tục theo thời gian:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

- Tín hiệu xung đơn vị rời rạc theo thời gian:

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

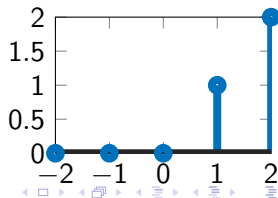
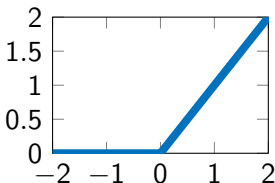
Tín hiệu dốc

- Tín hiệu dốc liên tục theo thời gian:

$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

- Tín hiệu dốc đơn vị rời rạc theo thời gian:

$$r(n) = \begin{cases} n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu dạng sin

- Tín hiệu dạng sin liên tục theo thời gian:

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

trong đó A là biên độ, ω là tần số góc, ϕ là pha.

Chu kỳ của tín hiệu là $T = 2\pi/\omega$. Tần số của tín hiệu là: $f = 1/T$.

- Tín hiệu dạng sin rời rạc theo thời gian:

$$s(n) = A \cos(\Omega n + \phi)$$

Trong đó Ω là tần số góc.

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu

Định nghĩa

Phân loại tín hiệu

Các phép toán trên tín hiệu

Các tín hiệu cơ bản

Tín hiệu hàm mũ

Tín hiệu hàm mũ theo thời gian: $x(t) = Ae^{\alpha t}$

- Nếu $\alpha > 0$, $x(t)$ là một hàm mũ tăng, $\alpha < 0$, $x(t)$ là một hàm mũ suy biến.
- Nếu α là một số phức : $\alpha = \sigma + j\omega$
Do đó:

$$x(t) = Ae^{\alpha t} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} = Ae^{\sigma t}[\cos(\omega t) + j\sin(\omega t)]$$

Trường hợp này $x(t)$ còn được gọi là tín hiệu sin phức.
Phần thực và ảo:

$$\text{Re}[x(t)] = Ae^{\sigma t}\cos(\omega t); \text{Im}[x(t)] = Ae^{\sigma t}\sin(\omega t)$$