

ĐỀ THI CUỐI KỲ

Môn học: Tín hiệu và hệ thống (ELT2035)

Thời gian làm bài: 90 phút

(Đáp án có 3 trang)

Phần 1 (Trắc nghiệm): Với các câu hỏi trong phần này, sinh viên chỉ cần viết ra chữ cái tương ứng với câu trả lời được chọn (A/B/C/D), không cần phải giải thích.

Câu 1. Trong các hệ thống tuyến tính bất biến có đáp ứng xung được cho dưới đây, hệ thống nào không ổn định?

A. $h(t) = 2 \sin(3t + \pi/6) [u(t - \pi/2) - u(t - 2\pi)]$ **dài hữu hạn \rightarrow OD**

B. $h(n) = 2^{n-1} u(-n+3)$ **$n < 0 \Rightarrow 2^{(n-1)}$ hội tụ \Rightarrow OD**

C. $h(t) = \int_0^{+\infty} e^{-2\tau} \delta(\tau - t) d\tau$ **$= e^{-2t} \cdot u(t) \Rightarrow$ OD**

D. $h(n) = (3^{-n} - 1) u(n)$

Đáp án (1 điểm): D

Câu 2. Trong các hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả được biểu diễn bằng các phương trình dưới đây, hệ thống nào ổn định?

A. $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{5}{2} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$ **$H(s) = 1/(s^2 + 5/2s + 1)$, điểm cực -2, -1/2 nằm bên trái mp Laplace \Rightarrow OD**

B. $y(n) + \frac{5}{2} y(n-1) + y(n-2) = x(n)$ **$H(z) = 1/(z^2 + 5/2z + 1)$, điểm cực -2, -1/2 nằm ngoài dt đơn vị \Rightarrow ko vừa NQ, OD**

C. $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{5}{2} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$ **$H(s) \Rightarrow$ điểm cực 2, 1/2; nằm bên phải mp Laplace \Rightarrow ko thể vừa Nq, od**

D. $y(n) - \frac{5}{2} y(n-1) + y(n-2) = x(n)$ **$H(z) = 1/(z^2 - 5/2z + 1)$, điểm cực 2, 1/2 nằm ngoài dt đơn vị \Rightarrow ko vừa NQ, OD**

Đáp án (1 điểm): A

Câu 3. Trong các phát biểu dưới đây về tín hiệu rời rạc $x(n) = 2^{-n} u(n)$, phát biểu nào đúng?

A. Tín hiệu có phổ công suất liên tục.

B. Tín hiệu có phổ công suất rời rạc.

C. Tín hiệu có phổ năng lượng liên tục.

D. Tín hiệu có phổ năng lượng rời rạc.

Đáp án (1 điểm): C

Câu 4. Trong các cặp tín hiệu vào-ra dưới đây, cặp nào không thể là của một hệ thống tuyến tính bất biến?

- A. $x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ và $y(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2}t\right)$
- B. $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)$ và $y(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2}n\right)$
- C. $x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ và $y(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right)$
- D. $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)$ và $y(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2}n\right)$

$x(t) = e^{j\pi t/2} - e^{-j\pi t/2}$, có tần số $+\pi/2$
 Nếu ht TTBB thì tín hiệu ra cũng chỉ có tần số $+\pi/2 \Rightarrow C$ sai

Lưu ý: $\sin(3\pi n/2) = \sin(3\pi n/2 - 2n\pi) = \sin(-\pi n/2)$

Đáp án (1 điểm): C

Phần 2 (Tự luận): Với các câu hỏi trong phần này, sinh viên cần đưa ra các giải thích/tính toán chi tiết.

Câu 5. Một hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả **T** được mô tả bởi phương trình vi phân sau đây:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} - 3 y(t) = x(t)$$

- a) Xác định hàm chuyển (hàm truyền đạt) $H(s)$ của hệ thống. Hệ thống có ổn định hay không?

Đáp án (1 điểm):

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 2s - 3}$$

Hệ thống nhân quả không ổn định vì có một trị cực dương.

- b) Xác định đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào $x(t) = e^{-2t}u(t)$.

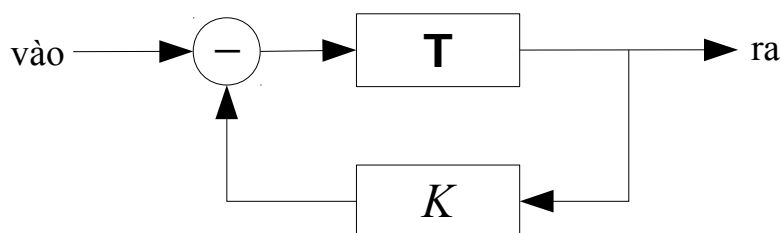
Đáp án (1 điểm):

$$X(s) = \frac{1}{s+2}$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s^2 + 2s - 3)(s+2)} = \frac{1}{12} \frac{1}{s-1} + \frac{1}{4} \frac{1}{s+3} - \frac{1}{3} \frac{1}{s+2}$$

$$y(t) = \left(\frac{1}{12} e^t + \frac{1}{4} e^{-3t} - \frac{1}{3} e^{-2t} \right) u(t)$$

- c) Thiết lập một hệ thống có phản hồi từ hệ thống **T** theo sơ đồ dưới đây, trong đó K là một hằng số thực.



Xác định điều kiện đối với K để hệ thống có phản hồi trên ổn định.

Đáp án: $H(s)$ của hệ thống phản hồi

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 2s - 3 + K}$$

Hệ thống phản hồi có 2 trị cực tại $-1 + \sqrt{4-K}$ và $-1 - \sqrt{4-K}$, do vậy điều kiện để hệ thống ổn định:

$$4 - K < 1 \text{ hay } K > 3$$

Câu 6. Một hệ thống tuyến tính bất biến rời rạc có đáp ứng xung được cho dưới đây:

$$h(n) = 2^n [u(n) - u(n-3)] \quad = \{2^0, 2^1, 2^2\}, \text{ do } u(n) - u(n-3) = [1, 1, 1]$$

- a) Xác định hàm chuyển (hàm truyền đạt) $H(z)$ và đáp ứng tần số $H(e^{j\Omega})$ của hệ thống.

Đáp án (1 điểm):

$$H(z) = 1 + 2z^{-1} + 4z^{-2} \text{ và } H(e^{j\Omega}) = 1 + 2e^{-j\Omega} + 4e^{-j2\Omega} \text{ thay } z = e^{j\omega}$$

- b) Thiết lập phương trình sai phân tuyến tính biểu diễn hệ thống.

Đáp án (1 điểm):

$$y(n) = x(n) + 2x(n-1) + 4x(n-2)$$

- c) Xác định đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào $x(n) = \sin(\frac{\pi}{2}n) + 1$.

Đáp án (1 điểm):

$$\begin{aligned} x(n) &= \frac{1}{j2} e^{j\frac{\pi}{2}n} - \frac{1}{j2} e^{-j\frac{\pi}{2}n} + e^{j0n} \\ y(n) &= \frac{1}{j2} H(e^{j\frac{\pi}{2}}) e^{j\frac{\pi}{2}n} - \frac{1}{j2} H(e^{-j\frac{\pi}{2}}) e^{-j\frac{\pi}{2}n} + H(e^{j0}) \\ H(e^{j\frac{\pi}{2}}) &= -3 - j2, \quad H(e^{-j\frac{\pi}{2}}) = -3 + j2, \quad H(e^{j0}) = 7 \\ y(n) &= -3 \sin(\frac{\pi}{2}n) - 2 \cos(\frac{\pi}{2}n) + 7 \end{aligned}$$