Ngày: 19/09/2021

LUYỆN TẬP MỘT SỐ KIẾN THỨC VỀ PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

Bài 1: Cho $x(t) = \cos(\omega_x(t + \tau_x) + \theta_x)$.

a. Xác định tần số (Hz) và chu kỳ của $x(t)$. Nhận xét về mối quan hệ giữa tần số, chu kỳ với độ trễ τ_x và pha θ_x.

	ω_x	τ_x	θ_x
(i)	$\pi/3$	0	2π
(ii)	$3\pi/4$	1/2	$\pi/4$
(iii)	3/4	1/2	1/4

b. Biết $y(t) = \cos\left(\omega_y\left(t + \tau_y\right) + \theta_y\right)$ và cho bảng sau:

	ω_x	τ_x	θ_x	ω_y	τ_y	θ_y
(i)	$\pi/3$	0	2π	$\pi/3$	1	$-\pi/3$
(ii)	$3\pi/4$	1/2	$\pi/4$	$11\pi/4$	1	$3\pi/8$
(iii)	3/4	1/2	1/4	3/4	1	3/8

Xác định trường hợp $x(t) = y(t)$ với mọi t.

Đáp án:

0,25 điểm/ý x 6 ý = 1,5 điểm

(a)

We need to use the relations $\omega = 2\pi f$, where f is frequency in hertz, and $T = 2\pi/\omega$, where T is the fundamental period. Thus, $T = 1/f$.

(i) $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{\pi/3}{2\pi} = \dfrac{1}{6}\,\text{Hz}, \quad T = \dfrac{1}{f} = 6\,\text{s}$

(ii) $f = \dfrac{3\pi/4}{2\pi} = \dfrac{3}{8}\,\text{Hz}, \quad T = \dfrac{8}{3}\,\text{s}$

(iii) $f = \dfrac{3/4}{2\pi} = \dfrac{3}{8\pi}\,\text{Hz}, \quad T = \dfrac{8\pi}{3}\,\text{s}$

Note that the frequency and period are independent of the delay τ_x and the phase θ_x.

(b)

We first simplify:

$$\cos(\omega(t + \tau) + \theta) = \cos(\omega t + \omega\tau + \theta)$$

Note that $\omega\tau + \theta$ could also be considered a phase term for a delay of zero. Thus, if $\omega_x = \omega_y$ and $\omega_x\tau_x + \theta_x = \omega_y\tau_y + \theta_y + 2\pi k$ for any integer k, $y(t) = x(t)$ for all t.

(i) $\omega_x = \omega_y, \quad \omega_x\tau_x + \theta_x = 2\pi, \quad \omega_y\tau_y + \theta_y = \frac{\pi}{3}(1) - \frac{\pi}{3} = 0 + 2\pi k$

Thus, $x(t) = y(t)$ for all t.

(ii) Since $\omega_x \neq \omega_y$, we conclude that $x(t) \neq y(t)$.

(iii) $\omega_x = \omega_y, \quad \omega_x\tau_x + \theta_x = \frac{3}{4}(\frac{1}{2}) + \frac{1}{4} \neq \frac{3}{4}(1) + \frac{3}{8} + 2\pi k$

Thus, $x(t) \neq y(t)$.

Bài 2: Cho $x(n) = \cos(\Omega_x(n + P_x) + \theta_x)$.

a. Xác định chu kỳ của tín hiệu trong các trường hợp sau:

	Ω_x	P_x	θ_x
(i)	$\pi/3$	0	2π
(ii)	$3\pi/4$	2	$\pi/4$
(iii)	$3/4$	1	$1/4$

b. Cho $y(n) = \cos\left(\Omega_y\left(n + P_y\right) + \theta_y\right)$Xác định trường hợp $x(n) = y(n)$ với mọi n

	Ω_x	P_x	θ_x	Ω_y	P_y	θ_y
(i)	$\pi/3$	0	2π	$8\pi/3$	0	0
(ii)	$3\pi/4$	2	$\pi/4$	$3\pi/4$	1	$-\pi$
(iii)	$3/4$	1	$1/4$	$3/4$	0	1

Đáp án:

0,25 điểm/ý x 6 ý = 1,5 điểm

(a) To find the period of a discrete-time signal is more complicated. We need the smallest N such that $\Omega N = 2\pi k$ for some integer $k > 0$.

(i) $\frac{\pi}{3}N = 2\pi k \Rightarrow N = 6, \quad k = 1$

(ii) $\frac{3\pi}{4}N = 2\pi k \Rightarrow N = 8, \quad k = 2$

(iii) $\frac{3}{4}N = 2\pi k \Rightarrow$ There is no N such that $\frac{3}{4}N = 2\pi k$, so $x[n]$ is *not* periodic.

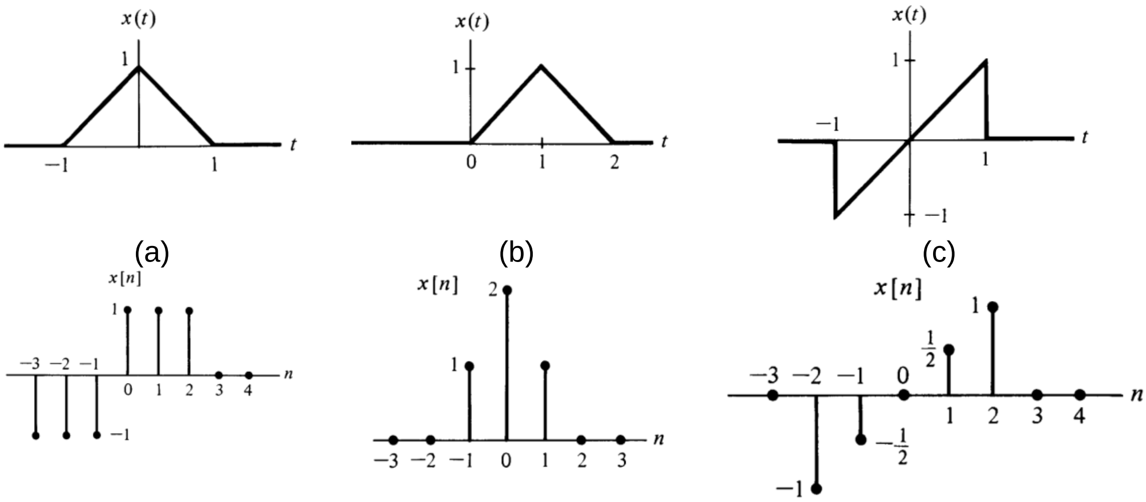
(b) For discrete-time signals, if $\Omega_x = \Omega_y + 2\pi k$ and $\Omega_x\tau_x + \theta_x = \Omega_y\tau_y + \theta_y + 2\pi k$, then $x[n] = y[n]$.

(i) $\frac{\pi}{3} \neq \frac{8\pi}{3} + 2\pi k$ (the closest is $k = -1$), so $x[n] \neq y[n]$

(ii) $\Omega_x = \Omega_y, \quad \frac{3\pi}{4}(2) + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - \pi + 2\pi k, \quad k = 1$, so $x[n] = y[n]$

(iii) $\Omega_x = \Omega_y, \quad \frac{3}{4}(1) + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}(0) + 1 + 2\pi k, \quad k = 0, \quad x[n] = y[n]$

Bài 3: Xác định tín hiệu chẵn, tín hiệu lẻ, hoặc không phải tín hiệu chẵn/lẻ trong các trường hợp sau:



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

Đáp án:

0,25 điểm/ý x 6 ý = 1,5 điểm

By definition a signal is even if and only if $x(t) = x(-t)$ or $x[n] = x[-n]$, while a signal is odd if and only if $x(t) = -x(-t)$ or $x[n] = -x[-n]$.

(a) Since $x(t)$ is symmetric about $t = 0$, $x(t)$ is even.

(b) It is readily seen that $x(t) \neq x(-t)$ for all t, and $x(t) \neq -x(-t)$ for all t; thus $x(t)$ is neither even nor odd.

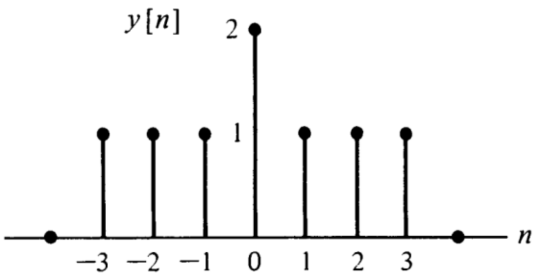
(c) Since $x(t) = -x(-t)$, $x(t)$ is odd in this case.

(d) Here $x[n]$ seems like an odd signal at first glance. However, note that $x[n] = -x[-n]$ evaluated at $n = 0$ implies that $x[0] = -x[0]$ or $x[0] = 0$. The analogous result applies to continuous-time signals. The signal is therefore neither even nor odd.

(e) In similar manner to part (a), we deduce that $x[n]$ is even.

(f) $x[n]$ is odd.

<u>Bài 4</u>: Cho tín hiệu $y(n)$ như sau:



a. Tìm tín hiệu $x(n)$ biết rằng thành phần phần chẵn và lẻ của $x(n)$ được xây dựng từ $y(n)$ với $n \geq 0$ và $n < 0$ tương ứng.
b. Tìm tín hiệu $w(n)$ biết rằng thành phần phần chẵn của $w(n) = y(n)$ với mọi n và $w(n) = 0$ với $n < 0$.

<u>Đáp án:</u>

0,5 điểm/ý x 2 ý = 1 điểm

(a) Let $Ev\{x[n]\} = x_e[n]$ and $Od\{x[n]\} = x_o[n]$. Since $x_e[n] = y[n]$ for $n \geq 0$ and $x_e[n] = x_e[-n]$, $x_e[n]$ must be as shown in Figure S2.5-1.

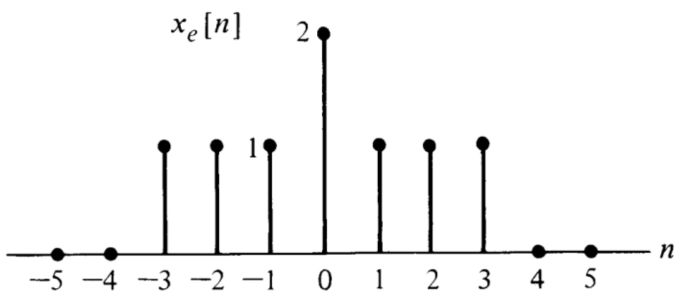


Figure S2.5-1

Since $x_o[n] = y[n]$ for $n < 0$ and $x_o[n] = -x_o[-n]$, along with the property that $x_o[0] = 0$, $x_o[n]$ is as shown in Figure S2.5-2.

Since $x_o[n] = y[n]$ for $n < 0$ and $x_o[n] = -x_o[-n]$, along with the property that $x_o[0] = 0$, $x_o[n]$ is as shown in Figure S2.5-2.

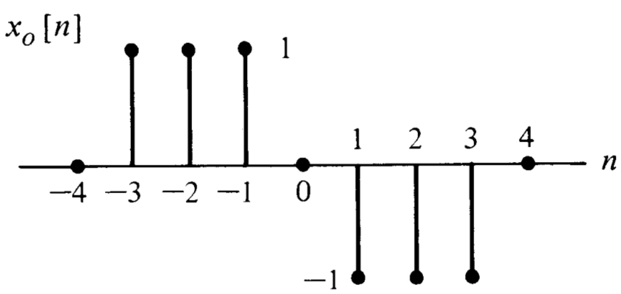


Figure S2.5-2

Finally, from the definition of $Ev\{x[n]\}$ and $Od\{x[n]\}$, we see that $x[n] = x_e[n] + x_o[n]$. Thus, $x[n]$ is as shown in Figure S2.5-3.

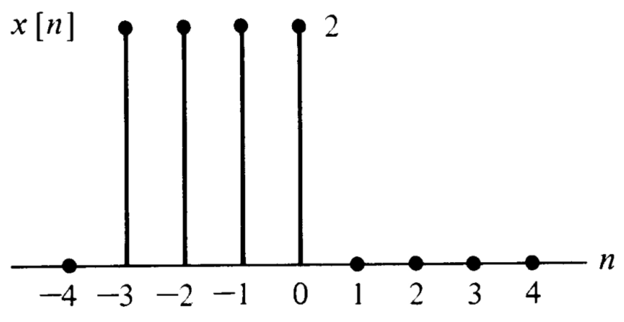


Figure S2.5-3

(b) In order for $w[n]$ to equal 0 for $n < 0$, $Od\{w[n]\}$ must be given as in Figure S2.5-4.

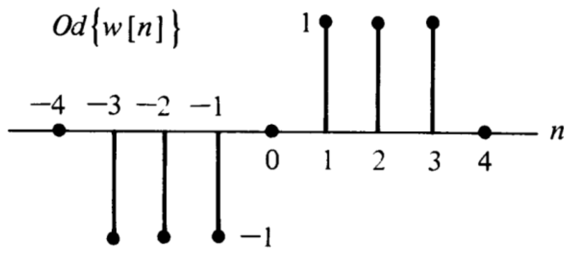


Figure S2.5-4

Thus, $w[n]$ is as in Figure S2.5-5.

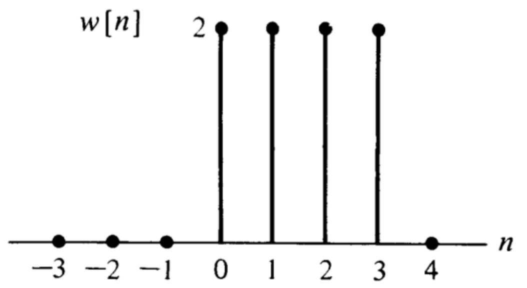


Figure S2.5-5

Bài 5: Cho tín hiệu $x(t) = \sqrt{2}(1 + j)e^{j\frac{\pi}{4}}e^{(-1+j2\pi)t}$. Tính và biểu diễn các tín hiệu sau (sử dụng phần mềm Matlab hoặc Excel):

a. $Re\{x(t)\}$
b. $Im\{x(t)\}$
c. $x(t + 2) + x^*(t + 2)$

Đáp án:

0,25 điểm/ý x 6 ý = 1,5 điểm

First we use the relation $(1 + j) = \sqrt{2}e^{j\pi/4}$ to yield

$$x(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}e^{j\pi/4}e^{j\pi/4}e^{(-1+j2\pi)t} = 2e^{j\pi/2}e^{(-1+j2\pi)t}$$

(a) $Re\{x(t)\} = 2e^{-t}Re\{e^{j\pi/2}e^{j2\pi t}\} = 2e^{-t}\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

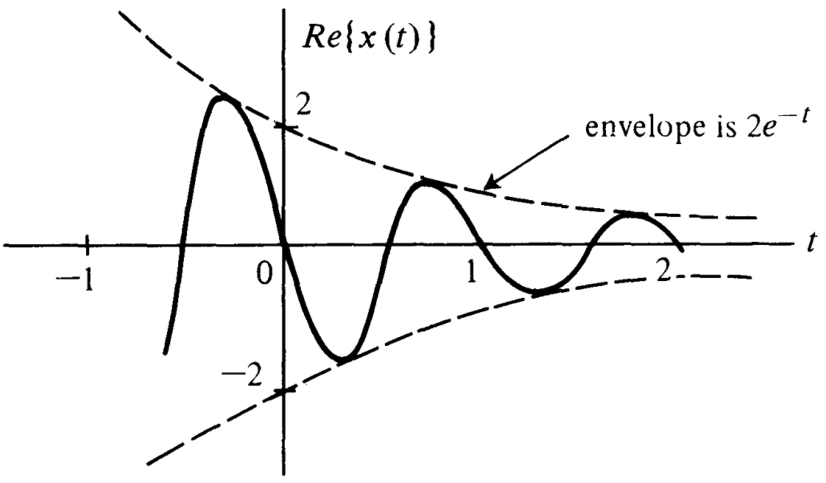


Figure S2.7-1

(b) $Im\{x(t)\} = 2e^{-t}Im\{e^{j\pi/2}e^{j2\pi t}\} = 2e^{-t}\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

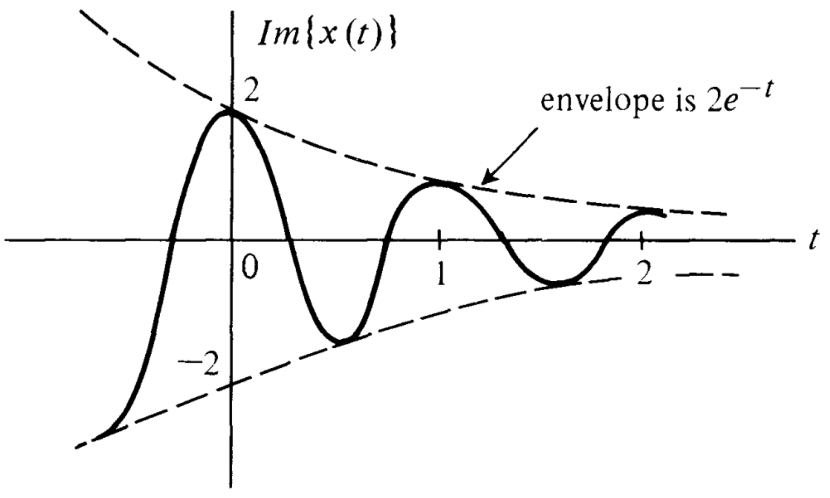


Figure S2.7-2

(c) *Note* that $x(t+2) + x^*(t+2) = 2Re\{x(t+2)\}$. So the signal is a shifted version of the signal in part (a).

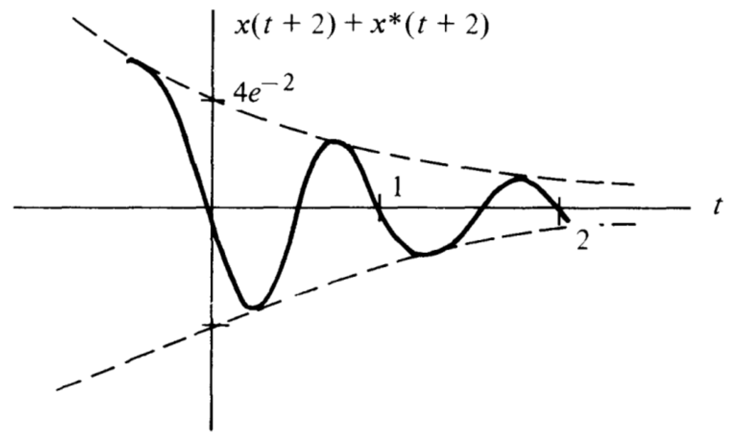


Figure S2.7-3

<u>Bài 6</u>: Xét hai tín hiệu $x(t) = \cos\frac{2\pi}{3}t + 2\sin\frac{16\pi}{3}t$ và $y(t) = \sin\pi t$

Chứng minh rằng $z(t) = x(t)y(t)$ là tín hiệu tuần hoàn.

Biểu diễn $z(t)$ dưới dạng tổ hợp tuyến tính của các số mũ phức, hay xác định chu kỳ T và các hệ số c_k trong công thức: $z(t) = \sum_k c_k e^{jk(2\pi/T)t}$.

<u>Đáp án:</u>

0,5 điểm/ý x 2 ý = 1 điểm

We first decompose $x(t)$ and $y(t)$ into sums of exponentials. Thus,

$$x(t) = \frac{1}{2}e^{j(2\pi t/3)} + \frac{1}{2}e^{-j(2\pi t/3)} + \frac{e^{j(16\pi t/3)}}{j} - \frac{e^{-j(16\pi t/3)}}{j},$$

$$y(t) = \frac{e^{j\pi t}}{2j} - \frac{e^{-j\pi t}}{2j}$$

Multiplying $x(t)$ and $y(t)$, we get

$$z(t) = \frac{1}{4j}e^{j(5\pi/3)t} - \frac{1}{4j}e^{-j(\pi/3)t} + \frac{1}{4j}e^{j(\pi/3)t} - \frac{1}{4j}e^{-j(5\pi/3)t} - \frac{1}{2}e^{j(19\pi/3)t} + \frac{1}{2}e^{j(13\pi/3)t} + \frac{1}{2}e^{-j(13\pi/3)t} - \frac{1}{2}e^{-j(19\pi/3)t}$$

We see that all complex exponentials are powers of $e^{j(\pi/3)t}$. Thus, the fundamental period is $2\pi/(\pi/3) = 6$ s.

<u>Bài 7</u>:

Phân biệt tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất; tính năng lượng tổng cộng và công suất trung bình tương ứng trong các trường hợp sau:
Chú ý: tham khảo thêm slide về phân loại tín hiệu năng lượng và công suất (Chương 1 – bổ sung) được gửi kèm.

(a) $x(t) = \begin{cases} t, & 0 \le t \le 1 \\ 2 - t, & 1 \le t \le 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

(b) $x[n] = \begin{cases} n, & 0 \le n < 5 \\ 10 - n, & 5 \le n \le 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

(c) $x(t) = 5\cos(\pi t) + \sin(5\pi t), -\infty < t < \infty$

(d) $x(t) = \begin{cases} 5\cos(\pi t), & -1 \le t \le 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

(e) $x(t) = \begin{cases} 5\cos(\pi t), & -0.5 \le t \le 0.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

(f) $x[n] = \begin{cases} \sin(\pi n), & -4 \le n \le 4 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

(g) $x[n] = \begin{cases} \cos(\pi n), & -4 \le n \le 4 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

(h) $x[n] = \begin{cases} \cos(\pi n), & n \ge 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

Đáp án:

0,25 điểm/ý x 8 ý = 2 điểm

a) x(t) = $\begin{cases} t & ,0 \le t \le 1 \\ 2 - t\,, & 1 \le t \le 2 \\ 0 & , \quad t \ne \end{cases}$ là tín hiệu năng lượng

vì E = $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$ = $\int_0^1 t^2 dt$ + $\int_1^2 (2-t)^2 dt$ = $\frac{2}{3}$

b) x(u) = $\begin{cases} u & ,0 \le u < 5 \\ 10 - u\,, & 5 \le u \le 10 \\ 0 & , \quad u \ne \end{cases}$ là tín hiệu năng lượng

vì E = $\sum_{-\infty}^{+\infty} x^2(u)$ = $\sum_0^4 u^2$ + $\sum_5^{10} (10-u)^2$ = 30 + 55 = 85 hữu hạn

c) x(t) = 5cos $(\pi t) + \sin(5\pi t)$ $-\infty < t < +\infty$

x(t + T) = 5cos $\pi(t+T) + sin\ 5\pi(t+T)$

= 5cos $(\pi t + \pi T) + \sin(5\pi t + 5\pi T)$

cosπt = cos $\pi(t + T1)$ = cos$(\pi t + \pi T1)$

↔ $\pi T_1 = k_1 2\pi$ → $T_1 = 2\ k_1$ là chu kỳ của Cosπt → T_{10} = 2s

Tương tự với $\sin(5\pi t)$, $T_2 = \frac{2}{5} k_2$ là chu kỳ của $\text{Sin}(5\pi t)$ → $T_{20} = \frac{2}{5}s$

$T_0 = mT_{10} = lT_{20}$ → $\frac{m}{l} = \frac{1}{5}$

→ T_0 = 2s → x(t) là tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ cơ sở = 2s

$P_0 = 1/T_0 \int_{-To/2}^{To/2} x^2(t)dt = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} (5\cos(\pi t) + \sin(5\pi t))^2 dt$ = 13

d) x(t) = $\begin{cases} 5cos\pi t & ,-1 \le t \le 1 \\ 0 & ,t \ne \end{cases}$

x(t) = 0 với t ∉ [-1,1] → x(t) là tín hiệu không tuần hoàn

$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt \ = \int_{-1}^{1}(5cos\pi t)^2 dt \ = 25\int_{-1}^{1} \ \frac{1}{2}(1 + cos2\pi t) \ \ dt$

$= 25\left[\frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{2\pi}sin2\pi t\right) \Big|_{-1}^{1}\right]$

$= 25$

➔ x(t) là tín hiệu năng lượng

e)

$x(t) = \begin{cases} 5\cos \pi t & -0{,}5<t<0{,}5 \\ 0 & t\ khác \end{cases}$

Lý luận tương tự câu (d) → x(t) là tín hiệu không tuần hoàn

$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\,(t)\ dt = \int_{-1/2}^{1/2} 5^2 \cos^2 \pi t\ \ dt = \frac{25}{2}$ (t + $\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi t)\ \Big|_{-1/2}^{1/2}$

$= \frac{25}{2}\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{-1}{2}\right)\right] = \frac{25}{2} = 12{,}5$

→ Năng lượng giảm 1/2 so với (d)

$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T}\int_{-1/2}^{1/2} 5^2 \cos^2 \pi t\ \ dt = \lim_{T \to \infty} \frac{12{,}5}{T} = 0$

f)

$x[u] = \begin{cases} \sin \pi u & -4 \le u \le 4 \\ 0 & u\ khác \end{cases}$

x[u] = 0 ∀ u ∉ [-4,4] → x[u] là tín hiệu không tuần hoàn

$E = \sum_{-\infty}^{\infty} x^2[u] = \sum_{-4}^{4} cos^2(\pi u) = 9$

→ x[u] là tín hiệu năng lượng (hữu hạn)

h)

$x[u] = \begin{cases} \cos \pi u & u \ge 0 \\ 0 & u\ khác \end{cases}$

→ x[u] là tín hiệu không tuần hoàn

$E = \sum_{-\infty}^{\infty} x^2[u] = \sum_{0}^{\infty} cos^2(\pi u) = \infty$

$P = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1}\sum_{u=-N}^{N}[x(u)]^2 \ = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1}\sum_{u=0}^{N} cos^2\ (\pi u)$

$= \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1}\ \sum_{u=0}^{N} 1$

$= \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1}(N+1)$

$= \lim_{N \to \infty} \frac{N+1}{2N+1}$

$= \lim_{N \to \infty} \frac{\frac{1}{2}(2N+1)+\frac{1}{2}}{2N+1}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \ = \frac{1}{2}$ (hữu hạn) → x[u] là tín hiệu công suất

Bài 10

a) $x(t) = \begin{cases} t & 0 \le t \le 1 \\ 2-t & 1 \le t \le 2 \\ 0 & t \ne \end{cases}$ là tín hiệu năng lượng

vì $E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt = \int_0^1 t^2\,dt + \int_1^2 (2-t)^2\,dt = \frac{1}{3}t^3\Big|_0^1 + \left(4t - \frac{4t^2}{2} + \frac{t^3}{3}\right)\Big|_1^2$

$= \frac{1}{3} + \left(\cancel{8} - \cancel{8} + \frac{8}{3}\right) - \left(4 - 2 + \frac{1}{3}\right)$

$= \cancel{\frac{1}{3}} + \frac{8}{3} - 2 - \cancel{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$

b) $x[n] = \begin{cases} n & 0 \le n < 5 \\ 10-n & 5 \le n \le 10 \\ 0 & n \text{ khác} \end{cases}$ là tín hiệu năng lượng

vì $E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n] = \sum_0^4 n^2 + \sum_5^{10} (10-n)^2 = 30 + 55 = 85$ hữu hạn

c) $x(t) = 5\cos(\pi t) + \sin(5\pi t) \quad -\infty < t < \infty$

$x(t+T) = 5\cos\pi(t+T) + \sin 5\pi(t+T)$

$= 5\cos(\pi t + \pi T) + \sin(5\pi t + 5\pi T)$

$\cos\pi t = \cos\pi(t+T_1) = \cos(\pi t + \pi T_1)$

$\Leftrightarrow \pi T_1 = k_1 2\pi \rightarrow T_1 = 2k_1$ là chu kì của $\cos\pi t \rightarrow T_{10} = 2s$

$\sin 5\pi t = \sin 5\pi(t+T_2) = \sin(5\pi t + 5\pi T_2)$

$\Leftrightarrow 5\pi T_2 = k_2 2\pi \rightarrow T_2 = \frac{2}{5}k_2$ là chu kì của $\sin 5\pi t \rightarrow T_{20} = \frac{2}{5}s$

$\rightarrow T_0 = mT_{10} = lT_{20} \rightarrow \frac{m}{l} = \frac{T_{20}}{T_{10}} = \frac{2/5}{2} = \frac{1}{5} \rightarrow \begin{cases} m_{min} = 1 \\ l_{min} = 5 \end{cases}$

$\rightarrow T_0 = 1.T_{10} = 5.T_{20} = 2\,s \Rightarrow x(t)$ là tín hiệu tuần hoàn với chu kì cơ sở $T_0 = 2s$

$$\rightarrow P = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x^2(t)\,dt = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}(5\cos\pi t + \sin 5\pi t)^2\,dt = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}(25\cos^2\pi t + 10\cos\pi t\sin 5\pi t + \sin^2 5\pi t)\,dt$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\left[25.\frac{1}{2}(1+\cos 2\pi t) + 10.\frac{1}{2}(\sin 4\pi t + \sin 6\pi t) + \frac{1}{2}(1-\cos 10\pi t)\right]dt$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\left[26t + \left(-\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi t\right) + 10.\frac{1}{4\pi}\cos 4\pi t + 10.\frac{1}{6\pi}\cos 6\pi t + \frac{1}{10\pi}\sin 10\pi t\right]\Bigg|_{-1}^{1} = \frac{26\times 2}{4} = 13$$

d) $x(t) = \begin{cases} 5\cos\pi t & -1 \le t \le 1 \\ 0 & t \text{ khác} \end{cases}$

$x(t) = 0$ với $t \notin [-1,1] \Rightarrow x(t)$ là tín hiệu không tuần hoàn

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-1}^{1} 5^2\cos^2\pi t\,dt = 25\int_{-1}^{1}\frac{1}{2}(1+\cos 2\pi t)\,dt$$

$$= 25\left[\frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{2\pi}\sin 2\pi t\right)\Bigg|_{-1}^{1}\right] = \frac{25}{2}\left[1-(-1)\right] = 25$$

$\rightarrow x(t)$ là tín hiệu năng lượng ; $P = \lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}(x(t))^2dt = \lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-1}^{1}5^2\cos^2\pi t\,dt = \lim\limits_{T\to\infty}\frac{25}{T} = 0$

e) $x(t) = \begin{cases} 5\cos(\pi t) & -0{,}5 \le t \le 0{,}5 \\ 0 & t \text{ khác} \end{cases}$

Lý luận tương tự câu (d) $\rightarrow x(t)$ là tín hiệu k tuần hoàn

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-1/2}^{1/2} 5^2\cos^2\pi t = \frac{25}{2}\left(t + \frac{1}{2\pi}\sin 2\pi t\right)\Bigg|_{-1/2}^{1/2}$$

$= \dfrac{25}{2}\left[\dfrac{1}{2} - \left(-\dfrac{1}{2}\right)\right] = \dfrac{25}{2} = 12{,}5 \Rightarrow$ Năng lượng giảm 1/2 so với (d)

$P = \lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-0,5}^{0,5}5^2\cos^2\pi t\,dt = \lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}12{,}5 = 0$

f) $x[n] = \begin{cases} \sin(\pi n) & -4 \le n \le 4 \\ 0 & n \text{ khác} \end{cases} = \{0$ với mọi n

$x[n] = 0 \;\forall\, n \notin [-4,4] \;\Rightarrow x[n]$ là tín hiệu không tuần hoàn

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n] = \sum_{-4}^{4} \cos^2(\pi n) = 9 \rightarrow x[n]$$ là tín hiệu năng lượng (hữu hạn)

h) $x[n] = \begin{cases} \cos(\pi n) & n \geq 0 \\ 0 & n \text{ khác} \end{cases}$

$\rightarrow x[n]$ là tín hiệu không tuần hoàn.

$n = 0 \rightarrow \cos 0 = 1$

$n = 1 \quad \cos \pi = -1$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n] = \sum_{n=0}^{+\infty} \cos^2(\pi n) = \infty$$

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} \cos^2(\pi n)$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} 1 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1}(N+1) = \lim_{N\to\infty} \frac{N+1}{2N+1}$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{\frac{1}{2}(2N+1) + \frac{1}{2}}{2N+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} = \frac{1}{2} \text{ hữu hạn}$$

$\rightarrow x[n]$ là tín hiệu công suất.