

# Biểu diễn hệ thống tuyến tính bất biến trong miền tần số

NGUYEN Hong Thinh

Signal and System Laboratory  
FET-UET-VNU

Ngày 12 tháng 12 năm 2020

1 Đáp ứng tần số (frequency response)

2 Tính chất của đáp ứng tần số

3 Examples

# Hệ thống TTBB (Linear Time Invariant)

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Definition:

### ■ Tuyến tính:

■ Nếu  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t)$  thì  $\sum_i a_i x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(t)$

■ Nếu  $x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$  thì  $\sum_i a_i x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(n)$

# Hệ thống TTBB (Linear Time Invariant)

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Definition:

### ■ Tuyến tính:

■ Nếu  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t)$  thì  $\sum_i a_i x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(t)$

■ Nếu  $x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$  thì  $\sum_i a_i x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(n)$

### ■ Bất biến:

■ Nếu  $x(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y(t)$  thì  $x(t - t_0) \xrightarrow{\text{LTI}} y(t - t_0)$

■ Nếu  $x(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y(n)$  thì  $x(n - n_0) \xrightarrow{\text{LTI}} y(n - n_0)$

# Hệ thống TTBB (Linear Time Invariant)

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Definition:

### ■ Tuyến tính:

■ Nếu  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t)$  thì  $\sum_i a_i x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(t)$

■ Nếu  $x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$  thì  $\sum_i a_i x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(n)$

### ■ Bất biến:

■ Nếu  $x(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y(t)$  thì  $x(t - t_0) \xrightarrow{\text{LTI}} y(t - t_0)$

■ Nếu  $x(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y(n)$  thì  $x(n - n_0) \xrightarrow{\text{LTI}} y(n - n_0)$

### ■ Tuyến tính và Bất biến

■ Nếu  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t)$  thì

$$\sum_i a_i x_i(t - t_i) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(t - t_i)$$

■ Nếu  $x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$ :  $\sum_i a_i x_i(n - n_i) \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i y_i(n - n_i)$

# Hệ thống tuyến tính bất biến

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Phân tích:  $a_i, x_i, t_i, n_i = ?$  để:  $x(t) = \sum_i a_i x_i(t - t_i)$  hoặc  
 $x(n) = \sum_i a_i x_i(n - n_i)$

# Hệ thống tuyến tính bất biến

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Phân tích:  $a_i, x_i, t_i, n_i = ?$  để:  $x(t) = \sum_i a_i x_i(t - t_i)$  hoặc  $x(n) = \sum_i a_i x_i(n - n_i)$
- Tính các tín hiệu ra thành phần  $y_i(t), y_i(n)$  với  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t); x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$

# Hệ thống tuyến tính bất biến

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Phân tích:  $a_i, x_i, t_i, n_i = ?$  đề:  $x(t) = \sum_i a_i x_i(t - t_i)$  hoặc  $x(n) = \sum_i a_i x_i(n - n_i)$
- Tính các tín hiệu ra thành phần  $y_i(t), y_i(n)$  với  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t); x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$
- Tổng hợp:  $y(t) = \sum_i a_i y_i(t - t_i), y(n) = \sum_i a_i y_i(n - n_i)$



# Hệ thống tuyến tính bất biến

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Phân tích:  $a_i, x_i, t_i, n_i = ?$  để:  $x(t) = \sum_i a_i x_i(t - t_i)$  hoặc  $x(n) = \sum_i a_i x_i(n - n_i)$
- Tính các tín hiệu ra thành phần  $y_i(t), y_i(n)$  với  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t); x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$
- Tổng hợp:  $y(t) = \sum_i a_i y_i(t - t_i), y(n) = \sum_i a_i y_i(n - n_i)$
- Trong miền thời gian ta coi tín hiệu  $\delta$  và đáp ứng xung  $h(n), h(t)$  là tín hiệu cơ bản nhất để thực hiện phân tích và tổng hợp

# Hệ thống tuyến tính bất biến

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

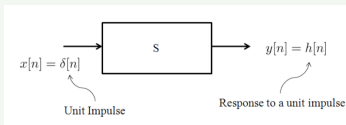
Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Phân tích:  $a_i, x_i, t_i, n_i = ?$  để:  $x(t) = \sum_i a_i x_i(t - t_i)$  hoặc  $x(n) = \sum_i a_i x_i(n - n_i)$
- Tính các tín hiệu ra thành phần  $y_i(t), y_i(n)$  với  $x_i(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(t); x_i(n) \xrightarrow{\text{LTI}} y_i(n)$
- Tổng hợp:  $y(t) = \sum_i a_i y_i(t - t_i), y(n) = \sum_i a_i y_i(n - n_i)$
- Trong miền thời gian ta coi tín hiệu  $\delta$  và đáp ứng xung  $h(n), h(t)$  là tín hiệu cơ bản nhất để thực hiện phân tích và tổng hợp



# Hệ thống tuyến tính bất biến

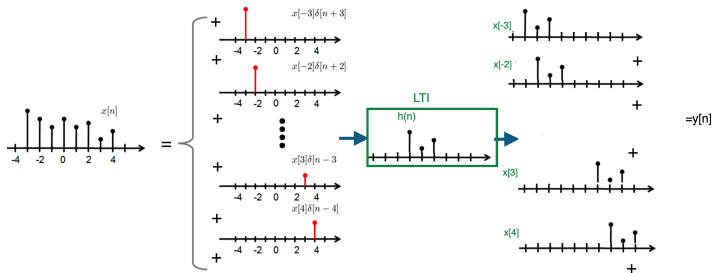
Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples



# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

■  $e^{j\omega t}$ ,  $e^{j\omega n}$  là các đại lượng tuần hoàn với tần số  $\omega$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- $e^{j\omega t}$ ,  $e^{j\omega n}$  là các đại lượng tuần hoàn với tần số  $\omega$
- $\Rightarrow$ :  $e^{j\omega t}$ ,  $e^{j\omega n}$ : Đại lượng cơ bản nhất trong miền tần số

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- $e^{j\omega t}$ ,  $e^{j\omega n}$  là các đại lượng tuần hoàn với tần số  $\omega$
- $\Rightarrow$ :  $e^{j\omega t}$ ,  $e^{j\omega n}$ : Đại lượng cơ bản nhất trong miền tần số
- Cho  $x(n) = e^{j\omega n}$  hoặc  $x(t) = e^{j\omega t}$  đi qua hệ thống LTI, tín hiệu ra bằng bao nhiêu?

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Thời gian rời rạc

■ LTI:  $y(n] = x(n] * h(n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n - k) =$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Thời gian rời rạc

- LTI:  $y(n] = x(n] * h(n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n - k] =$
- Thay  $x(n] = e^{j\omega n}$ :  $y(n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{j\omega(n-k]} =$   
 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-kj\omega} e^{jn\omega} = e^{jn\omega} \cdot H(\omega)$



# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Thời gian rời rạc

- LTI:  $y(n] = x(n] * h(n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n - k] =$
- Thay  $x(n] = e^{j\omega n}$ :  $y(n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{j\omega(n-k]} =$   
 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-kj\omega} e^{jn\omega} = e^{jn\omega} \cdot H(\omega)$
- Với  $H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-kj\omega}$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

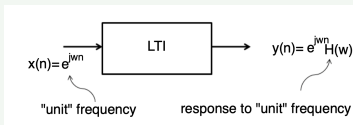
Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Thời gian rời rạc

- LTI:  $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) =$
- Thay  $x(n) = e^{j\omega n}$ :  $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{j\omega(n-k)} =$   
 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-kj\omega} e^{jn\omega} = e^{jn\omega} \cdot H(\omega)$
- Với  $H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-kj\omega}$



# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Thời gian liên tục

- Với  $x(t) = e^{j\omega t}$ , tín hiệu ra  $y(t)$  được tính như sau

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Thời gian liên tục

- Với  $x(t) = e^{j\omega t}$ , tín hiệu ra  $y(t)$  được tính như sau



$$\begin{aligned} y(t) &= h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{j\omega(t-\tau)} d\tau \\ &= e^{j\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = H(\omega) e^{j\omega t} \end{aligned}$$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Thời gian liên tục

- Với  $x(t) = e^{j\omega t}$ , tín hiệu ra  $y(t)$  được tính như sau



$$\begin{aligned} y(t) &= h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{j\omega(t-\tau)} d\tau \\ &= e^{j\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = H(\omega) e^{j\omega t} \end{aligned}$$

- Với  $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

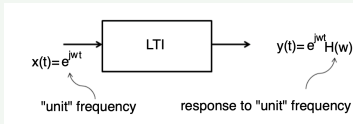
## Thời gian liên tục

- Với  $x(t) = e^{j\omega t}$ , tín hiệu ra  $y(t)$  được tính như sau



$$\begin{aligned} y(t) &= h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{j\omega(t-\tau)} d\tau \\ &= e^{j\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = H(\omega) e^{j\omega t} \end{aligned}$$

- Với  $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$



- 1 Đáp ứng tần số (frequency response)
- 2 Tính chất của đáp ứng tần số
- 3 Examples

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

$$\blacksquare H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \text{ hay } H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-jt\omega} dt$$



# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

$$\blacksquare H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \text{ hay } H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\blacksquare H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{-kj\omega} \text{ hay } H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) e^{-jn\omega}$$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

- $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$  hay  $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$
- $H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{-kj\omega}$  hay  $H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) e^{-jn\omega}$
- Đáp ứng tần số  $H(\omega)$  chính là biến đổi Fourier của đáp ứng xung  $h(t)$  hoặc  $h(n)$ :

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

- $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau$  hay  $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-jt\omega} dt$
- $H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-kj\omega}$  hay  $H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-jn\omega}$
- Đáp ứng tần số  $H(\omega)$  chính là biến đổi Fourier của đáp ứng xung  $h(t)$  hoặc  $h(n)$ :
- Để  $H(\omega)$  tồn tại (nhận giá trị hữu hạn) thì  $h(t)$ ,  $h(n)$  phải là tín hiệu năng lượng hay hệ thống ổn định

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

- $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$  hay  $H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$
- $H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) e^{-kj\omega}$  hay  $H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) e^{-jn\omega}$
- Đáp ứng tần số  $H(\omega)$  chính là biến đổi Fourier của đáp ứng xung  $h(t)$  hoặc  $h(n)$ :
- Để  $H(\omega)$  tồn tại (nhận giá trị hữu hạn) thì  $h(t)$ ,  $h(n)$  phải là tín hiệu năng lượng hay hệ thống ổn định
- Khi  $h(t)$ ,  $h(n)$  là tín hiệu năng lượng thì hệ thống ổn định  
 $\Rightarrow$  Chỉ hệ thống ổn định mới tồn tại đáp ứng tần số

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

- $H(\omega)$  đặc trưng cho đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu vào có tần số  $\omega$ .

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

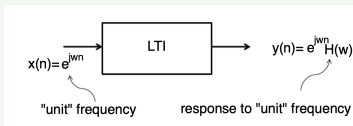
Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

- $H(\omega)$  đặc trưng cho đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu vào có tần số  $\omega$ .



# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

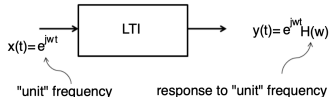
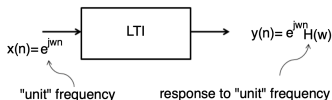
Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số

- $H(\omega)$  đặc trưng cho đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu vào có tần số  $\omega$ .



# Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Biên độ và pha

- Đáp ứng biên độ:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\text{Re}[H(\omega)]^2 + \text{Im}[H(\omega)]^2}$$



# Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Biên độ và pha

- Đáp ứng biên độ:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\text{Re}[H(\omega)]^2 + \text{Im}[H(\omega)]^2}$$

- Đáp ứng pha:

$$\phi(\omega) = \arctan \frac{\text{Im}[H(\omega)]}{\text{Re}[H(\omega)]}$$

# Biểu diễn hệ thống liên tục trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Biên độ và pha

- Đáp ứng biên độ:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\text{Re}[H(\omega)]^2 + \text{Im}[H(\omega)]^2}$$

- Đáp ứng pha:

$$\phi(\omega) = \arctan \frac{\text{Im}[H(\omega)]}{\text{Re}[H(\omega)]}$$

- $H(\omega) = |H(\omega)| \cdot e^{i\phi(\omega)}$

# Biểu diễn hệ thống LTI trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

- Đối với tín hiệu vào cơ bản có tần số  $\omega$ :  $e^{j\omega t}, e^{j\omega n} \Rightarrow$  tín hiệu ra có thể biểu diễn được dưới dạng:

# Biểu diễn hệ thống LTI trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Đối với tín hiệu vào cơ bản có tần số  $\omega$ :  $e^{j\omega t}$ ,  $e^{j\omega n} \Rightarrow$  tín hiệu ra có thể biểu diễn được dưới dạng:

■

$$y(t) = |H(\omega)|e^{j\phi(\omega)}e^{j\omega t} = |H(\omega)|e^{j[\omega t + \phi(\omega)]}$$

# Biểu diễn hệ thống LTI trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Đối với tín hiệu vào cơ bản có tần số  $\omega$ :  $e^{j\omega t}, e^{j\omega n} \Rightarrow$  tín hiệu ra có thể biểu diễn được dưới dạng:

- $$y(t) = |H(\omega)| e^{j\phi(\omega)} e^{j\omega t} = |H(\omega)| e^{j[\omega t + \phi(\omega)]}$$

- $$y(n) = |H(\omega)| e^{j\phi(\omega)} e^{j\omega n} = |H(\omega)| e^{j[\omega n + \phi(\omega)]}$$



# Biểu diễn hệ thống LTI trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Đối với tín hiệu vào cơ bản có tần số  $\omega$ :  $e^{j\omega t}, e^{j\omega n} \Rightarrow$  tín hiệu ra có thể biểu diễn được dưới dạng:

- $$y(t) = |H(\omega)| e^{j\phi(\omega)} e^{j\omega t} = |H(\omega)| e^{j[\omega t + \phi(\omega)]}$$

- $$y(n) = |H(\omega)| e^{j\phi(\omega)} e^{j\omega n} = |H(\omega)| e^{j[\omega n + \phi(\omega)]}$$

- $\Rightarrow$  tín hiệu ra có biên độ bằng  $|H(\omega)|$  lần biên độ của tín hiệu vào và pha bị dịch một góc bằng  $\phi(\omega)$  so với pha của tín hiệu vào.
- **Ý nghĩa: Xem xét đáp ứng (ảnh hưởng) của hệ thống với từng tần số.**

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$



# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- $e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$  thì  $a_0 e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_0 H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- $e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$  thì  $a_0 e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_0 H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$
- $e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$  thì  $a_1 e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_1 H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- $e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$  thì  $a_0 e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_0 H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$
- $e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$  thì  $a_1 e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_1 H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$
- $e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$  thì  $a_i e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_i H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- $e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$  thì  $a_0 e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_0 H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$
- $e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$  thì  $a_1 e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_1 H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$
- $e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$  thì  $a_i e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_i H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$
- $\sum_i a_i e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- $e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$  thì  $a_0 e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_0 H(\omega_0)e^{j\omega_0 t}$
- $e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$  thì  $a_1 e^{j\omega_1 t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_1 H(\omega_1)e^{j\omega_1 t}$
- $e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$  thì  $a_i e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} a_i H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$
- $\sum_i a_i e^{j\omega_i t} \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i H(\omega_i)e^{j\omega_i t}$
- Tương tự:  $\sum_i a_i e^{j\omega_i n} \xrightarrow{\text{LTI}} \sum_i a_i H(\omega_i)e^{j\omega_i n}$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- Phân tích tín hiệu vào thành tổ hợp tuyến tính các thành phần tần số  $\omega_i$ :
  - xác định  $a_i, \omega_i$  để:
  - $x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}$  hoặc  $x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$
  - $a_i$  trọng số của thành phần tần số  $\omega_i$

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- Phân tích tín hiệu vào thành tổ hợp tuyến tính các thành phần tần số  $\omega_i$ :
  - xác định  $a_i, \omega_i$  để:
    - $x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}$  hoặc  $x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$
    - $a_i$  trọng số của thành phần tần số  $\omega_i$
- Xác định đáp ứng tần số với tần số  $\omega_i$  :  $H(\omega_i)$



# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Phân tích và tổng hợp

- Giả sử hệ thống là tuyến tính bất biến, ổn định  $\Rightarrow \exists H(\omega)$
- Phân tích tín hiệu vào thành tổ hợp tuyến tính các thành phần tần số  $\omega_i$ :
  - xác định  $a_i, \omega_i$  để:
  - $x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}$  hoặc  $x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$
  - $a_i$  trọng số của thành phần tần số  $\omega_i$
- Xác định đáp ứng tần số với tần số  $\omega_i$  :  $H(\omega_i)$
- Tổng hợp:

■

$$y(t) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i t}$$

■

$$y(n) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i n}$$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Biểu diễn tín hiệu trong  
miền tần số

- Xác định tín hiệu có các thành phần tần số nào
- Độ lớn từng thành phần tần số đó

Phép phân tích

- xác định  $a_i, \omega_i$  để:
- $x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}$  hoặc  
 $x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$
- $a_i$  trọng số của thành phần tần số  $\omega_i$

Phép phân tích = Phép biểu diễn tín hiệu trong miền tần số

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

*Bảng tóm tắt biểu diễn tần số của tín hiệu*

	Continuous Time $t$	Discrete Time $n$
Fourier Series <i>(Tín hiệu tuần hoàn)</i>	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\omega_0 t}$ continuous and periodic in time ( $T$ ) $X(k) = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$ discrete and aperiodic in frequency	$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$ discrete and periodic in time ( $N$ ) $X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$ discrete and periodic in frequency
Fourier Transform <i>(Tín hiệu không tuần hoàn)</i>	$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$ continuous and aperiodic in time $X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$ continuous and aperiodic in frequency	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$ discrete and aperiodic in time $X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$ continuous and periodic in frequency

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu liên tục tuần hoàn,

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu liên tục tuần hoàn,
- Chuỗi Fourier  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{jk\omega_0 t}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu liên tục tuần hoàn,
- Chuỗi Fourier  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\omega_0 t}$
- $e^{jk\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0) e^{jk\omega_0 t}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu liên tục tuần hoàn,
- Chuỗi Fourier  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\omega_0 t}$
- $e^{jk\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0) e^{jk\omega_0 t}$
- $\Rightarrow$  đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(t)$  có dạng:

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu liên tục tuần hoàn,
- Chuỗi Fourier  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{jk\omega_0 t}$
- $e^{jk\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 t}$
- $\Rightarrow$  đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(t)$  có dạng:
- 

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 t}$$



# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu liên tục tuần hoàn,
- Chuỗi Fourier  $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{jk\omega_0 t}$
- $e^{jk\omega_0 t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 t}$
- $\Rightarrow$  đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(t)$  có dạng:
- 

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 t}$$

- $\{X(k)H(k\omega_0)\}$  chính là các hệ số chuỗi Fourier của  $y(t)$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu rời rạc tuần hoàn

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu rời rạc tuần hoàn
- Chuỗi Fourier  $x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{jk\omega_0 n}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu rời rạc tuần hoàn
- Chuỗi Fourier  $x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{jk\omega_0 n}$
- $e^{jk\omega_0 n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 n}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu rời rạc tuần hoàn
- Chuỗi Fourier  $x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{jk\omega_0 n}$
- $e^{jk\omega_0 n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0) e^{jk\omega_0 n}$
- $\rightarrow$  đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(t)$  có dạng:

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu rời rạc tuần hoàn

- Chuỗi Fourier  $x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{jk\omega_0 n}$

- $e^{jk\omega_0 n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 n}$

- $\rightarrow$  đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(t)$  có dạng:

- 

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 n}$$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu rời rạc tuần hoàn

- Chuỗi Fourier  $x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{jk\omega_0 n}$

- $e^{jk\omega_0 n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 n}$

- $\rightarrow$  đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào  $x(n)$  có dạng:

- 

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)H(k\omega_0)e^{jk\omega_0 n}$$

- $\{X(k)H(k\omega_0)\}$  các hệ số chuỗi Fourier của  $y(n)$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng rời rạc không tuần hoàn  $x(n)$ :  $\exists X(\omega)$



# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng rời rạc không tuần hoàn  $x(n)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng rời rạc không tuần hoàn  $x(n)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

- $e^{j\omega n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega) e^{j\omega n}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng rời rạc không tuần hoàn  $x(n)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

- $e^{j\omega n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega) e^{j\omega n}$

- $\rightarrow$  đáp ứng của hệ thống (tín hiệu ra) với tín hiệu vào  $x(n)$  có dạng:

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng rời rạc không tuần hoàn  $x(n)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

- $e^{j\omega n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega) e^{j\omega n}$

- $\rightarrow$  đáp ứng của hệ thống (tín hiệu ra) với tín hiệu vào  $x(n)$  có dạng:



$$y(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega) H(\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng không tuần hoàn  $x(t)$ :  $\exists X(\omega)$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng không tuần hoàn  $x(t)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng không tuần hoàn  $x(t)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

- $e^{j\omega t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega) e^{j\omega t}$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng không tuần hoàn  $x(t)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

- $e^{j\omega t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega) e^{j\omega t}$

- $\rightarrow$  đáp ứng của hệ thống (tín hiệu ra) với tín hiệu vào  $x(t)$  có dạng:



# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Khi tín hiệu vào là một tín hiệu năng lượng không tuần hoàn  $x(t)$ :  $\exists X(\omega)$



$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

- $e^{j\omega t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(\omega) e^{j\omega t}$

- $\rightarrow$  đáp ứng của hệ thống (tín hiệu ra) với tín hiệu vào  $x(t)$  có dạng:



$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) H(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

*Bảng tóm tắt biểu diễn tần số của tín hiệu*

	Continuous Time $t$	Discrete Time $n$
Fourier Series <i>(Tín hiệu tuần hoàn)</i>	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\omega_0 t}$ continuous and periodic in time ( $T$ ) $X(k) = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$ discrete and aperiodic in frequency	$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k) e^{jk\frac{2\pi}{N}n}$ discrete and periodic in time ( $N$ ) $X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$ discrete and periodic in frequency
Fourier Transform <i>(Tín hiệu không tuần hoàn)</i>	$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$ continuous and aperiodic in time $X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$ continuous and aperiodic in frequency	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\omega) e^{j\omega n} d\omega$ discrete and aperiodic in time $X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$ continuous and periodic in frequency

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

- Nhân chập trong miền thời gian là phép nhân trong miền tần số:

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

- Nhân chập trong miền thời gian là phép nhân trong miền tần số:
- Có  $y(t) = x(t) * h(t)$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Nhân chập trong miền thời gian là phép nhân trong miền tần số:
- Có  $y(t) = x(t) * h(t)$
- nên nếu  $\exists X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$  thì  $\rightarrow Y(\omega) = X(\omega).H(\omega)$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Nhân chập trong miền thời gian là phép nhân trong miền tần số:
- Có  $y(t) = x(t) * h(t)$
- nên nếu  $\exists X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$  thì  $\rightarrow Y(\omega) = X(\omega).H(\omega)$
- Với thời gian rời rạc:  $y(n) = x(n) * h(n)$

# Hệ thống TTBB trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

- Nhân chập trong miền thời gian là phép nhân trong miền tần số:
- Có  $y(t) = x(t) * h(t)$
- nên nếu  $\exists X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$  thì  $\rightarrow Y(\omega) = X(\omega).H(\omega)$
- Với thời gian rời rạc:  $y(n) = x(n) * h(n)$
- nên nếu  $\exists X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$  thì  $\rightarrow Y(\omega) = X(\omega).H(\omega)$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Nếu tín hiệu vào có tần số  $\omega_i$ :

$$x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}, x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$$



# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Nếu tín hiệu vào có tần số  $\omega_i$ :

$$x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}, x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$$

- Thì tín hiệu ra:

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Nếu tín hiệu vào có tần số  $\omega_i$ :

$$x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}, x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$$

- Thì tín hiệu ra:

- 

$$y(t) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i t}$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Nếu tín hiệu vào có tần số  $\omega_i$ :

$$x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}, x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$$

- Thì tín hiệu ra:



$$y(t) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i t}$$



$$y(n) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i n}$$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Nếu tín hiệu vào có tần số  $\omega_i$ :

$$x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}, x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$$

- Thì tín hiệu ra:

■

$$y(t) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i t}$$

■

$$y(n) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i n}$$

- Tín hiệu ra chỉ chứa tần số  $\omega_i$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Nếu tín hiệu vào có tần số  $\omega_i$ :

$$x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}, x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$$

- Thì tín hiệu ra:

■

$$y(t) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i t}$$

■

$$y(n) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i n}$$

- Tín hiệu ra chỉ chứa tần số  $\omega_i$
- Độ lớn tần số  $\omega_i$  phụ thuộc vào  $H(\omega_i)$

# Biểu diễn tần số của tín hiệu

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

- Nếu tín hiệu vào có tần số  $\omega_i$ :

$$x(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t}, x(n) = \sum_i a_i e^{j\omega_i n}$$

- Thì tín hiệu ra:

■

$$y(t) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i t}$$

■

$$y(n) = \sum_i a_i H(\omega_i) e^{j\omega_i n}$$

- Tín hiệu ra chỉ chứa tần số  $\omega_i$
- Độ lớn tần số  $\omega_i$  phụ thuộc vào  $H(\omega_i)$
- Thông qua thiết kế  $H(\omega_i)$ , ta có thể quyết định được độ lớn từng thành phần tần số tín hiệu ra

# Hệ thống trong miền tần số

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Lowpass, Highpass, Bandpass filter, Bandstop filter

### ■ Lowpass filter (Bộ lọc thông thấp)

$$H(\omega) = \begin{cases} \neq 0 & \omega < \omega_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

### ■ Highpass filter (Bộ lọc thông cao)

$$H(\omega) = \begin{cases} \neq 0 & \omega > \omega_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

### ■ Bandpass filter (Bộ lọc thông dải)

$$H(\omega) = \begin{cases} \neq 0 & \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

### ■ Bandstop filter (Bộ lọc chặn dải)

$$H(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ \neq 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

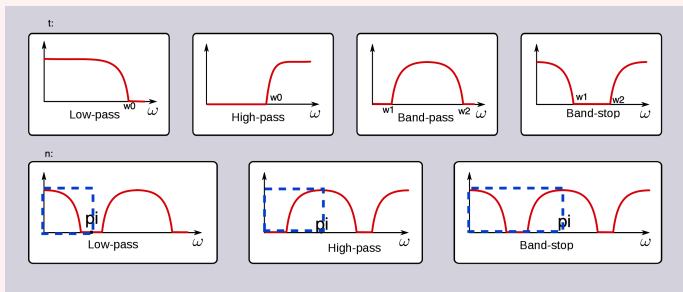
■ Biến t:  $\omega$  chạy từ  $-\infty \rightarrow \infty$ , biến  $\theta$  chạy từ  $-\pi \rightarrow \pi$

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Filters





# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

Đáp ứng tần số:

Cho hệ thống có đáp ứng tần số:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < 4\pi \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Xác định đáp ứng đầu ra của hệ thống với tín hiệu vào:

$$x(t) = 3\cos(2\pi t) + 6\sin(5\pi t)$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

■ Phân tích-tổng hợp:

■  $x(t) = 3\cos(2\pi t) + 6\sin(5\pi t) =$   
 $\frac{3}{2}e^{j2\pi t} + \frac{3}{2}e^{-j2\pi t} - 3je^{j5\pi t} + 3je^{-j5\pi t}$

■  $e^{j2\pi t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(2\pi)e^{j2\pi t}, e^{-j2\pi t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(-2\pi)e^{-j2\pi t}$

■  $e^{j5\pi t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(5\pi)e^{j5\pi t}, e^{-j5\pi t} \xrightarrow{\text{LTI}} H(-5\pi)e^{-j5\pi t}$

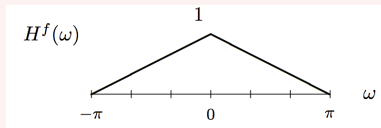
■  $y(t) = \frac{3}{2}H(2\pi)e^{j2\pi t} + \frac{3}{2}H(-2\pi)e^{-j2\pi t} - 3jH(5\pi)e^{j5\pi t} +$   
 $3jH(-5\pi)e^{-j5\pi t}$

■ Thay số:

$$y(t) = \frac{3}{2}H(2\pi)e^{j2\pi t} + \frac{3}{2}H(-2\pi)e^{-j2\pi t} = 3\cos(2\pi t)$$

## Đáp ứng tần số:

Cho hệ thống có đáp ứng biên độ tần số có dạng:



$H(\omega)$  là số thực, pha bằng 0.

Xác định đáp ứng đầu ra của hệ thống với tín hiệu vào:

$$x(n) = 1 + \cos(0.3\pi n + \pi/4)$$

# Examples

Signals &  
Systems

NGUYEN  
Hong Thinh

Đáp ứng  
tần số  
(frequency  
response)

Tính chất  
của đáp  
ứng tần số

Examples

## Đáp ứng tần số:

■ Phân tích-tổng hợp:

■  $x(n) = 1 + \cos(0.3\pi n + \pi/4) =$   
 $e^{j0n} + \frac{1}{2}e^{j0.3\pi n}e^{j\pi/4} + \frac{1}{2}e^{-j0.3\pi n}e^{-j\pi/4}$

■  $e^{j0n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(0\pi)e^{j0n} = H(0),$

■  $e^{j0.3\pi n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(0.3\pi)e^{j0.3\pi n},$

■  $e^{-j0.3\pi n} \xrightarrow{\text{LTI}} H(-0.3\pi)e^{-j0.3\pi n},$

■  $y(t) =$   
 $H(0) + \frac{1}{2}e^{j\pi/4}H(0.3\pi)e^{j0.3\pi n} + \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}H(-0.3\pi)e^{-j0.3\pi n}$

■ Thay số:  $H(0) = 1; H(0.3\pi) = 0.7$

■  $y(t) = 1 + \frac{1}{2}.0.7e^{j0.3\pi n}e^{j\pi/4} + \frac{1}{2}0.7e^{-j0.3\pi n}e^{-j\pi/4} =$   
 $1 + 0.7\cos(0.3\pi n + \pi/4)$