

《空间机器人动力学模型》说明

弓铎

2018 年 3 月 5 日

空间机械臂动力学模型，根据 Matlab 语言 SpaceDyn 编写

- Python3.6
- 只完成前向动力学
- 某些变量（构型变量）的存储下标并未从零开始，待标准化
- 关节类型只考虑转动关节（rotational），未处理平动关节
- 使用多维数组时，多次强制进行形状转换（reshape），可能导致不易察觉的错误，待改进

0. 变量说明 (self)

1. 构型相关：（connect 相关变量存储下标存在问题，并未从 0 开始）
 - link_num: 连杆数目 n ，编号从 0 到 $n-1$ ，其中，0 为基座
 - connect_lower: 低连接， $1 \times n - 1$ 数组，connect_lower[i] 表示编号 $i+1$ 连杆的低连接编号
 - connect_upper: 高连接， $n - 1 \times n - 1$ 数组
 - connect_end, connect_base: 是否与末端、基座相连（1 是，0 否）
2. inertia: 惯量矩阵， $n \times 3 \times 3$ 数组，第一下标表示连杆编号
3. mass: 质量，分别为连杆质量
4. q_from_Bi_to_i: 连杆姿态，为坐标系 \sum_{Bi} 到坐标系 \sum_i 的欧拉角变换
5. link_vector: 连杆矢量， $n + 1 \times n + 1 \times 3$ 数组，意义如图

1. 方向余弦和坐标变换

1. 坐标系定义：原点固连在关节上， z 轴为关节旋转轴（关节角 q 相关），其余定义可由 self.q_from_Bi_to_i 和 self.link_vector 确定
2. 方向余弦，采用如下定义：

$$\begin{aligned}\left\{\sum_i\right\} &= {}^iC_{i-1}\left\{\sum_{i-1}\right\} \\ &= [C_3(q_i)C_3(\gamma_i)C_2(\beta_i)C_1(\alpha_i)]^T\left\{\sum_{i-1}\right\}\end{aligned}$$

3. 坐标变换: ${}^I A_i = C_i^T$

2. 运动学

1. 计算坐标变换 $A = \text{calc_coordinate_transform}(A_0, q)$

$$\begin{aligned} A_i &= A_{B_i} \cdot {}^i C_{B_i}^T \\ &= A_{B_i} \cdot (C_z(\gamma + q_i) C_y(\beta) C_x(\alpha))^T \end{aligned}$$

2. 计算连杆位置 $R = \text{calc_position}(R_0, A, q)$

$$R_i = R_{B_i} + A_{B_i} \cdot l_{B_i, i} - A_i \cdot l_{i, i}$$

3. 计算连杆速度 $v, \omega = \text{calc_velocity}(A, v_0, \omega_0, q, \dot{q})$

$$\begin{aligned} \omega_i &= \omega_{B_i} + (A_i \cdot e_z) \dot{q}_i \\ v_i &= v_{B_i} + \omega_{B_i} \times (A_{B_i} \cdot l_{B_i, i}) - \omega_i \times (A_i \cdot l_{i, i}) \end{aligned}$$

4. 计算连杆加速度

3. 前向动力学

系统动力学方程写作:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_b & \mathbf{H}_{bm} \\ \mathbf{H}_{bm}^T & \mathbf{H}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_b \\ \ddot{\mathbf{\Theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_b \\ \mathbf{c}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_b \\ \boldsymbol{\tau}_m \end{bmatrix}$$

1. 计算惯量矩阵