PRIEUR DE LA COMBLE
Martin

PL1
2013

11,

DE Algèbre linéaire

1) $AX = 0 \iff \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$

$\iff \begin{cases} x - y = 0 \\ -2x + 2y = 0 \end{cases} \iff x = y$

2

$S = (x, x)\ ,\ x \in \mathbb{R}.$

2) Une base de F est ~~vect~~ $\{(1,1)\}$ 2

3) dim F ~~vaut~~ 2.

4) $\alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$\iff \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = x \\ \beta = y \\ \alpha - \gamma = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = x - y \\ \beta = y \\ \gamma = x - y - z \end{cases}$$

!

5) Une famille libre de n vecteurs génère un EV de dimension n.

6) $S + P = B$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

11) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2

12) ~~Si f est libre alors f est bijective.~~

Le vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ vérifie bien $f = \vec{0}$.

et $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{vmatrix}$

$= 1 \times (-1)^2 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$

donc f est libre et donc bijective.

7) 1