12 + 1 = 13

PRIEUR DE LA COMBLE
Martin

PL1
2013

13,

1) $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{3}{2(n+1)+5} \times \frac{2n+5}{3}$

1 $= \frac{2n+5}{2(n+1)+5}$

$2(n+1) > 2n$
$\Leftrightarrow 2(n+1)+5 > 2n+5$

donc $\cancel{\frac{U_{n+1}}{U_n} < 0}$ donc la suite U_n est décroissante.

3) $\lim_{x \to -\infty} e^x - 3x$

1

$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to -\infty} e^x = 0 \\ \lim_{x \to -\infty} -3x = +\infty \end{array}\right\}$ d'où $\lim_{x \to -\infty} e^x - 3x = +\infty$

5) $\int_2^3 \frac{1}{t \ln t} dt = \left[\ln(\ln(|t|))\right]_2^3$

3

$= (\ln(\ln 3)) - (\ln(\ln 2))$

B

3

6) $\int_0^3 (2+x)e^{-x}$. Posons $u=-e^{-x}$ $v=2+x$

$u'=e^{-x}$ $v'=1$

On a $\int_0^3 u'v = [uv]_0^3 - \int_0^3 uv'$

A.N. $\int_0^3 e^{-x}(2+x) = [(2+x)(-e^{-x})]_0^3 - \int_0^3 -e^{-x}$

$= [-2e^{-x}-xe^{-x}]_0^3 - [e^{-x}]_0^3$

$= (-5e^{-3}+2) - (e^{-3}-1)$

$= -6e^{-3}+3.$

8) $f(t)=0$

$\Leftrightarrow t^2 \sin\left(\frac{1}{t}\right)=0$

$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{1}{t}\right)=0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{t} = \pi(2k+1)$ avec $k\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow t = \frac{1}{\pi(2k+1)}$ avec $k\in\mathbb{R}$.

1 9) $h'(x) = 3x^2 - 1$

10) $3x^2 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 = 1$

2

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ donc $h'(x)$ s'annule en $\sqrt{\frac{1}{3}}$ et $-\sqrt{\frac{1}{3}}$

ou $x = -\sqrt{\frac{1}{3}}$

11)

x	-2		$-\sqrt{\frac{1}{3}}$		$\sqrt{\frac{1}{3}}$		2
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	-6	$\nearrow$	$\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^3 + \sqrt{\frac{1}{3}}$	$\searrow$	$\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^3 - \sqrt{\frac{1}{3}}$	$\nearrow$	1,1

2

7) On a $-\left|\sin\left(\frac{1}{t}\right)\right| \leq \sin\left(\frac{1}{t}\right) \leq \left|\sin\left(\frac{1}{t}\right)\right|$

donc $t^2\left(-\left|\sin\left(\frac{1}{t}\right)\right|\right) \leq t^2 \sin\left(\frac{1}{t}\right) \leq t^2 \left|\sin\left(\frac{1}{t}\right)\right|$

(vrai car $t^2 \geq 0$)

$\lim_{t \to 0} t^2\left(-\left|\sin\left(\frac{1}{t}\right)\right|\right) = 0$. $\lim_{t \to 0} t^2 \left|\sin\left(\frac{1}{t}\right)\right| = 0$

donc d'après le théorème des gendarmes :

$\lim_{t \to 0} f(t) = 0$.