

TD n°1 : L'atome

Partie 1 :

Question 1 :

Modèle de Bohr :

Représentation la plus simple possible de l'atome d'hydrogène :

2 particules :

- 1 proton p^+
- 1 electron e^-

Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Les protons ont une charge $+e$, et les électrons une charge $-e$.

Question a :

$$\begin{aligned}\vec{F}_a &= \frac{q_1 \times q_2}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{r^2} \times \vec{u} \\ |\vec{F}_a| &= F_a = \frac{|(-e)(+e)|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2 \times 8,9 \times 10^8}{r^2} \\ &= \frac{1}{r^2} \times 1,6^2 \times 10^{-19^2} \times 8,9 \times 10^8 \\ &\simeq \frac{1}{r^2} \times 2,56 \times 9 \times 10^{-29} \\ &\simeq \frac{1}{r^2} \times 23,04 \times 10^{-29} \text{ N} \simeq \frac{2,304 \times 10^{-28}}{r^2}\end{aligned}$$

Question b :

$$\begin{aligned}\vec{F}_g &= -G \frac{m_1 \times m_2}{r^2} \vec{u} \\ F_g &= \left| 6,674 \times 10^{-11} \times \frac{9,109 \times 10^{-31} \times 1,673 \times 10^{-27}}{r^2} \right| \\ &= \frac{1}{r^2} \times \underbrace{6,674}_{6,5} \times \underbrace{9,109}_{9} \times \underbrace{1,673}_{1,5} \times 10^{-69} \\ &\simeq \frac{87,75 \times 10^{-69}}{r^2}\end{aligned}$$

La force d'attraction gravitationnelle est donc négligeable par rapport à la force d'attraction coulombienne.

Question c :

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

Question d :

La relation fondamentale de la dynamique (RFD) à l'équilibre :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

Etant donné que la force gravitationnelle est négligeable :

$$\vec{F}_a + \vec{F}_c = \vec{0}$$

$$\text{Donc } |\vec{F}_a| = |\vec{F}_c|$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2}$$

Question e :

E_p : Energie potentielle de l'électron dans le champ électrique exercé par le noyau

$$E_p = -\underbrace{W}_{\downarrow} = -\int_{+\infty}^{re} \vec{F}_a \times \vec{dr} = \int_{+\infty}^{re} -F_a \times dr$$

Travail de \vec{F}_a pour amener l'électron de $+\infty$ à la distance re .

$$\begin{aligned} E_p &= \int_{+\infty}^{re} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{+\infty}^{re} \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{+\infty}^{re} \\ &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{re} - \frac{1}{+\infty} \right] \\ &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

Question f :

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

Dans la question d, on a démontré que $r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2}$

$$\text{Donc } E_c = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Question g :

Relation de Broglie :

$$\underbrace{p}_{\substack{\text{quantité} \\ \text{de} \\ \text{mouvement}}} = mv = \frac{h}{\lambda}$$

Question h :

Hypothèse de Bohr : $2\pi r = n\lambda$

$$\begin{aligned}\text{On sait que : } r &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \\ &= \frac{n\lambda}{2\pi} \\ m v &= \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m v}\end{aligned}$$

$$\text{Donc } r = \frac{n h}{2\pi m v} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2}$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{e^2}{2\epsilon_0 n h} \Leftrightarrow v^2 = \frac{e^4}{4\epsilon_0^2 n^2 h^2}$$

$$r = \frac{e^2 4\epsilon_0^2 n^2 h^2}{4\pi\epsilon_0 m e^4} = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}$$

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$$

Résumé début année :

Atome d'hydrogène :

L'énergie de l'e⁻ est quantifiée :

$$\text{En : } \frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)}$$

$$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

n est le nombre quantique principal

En réalité, l'électron est caractérisé par 4 nombres quantiques :

- n qui définit une couche
- nombre quantique secondaire « l »

$0 \leq l \leq n - 1$ qui définit une sous-couche

- nombre quantique magnétique « m »

$$-l \leq m \leq +l$$

- Nombre quantique de spin

$$s = \pm \frac{1}{2}$$

Pour un atome à plusieurs électrons, on remplit par ordre d'énergie croissante, soit à (n+l) croissant.

Règle de Pauli :

Dans la même case, on ne peut pas trouver 2 électrons par 4 nombres quantiques identiques

Or, une case est définie par 3 nombres (n, l, m).

Donc, les électrons différents, dans une même case, par le nombre q de spin, qui ne peut prendre que 2 valeurs → nombre d'électrons maxi/case = 2

Partie 2 :

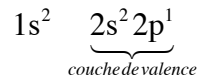
Question 1 :

Bore (B)

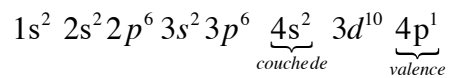
$Z = 5$ = nombre de protons dans le noyau.

Dans un atome neutre, l'atome possède 5 électrons

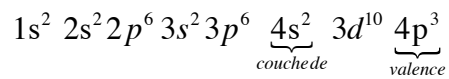
Configuration électronique du Bore :



Configuration électronique du Gallium :



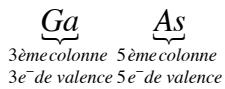
Configuration électronique du Silicium :



TD n°2 : Les structures cristallines

Partie 1 :

Question 1 :



Chaque atome réagit de telle façon à acquérir la structure électronique du gaz rare le plus proche soit 8 électrons de valence.

GaAs = semi conducteur III V

SiC = IV IV

Structure cristalline de Si :

Arrangement cubique à faces centrées d'atomes Si, dont la moitié des sites tétraédriques est occupée.

Cristal décrit par la maille élémentaire = entité la plus petite possible pour connaître et reconstituer l'ensemble du cristal

Pour dessiner un cristal cubique à face centré, on place :

- 1 atome à chacun des 8 sommets du cube
- 1 atome au centre de chacune des 6 faces

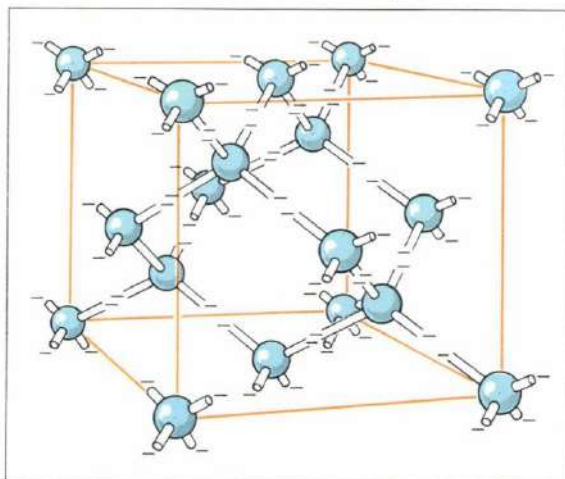
Pour définir les sites tétraédriques :

- Couper le cube en 8 petits cubes
- Le centre de chaque petit cube est un site tétraédrique

Ou pour définir les sites tétraédrique :

- Sur les $\frac{1}{4}$ et les $\frac{3}{4}$ des grandes diagonales du cube

Structure d'un fragment de cristal
de germanium ou de silicium.
(Semi-conducteur intrinsèque.)



Nombre d'atome par maille élémentaire :

$$8 \text{ sommets} \times \frac{1}{8}$$

$$6 \text{ faces} \times \frac{1}{2}$$

$$4 \text{ sites tétraédrique occupé} \times 1$$

Il y a donc $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} + 4 = 8$ atomes de Silicium par maille.

Le nombre d'atome par unité de volume est donc :

$$\frac{8}{a^3} = \frac{8}{(5,43 \times 10^{-10})^3} \approx \frac{10}{5^3 \times 10^{-30}} = \frac{10}{5} \times \frac{10^{30}}{5^2} = \frac{100}{25} \times 10^{28} = 8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$a = 5,43 \text{ \AA} = 5,43 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Question 2 :

Le GaAs est un cristal d'Arsenic dont la moitié des sites tétraédriques sont occupée par du Gallium.

$$\text{Nb As/maille} = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\text{Nb Ga/maille} = 4$$

Question 3 :

Plans cristallins ou famille de plans. On les nomme avec les indices de Miller (hkl) :

- Plan (hkl) est perpendiculaire au vecteur de coordonnées [h; k; l]

$$\text{Plan (hkl) coupe} \begin{cases} (Ox) \text{ en } \frac{1}{h} \\ (Oy) \text{ en } \frac{1}{k} \\ (Oz) \text{ en } \frac{1}{l} \end{cases}$$

Le plan (100) est le plan où $h = 1$ et $k=l=0$

Il y a donc $4 \times \frac{1}{4} + 1 = 2$ atomes par unité de surface.

Partie 2 :

La densité ou la compacité se calcule grâce à la formule :

$$\frac{\text{surface occupée par les atomes du plan}}{\text{surface du plan}}$$

Pour un plan (100) :

$$\begin{aligned} \text{densité} &= \frac{2\pi R^2}{a^2} \quad \text{or } 4R = a\sqrt{2} \rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{2\pi \times 2a^2}{16a^2} = \frac{\pi}{4} \approx \frac{3}{4} \approx 75\% \end{aligned}$$

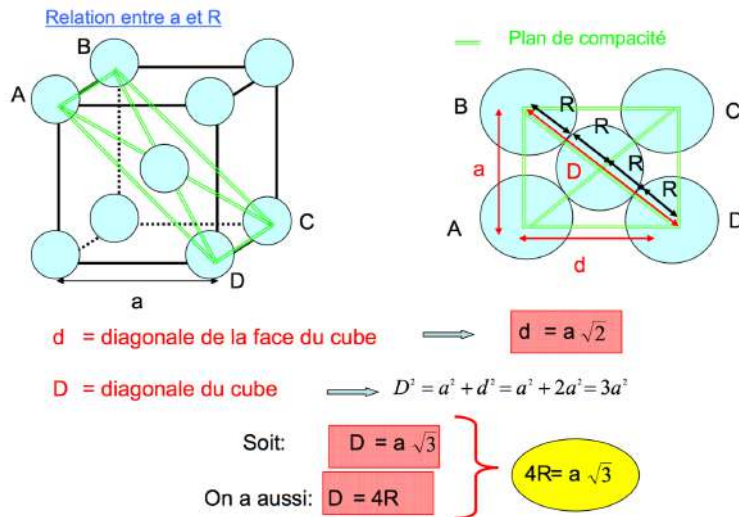
Pour un plan (111) :

Nombre d'atome par plan : $3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{6} = 2$

$$\text{densité} = \frac{2\pi R^2}{0,25 \left((a\sqrt{2})^2 \sqrt{3} \right)} = \frac{2\pi R^2 \times 4}{(a\sqrt{2})^2 \sqrt{3}} = \frac{8\pi R^2}{16R^2 \sqrt{3}} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \approx \frac{3}{3,5} \approx \frac{85}{100}$$

a est la taille de maille

R = rayon de l'atome



TD n°3 : Semi-conducteurs intrinsèques, n et p

Rappel TD n°1:

L'énergie de l'électron de l'atome d'hydrogène est quantifiée et ne peut prendre que des valeurs discrètes.

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

Rappel TD n°2 :

Solide = beaucoup d'atomes polyélectroniques. On ne parle plus de niveaux mais de bandes d'énergie. À la température de 0 Kelvins, deux bandes d'énergie jouent un rôle particulier dans la détermination des propriétés électroniques du solide.

La dernière bande est complètement pleine : La bande de valence
Celle immédiatement au dessus est plutôt vide : la bande de conduction

Entre ces 2 bandes, on a la bande interdite : le gap

Les électrons de la bande de valence sont localisés et contribuent à la cohésion du solide.
Les électrons de la bande de conduction sont délocalisés et participent à la conduction du courant électrique.

À $t=0K$, 3 cas :

1. Bande de conduction partiellement remplie d'électrons susceptibles de participer à la conduction
→ Métaux, conducteurs
2. Bande de conduction vide, E_g important $> 2eV$ aucune électrons ne conduit le courant
→ Isolant
3. Bande de conduction vide mais gap $< 2eV$. L'apport d'énergie thermique kT ou lumineuse $h\nu$ permet de promouvoir 1 électron de la bande de valence vers la bande de conduction.
→ Semi-conducteurs = Isolant à 0K, la conductivité augmente si la température augmente

Niveau de Fermi :

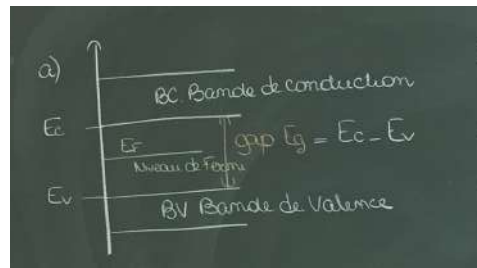
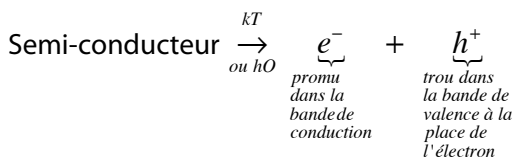
Niveau d'énergie occupé le plus élevé :

- Dans la bande de conduction (conducteur)
- Au milieu du gap (isolant ou semi-conducteur)

Partie 1 :

Question a :

Semi-conducteur intrinsèque (non dopé)



Question b :

n = conducteur d'électron dans la bande de conduction

p = conducteur de h^+ dans la bande de valence

Conducteur intrinsèque en porteur de charges, n_i définie par :

$$n_i^2 = n \times p$$

$$n_i^2 = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right) N_v \exp\left(\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

$$= N_c \times N_v \times \exp\left(\frac{E_f - E_c - E_f - E_v}{kT}\right)$$

$$= N_c \times N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right)$$

$$= N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

Partie 2 :

Silicium est un semi-conducteur intrinsèque (non dopé).

Les impuretés sont tous les atomes différents du Silicium

Question 1 :

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right) = N_c \exp\left(-\frac{\Delta E_n}{kT}\right) = N_c \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right) = N_v \exp\left(-\frac{\Delta E_p}{kT}\right) = N_v \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

Question 2 :

Pour le Silicium : $E_g = 1,12 \text{ eV}$ $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ $T_{\text{ambiante}} = 300 \text{ K}$

On calcule d'abord :

$$\exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) = \exp\left(-\frac{1,12 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \times 1,38 \cdot 10^{-23} \times 300}\right)$$

$$\approx \exp\left(-\frac{1,1 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \times 1,4 \cdot 10^{-23} \times 300}\right) \approx \exp\left(-\frac{1}{2 \times 3} 100\right) \approx \exp\left(-\frac{100}{6}\right) \approx \exp\left(-\frac{100}{5}\right) \approx e^{-20}$$

$$\approx \frac{1}{e^{20}}$$

$$e \approx 2,7$$

$$e^3 \approx 19,71 \approx 20$$

$$(e^3)^7 = e^{21} \approx 20^7 \approx 2^7 \times 10^7 \approx 128 \cdot 10^7$$

$$\frac{e^{21}}{e} = e^{20} \approx \frac{128 \cdot 10^7}{3} = 40 \cdot 10^7$$

$$\frac{1}{e^{20}} \approx \frac{1}{40 \cdot 10^7} \approx \frac{1}{4} 10^{-8}$$

On peut donc calculer n et p :

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$\simeq 2,82 \cdot 10^{19} \times 0,25 \cdot 10^{-8}$$

$$\simeq 2,8 \times 2,5 \times 10^{19} \times 10^{-9}$$

$$\simeq 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$\simeq 1,83 \cdot 10^{19} \times 0,25 \cdot 10^{-8}$$

$$\simeq 1,8 \times 2,5 \cdot 10^{10}$$

$$\simeq 4,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Question 3 :

ni = concentration intrinsèque en porteur de charge :

$$ni^2 \simeq n \times p$$

$$\simeq 7 \times 4,5 \cdot 10^{20}$$

$$\simeq 31,5 \cdot 10^{20}$$

$$\simeq 36 \cdot 10^{20}$$

$$ni \simeq 6 \cdot 10^{20}$$

Vu que ni est une caractéristique du semi-conducteur qui dépend de la température, on peut écrire :

$$ni = \sqrt{BC} \times T^{\frac{3}{2}} \times \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

Partie 3 :

Semi-conducteur extrinsèque (=dopé)

Le dopage est l'introduction de très faible quantité d'impuretés (atome différent du Silicium). Le but étant d'augmenter la conductivité électrique des semi-conducteurs sans élévation de température.

Question a :

Dans un semi-conducteur intrinsèque :

$$n = N \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right)$$

$$p = N \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

Donc $p = n = ni$

Question b :

Le dopage n a pour but de produire un excès d'électrons libres. Les porteurs de charges sont majoritairement des électrons.

L'atome de Silicium a 4 électrons de valence et peut donc engager 4 liaisons.

Le dopage N est donc l'introduction d'un élément de la 5ème colonne (5 électrons de valence).

Il y aura donc 4 électrons engagés dans des liaisons avec les atomes de Silicium

Et 1 électron faiblement lié à l'atome qui rejoint la bande de conduction.

Semi-conducteur type N, porteurs majoritairement d'électron.

$$n = Nd + ni$$

$$\text{Comme } Nd \gg ni \quad n \simeq Nd$$

On a aussi $Nd \gg p$

$$\text{Intrinsèque : } ni = n = Ne \exp\left(\frac{E_{fi} - E_c}{kT}\right)$$

$$\text{Extrinsèque (dopé N) : } Nd = n = Ne \exp\left(\frac{E_{fn} - E_c}{kT}\right)$$

$$\frac{Nd}{ni} = \frac{Ne}{Ne} \exp\left(\frac{E_{fn} - E_c}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_{fi} - E_c}{kT}\right)$$

$$= \exp\left(\frac{E_{fn} - E_{fi}}{kT}\right)$$

$$\ln \frac{Nd}{ni} = \frac{E_{fn} - E_{fi}}{kT}$$

$$\underbrace{kT}_{\text{positif}} \times \underbrace{\ln \frac{Nd}{ni}}_{Nd \gg ni \text{ donc positif}}$$

$$\text{Donc } E_{fn} > E_{fi}$$

Question c :

Le dopage p a pour but de créer un excès d'h⁺ par ajout d'un élément de la 3ème colonne.

Atome accepteur : il leur manque 1 électron pour engager 4 liaisons.

Ces atomes vont capter 1 électron dans le réseau et y laisser 1 trou h⁺.

Na atome dopant → Nah⁺

Dopage p : porteurs de charge majoritairement h⁺

$$Na + ni = p$$

$$Na \gg ni \text{ donc } p \approx Na$$

On a aussi $Na \gg n$

$$\text{Intrinsèque : } p = ni = Ne \exp\left(\frac{E_{fi} - E_v}{kT}\right)$$

$$\text{Extrinsèque (dopé P) : } Np = Na = Ne \exp\left(\frac{E_{fp} - E_v}{kT}\right)$$

$$\frac{Na}{ni} = \frac{Ne}{Ne} \exp\left(\frac{E_{fp} - E_v}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_{fi} - E_v}{kT}\right)$$

$$= \exp\left(\frac{E_{fi} - E_{fp}}{kT}\right)$$

$$\ln \frac{Na}{ni} = \frac{E_{fi} - E_{fp}}{kT}$$

$$E_{fp} = E_{fi} - kT \ln \frac{Na}{ni}$$

Partie 4 :

$$\text{Si dopé n : } Nd = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

Question 1 :

Hypothèses :

$$Nd \approx n = Ni + Nd$$

$$Nd \gg Ni$$

$$n \gg p$$

$$n = Nd = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

On sait que $ni^2 = n \times p$

$$\text{Donc : } p = \frac{ni^2}{Nd}$$

D'après Partie 2, question 3 : $ni = 6 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

$$\text{Donc } p = \frac{6^2 \times 10^{20}}{10^{18}} = 36 \times 10^2$$

On vérifie les hypothèses :

$$Nd \gg Ni$$

$$10^{18} \gg 10^{10}$$

$$Nd \gg p$$

$$10^{18} \gg 3600$$

Question 2 :

On a vu que :

$$\begin{aligned} E_{Fn} &= E_{Fi} + \underbrace{kT \ln \frac{Nd}{ni}}_{\text{positif}} \\ &= \underbrace{1,38 \times 10^{-23}}_{J.K^{-1}} \times \underbrace{298}_{K} \times \ln \frac{10^{18}}{6 \times 10^{10}} \\ &\quad \underbrace{\frac{\text{cm}^{-3}}{\text{cm}^{-3}}}_{\text{sans unité}} \\ &\approx 1,4 \times 10^{-23} \times 300 (\ln 10^{18} - \ln(6 \times 10^{10})) \\ &\approx 4,2 \times 10^{-21} \times (18 \ln 10 - \ln 6 - 10 \ln 10) \\ &\approx 4,2 \times 10^{-21} (8 \ln 10 - \ln 6) \\ &\approx 4,2 \times 10^{-21} (8 \times 2,3 - \ln 6) \\ &\approx 4,2 \times 10^{-21} \times 17 \\ &\approx 70 \times 10^{-21} = 7 \times 10^{-20} \text{ J} \\ &\approx 0,4 \text{ eV} \end{aligned}$$

Partie 5 :

Question 1 :

Hypothèses :

$$p \approx Na$$

$$Na \gg Ni$$

$$Na \gg n$$

$$p = Na = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{ni^2}{Na} = \frac{(6 \times 10^{10})^2}{10^{16}} = 3,6 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

On a vu que :

$$E_{Fp} = E_{Fi} + kT \ln \frac{ni}{Na}$$

$$\approx 1,38 \times 10^{-23} + 4,2 \times 10^{-21} \ln \frac{6 \times 10^{10}}{10^{16}}$$

$$\approx -0,3 \text{ eV}$$

TD n°4 : Dopage et conductivité

Rappels :

Conductivité électrique : σ (Sm^{-1}) (Siemens par mètre).

C'est l'aptitude d'un matériaux à laisser les charges électriques se déplacer librement soit à permettre le passage du courant électrique.

σ = inverse de la résistivité correspond à la conductance d'une portion de matériau de 1m de long et de section $1m^2$

= Rapport de la densité de courant par l'intensité du champ électrique

$$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$$

$$q = e$$

$$\mu = \text{mobilité des porteurs } (m^2V^{-1}s^{-1})$$

Partie 1 :

Question a :

SiC Si et C appartiennent tous les deux à la 4ème colonne, ils ont chacun 4 électrons de Valence.

Dopage à l'azote (N).

5ème colonne, donc 5 électrons de valence, soit 1 électron de plus que Si et C.

1 électron libre généré par atome d'azote \Rightarrow dopage type n

Question b :

$$\sigma_{25i} = 8 Sm^{-1} \text{ à } 25^\circ C$$

On souhaite obtenir $\sigma_{25n} = 1000 Sm^{-1} \text{ à } 25^\circ C$

$$\sigma_{25i} = e \times ni (\mu_p + \mu_n) \text{ car } ni = n = p$$

Semi conducteur dopé n à $25^\circ C$:

Hypothèses :

$$n \approx Nd$$

$$Nd \gg Ni$$

$$Nd \gg p$$

$$\sigma_{25n} = e \left(Nd\mu_n + \underbrace{p\mu_p}_{\text{negligeable}} \right)$$

$$\text{Donc } G_{25n} = eNd\mu_n$$

$$\rightarrow Nd = \frac{G_{25n}}{e\mu_n}$$

$$= \frac{1000}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,4}$$

$$= \frac{10^{22}}{0,8}$$

$$= 1,25 \times 10^{22}$$

Partie 2 :

Question b :

Hypothèses (dopage p) :

$$p \approx Na$$

$$Na \gg Ni$$

$$Na \gg n$$

$$\sigma_p = eNa\mu_p$$

$$\text{Donc } Na = \frac{Gp}{e\mu_p}$$

$$Na = \frac{200}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,04}$$
$$\approx 3 \times 10^{22}$$

$$N_{si} \approx 5 \times 10^{22}$$
$$\approx 5 \times 10^{28} m^{-3}$$

% de dopant :

$$\frac{3 \times 10^{22}}{5 \times 10^{28}} \approx 10^{-6} \approx 10^{-8} \%$$

Soit 1ppm

TD n°5 : Mobilité des porteurs de charge

Partie 2 :

SiC intrinsèque à 25°C, $\sigma = 85 \text{ cm}^{-1}$

Question a :

On cherche ni à 25°C

$$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$$

Dans un semi-conducteur intrinsèque : $n_i \approx n \approx p$

$$\sigma = e \times ni(\mu_n + \mu_p)$$

$$\begin{aligned} ni &= \frac{\sigma}{e(\mu_n + \mu_p)} \\ &= \frac{8}{1,6 \times 10^{-19} (4 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-2})} \\ &= \frac{8}{1,6 \times 6} \times \frac{1}{10^{-21}} \\ &\approx \frac{8}{10} \times 10^{21} \\ &\approx 8 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \\ &\approx 8 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

Question b :

A 200°C (473K)

Evolution de ni avec T :

$$\begin{aligned} ni &= AT^{\frac{3}{2}} \\ \frac{ni(473)}{ni(298)} &= \left(\frac{473}{298}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{1,12 \times 10^{-19}}{2 \times 1,38 \times 10^{-23}} \left(\frac{1}{473} - \frac{1}{298}\right)\right) \\ &= \frac{473}{298} \approx \frac{500}{300} \end{aligned}$$

Partie 3 :

σ augmente, quand la température augmente.

Si $E_g = 1,12 \text{ eV}$

$$\sigma(298) = 4,3 \times 10^{-4} \text{ Sm}^{-1}$$

On cherche $\frac{T}{\sigma(T)} = 200 \text{ Sn}^{-1}$

Cours : μ proportionnel à $\mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\frac{3}{2}}$

n et p sont proportionnels à $T^{\frac{3}{2}}$

$$\text{Donc } \sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma(298)} = \exp\left(-\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{298}\right)\right)$$

$$\text{On isole } \frac{1}{T} = \frac{1}{298} - \frac{2k}{E_g} \ln\left(\frac{\sigma(T)}{\sigma(298)}\right)$$

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} &= \frac{2 \times 1,38 \times 10^{-23}}{1,12 \times 1,6 \times 10^{-19}} \ln \frac{200}{4,3 \times 10^{-4}} \\ &\approx \frac{1}{300} - \frac{2 \times 10^{-23}}{10^{-19}} \ln \frac{2 \times 10^2}{4 \times 10^{-4}} \\ &\approx \frac{1}{300} - 2 \times 10^{-4} \left(\underbrace{\ln \frac{1}{2}}_{-\ln 2} + 6 \ln 10 \right) \\ &\approx 0,33 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-4} (-0,7 + 6 \times 2,3) \\ &\approx 33 \times 10^{-4} - 26,2 \times 10^{-4} \\ &\approx 6,8 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } T = \frac{1}{6,8} 10^4 \approx \frac{1}{10} 10^4 \approx 1000 \text{ K}$$

Partie 4 :

Question a :

Vitesse de dérive de l'électron dans le champ électrique :

$$\vec{v} = -\mu \vec{E} \text{ mobilité de l'électron}$$

L'électron se déplace dans le sens opposé au champ électrique.

Question b :

$$\underbrace{\vec{E}}_{\substack{\text{vecteur} \\ \text{Vcm}^{-1}}} = - \underbrace{\text{grad}}_{\substack{\text{opérateur} \\ \text{mathématique} \\ \text{vectoriel}}} \times \underbrace{V}_{\substack{\text{différence} \\ \text{de} \\ \text{potentiel}}}$$

On se place dans un système en une dimension (Ox).

$$\text{On peut donc écrire : } E_x = -\frac{dV}{dx}$$

$$\text{Et donc } E = \|\vec{E}\| = \frac{V}{d}$$

$$E = \frac{1}{4 \times 10^{-3}} = 250 \text{ Vcm}^{-1}$$

Question c :

$$\begin{aligned} v &= \mu E \\ &= 0,14 \times 250 \\ &= 35 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

Question d :

Temps de traversé de l'électron :

$$v = \frac{d}{t} \rightarrow l = \frac{d}{v} \rightarrow t = \frac{4 \times 10^{-3}}{35} = 0,11 \text{ ms}$$

Question e :

$$v(473K) \rightarrow \mu(473K) \text{ or } \mu(T) = \mu(T_0) \times \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\mu(473) = \mu(298) \times \left(\frac{473}{298} \right)^{-\frac{3}{2}}$$

Partie 5 :

Question a :

La loi représentant la diffusion est la loi de Fick

$$\underbrace{\vec{\Phi}}_{\text{flux de}} = - \underbrace{D}_{\substack{\text{coef de} \\ \text{diffusion} \\ \text{de l'espece} \\ (\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1})}} \underbrace{\vec{\text{grad}}}_{\text{concentration}} \underbrace{C}_{\text{de particules}}$$

$$\vec{\text{grad}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Pour des particules chargées q , on peut définir un courant par : $\underbrace{Jd}_{\substack{\text{courant de} \\ \text{diffusion}}} = -qD \vec{\text{grad}} n$

(analogue au courant de conduction $\vec{Jc} = qn\vec{v}$)

Si on se limite aux systèmes unidimensionnels le long de (Ox) :

$$Jdx = -qD \frac{dn}{dx} \underbrace{\vec{i}}_{\substack{\text{vecteur} \\ \text{unitaire} \\ \text{le long de} \\ (\text{Ox})}}$$

Question b :

Dans l'obscurité :

$$ni^2 = n \times p$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } p &= \frac{ni^2}{n} = \frac{(1,4 \times 10^{10})^2}{2 \times 10^{18}} = \frac{1,96 \times 10^{20}}{2 \times 10^{18}} \\ &\simeq \frac{2}{2} \times \frac{10^{20}}{10^{18}} \simeq 10^2 \simeq 100 \text{ trous.cm}^{-3} \end{aligned}$$

Question c :

Sous éclairage :

$$p_{tot} = \underbrace{p_i}_{\substack{\text{concentration} \\ \text{initiale en } h^+ \\ \text{en } x=0}} + \underbrace{p_e}_{\substack{\text{concentration} \\ \text{amenée par} \\ \text{l'éclairage}}}$$

$$p_{tot} = 10^2 + 10^6 \approx 10^6 \text{ cm}^{-3}$$

$10^2 \ll 10^6$: surpopulation locale en h^+ en $x = 0$

Question d :

$$p(x) = p(x=0) \exp\left(-\frac{x}{lp}\right)$$

(lp = longueur de diffusion des h^+ dans le semi-conducteur)

Question e :

$$\frac{p(x)}{p(x=0)} = \exp\left(-\frac{x}{lp}\right)$$

$$lp = -\frac{x}{\ln \frac{p(x)}{p(x=0)}} = \frac{x}{\ln \frac{p(x=0)}{p(x)}}$$

$$\text{Donc : } lp = \frac{10 \times 10^{-6}}{\ln \frac{10^6}{10^2}} = \frac{10^{-6}}{4 \ln 10} \approx \frac{10 \times 10^{-6}}{4 \times 2,3} \approx \frac{10 \times 10^{-6}}{9,2} \approx 10^{-6} \text{ cm} = 1 \mu\text{m}$$

Question f :

$$Dp = up \frac{kT}{e} (\text{cm}^2 \times \text{s}^{-1})$$

$$\begin{aligned} Dp &= 1900 \times \frac{1,38 \times 10^{-23} \times 298}{1,6 \times 10^{-19}} \\ &\approx \frac{19 \times 1,4 \times 3}{1,6} \times \frac{10^2 \times 10^{-23} \times 10^2}{10^{-19}} \\ &\approx \frac{19 \times 4,2}{1,6} = 50 \text{ cm}^2 \times \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Question g :

Courant de diffusion des h^+ :

$$\vec{j}_o = \vec{j}_h = -eDp \frac{dp(x)}{dx} \vec{i}$$

$$\text{Or, } p(x) = p(x=0) \times \exp\left(-\frac{x}{lp}\right)$$

$$\frac{dp(x)}{dx} = p(x=0) \times \left(-\frac{1}{lp}\right) \times \left(\exp -\frac{x}{lp}\right)$$

$$\rightarrow \vec{j}_h = -e \times D_p \times p(x=0) \times \left(-\frac{1}{lp}\right) \times \exp\left(-\frac{x}{lp}\right) \vec{i}$$

$$\begin{aligned}
j_h &= \frac{e \times D_p \times p(x=0)}{l_p} \exp\left(-\frac{x}{l_p}\right) \\
&= \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^{-4} \times 10^6}{10^{-6}} \exp\left(\frac{2\mu m}{1\mu m}\right) \\
&= 1,6 \times 50 \times 10^{-19} \times 10^{-4} \times 10^6 \times e^{-2} \\
&= 80 \times 10^{-11} \times \frac{1}{e^2} \\
&\simeq \frac{8}{7,3} \times 10^{10} \\
j_h &\simeq 10^{-10} \text{ Am}^{-2} \text{ (ampère par mètre)}
\end{aligned}$$

Question h :

Flux de trous pour $x = 2\mu m$

$$\Phi_p = \frac{j_h}{e} = \frac{10^{-10}}{1,6 \times 10^{-19}} \simeq \frac{10}{1,6} \times \frac{10^{-11}}{10^{-19}} \simeq 6 \times 10^8 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

TD 7 : Jonctions PN. Diode

Partie 1 :

On sait que
$$\begin{cases} \vec{v}_n = -\mu_n \times \vec{E} \\ \vec{v}_p = \mu_p \times \vec{E} \end{cases}$$

On a vu que $\vec{j} = q \times n \times \vec{v}$

Donc :
$$\begin{cases} \vec{j}_n = -e \times n \times \vec{v}_n \\ \vec{j}_p = e \times p \times \vec{v}_p \end{cases}$$

On en déduit que :
$$\begin{cases} \vec{j}_n = e \times n \times \mu_n \times \vec{E} \\ \vec{j}_p = e \times p \times \mu_p \times \vec{E} \end{cases}$$

Selon l'axe (Ox) :
$$\begin{cases} j_n x = e \times n \times \mu_n \times E_x \\ j_p x = e \times p \times \mu_p \times E_x \end{cases}$$

Partie 2 :

Question a :

j_p_diff : Densité du courant de diffusion

$$\begin{aligned} j_p_diff &= -e \times D_p \times \frac{dp(x)}{dx} \\ &= -e \times \mu_p \times \frac{kT}{e} \times \frac{dp(x)}{dx} \\ &= \mu_p kT \times \frac{dp(x)}{dx} \end{aligned}$$

Question b :

→ densité totale de courant de trous J_p

$$J_p = \underbrace{j_h}_{conduction} + j_p_diff$$

$$J_p = e \times p \times \mu_p \times E_x - \mu_p \times kT \times \frac{dp(x)}{dx}$$

* Diffusion :

La loi des mélanges suppose que les électrons vont vers le côté P et les trous (h^+) vont vers le côté N.

Durant la mise à l'équilibre, les électrons vont laisser des ions D^+ , et les trous vont laisser des ions A^- .

→ Formation d'une barrière de potentiel qui induit la formation d'un champ \vec{E} dirigé du + vers le -.

* Conduction :

Le champ \vec{E} s'oppose à la diffusion des espèces et la compense.

\vec{E} s'oppose au mouvement des électrons et des trous.

$$w_o = \text{largeur de la} \begin{cases} \text{zone des charges d'espace (ZCE)} \\ \text{zone dépeuplée} \\ \text{zone de déplétion} \end{cases}$$

A la jonction : il ne se passe rien (conduction compense diffusion), donc $J_p = 0$

Question c :

Le champ électrique \vec{E} dérive d'un potentiel : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} \times V$

Si on se limite à (Ox)

$$E_x = -\frac{dv(x)}{dx}$$

$$dv(x) = -E_x \times dx$$

$$\int_{-xa}^{+xn} dv(x) = v_\Phi = - \int_{-xa}^{+xn} E_x dx$$

Question d :

$$J_p = e \times \mu_p \times p \times E - \mu_p \times kT \times \frac{dp(x)}{dx} = 0$$

$$e \times \mu_p \times p \times E = \mu_p \times kT \times \frac{dp(x)}{dx}$$

$$E = \frac{kT}{e} \frac{dp(x)}{p(x)} \times \frac{1}{dx}$$

$$V_\Phi = \int_{-xa}^{+xn} -\frac{kT}{e} \times \frac{dp(x)}{p(x)} \times \frac{1}{dx} \times dx$$

$$= -\frac{kT}{e} \int_{-xa}^{+xn} \frac{dp(x)}{p(x)} = -\frac{kT}{e} [\ln p(x)]_{-xa}^{+xn}$$

$$= -\frac{kT}{e} \left[\underbrace{\ln p(xn)}_{\substack{\text{Si dopé N} \\ n=Nd \\ ni^2=n \times p}} - \underbrace{\ln p(-xa)}_{\substack{p(-xa) \\ \text{Si dopé P} \\ p(-xa)=Na}} \right]$$

$$ni^2 = Nd \times p(xn)$$

$$p(xn) = \frac{ni^2}{Nd}$$

$$\text{Donc } V_\Phi = -\frac{kT}{e} \left(\ln \frac{ni^2}{Nd} - \ln Na \right)$$

$$= -\frac{kT}{e} \ln \left(\frac{ni^2}{Nd \times Na} \right)$$

$$\begin{aligned}
\text{Donc } V_{\Phi} &= \frac{1,38 \times 10^{-23} \times 300}{1,6 \times 10^{-19}} \times \ln \left(\frac{10^{18} 10^{15}}{(1,45 \times 10^{10})^2} \right) \\
&\simeq \frac{1,4 \times 3}{1,6} \times \frac{10^{-23} \times 10^2}{10^{-19}} \times \ln \frac{10^{33}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 10^{20}} \\
&\simeq \frac{4,2}{1,6} \times 10^{-2} \times \ln \left(10^{13} \times \frac{4}{9} \right) \\
&\simeq 3 \times 10^{-2} \times [13 \ln 10 + \ln 0,5] \\
&\simeq 3 \times 10^{-2} \times [30 - 0,7] \\
&\simeq 3 \times 29,3 \times 10^{-2} \\
&\simeq 0,88V
\end{aligned}$$

Partie 2 :

Champ électrique moyen dans la ZCE :

$$E_0 = \frac{V_{\Phi}}{w_0} \quad (w_0 = \text{largeur de la ZCE})$$

$$E_0 = \frac{0,88}{0,96 \times 10^{-6}} \simeq 10^6 V \times m^{-1}$$

TD 8 : MOSFETs, Portes Logiques et Technologie CMOS

MOS = Metal Oxide Semi-conducteur

FET = Field Effect Transistor

= Transistor à effet de champ, c'est un transistor unipolaire (un seul type de porteur de charge)

≠ Transistors bipolaires (NPN, PNP)

= Utilise un champ électrique pour contrôler la forme et la conductivité d'un canal dans un semi-conducteur

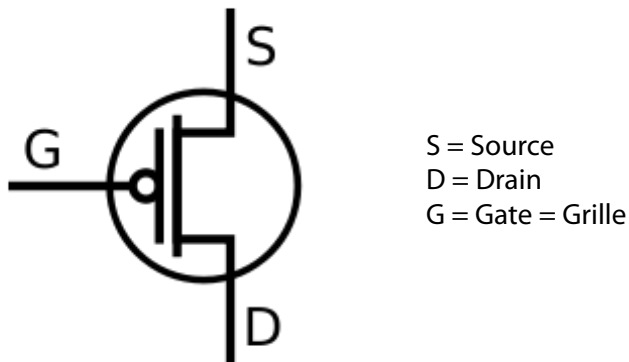
La présence de ce champ \vec{E} peut autoriser ou réduire la conduction électrique dans le canal (enrichissement ou appauvrissement).

But : Moduler le courant qui traverse le transistor à l'aide du potentiel appliqué à la grille

Partie 1 :

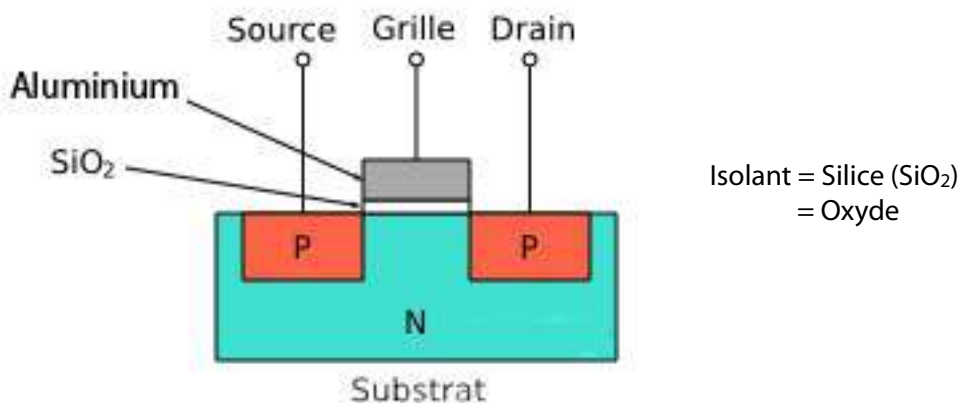
Question a :

Représentation schématique



Question b :

Schéma en coupe 2D



SiO_2 se forme naturellement à la surface des wafers de Si = couche de passivation protectrice

But : créer un courant de conduction entre la source et le drain

S et D sont très fortement dopé P par rapport au substrat faiblement dopé N.

Courant I_{SD} créé en appliquant un potentiel à la grille qui va induire le champ électrique de conduction.

Les porteurs libres du canal de conduction sont les même que ceux de Set D et de type opposé à B.

Canal = continuité électrique entre la Source et le Drain

Le substrat est relié à la masse.

Fonctionnement du PMOS en fonction de V_g

- * $V_g = 0$ état OFF PMOS bloqué
- * $V_g < 0$ état ON transistor devient passant
- * $V_g > 0 \rightarrow$ Les électrons à la jonction SC/oxyde vont être repoussés

Une zone de déplétion apparaît à la jonction SC/oxyde (e^- repoussés)

$V_g \searrow \quad V_g < V_{\text{seuil}}$

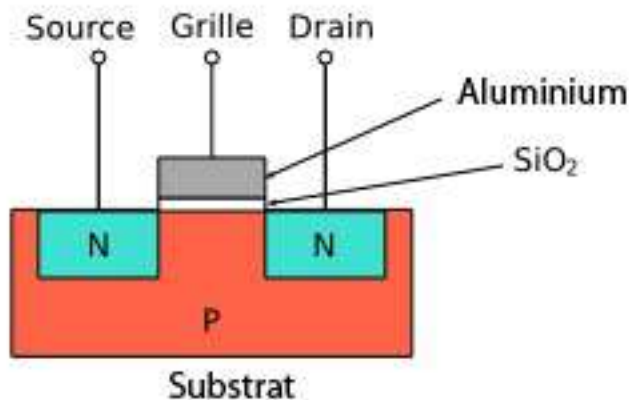
Zone d'inversion :

Zone où les porteurs de charge libres ne sont pas les porteurs mais du substrat. On a formé le canal.

Lorsque V_g devient trop négative, on a deux autres régimes

- * Pincement
- * Saturation (le transistor ne fonctionne plus)

$V_g > 0$ accumulation d'électron à la jonction SC/oxyde \rightarrow PMOS bloqué



$V_g \leq 0$ NMOS Bloqué
 $V_g > 0$ NMOS Passant

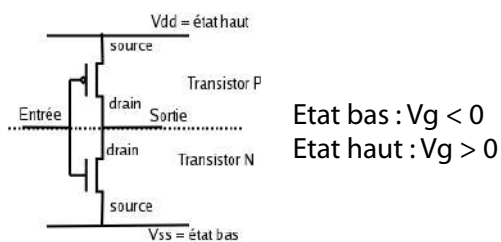
Partie 2 :

Question a :

CMOS = Complementary Metal Oxyde Semi-Conductor

Question b :

Inverseur CMOS = Porte NOT



Etat bas : $V_g < 0$
Etat haut : $V_g > 0$

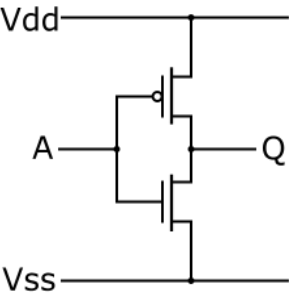
Partie 3 :

PORTE NOT

Question a :

a	\overline{a}
0	1
1	0

Question b :

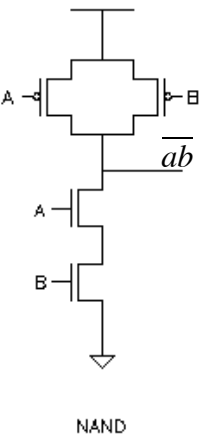


PORTE NAND :

Question a :

a	b	\overline{ab}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Question b :



PORTE NOR :

a	b	$\overline{a+b}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

