EFREI
ÉCOLE D'INGÉNIEUR
Diplôme d'ingénieur habilité par la CTI depuis 1957

Année 2015-2016

L'Information :

la Voix et l'Image

Travaux Dirigés

L'Information : la Voix et l'Image
Travaux Dirigés

Table des matières

Recommandations Générales :

- *Vous ferez les calculs avec des valeurs symboliques clairement définies, vous n'utiliserez les valeurs numériques données dans les énoncés que pour faire les applications numériques.*

- *Vous penserez à systématiquement vérifier la cohérence des résultats du point de vue des ordres de grandeur et des unités.*

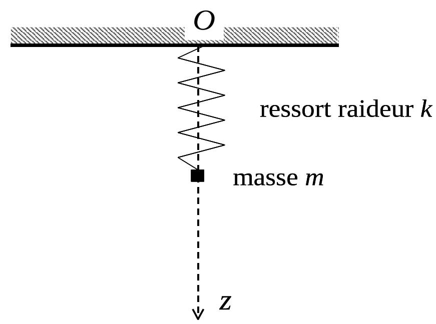
- *Un résultat numérique sans unité n'a aucune validité.*

- *A chaque fois que cela vous semblera utile, vous illustrerez vos raisonnements ou résultats par un schéma.*

TD 1 - Vibrations – Ondes

Exercice 1. **Le ressort – Oscillations harmoniques**

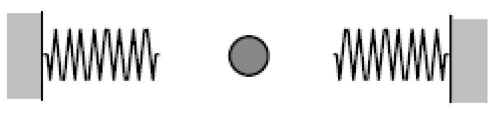
Soit une masse ponctuelle m égale à 1 gramme, attachée à un ressort vertical de raideur k (0.5 N.m^{-1}) et de longueur à vide l_0 = 10 cm. On prend g = 10 m.s^{-2}.



1. Faire un bilan des forces. En déduire l'allongement à l'équilibre statique. On note l_1 la longueur du ressort à l'équilibre.
2. A t = 0, la masse placée en z = 15 cm, puis lâchée sans vitesse initiale. Quelle est l'équation du mouvement de la masse ?
3. Quelle est la fréquence et la période des oscillations ?

Exercice 2. **Deux ressorts en série**

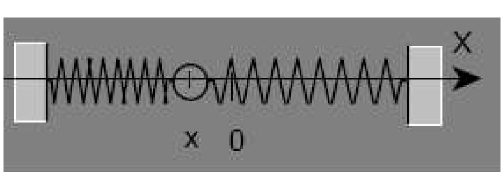
Deux ressorts de raideurs k, et chacun de longueur "à vide" l_0, sont accrochés à deux murs parallèles distants de 2 L > 2 l_0. On accroche les extrémités libres des ressorts à une masse M qui peut glisser sans frottements sur un plan Oxy horizontal.



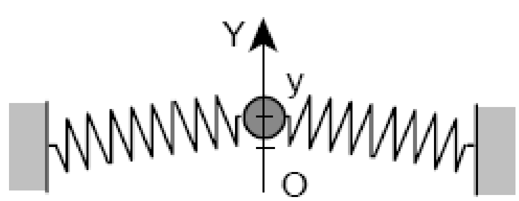
L'étude théorique du mouvement général d'une masse pouvant se déplacer sans restriction dans le plan est compliquée. On étudie pour simplifier seulement les deux cas représentés sur les figures a) et b).
Pour chacun de ces situations, on cherche à déterminer :
- si le mouvement est oscillatoire, et éventuellement sous quelle(s) condition(s) il est harmonique
- dans ce dernier cas, quelle est sa fréquence

a) Mouvement longitudinal : la masse est contrainte de rester sur l'axe Ox passant par les points d'accrochage.

b) A FAIRE A LA MAISON
Mouvement transversal : la masse est contrainte de rester sur l'axe Oy perpendiculaire aux ressorts et passant par la position d'équilibre. *Réponse :* $\ddot{y}(t)+\frac{2k}{m}\left(1-\frac{l_0}{\sqrt{L^2+y(t)^2}}\right)y(t)=0$



a)



b)

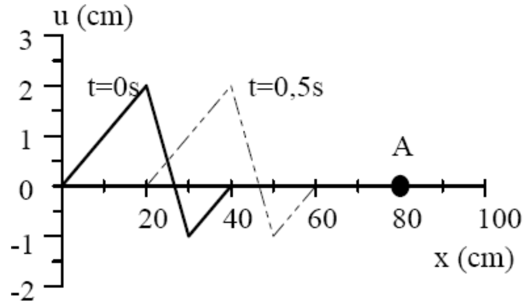
Exercice 3. **Ondes Progressives**

Une corde est excitée par un ébranlement transversal qui se propage le long de Ox à la vitesse v. Les formes de la corde à t = 0 et t = 0,5 s sont données sur les figures ci-contre.

1/ Déterminer la vitesse de propagation de l'onde.

2/ Représenter en fonction du temps le déplacement $u(x_A,t)$ du point A ainsi que la vitesse de déplacement $\dot{u}(x_A,t)$ du point A tel que x_A = 80 cm.

N.B.: Il est recommandé de résoudre le problème graphiquement.



Exercice 4. **Onde Gaussienne**

On étudie la propagation d'un ébranlement transversal sur une corde. Cet ébranlement se propage dans le sens des x croissants avec une vitesse v. A l'instant t = 0 s, la forme de la corde est donnée par: $u(x,0)=Ae^{-\alpha x^2}$. Donner l'expression de la forme $u(x,t)$ de la corde à un instant t. Représenter graphiquement cette corde aux instants t = 0 s et t = 0.3 s pour :

A = 1 cm, α = 0.5 cm^{-2}, v = 20 cm.s^{-1}.

TD 2 - Onde acoustique

Exercice 5. **Notion de longueur d'onde**

Un transducteur émet des ultrasons à 40kHz dans l'air. La célérité de cette onde est de 340m/s.

1. Quelle est la longueur d'onde correspondante ?
2. Calculer la période de l'onde. Quelle distance parcourt l'onde pendant une période ?
3. Le transducteur émet maintenant une onde à 15 kHz. S'agit-il d'ultrasons ? d'infrasons ? Rappeler le domaine de fréquences audibles pour l'homme. Que devient la vitesse de propagation ?

Exercice 6. **Le son du piano**

1. La hauteur d'un son est reliée à sa fréquence : plus celle-ci est élevée, plus le son est aigu. Calculer les longueurs d'onde correspondant aux fréquences maximale et minimale perçues par l'homme (on donne $c_{air} = 340\ m.s^{-1}$).

2. Par convention internationale, la fréquence du La3 des musiciens est fixée à 440 Hz. On définit par ailleurs l'octave comme l'intervalle de deux notes dont le rapport des fréquences vaut 2. L'octave se décompose en 12 demi-tons égaux, le rapport de fréquence entre deux demi-tons étant de 1,05946 (on remarquera que $1{,}0594612=2^{1/12}$). Quelle est la note correspondant à la fréquence 19,9 kHz ? (on donne les notes composant une octave : Do, Do#, Ré, Ré#, Mi, Fa, Fa#, Sol, Sol#, La, La#, Si).
A FAIRE A LA MAISON : note correspondant à 27.5Hz. *Réponse : La_{-1}*

Exercice 7. **Niveau acoustique**

1. Lors d'un concert en plein air, le public est disposé sur un parterre dont le premier rang est à 5 m et le dernier rang à 45 m de la scène. Calculer la différence de niveau sonore entre le premier et le dernier rang.

2. Vous organisez une conférence dans une salle de réunion. Cette pièce jouxte une salle de réception dans laquelle se tient un cocktail. Le mur mitoyen produit une atténuation de 20 dB. Lorsque 10 personnes se trouvent dans la salle de réception, on mesure dans celle-ci un niveau acoustique de 60 dB. On suppose que l'intensité du bruit est proportionnelle au nombre de personnes.
   a) Rappeler la relation liant le niveau acoustique en décibel et la surpression d'une part, l'intensité d'autre part (on rappelle que l'intensité est proportionnelle au carré de la surpression).
   b) Si on accueille 50 personnes dans la salle de cocktail, que devient le niveau acoustique dans la salle de réunion ?
   c) Quel nombre d'invités maximum faut-il accepter dans la salle de cocktail pour que le bruit produit ne dépasse pas 55dB dans la salle de conférences ?

3. A FAIRE A LA MAISON :
   Dans une salle, le bruit de fond est de 62 dB. Ce bruit a deux origines indépendantes : une ventilation et le bruit en provenance de la rue. Si on stoppe la ventilation, le niveau du bruit de circulation seul est de 57 dB. En déduire le bruit de ventilation.

Réponse : 60,3 dB.

TD 3 - Décomposition harmonique

Exercice 8. **Analyse de Fourier**

D'après Joseph Fourier, tout fonction $t \to f(t)$, périodique de pulsation ω (de période T), est décomposable en une somme discrète de sinusoïdes, sous la forme :

$$f(t) = a_0 + \sum_{1}^{\infty}\left[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\right]$$

avec $a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\tau)\cos(n\omega\tau)d\tau$ et $b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\tau)\sin(n\omega\tau)d\tau$

1. A FAIRE A LA MAISON :
Montrer que f peut également se décomposer en :

$$f(t) = a_0 + \sum_{1}^{\infty} u_n \cos(n\omega t + \varphi_n), \text{ et en : } f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega t}.$$

Quelles sont les relations entre φ_n, u_n et a_n, b_n ?

Quel est le lien entre c_n et φ_n, u_n? Que peut-on dire des coefficients c_n *et* c_{-n} si la fonction f est réelle *?*

2. On appelle **spectre d'amplitude** le module des coefficients de Fourier complexes c_n. On considère la fonction périodique de période T, définie sur $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ par :

$$f(t) = -1 \quad \text{pour } t \in \left[-\frac{T}{2}, 0\right]$$

et $$f(t) = 1 \quad \text{pour } t \in \left[0, \frac{T}{2}\right].$$

Calculer le spectre d'amplitude de cette fonction.

Comparer avec le spectre d'amplitude de la fonction $t \to \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$.

Exercice 9. **Corde Pincée – Corde frappée**

1. Modes propres d'une corde

Une corde de longueur L fixée à ses deux extrémités, en x = 0 et x = L, est tendue avec une tension T, et sa masse linéique est μ. Dans le cas le plus général, le déplacement transversal $u(x,t)$ de la corde se décompose sur les modes propres de la corde selon :

$$u(x,t) = \left(\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n \cdot \cos(\omega_n t) + b_n \cdot \sin(\omega_n t))\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_n x}{c}\right)$$

avec $\omega_n = n\,\omega_1$, où ω_1 est la pulsation du mode fondamental et a_n et b_n des constantes, qu'on peut déterminer à condition de connaître les conditions initiales.

A FAIRE A LA MAISON (questions a) b) c)):

a) Exprimer les profils initiaux de position $u(x, t = 0)$ et de vitesse $\partial u/\partial t\ (x, t = 0)$.

b) Multiplier $u(x,0)$ par $\sin(\frac{\omega_m x}{c})$, intégrer entre 0 et L, et montrer que l'intégrale est non nulle si et seulement si m = n. *Indication : Intégrer par partie*

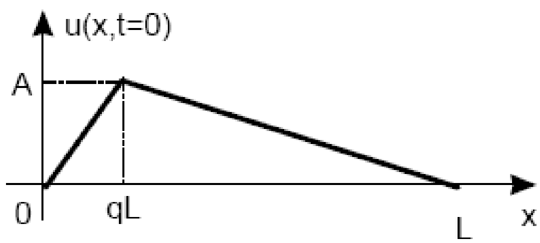
En déduire que : $a_n = \frac{2}{L} \int_0^L u(x,0) \sin(\frac{\omega_n x}{c}) dx$

c) Comment pourrait-on montrer que : $b_n = \frac{2}{\omega_n L} \int_0^L \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) \sin(\frac{\omega_n x}{c}) dx$?

2. Mouvement d'une corde pincée.

On écarte la corde de sa position d'équilibre en donnant au point de cote $x = q$L ($0 < q < 1$) un déplacement transversal A, et on l'abandonne dans cette position sans vitesse initiale.

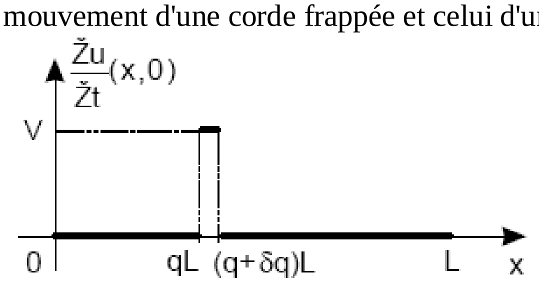
a) Écrire les fonctions $u(x,0)$ et $\partial u/\partial t(x,0)$.
b) Calculer les coefficients a_n et b_n. Commenter.
c) A FAIRE A LA MAISON : Peut-on choisir q de façon à éliminer l'harmonique de rang n ? Étudier le cas d'une corde pincée en son milieu.



3. Mouvement d'une corde frappée.

La corde étant dans sa position d'équilibre, le segment compris entre les abscisse $x = q$L et x = $(q+\delta q)$L (où $\delta q << 1$) est frappé par un marteau à l'instant $t = 0$. La percussion communique à ces points une vitesse initiale V, sans les déplacer. Les autres tronçons de la corde n'ont initialement ni déplacement ni vitesse.

a) Écrire les fonctions $u(x,0)$ et $\partial u/\partial t(x,0)$.
b) Calculer les coefficients a_n et b_n. Commenter.
c) Comparer les lois de décroissance, selon leur rang n, de l'amplitude des harmoniques contenues dans le mouvement d'une corde frappée et celui d'une corde pincée.



TD 4 - Phénomènes ondulatoires

Exercice 10. **Battements acoustiques**

Deux ondes sonores de même amplitude A mais de fréquences différentes f_1 et f_2 se superposent. On prendra $A = 1.10^{-2}$ Pa, $f_1 = 990$ Hz et $f_2 = 1010$ Hz. On supposera qu'en $t = 0$ les deux ondes sont en phase et sont toutes deux nulles.

1. Exprimer le déplacement total $y(t)$.
2. Faire apparaître dans $y(t)$ deux fréquences caractéristiques différentes de f_1 et f_2. Ces deux fréquences sont-elles audibles par l'homme ?
3. Tracer l'allure de $y(t)$, on utilisera pour cela le fait que l'une des 2 fréquences est très faible devant la deuxième.
4. Expliquer pourquoi le son de 30 violons jouant ensemble la même note n'est pas perçu de la même façon que le son d'un seul violon amplifié 30 fois.

On donne : $\sin(a)+\sin(b)=2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

Exercice 11. **Effet Doppler**

Un objet mobile M émet un signal sonore de période T en se déplaçant sur une droite d'équation $y = 0$ à la vitesse v. On notera c la vitesse de l'onde sonore. Un observateur immobile se trouve à l'origine O du repère.

1. Exprimer la période T' du son reçu par l'observateur en fonction de T, de c et de v, dans les deux cas suivants :
   a. le mobile se rapproche ;
   b. le mobile s'éloigne.

2. A FAIRE A LA MAISON
   Quelle vitesse doit rouler une ambulance dont la sirène émet les notes Sol-La pour que l'oreille perçoive La-Si ? On rappelle les rapports de fréquence dans la gamme :

Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

Exercice 12. **Coefficients de réflexion – transmission**

1. On donne le coefficient suivant, relatif à la réflexion ou transmission de l'intensité de l'onde entre deux milieux d'impédances acoustiques Z_1 et Z_2: $\frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2}$ S'agit–il du coefficient de transmission ou de réflexion ?
2. En déduire la valeur de l'autre coefficient.

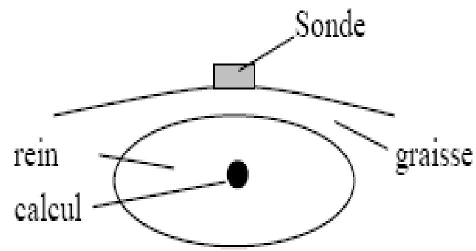
A FAIRE A LA MAISON :

3. Calculer T, puis la diminution du niveau sonore lorsqu'un son passe de l'air à l'eau ou du sol à l'eau. En déduire pourquoi, pour un pêcheur, il est important de ne pas bouger, même si il peut parler. *Réponses* :

ρ_{air} = 1,294 kg.m^{-3} ; ρ_{eau} = 1000 kg.m^{-3} ; ρ_{sol} = 2500 kg.m^{-3}
c_{air} = 330 m.s^{-1} ; c_{eau} = 1500 m.s^{-1} ; c_{sol} = 5000 m.s^{-1}

Exercice 13. **Imagerie d'un calcul rénal**

On cherche à localiser par échographie un calcul rénal, qui est un petit caillou dur et dense (de coefficient de compressibilité $\chi_c = 2.10^{-11}$ Pa^{-1} et de masse volumique $\rho_c = 2.10^3$ kg.m^{-3}) situé dans le rein ($\chi_r = 4{,}44.10^{-10}$ Pa^{-1}, $\rho_r = 10^3$ kg.m^{-3}). L'ensemble est derrière une couche de graisse ($\chi_g = 1{,}11.10^{-9}$ Pa^{-1}, $\rho_g = 0{,}9.10^3$ kg.m^{-3}).



1. Calculer les vitesses de propagation du son c_g dans la graisse, c_r dans le rein, c_c dans le calcul.
2. Calculer les impédances acoustiques Z_g de la graisse, Z_r du rein, Z_c du calcul.
3. Calculer les coefficients de réflexion en intensité R_{gr} à l'interface graisse-rein, et R_{rc} à l'interface rein-calcul.
4. On envoie à t = 0, à l'aide d'une sonde collée sur la peau par l'intermédiaire d'un gel, une onde ultrasonore très courte en direction du calcul. Deux échos sont détectés. A quoi correspondent-ils? Lequel est le plus fort ?

A FAIRE A LA MAISON :

5. L'écart temporel entre les deux échos est de τ = 20 μs. A quelle profondeur le calcul est-il situé dans le rein ? *Réponse :*

TD5 - Couleur et Image

Exercice 14.

a) Une banane paraît jaune aux yeux d'un observateur. Quelle couleur a été absorbée par les pigments de la banane ?
b) Un gilet dans la vitrine d'une boutique est de couleur magenta. Quelles couleurs ont été réfléchies par le gilet ?

A FAIRE A LA MAISON :

c) De quelle couleur paraîtraient les fruits suivants sous un éclairage cyan ?
   - Une pomme rouge
   - Un citron jaune
d) Quelle serait la couleur de la neige observée sous un éclairage cyan avec des lunettes teintées magenta?

Exercice 15.

On suppose que la puissance d'un faisceau laser émis est P = 2,5 mW et que le rayon du faisceau, quasi cylindrique à la sortie, est r = 0,4 mm.

1) Calculer la puissance surfacique J de ce faisceau.
2) La puissance surfacique du soleil sur la terre est J_S = 1 000 W/m². Comparer la puissance surfacique du soleil et la puissance surfacique du laser.

Exercice 16.

Une ampoule ponctuelle de puissance lumineuse 50mW rayonne dans toutes les directions une lumière jaune de longueur d'onde 600 nm . Un observateur se trouve à 100 m . On Considère que la pupille de son œil est un cercle de diamètre 3mm.

1) Calculez la puissance reçue par l'œil.
2) En déduire le nombre de photons reçus par l'œil en une seconde.

Exercice 17.

Pour chauffer une pièce d'un appartement, on se sert d'un radiateur cylindrique de rayon 1 cm et de 60cm de longueur. Ce radiateur rayonne comme un corps noir et émet une puissance de 1,2 KW.

1. Calculer sa température,
2. Calculer la longueur d'onde pour laquelle l'émission est maximale.

A FAIRE A LA MAISON :

3. Quelle devrait être sa température pour que cette longueur d'onde soit 2 μm ?
4. Quelle serait alors sa puissance dégagée ?

Exercice 18.

Un appareil photo dispose d'un capteur de 15 Mpixels. Les pixels sont carrés.

1. Le format du capteur étant 4:3, indiquer le nombre de lignes et de colonnes du capteur.
2. Quelle est la résolution d'une photo tirée au format 13 cm x 10 cm
3. Sur la carte mémoire de l'appareil photo, d'une capacité de 8 Go, les photos sont stockées en couleurs vraies (1 octet par couleur primaire), et compressées au format jpeg. Le taux de

compression moyen étant de 20:1, combien de photos peut-on en moyenne conserver sur la carte-mémoire ?

A FAIRE A LA MAISON :

4. On donne le code RGB de quelques pixels choisis au hasard. Indiquer pour chacun de ceux-ci la couleur, en précisant éventuellement clair ou foncé :

a. (255, 255, 255) b. (50, 50, 50) c. (255, 0, 0) d. (110, 110, 0)