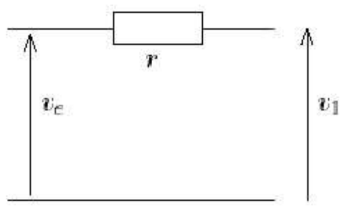
TD 1 : La modélisation des systèmes électriques en transmission

Partie 1 : Modélisation externe globale d'un système élémentaire de transmission

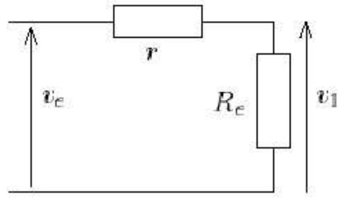
Question 1 :

Quadripôle A dit idéal :

Quadripôle B :



Quadripôle C (diviseur de tension) :

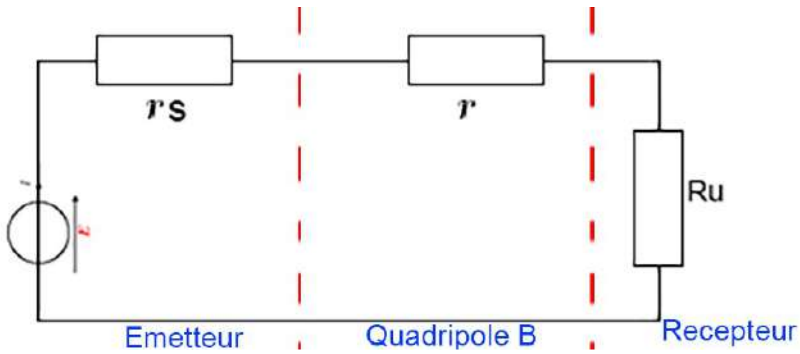


Question 2 :

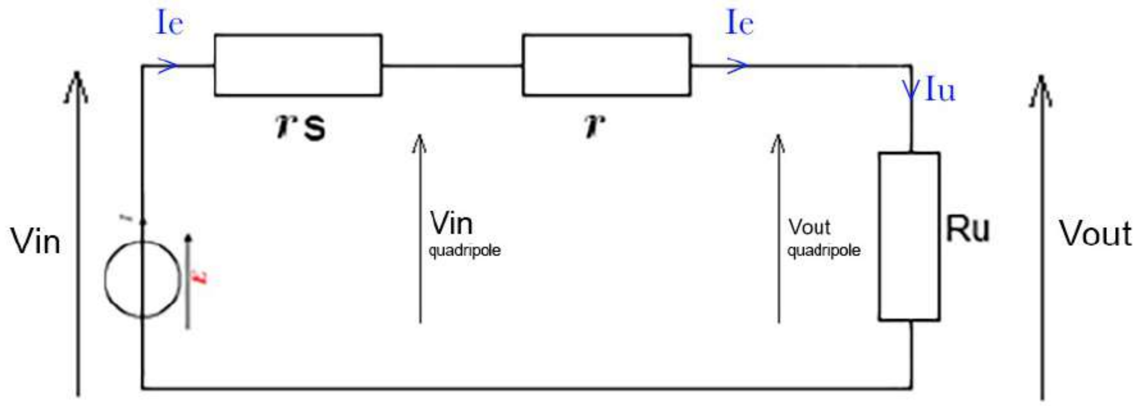
B est équivalent à A si $r = 0$ (ne freine aucun courant). Elle sera assimilé à un fil.
C est equivalent à A si $r = 0$ (assimilé à un fil) et $R_2 = \infty$ (assimilé à un circuit ouvert)

Question 3 :

La chaine de transmission en utilisant le quadripôle B.



Partie 2 : La détermination des caractéristiques d'une transmission / d'un quadripôle de transmission



$V_{in} = E$

Question 1 : Calcul du gain en tension (Facteur en tension) de la chaine totale

On exprime le gain en tension :

$$G_{vb} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\cancel{E}\dfrac{R_u}{R_s + R + R_u}}{\cancel{E}} = \frac{R_u}{R_s + R + R_u}$$

Dans le modèle A, $R = 0$, donc $G_{va} = \dfrac{R_u}{R_s + R_u}$

Donc $G_{va} > G_{vb}$

Question 2 : Calcul du gain en puissance intrinsèque de la chaine totale de transmission

$$\eta_{chaine\,B} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{V_{out} \times I_u}{V_{\text{in}} \times I_e} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_u}{R_s + R + R_u}$$

Dans le modèle A, $R = 0$, donc $\eta_{chaine\ A} = \dfrac{R_u}{R_s + R_u}$

Donc $\eta_{chaine\ A} > \eta_{chaine\ B}$

Ainsi, le rendement avec quadripôle idéal est toujours meilleur que le rendement de quadripôles en série.

Question 3 : Calcule du gain en puissance intrinsèque du quadripôle

$$\eta_{quadripole\ B} = \underbrace{\frac{P_{out\ qdp}}{P_{in\ qdp}}}_{\substack{P=\frac{U^2}{R} \\ P=\frac{R}{I^2}}} = \frac{V_{out\ qdp} \times \cancel{I_u}}{V_{in\ qdp} \times \cancel{I_e}} = \underbrace{\frac{V_{out}}{V_{in\ qdp}}}_{\substack{\text{on obtient} \\ \text{par pont} \\ \text{diviseur de} \\ \text{tension}}} = \frac{\dfrac{R_u \times E}{R_s + R + R_u}}{\dfrac{(R + R_u)E}{R_s + R + R_u}} = \frac{R_u}{R + R_u}$$

Dans le modèle A, $R = 0$, donc $\eta_{quadripole\ A} = \dfrac{R_u}{R_u} = 1$

Conclusion : Le rendement est strictement inférieur à 100% car toute ligne à des pertes dues aux résistances parasites

Question 4 : Calcul du gain en puissance apporté par le quadripôle à la chaine

$$\eta_p = \frac{P_{avec\ qdp}}{P_{sans\ qdp}} = \frac{\dfrac{(V_{u\,avec\,qdp})^2}{R_u}}{\dfrac{(V_{u\,sans\,qdp})^2}{R_u}} = \frac{(V_{u\,avec\,qdp})^2}{(V_{u\,sans\,qdp})^2} = \frac{\left(\dfrac{R_u \times E}{R_s + R + R_u}\right)^2}{(R_s + R + R_u)^2} = \frac{(Ru \times E)^2}{(R_s + R + R_u)^2} \times \frac{(R_s + R_u)^2}{(Ru \times E)^2} = \frac{(R_s + R_u)^2}{(R_s + R + R_u)^2}$$

Conclusion :

$$\eta_{p\ B} = \frac{(R_s + R_u)^2}{(R_s + R + R_u)^2}$$

Avec le quadripôle A : $R = 0$

Donc $\eta_{p\,A} = \dfrac{\left(R_s + R_u\right)^2}{\left(R_s + R_u\right)^2} = 1$

Partie 3 : Récupération de la puissance maximale

Question 1 :

Cas de Ru très petit ($Ru \to 0$) :

$$Pu = \underbrace{Vu}_{0} \times Iu \quad \to 0$$

$$\underbrace{Vu}_{0} = Ru \times Iu$$

Cas de Ru très grand ($Ru \to \infty$) :

$$Pu = Vu \times Iu \quad \to 0$$

$$Iu = \frac{Vu}{Ru} \quad \to \infty$$

Cas de Ru adapté :

$$Ru = Rth = \left(Rs + rq\right) / / rp$$

Pour adapter en impédance la puissance reçue par Ru est maximale quand Ru à la même valeur que la résistance de Thévenin.

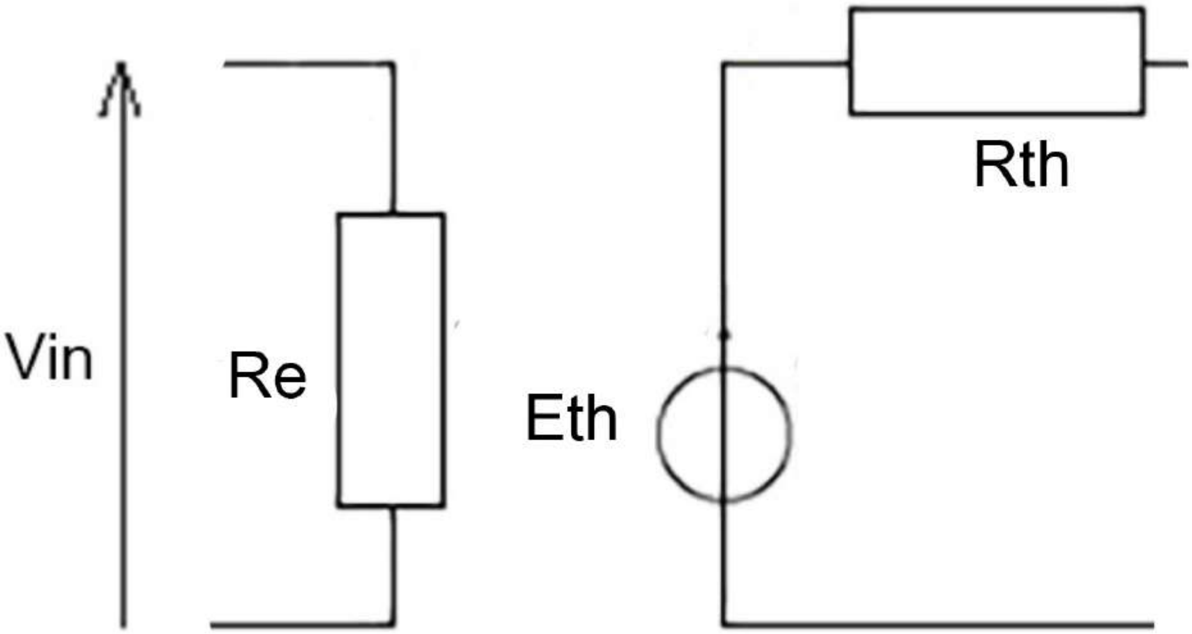
On aura donc : $\begin{cases} Vu = Ru \times Iu \\ Iu = \dfrac{Vu}{Ru} \\ \Rightarrow Pu = maximal \end{cases}$

TD 2 : La fonction amplification

Partie 1 : L'amplification d'une information à valeurs continues

Question 1 :

Modèle simplifié : Il y a en entrée consommation de courant proportionnel à Vin.

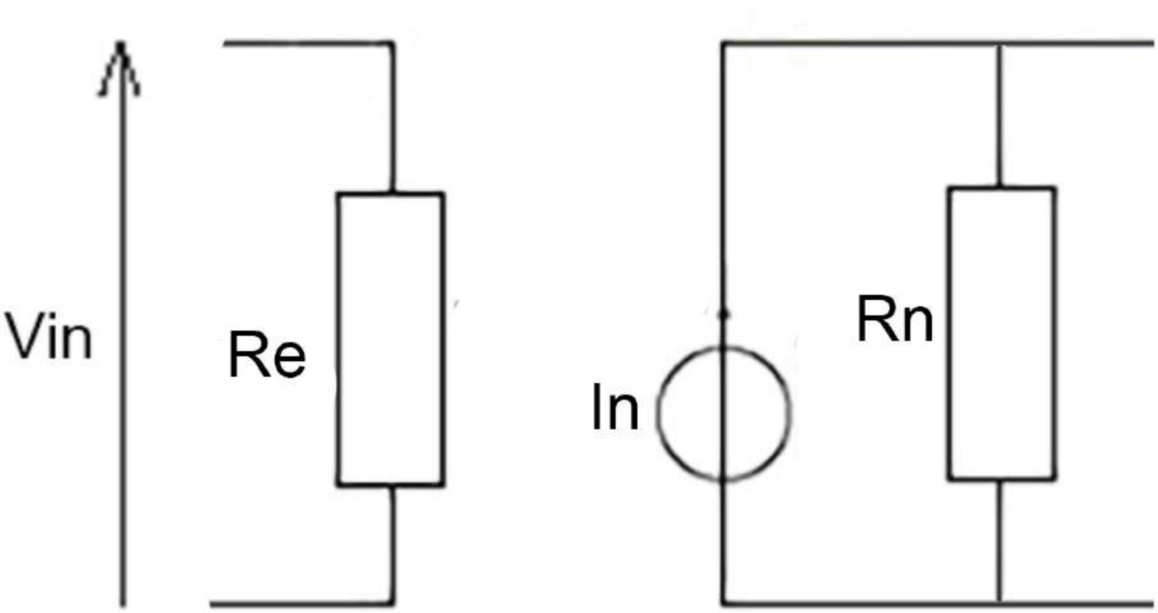


Cas d'un ampli à sortie tension :

$$Eth = K \times Vin \Rightarrow K = \frac{Eth}{Vin}$$

K est le gain

Cas d'un ampli sortie en courant :



$In = H \times Vin$
H est une transductance en en Siemens.

Dans le cas d'un ampli idéal :

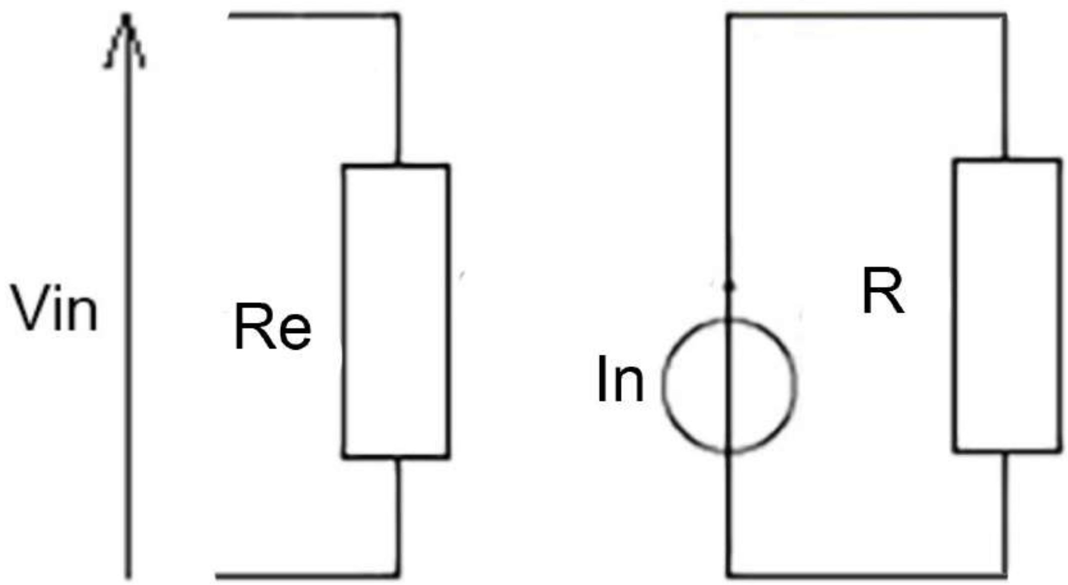
$I_e = \frac{Vin}{\mathrm{Re}}$ $\quad Is = \frac{Eth}{Rth}$ $\quad A = \frac{Is}{Ie}$

Re est infinie (elle est assimilable à un circuit ouvert).
Rth est nulle (assimilable à un court circuit).

Un ampli idéal possède une impédance d'entrée très grande et une impédance de sortie très petite.
Dans le cas d'un ampli sortie en courant : Re et Rn sont grands.

Question 2 :

Association d'un générateur de courant idéal et d'une résistance de charge



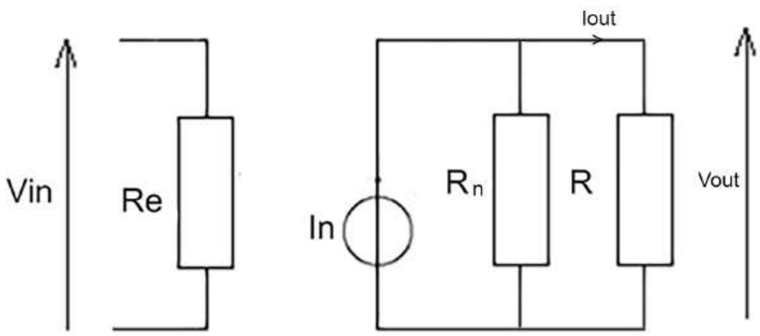
$Vout(t) = R \times H \times Vin(t)$

$\Rightarrow G = \frac{Vout(t)}{Vin(t)} = R \times H$

On a bien réalisé une amplification de tension $Vin(t)$, d'un gain $R \times H$

Question 3 :

Rappel : $H = \frac{I_n}{V_{in}}$



Loi d'Ohm : $V_{out} = R \times I_{out}$

Théorème du diviseur de courant :

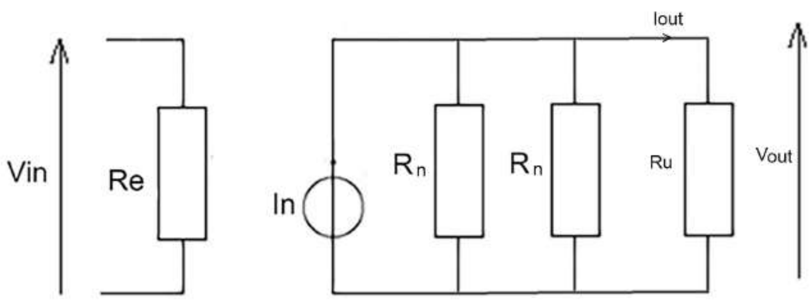
$$V_{out} = R \times \frac{R_n}{R_n + R} \times Jn(t)$$

$$V_{out} = R \times \frac{R_n}{R_n + R} \times H \times V_{in} = H \times \frac{R \times R_n}{R + R_n} \times V_{in}$$

On obtient alors $\frac{V_{out}}{V_{in}} = H \times \frac{R \times R_n}{R + R_n}$

Par rapport au cas précédent, le gain a diminué car $\frac{R \times R_n}{R + R_n}$ est plus petit que R

Question 4 :



$\frac{V_{out}}{V_{in}} = H \times (R_n // R // R_u)$ Le gain est encore plus petit que le précédent

Question 5 :

Rendement $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

Cas d'un triplet idéal :

Rendement infini $I_{in} = \frac{V_{in}}{R_e} \simeq 0$

$$P_{in} = V_{in} \times I_{in} = 0$$

Le rendement est donc infini en théorie.

Dans la pratique, R_e n'est jamais infime donc $P_{in} > 0$ donc η n'est pas infini.

Dans tous les cas, on a $\eta > 1 \Rightarrow$ Le quadripôle fournit plus d'énergie en sortie qu'il n'en consomme en entrée. Il doit donc prélever cette énergie d'une source extérieur au montage.

Partie 2 : L'amplificateur opérationnel

Question 1 :

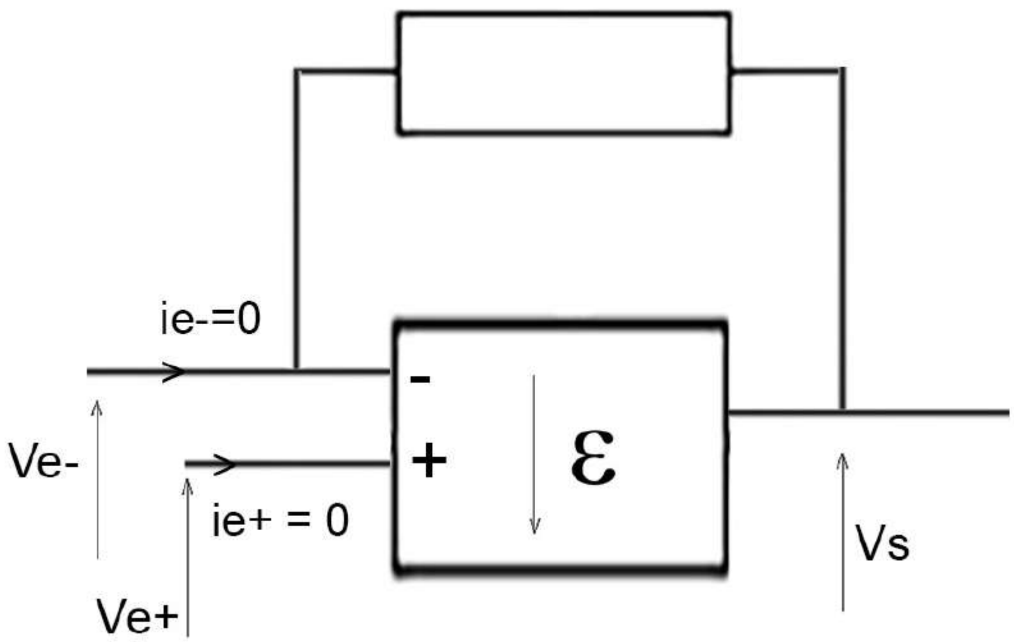
En théorie, il est considéré idéal :

$$A = \frac{V_{in}}{V_{out}} \Rightarrow V_{in} = \frac{V_{out}}{A}$$

Avec A, coefficient d'amplification très grand (infini) $\Rightarrow V_{in}$ très faible (quasiment nul).

Pour éviter le phénomène de saturation et avoir des valeurs de V_{out} non infinies, il faut que $V_{in} = \varepsilon = 0 \Rightarrow$ les intensités d'entrée sont nulles.

Il faut boucler la sortie avec l'entré inverses d'où le régime linéaire



Question 3 :

(voir schéma sur feuille)

Loi des mailles :

Maille sortie : $Vs - R_2 I - R_1 I = 0$

$$Vs = R_2 I + R_1 I = (R_1 + R_2) I$$

Maille d'entrée : $E - R_1 I = 0 \Rightarrow E = R_1 I$

On obtient alors $\dfrac{Vs}{E} = \dfrac{(R_1 + R_2)I}{R_1 I} = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$

Il s'agit d'amplification en tension et d'une amplification de puissance car la puissance consommée à l'entrée est nulle (le courant débité par la source E est nulle).

Question 4 :

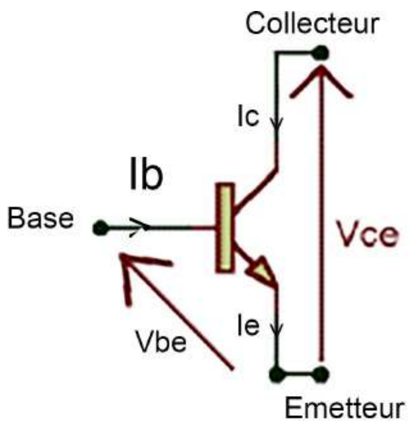
On insère une résistance d'utilisation à la sortie du montage (entre VS et le montage).
Vs reste inchangé, il dépend toujours de R_1 et R_2 et E du fait de la contre-réaction.

$\dfrac{Vs}{E}$ reste donc inchangé.

TD 3 : Régénération et commutation

Partie 1 :

Question 1 :



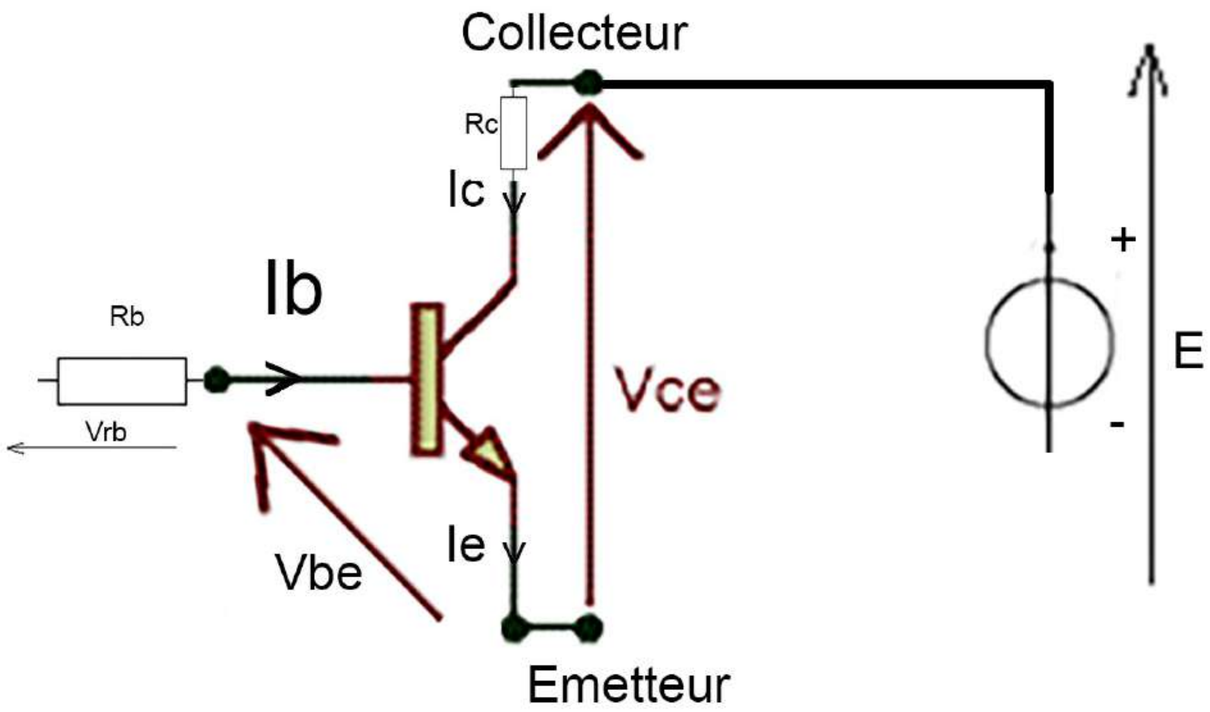
Loi des mailles : $I_b + I_c = I_E$

Régime linéaire :
$Ic = \beta \times Ib$ le transistor joue le role d'un amplificateur
$Vbe = 0{,}6V$ (tension entre k'émetteur et la base)

Régime bloqué :
Cas particulier du régime linéaire.
$I_b = 0$
$I_c = 0$ le transistor ne conduit pas : mode OFF
$V_{be} = 0$

Régime saturé :
Cas particulier où I_c est limité par l'alimentation.
$I_c <= \beta \times I_b$
$V_{be} = 0$ I_b continue à augmenter et I_c atteint I_c saturé
$V_{ce} = 0$

Question 2 :



Rb permet de convertir la tension Ve en un courant T , le transistor permet d'amplifier Ib par un facteur β pour donner Ic .

R_e permet de convertir I_e en tension E via Rc permet de maintenir une certaine tension sur le collecteur afin que le courant puisse passer dans le transistor.

Remarque : S'il n'y a plus de tension sur le collecteur, I_c ne peut plus augmenter et le transistor passe en mode saturé.

Question 3 :

Maille d'entrée :

$V_e - V_{rb} - V_{be} = 0$

$V_{rb} = V_e - V_{be}$

Loi d'Ohm $V_{rb} = R_b \times I_b$

Maille de sortie :

$E - R_c I_c - V_s = 0$

$V_s = E - R_c I_c$

$V_s = E - R_c \beta I_b$

$$V_s = E - R_c \beta \frac{V_{rb}}{R_b}$$

$$V_s = E - R_c \beta \frac{V_e - V_{bc}}{R_b}$$

On néglige V_{be} devant V_e $\left(V_{be} << V_e\right)$

$$V_s = E - \frac{\beta R_c}{R_b} V_e$$

$$V_s = E - \frac{\beta R_c}{R_b} V_e$$

$V_s = V_{s\_fixe} + V_{s\_\mathrm{var}}$ avec $\begin{array}{l} V_{s\_fixe} = E \\ V_{s\_\mathrm{var}} = \dfrac{\beta R_c}{R_b} V_e \end{array}$

$$\Rightarrow K = G = \frac{V_{s\_fixe}}{V_e} = -\frac{\beta R_c}{R_b}$$

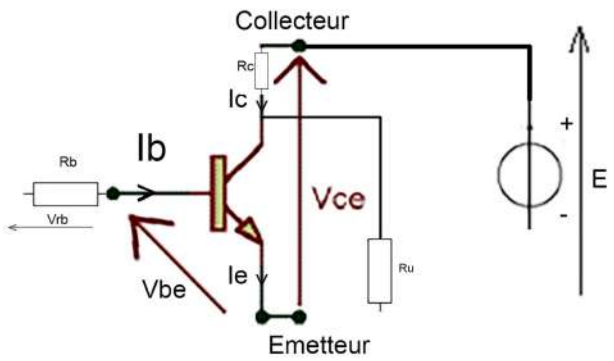
$\beta = 100 \;\; R_c = 100\Omega \;\; R_b = 1k\Omega$

Calculer K :

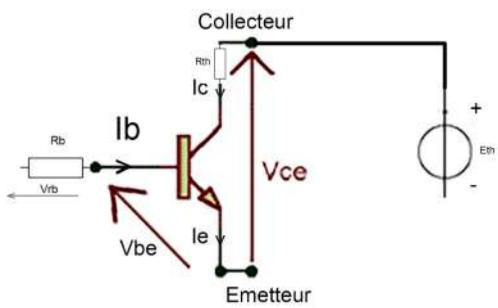
$$K = -\frac{100 \times 100}{1000} = -10dB$$

Le gain en tension est donc de $-10dB$

Question 4 :



On remplace ce schéma par un schéma simplifié :



Déterminons E_{th} et R_{th} :

On obtient E_{th} grâce au théorème du diviseur de tension : $E_{th} = R_u \times \dfrac{E}{R_c + R_u}$

On obtient R_u en court-circuitant E $R_{th} = R_c // R_u = \dfrac{R_c \times R_u}{R_c + R_u}$

Par analogie :

$$Gain\ R_u = \frac{V_s - \mathrm{var}}{V_e} = -\beta \frac{R_c \times R_u}{R_c + R_u} << G$$

La résistance de charge fait chuter le gain.

Question 5 :

Plage de la tension d'entrée permettant une amplification linéaire :

$$0 < V_s < E$$
$$0 < E - R_c I_c < E$$
$$0 < E - R_c \beta I_B < E$$
$$0 < E - R_c \beta \frac{V_e - V_{be}}{R_b} < E$$

$$V_e - V_{rb} - V_{be} = 0$$
$$R_b \times I_b = V_e - V_{be}$$
$$I_b = \frac{V_e - V_{be}}{R_b}$$

$$|K| = \frac{\beta R_c}{R_b}$$

Donc :

$$-E < -K \times (V_e - V_{be}) < 0$$
$$-\frac{E}{K} < -(V_e - V_{be}) < 0$$
$$0 < V_e - V_{be} < \frac{E}{K}$$
$$V_{be} < V_e < \frac{E}{K} + V_{be}$$

On sait que $V_{be} << E$ donc la plage de V_e est :

$$-\frac{E}{K} < V_e < V_{be}$$

Et la plage de V_e est :

$$V_{be} < V_e < E$$

Partie 2 :

Question 1 et 2:

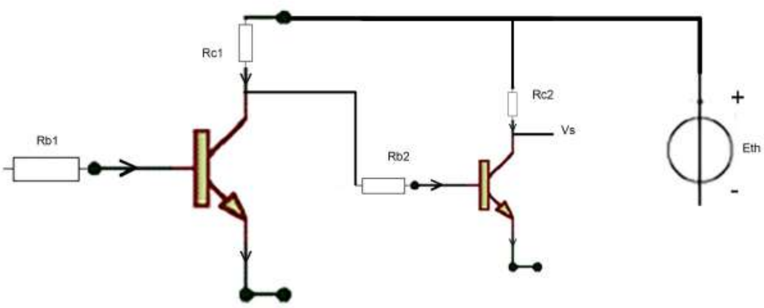
Mode bloqué : $V_e < V_{be} \Rightarrow I_b = 0 \Rightarrow I_c = \beta I_b = 0 \Rightarrow V_s = E$

Mode saturé : $V_e > \frac{E}{K} \Rightarrow I_b \text{ } important \Rightarrow I_c \text{ } important \Rightarrow R_c I_c \text{ } grand \Rightarrow V_s \approx 0$

Il s'agit d'un inverseur logique.
Si on attribue le niveau 0 à $V = 0V$ et le niveau logique 1 à $V = E$

Question 4 :

Pour réaliser un non-inverseur, on fait un chainage de 2 inverseurs.



Partie 3 :

Le transistor MOS est assimilé à un barreau résistait entre le drain et la source, dont la valeur de la résistance change en fonction de la tension V_{GS} (entre la grille et la source)
(voir page 11 du poly 2)

En dessous de V_{GS_th} , R_{ds} est très élevé $(M\Omega)$, le transistor est bloqué.

A V_{GS_th} , R_{ds} est en mode intermédiaire $(50\ à\ 1K\Omega)$
Au dessus de V_{GS_th} (2 ou 3 fois V_{GS_th}), R_{ds} très faible $(m\Omega)$ le transistor est saturé.

TD 4 : Caractéristiques des filtres

Notions :

- Gain réel en tension : $G_v = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ $\qquad G_v(db) = 20\log G_v$
- Gain réel de puissance : $G_p = \frac{P_{out}}{P_{in}}$ $\qquad G_p(db) = 10\log G_p$

Partie 1 :

G(dB)	-6dB	0dB	1dB	3dB	6dB	10dB	20dB	40dB
Gain réel	0,5	1	1,12	1,4	2	3,7	10	100
V out	0,5 V	1 V	1,12 V	1,4 V	2 V	3,7 V	10 V	100 V

$$G_v(dB) = 20\log G_v$$

$$\frac{G_v(dB)}{20} = \log G_v$$

$$10^{\frac{G_v(dB)}{20}} = G_v$$

$$G_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} \Rightarrow V_{out} = G_v \times V_{in}$$

Quand le gain en (dB) est négatif, il s'agit d'une atténuation. $V_{out} < V_{in}$

Quand le gain en (dB) est nulle, il s'agit d'un gain unitaire. $V_{out} = V_{in}$

Quand le gain en (dB) est positif, il s'agit d'une amplification. $V_{out} > V_{in}$

A(dB)	1dB	3dB	6dB	10dB	20dB	40dB
G(dB)	-1dB	-3dB	-6dB	-10dB	-20dB	-40dB
Gain réel	0,8	0,5	0,25	0,1	0,01	0,0001
P out	0,8	0,5	0,25	0,1	0,01	0,0001

$$G_p(dB) = 10\log G_p$$

$$\frac{G_p(dB)}{10} = \log G_p$$

$$10^{\frac{G_p(dB)}{10}} = G_p$$

$$G_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} \Rightarrow V_{out} = G_v \times V_{in}$$

Partie 2 :

$H(p)$ avec $p = j\omega$ variable de Laplace

On décompose $H(p)$ en produit de fonction élémentaire.

$H(p) = h_1 \times h_2 \times h_3$

Module : $|H(p)| = |h_1| \times |h_2| \times |h_3|$

$$G_{H(p)}(dB) = 20\log(|h_1| \times |h_2| \times |h_3|)$$
$$= 20\log|h_1| + 20\log|h_2| + 20\log|h_3|$$

$$H_1(p) = \frac{p+1}{(p+2)(p+3)} = (p+1)\frac{1}{p+2}\frac{1}{p+3}$$
$$= (1+p)\frac{1}{2\left(1+\frac{p}{2}\right)}\frac{1}{3\left(1+\frac{p}{3}\right)}$$
$$= \frac{1}{6} \times \underbrace{\left(1+j\frac{\omega}{\omega_0}\right)}_{h_1} \times \underbrace{\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}}_{h_2} \times \underbrace{\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}}_{h_3}$$

$$h_1 = 1+\frac{j\omega}{\omega_0}$$
$$|h_1| = \sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \omega_0 = 1$$

$$h_2 = \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_1}}$$
$$|h_2| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}}$$

$$h_3 = \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_2}}$$
$$|h_3| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}$$

$$H = \frac{1}{6} \times h_1 \times h_2 \times h_3$$
$$|H| = |h_1| \times |h_2| \times |h_3|$$

$$G_{|H|}(dB) = 20\log\frac{1}{6} + 20\log(|h_1| \times |h_2| \times |h_3|)$$
$$= 20\log\frac{1}{6} + 20\log|h_1| + 20\log|h_2| + 20\log|h_3|$$
$$= 20\log\frac{1}{6} + 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} + 20\log\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}} + 20\log\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}}$$

A basse fréquences $(\omega \to 0)$:

$$G_{|H|} = 20\log\frac{1}{6} + 0 + 0 + 0$$

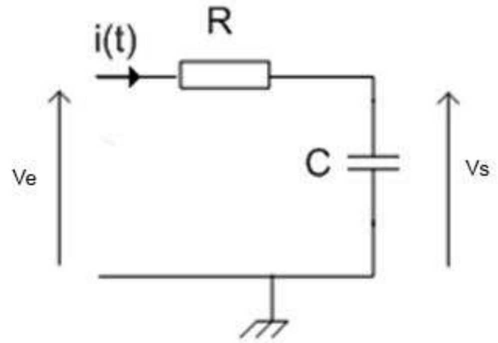
A haute fréquences $(\omega \to \infty)$:

$$G_{|H|}(dB) = 20\log\frac{1}{6} + 20\log\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right| - 20\log\left|\frac{\omega}{\omega_1}\right| + 20\log\left|\frac{\omega}{\omega_2}\right|$$

TD 5 : Réalisation des filtres

Partie 1 :

Question 1 :



Impédances :

$Z_R = R$

$Z_c = \frac{1}{jc\omega}$

Fonction de transfert : $H(j\omega) = \frac{Vs}{Ve}$

Appliquons le théorème du diviseur de tension : $Vs = Z_c \times \frac{Ve}{Z_R + Z_C}$

On obtient : $H(jc\omega) = \frac{Vs}{Ve} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$

$$= \frac{\frac{1}{jc\omega}}{R + \frac{1}{jc\omega}}$$

$$= \frac{\frac{1}{jc\omega}}{\frac{Rjc\omega + 1}{jc\omega}} = \frac{1}{1 + jRc\omega}$$

$Z_c = \frac{1}{jc\omega}$

Si $\omega \to 0$ $\quad Z_C \to \infty \quad Vs \approx Ve$

Si $\omega \to \infty$ $\quad Z_C \to 0 \quad Vs = 0$

Déterminons le module et le gain en dB :

$$|H(j\omega)| = \frac{|1|}{|1 + jRc\omega|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (Rc\omega)^2}}$$

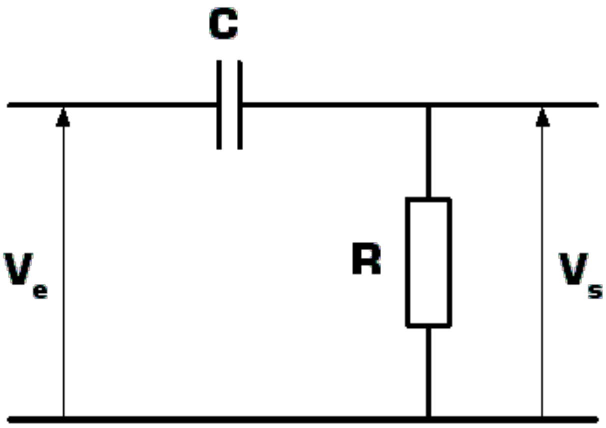
$$G(dB) = 20\log\left|H(j\omega)\right| = 20\log\frac{1}{\sqrt{1+(Rc\omega)^2}}$$

Pulsation et fréquence de coupure :

Par définition, on obtient une pulsation de coupure pour : $\left|H(j\omega)\right| = \frac{\left|H(j\omega)\right|_{\max}}{\sqrt{2}}$

$$\frac{1}{\sqrt{1+(Rc\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Question 2 :



Appliquons le théorème du diviseur de tension :

$$V_s = Z_R \times \frac{V_e}{Z_R + Z_C}$$

On obtient $H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C}$ (fonction de transfert)

$$H(j\omega) = \frac{R}{R+\frac{1}{jc\omega}} = \frac{1}{1+\frac{1}{jRc\omega}} = \frac{1}{1+j\left(-\frac{1}{Rc\omega}\right)}$$

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{|1|}{\left|1+j\left(-\frac{1}{Rc\omega}\right)\right|} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(-\frac{1}{Rc\omega}\right)^2}}$$

Déterminons la pulsation de coupure :

ω_0 est obtenue pour $\left|H(j\omega)\right| = \frac{\left|H(j\omega)\right|_{\max}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{Rc\omega}^{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$1+\frac{1}{Rc\omega}^{2} = 2 \quad \Rightarrow \frac{1}{Rc\omega}^{2} = 1 \quad \Rightarrow \frac{1}{Rc\omega} = 1 \quad \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC}$ pulsation de coupure

$$2\pi f_0 = \frac{1}{RC}$$

Fréquence de coupure

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Etude des limites :

$$\omega \to 0 \qquad |H(j\omega)| \to 0 \quad \Rightarrow \left|\frac{V_s}{V_e}\right| \to 0$$

$$\Rightarrow |V_s| \to 0$$

Donc ce filtre ne laisse pas passer les basses fréquences.

$G(dB) = 20\log 0 = -\infty$

$$\omega \to \omega_0 \qquad |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

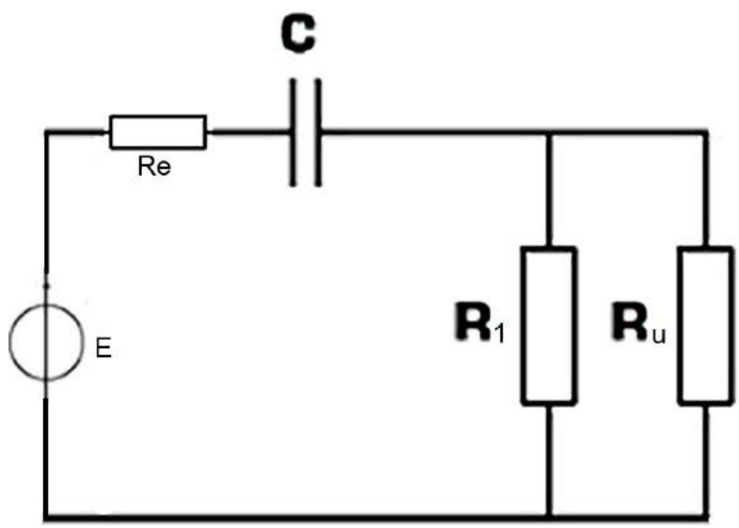
$$G(dB) = 20\log\frac{1}{\sqrt{2}} = -3dB$$

$$\omega \to \infty \qquad |H(j\omega)| \to 1 \quad \Rightarrow \left|\frac{V_s}{V_e}\right| = 1 \qquad \Rightarrow |V_s| = |V_e|$$

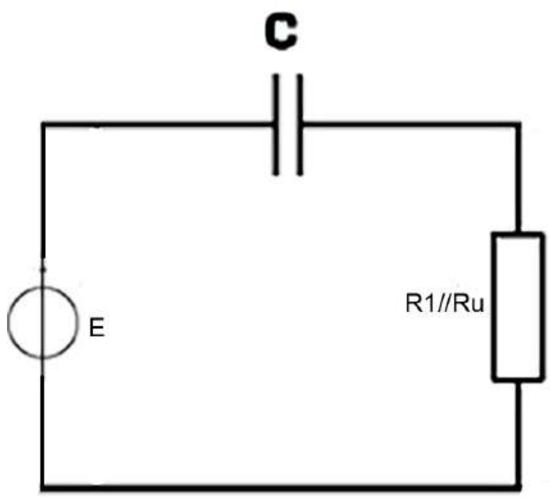
On récupère le signal à haute fréquence.

Il s'agit donc bien d'un filtre passe haut

Question 3 :



On néglige R_e. Donc le montage final est :



Il s'agit d'un montage d'un filtre passe haut avec une fréquence de coupure

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_{eq} C} = \frac{1}{2\pi \left(R_1 // R_u \right) C}$$

Cette fréquence est plus haute que la précédente.

Conclusion : Pour caractériser la fréquence de coupure d'un filtre, c'est comme pour le gain d'un ampli, il faut le faire en considérant ce qui est branché derrière (la charge)