

POLYNOMES : METHODE DE HORNER

Un polynôme $P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ est déterminé par la liste $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n)$ de ses coefficients.

- 1) Saisir le degré n d'un polynôme P , ses coefficients, et l'afficher sous la forme :

$$P = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

- 2) Saisir une valeur de x et calculer la valeur du polynôme P en x , valeur que l'on note $P(x)$.

Afin d'améliorer ce calcul, utiliser la méthode de Hörner, basée sur l'égalité suivante (il s'agit d'une réécriture) :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = a_0 + x (a_1 + x (\dots (a_{n-2} + x (a_{n-1} + x a_n) \dots))$$

Quelle relation existe-t-il entre le degré n du polynôme stocké et la taille utile du tableau?

- 3) Soit 2 polynômes P et Q , dont les coefficients sont déjà saisis et dont les degrés respectifs sont donnés par des variables p et q . Selon les valeurs des coefficients, quel sera le degré de $P+Q$?
- 4) Calculer la somme des polynômes $P(x) + Q(x)$, ainsi que le degré de ce polynôme.
- 5) Calculer le polynôme dérivé P' d'un polynôme P .
- 6) Calculer le polynôme intégral Π d'un polynôme P (c'est à dire le polynôme Π tel que $\Pi' = P$), sachant que $\Pi(0) = K$, K étant une valeur réelle arbitraire.

Indication: le type Polynome est défini et les fonctions sont déclarées de la manière suivante:

typedef struct polynome { long double * a; // tableau des coefficients long n; // degre } Polynome;	void saisirPolynome(Polynome * P); void afficherPolynome(Polynome P); long double Horner(Polynome P, long double x); void sommePolynome(Polynome P, Polynome Q, Polynome * S); void derivePolynome(Polynome P, Polynome * Pprim); void integralPolynome(Polynome P, Polynome * Pintegral);
---	---

L'algorithme de la méthode Horner est implanté de la manière suivante pour un polynôme représenté par un tableau pour ses coefficients et un entier pour son degré:

```
long double Horner(long double P[], long n, long double x)
{
    long i;
    long double r = P[n];
    for(i = n - 1; i >= 0; i--)
        r = r*x + P[i];
    return r;
}
```

La complexité de l'algorithme de Horner est en $O(n)$.

La sortie attendue est la suivante:

SAISIE DU POLYNOME P

degre : 5

coefficient a0 : 3

coefficient a1 : 2

coefficient a2 : 1

coefficient a3 : 3

coefficient a4 : 4

coefficient a5 : 3

POLYNOME P DE DEGRE 5 : (3.00, 2.00, 1.00, 3.00, 4.00, 3.00)

Methode de Horner : calcul de P(X) pour X : 7

P(7.00) = 61120.00

SAISIE DU POLYNOME Q

degre : 8

coefficient a0 : 8

coefficient a1 : 8

coefficient a2 : 8

coefficient a3 : 3

coefficient a4 : 3

coefficient a5 : 3

coefficient a6 : 3

coefficient a7 : 3

coefficient a8 : 32

POLYNOME Q DE DEGRE 8 : (8.00, 8.00, 8.00, 3.00, 3.00, 3.00, 3.00, 3.00, 32.00)

CALCUL DU POLYNOME S = P+Q

POLYNOME P DE DEGRE 5 : (3.00, 2.00, 1.00, 3.00, 4.00, 3.00)

POLYNOME Q DE DEGRE 8 : (8.00, 8.00, 8.00, 3.00, 3.00, 3.00, 3.00, 3.00, 32.00)

POLYNOME S = P+Q DE DEGRE 8 : (11.00, 10.00, 9.00, 6.00, 7.00, 6.00, 3.00, 3.00, 32.00)

CALCUL DU POLYNOME DERIVE P' DU POLYNOME P

POLYNOME P DE DEGRE 5 : (3.00, 2.00, 1.00, 3.00, 4.00, 3.00)

POLYNOME P' DE DEGRE 4 : (2.00, 2.00, 9.00, 16.00, 15.00)

CALCUL DU POLYNOME INTEGRAL DU POLYNOME P

POLYNOME P DE DEGRE 5 : (3.00, 2.00, 1.00, 3.00, 4.00, 3.00)

POLYNOME INTEGRAL DE DEGRE 6 : (0.00, 3.00, 1.00, 0.33, 0.75, 0.80, 0.50)