Cours de Fonctions et Variations Lionel Pournin - EFREI TD n°5 : **Primitives**

Exercice 1: Donner le domaine de définition de $x \mapsto \sqrt{1-x^2}$ et caculer ses primitives.

Exercice 2 : Calculer les primitives de $x \mapsto 1/(2 + \cos(x))$.

 $\underline{\text{Exercice 3}}: A$ l'aide du changement de variables indiqué, calculer les primitives suivantes :

i.
$$\int x\sqrt{3x+1}dx \text{ avec } t=3x+1,$$

ii. $\int \frac{\ln(x)}{x}dx \text{ avec } t=\ln(x),$
iii. $\int \frac{dx}{e^x+1} \text{ avec } t=e^x,$
iv. $\int \frac{1}{x(x+1)}\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)dx \text{ avec } t=\frac{x}{x+1},$
v. $\int \frac{dx}{x(x^3+1)} \text{ avec } t=x^3+1,$
vi. $\int \frac{x^3dx}{x(x^3+1)} \text{ avec } t=x^3+1,$
vii. $\int \frac{x\ln(x^2+1)dx}{x^2+1} \text{ avec } t=x^2+1.$

<u>Exercice 4</u> : A l'aide du changement de variables indiqué, calculer les primitives suivantes :

i.
$$\int \cos^5(x) \sin(x) dx \text{ avec } t = \cos(x),$$
ii.
$$\int \frac{1}{\tan(x)} dx \text{ avec } t = \cos(x),$$
iii.
$$\int \sqrt{x} (1+x^2) dx \text{ avec } t = 1+x^2,$$
iv.
$$\int \frac{1}{x(\ln(x))^3} dx \text{ avec } t = \ln(x),$$
v.
$$\int \frac{x^2 dx}{x^6+1} \text{ avec } t = x^3,$$
vi.
$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}} \text{ avec } t = \sqrt{x},$$
vii.
$$\int \frac{dx}{x+\sqrt{x}} \text{ avec } t = \sqrt{x},$$
viii.
$$\int \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx \text{ avec } t = \sqrt{x},$$

ix.
$$\int (\ln(x))^2 dx$$
 avec $t = \ln(x)$,
x. $\int e^x \left(\frac{1}{x} + \ln(x)\right) dx$ avec $t = e^x \ln(x)$.

 $\underline{\text{Exercice 5}}$: En utilisant des changements de variables, ramenez le calcul des primitives suivantes au calcul de primitives de fractions rationnelles :

i.
$$\int \frac{\tan(x)}{1+\sin^2(x)} dx,$$
ii.
$$\int \frac{\sin(x)}{3+\sin^2(x)} dx,$$
iii.
$$\int \frac{1}{2+\sin(x)} dx,$$
iv.
$$\int \frac{\tan(x)}{1+\tan(x)} dx,$$
v.
$$\int \frac{dx}{\cosh(x)},$$
vi.
$$\int \frac{\sinh(x) dx}{1+\cosh(x)+\sinh(x)}$$

<u>Exercice 6</u>: Calculer les primitives suivantes:

i.
$$\int \frac{x+2}{x^2 - 3x - 4} dx,$$
ii.
$$\int \cos(x) e^x dx,$$
iii.
$$\int \frac{x^3 - 2}{x^3 - x^2} dx,$$
iv.
$$\int \frac{2x - 3}{(x^2 - 1)(2x + 3)} dx,$$
v.
$$\int \sqrt{e^x - 1} dx,$$
vi.
$$\int \frac{dx}{((x - 1)^2 - 4)^2},$$
vii.
$$\int (\arcsin(x))^2 dx.$$