EFREI -L1 ABCD février 2011

ALGEBRE LINEAIRE CE – durée : 1 heure

Sans documents ni calculatrice

Questions de cours :

Dans un espace vectoriel E, définir une famille libre et une famille génératrice de E. A quelles conditions une famille de vecteurs est-elle une base d'un espace vectoriel E? Définir la dimension d'un espace vectoriel.

Définir la somme de 2 sous-espaces vectoriels F et G de l'espace vectoriel E Enoncer le théorème des 4 dimensions relatif à deux sous-espaces vectoriels F et G. Définir le rang d'une famille de vecteurs.

Exercice n°1

Soit H le sous-espace vectoriel de ${\bf R}^4$ formé des vecteurs de coordonnées (x ; y ; z ; t) vérifiant les équations :

$$x - 2y + 3z = 0$$
 et $x + y + z - t = 0$; trouver une base de H.

Exercice n°2

Déterminer en fonction de n le terme général de la suite (u _n) vérifiant :

6
$$u_n = 5 u_{n-1} - u_{n-2}$$
, $\forall n > 1$ avec $u_0 = -1$ et $u_1 = -1/6$.

Exercice n°3

Déterminer en fonction de n le terme général de la suite (v_n) vérifiant :

$$v_{n+2} = -v_n + v_{n+1}$$
, $\forall n \in \mathbb{N}$, avec $v_0 = 1$ et $v_1 = -1$.

Exercice n°4

Déterminer en fonction de n le terme général de la suite (w_n) vérifiant :

$$w_{n+2} - w_{n+1} + (1/4)w_n = 0, \forall n \in \mathbb{N}, avec \ w_0 = 1 \ \text{et} \ w_1 = 2.$$