

La rédaction sera prise en compte dans la notation.

Vous devez justifier vos réponses ou accepter de recevoir 0 point, et encadrer vos résultats.

Questions de cours :

Qu'est-ce qu'une base d'un espace vectoriel E ?

A quelles conditions une partie de E est-elle un sous-espace vectoriel de E ?

Donner la définition du polynôme caractéristique de la matrice A .

Définir une valeur propre et son espace propre associé pour une matrice A .

Exercice n°1

Résoudre, sous forme algébrique, dans \mathbb{C} : $z^2 = 8 - 6i$.

Exercice n°2

Les ensembles suivants sont-ils des espaces vectoriels ?

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0\}$$

$$B = \{\text{polynômes} \in \mathbb{R}[X] \text{ de degré} > 3\}$$

Exercice n°3

Calculer les déterminants suivants :

$$A = |-6|;$$

$$B = \begin{vmatrix} x & y \\ z & t \end{vmatrix};$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -0 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

Exercice n°4

Résoudre le système suivant à l'aide des formules de Cramer.

$$\begin{cases} -x + y + z = 1 \\ x - y + z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 1 \\ z &= 1 \end{aligned}$$

Exercice n°5

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer ses valeurs propres et vecteurs propres associés.
2. Quelle est la matrice semblable à A dans la base formée des vecteurs propres.
3. En déduire A^n .

$$\begin{aligned} -2 &\rightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \\ 5 &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

-2 et 5

Exercice n°6

Déterminer la matrice inverse de la matrice A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -3 & 8 & -1 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

$$\begin{pmatrix} 28 & 7 & -3 \\ \frac{19}{2} & \frac{5}{2} & -1 \\ -8 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$