Méthode variation de la constante

On cherche à résoudre : $(E) : y' + a(t) y = b(t)$

* On résout l'équation homogène

$(E_H) : y' + a(t) y = 0$

On choisit une solution non nulle notée y_0

(on choisira $y_0 = e^{-A}$ où $A(t) = \int a(t)\, dt$

* On sait qu'une fonction $y : I \to \mathbb{R}$ dérivable est solution de l'équation (E) ssi elle s'écrit $y = \lambda y_0$ avec $\lambda : I \to \mathbb{R}$ dérivable tel que $\lambda' y_0 = b$, c'est à dire $\lambda' = \frac{b}{y_0}$

* On détermine tt les primitives de $\frac{b}{y_0}$ sur I pr conclure.

Méthode Déterminer une solution particulière

On cherche à résoudre $(E) : y' + a(t) y = b(t)$

* On dispose d'une solution particulière y_1 de (E)
* On résout $(E_H) : y' + a(t) y = 0$, l'équation homogène associé (E)
* On a $S = y_1 + S_H$, ainsi la solution générale (E) est la somme d'une solution particulière de (E) et de la solution homogène (E_H)

Méthode Équation du type $y'' + ky = 0$ avec $k \in \mathbb{R}$

Cas usuel qu'il faut savoir résoudre immédiatement <u>3 cas</u>

* $k = \omega^2 > 0$

Les solutions sont les fonctions de la forme $t \to \lambda \cos(\omega t) + \mu \sin(\omega t)$

$t \to \lambda \cos(\omega t) + \mu \sin(\omega t)$ $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$
ou $t \to A \cos(\omega t + \varphi)$ $(A, \varphi \in \mathbb{R})$

* $k = -\omega^2 < 0$

Les solutions sont les fonctions de la forme

$t \to \lambda \operatorname{ch}(\omega t) + \mu \operatorname{sh}(\omega t)$ $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$
$t \to \lambda e^{\omega t} + \mu e^{-\omega t}$

* $k = 0$ $t \to \lambda t + \mu$ $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$

Méthode Recherche d'une solution particulière

On cherche à résoudre l'Éq dif (E) : $ay'' + by' + cy = f(t)$

- ★ On dispose d'une solution particulière y_1 de (E)
- ★ On résout (E_H) : $ay'' + by' + cy = 0$ l'équation homo associée à (E)
- ★ On a $S = y_1 + S_H$, ainsi la solution générale de (E) est la somme d'une solution particulière de (E) et la solution générale de (E_H)