L’information : A – La Voix

EFREI L1

2011 – 2012

David Aubert

1. Notion d'Onde

a) Généralités

- **Onde : transmission d'un signal (*ie.* d'énergie) d'un point à un autre sans transport de matière**

- **Types d'ondes :**
  - matérielle / immatérielle
  - scalaire / vectorielle
  - transversale / longitudinale / de surface

- **Représentation mathématique :**
  - Dépend de l'espace
  - Dépend du temps
  - fonction(s) de 4 variables :
    - $f(x, y, z, t)$
    - $\mathbf{E}(\mathrm{x, y, z, t}) = \{E_x, E_y, E_z\}$

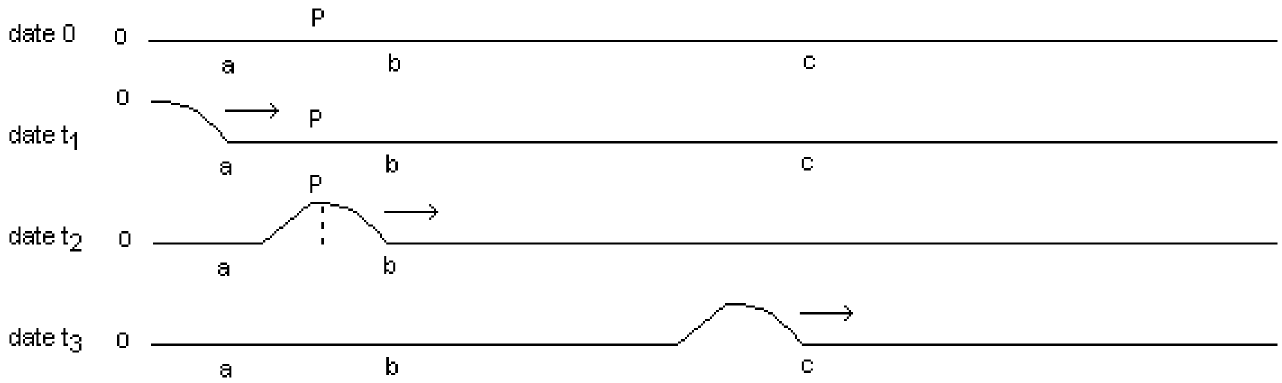
- **Onde plane : une seule coordonnées d'espace**
  - par exemple : (Ox)
  - Onde scalaire plane : $f(x, t)$
  - Onde vectorielle plane : $\{ E_x(x, t), E_y(x, t), E_z(x, t) \}$
  - Onde plane longitudinale : $E_x(x, t)$,
  - Onde plane transversale : $\{ E_y(x, t), E_z(x, t) \}$

b) Ondes Mécaniques

- **Signal : déplacement local des molécules**
  - Vibrations autour d'une position d'équilibre fixe
  - Déplacement macroscopique de l'onde

- **Exemples :**
  - Corde vibrante (transversale)
  - Compression d'un ressort (longitudinale)
  - Ondes de surface
  - Ondes élastiques

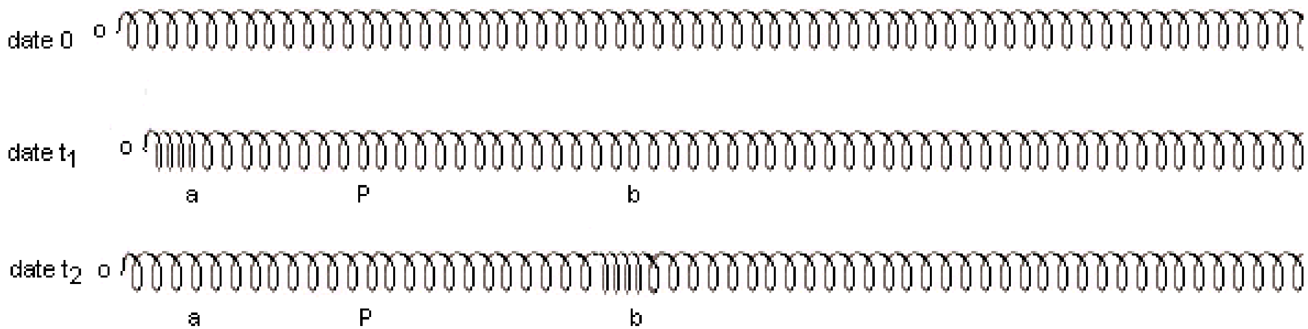
⇨ Corde vibrante (transversale)



Chaque point P de la corde se soulève verticalement. Le signal se propage horizontalement. Il est transversal.

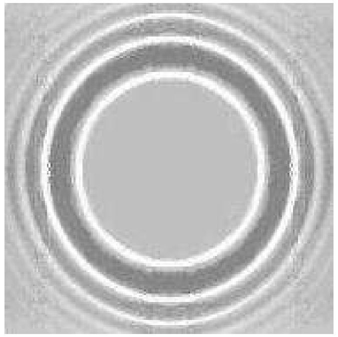
La vitesse de propagation est $v = \dfrac{ab}{t_2 - t_1} = \dfrac{bc}{t_3 - t_2}$

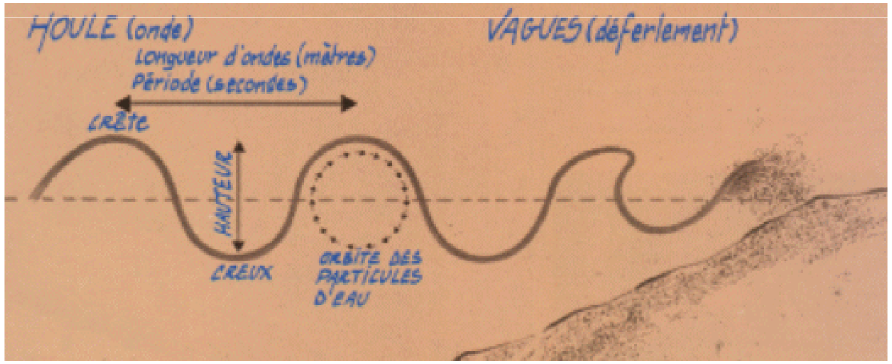
⇨ Compression d'un ressort (longitudinale)



Chaque point P du ressort se déplace horizontalement. La perturbation se déplace également horizontalement.
L'onde est longitudinale.
La vitesse de propagation est $v = \dfrac{ab}{t_2 - t_1}$

⇨ Ondes de surface





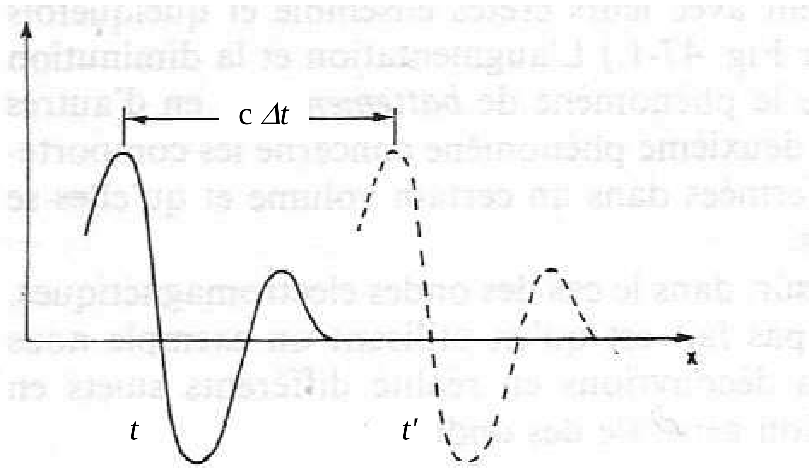
⇨ Ondes élastiques

- ✓ Longitudinale dans les fluides
- ✓ Longitudinale et/ou transversale dans les solides

c) Onde progressive

- ➪ Onde qui se déplace sans se déformer
- ➪ Caractérisé par sa vitesse de propagation ou **célérité** : c (en m.s^{-1})

➪ **Onde plane progressive :**



- ➪ Amplitude constante si :

$\Delta x = c\, \Delta t$

$(x' - x) = c\,(t' - t)$

$x' - c\,t' = x - c\,t \quad \forall\, x, x', t, t'$

$\Rightarrow$la quantité ($x - c\,t$) est conservée et caractérise l'amplitude de l'onde

➪ $\boxed{f(x,t) = f(x - ct)}$

- ➪ Généralisation à une onde plane quelconque : f(**OM**) = f(**OM.u** – c t)

d) Onde harmonique (ou sinusoïdale)

- **Fonction sinusoïdale du temps**
  - caractérisé par :
    - Période T
    - Fréquence f
    - Pulsation ω
- **Onde plane progressive harmonique :**
  - $f(x-ct)$
  - Fonction sinusoïdale du temps et de l'espace

$$f(x,t) = f(x-ct) = f(t-x/c) = A\cdot\cos(\omega(t-x/c)+\varphi) = A\cdot\cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\boxed{\begin{aligned} f(x,t) &= A\cdot\cos(\omega t - kx + \varphi) \\ &= B\cdot\sin(\omega t - kx + \psi) \\ &= C\cdot\cos(\omega t - kx) + D\cdot\sin(\omega t - kx) \end{aligned}}$$

- **Double périodicité :**

✓ Temporelle			✓Spatiale		
Période	T	s	Longueur d'onde	λ	m
fréquence	f	Hz	Nombre d'onde	σ	m^{-1}
pulsation	ω	$rad.s^{-1}$	vecteur d'onde	k	$rad.m^{-1}$

- Relation de dispersion :

$$\boxed{\omega = kc \quad ou \quad \lambda = cT}$$

- **Notation complexe :**

$$\underline{f}(x,t) = \underline{A} \cdot e^{i(\omega t - kx)} \quad \text{avec} \quad \underline{A} = Ae^{i\varphi}$$

$$f(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi) = \mathrm{Re}(\underline{f})$$

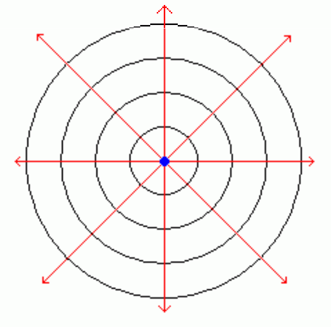
- **Décomposition harmonique :**
  - Toute onde est la superposition d'ondes harmoniques de différentes fréquences

e) Onde sphérique

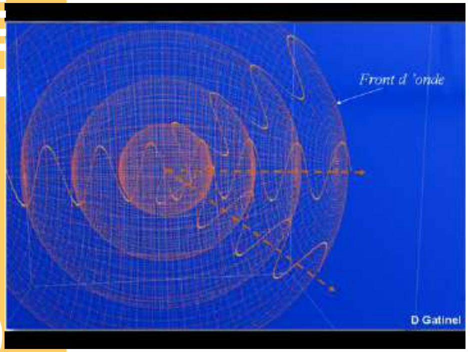
- **Onde progressive non plane : plusieurs directions de propagation**

- **Front d'onde : ensemble des points vibrant en phase**
  - Onde plane : plans $\perp$ direction de propagation

- **Onde sphérique : onde émise par une source ponctuelle de façon isotrope**
  - Paramètre d'espace : distance à la source r
  - Fronts d'onde : sphères concentriques centrées sur la source
  - $f(r, t) = A(r) \,.\, g(t - r/c)$
    - $A(r)$: terme d'amplitude ($A(r) = A_0 / r$)
    - $g(t - r/c)$: terme de phase
  - Onde sphérique harmonique :



$$f(r,t) = A(r)\cdot\cos(\omega t - kr + \varphi) = \frac{A_0}{r}\cdot\cos(\omega t - kr + \varphi)$$



f) Puissance - Intensité

- **Puissance de de l'onde : $\mathcal{P}$**
  - Puissance totale de l'onde
  - Puissance émise par la source
  - Unité : Watt
  - Vibrations très rapides $\Rightarrow$ valeur moyenne $< \mathcal{P} >$
- **Intensité**
  - Puissance perçue par unité de surface : $I = \dfrac{\langle \mathcal{P} \rangle}{S}$
  - Unité : W.m^{-2}
  - Proportionnel à f^2 $\quad I \propto \langle f^2 \rangle \quad$ Rem: $\langle f^2 \rangle \neq \langle f \rangle^2$!
  - Ici signal = pression

$$I \propto \langle p^2 \rangle = p_{eff}^2 \quad \left(p_{eff} = \sqrt{\langle p^2 \rangle}, \quad \langle p \rangle = 0\,! \right)$$

- **Onde harmonique**
  - $f(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$

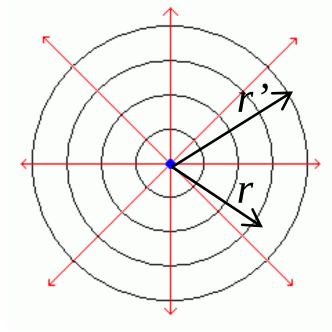
$$\Rightarrow f^2(x,t) = A^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\Rightarrow \langle f^2(x,t) \rangle = A^2 \cdot \langle \cos^2(\omega t - kx + \varphi) \rangle$$

$$\Rightarrow \langle f^2(x,t) \rangle = \frac{A^2}{2}$$

$$\Rightarrow I \propto A^2 \Rightarrow I = I_0 = cste$$

- **Onde sphérique**
  - 2 plans d'onde (r, t) (r', t')
  - Énergie conservée :



$$\mathcal{P}(r)=\mathcal{P}(r')$$

$$I(r,t)\cdot S(r)=I(r',t')\cdot S(r')$$

$$I(r,t)\cdot 4\pi r^2=I(r',t')\cdot 4\pi r'^2$$

$$\left\langle A^2(r)\cdot\cos^2(\omega t-kr)\right\rangle\cdot 4\pi r^2=\left\langle A^2(r')\cdot\cos^2(\omega t-kr')\right\rangle\cdot 4\pi r'^2$$

$$\left\langle A^2(r)\right\rangle\cdot 2\pi r^2=\left\langle A^2(r')\right\rangle\cdot 2\pi r'^2$$

$$A^2(r)\cdot r^2=A^2(r')\cdot r'^2$$

$$A(r)=\frac{A(r')\cdot r'}{r}\qquad\forall r'$$

$$\boxed{\begin{array}{l}A(r)\propto\dfrac{1}{r}\Rightarrow A(r)=\dfrac{A_0}{r}\\[2mm]\Rightarrow I(r)\propto\dfrac{1}{r^2}\Rightarrow I(r)=\dfrac{I_1}{r^2}\end{array}}$$

  - Puissance de la source:

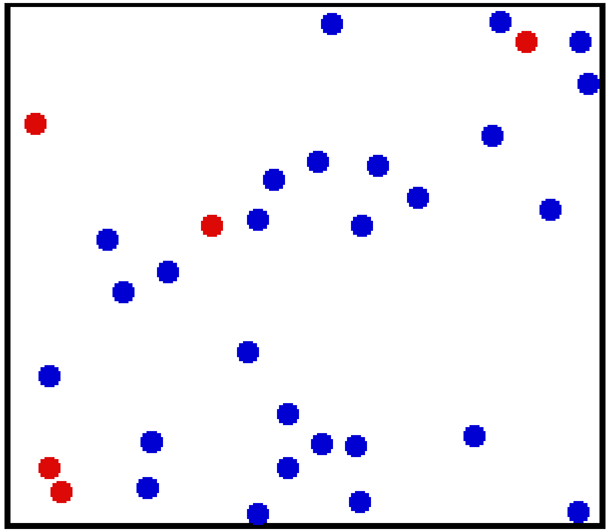
$$\mathcal{P}_S=I(r)\cdot S(r)\Rightarrow\mathcal{P}_S=4\pi r^2 I(r)\Rightarrow I(r)=\frac{\mathcal{P}_S}{4\pi r^2}$$

2. Onde acoustique – Onde sonore

- **Onde acoustique**
  - Onde mécanique
  - Signal : variation de pression

a) Pression

- **Fluide : milieu constitué de particules pouvant se déplacer librement**
- **Agitation thermique : mouvements désordonnés des molécules (isotrope)**
- **Chocs entre les molécules**
- **Forces**
- **Pression :** $P = \dfrac{F}{S}$
  - unité : $N.m^{-2}$ ou Pa
  - Air à T ≈ 20°C
    - $<v> \approx 400\ m.s^{-1}$
    - $<l> \approx 70$ nm
    - $<n> \approx 5.10^{9}$ collisions/s

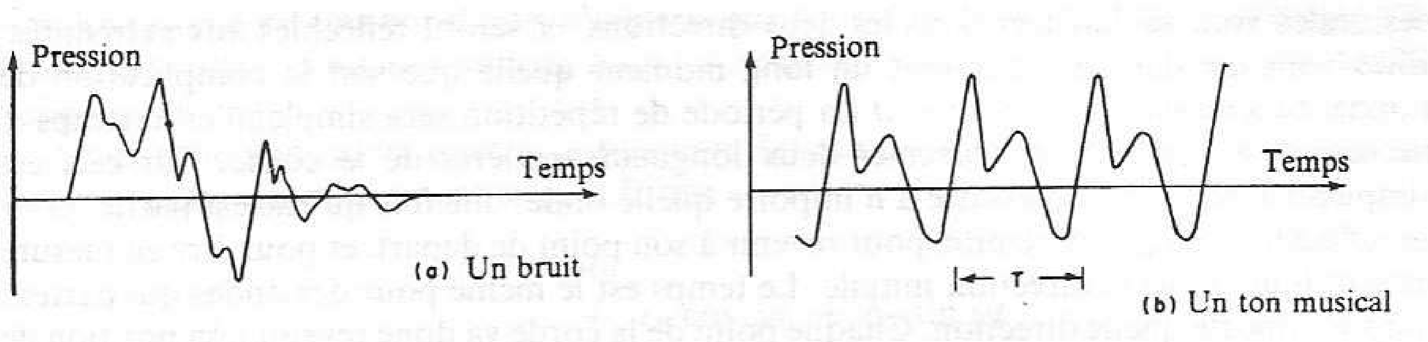


- **Variations autour d'une valeur moyenne :** $\boxed{P = P_0 + p}$
  - P_0 : pression moyenne ou pression atmosphérique
  - p : pression variable ou pression acoustique
  - Dans l'air : P_0 = 1 atm ≈ 10^5 Pa , $p \approx 10^{-5} - 10$ Pa

$$\langle P \rangle = P_0 \text{ et } \langle p \rangle = 0$$

b) Caractéristiques physiologiques d'un son

- **Son et bruit**
  - Son : variation périodique de la pression
  - Bruit : variation non périodique de la pression



- **Sensations auditives : 3 paramètres**
  - Hauteur
  - Force
  - Timbre

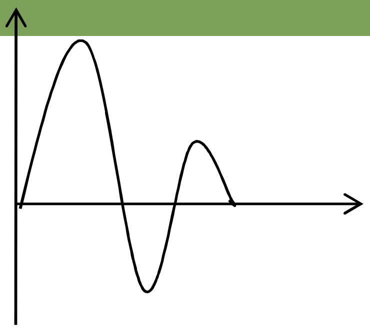
L'information : A – La voix

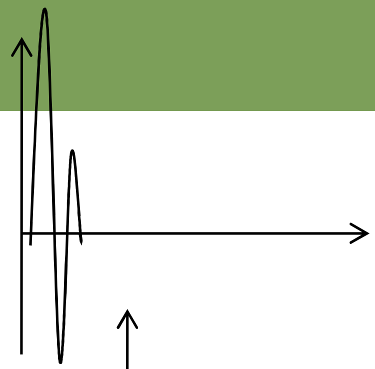
- ⇨ **Hauteur :**
  - ⇨ son grave ou aigu
  - ⇨ Directement lié à la fréquence f / période T
  - ⇨ L'effet de 2 sons successifs (mélodie) ou simultanés (accord) ne dépend que du rapport f_1 / f_2 et pas de la hauteur absolue $\Rightarrow$ échelle multiplicative
  - ⇨ Décomposition en octaves : intervalle correspondant à un doublement de la fréquence
  - ⇨ Gamme tempérée : octave découpé en douze intervalles chromatiques égaux
    - **do** | do# | ré | mi ♭ | mi | fa | fa# | sol | sol# | la | si ♭ | si | **do**
    - Passage d'une note à une autre (demi-ton) : $f \rightarrow 2^{1/12} f \approx 1{,}059 f$
  - ⇨ Seuil de sensibilité : $\Delta f/f \approx 1\%$
  - ⇨ Domaine audible par l'homme :

$$\boxed{20 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ kHz}}$$

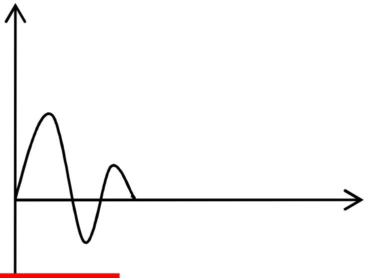
- f < 20 Hz : infrasons
- f > 20 kHz : ultrasons

- **Timbre :**
  - Forme du motif de l’onde



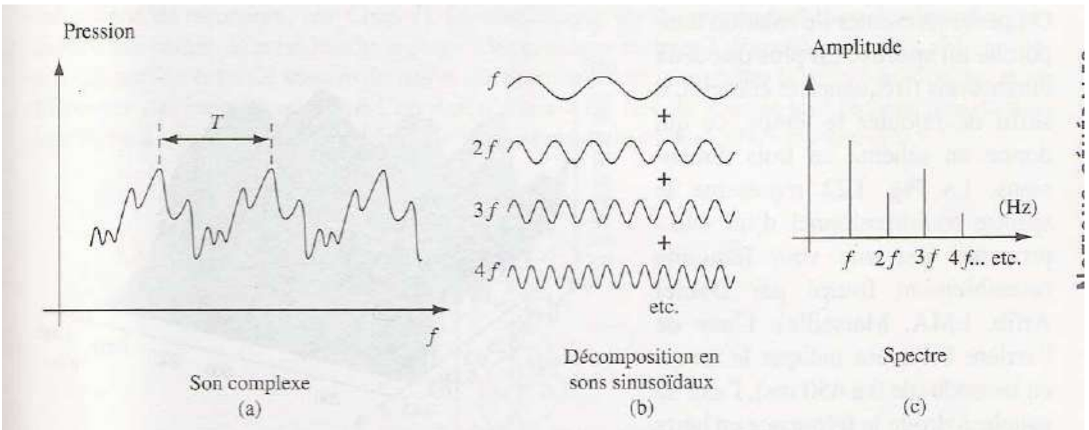


  - Décomposition harmonique:
    - Tout signal de fréquence f peut se décomposer comme la somme de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples de f.

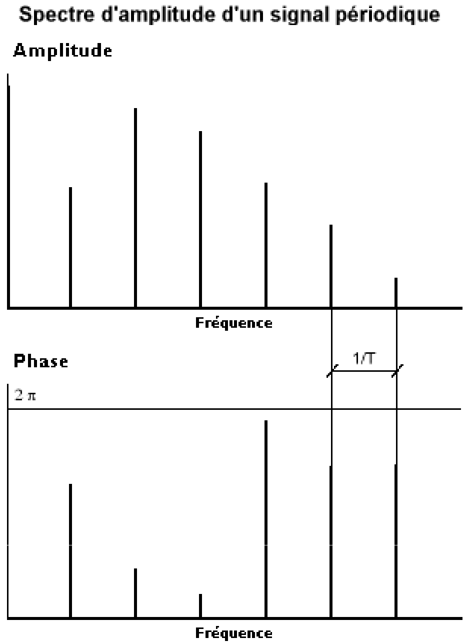


$$s(t) = s_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} s_n \cdot \cos(2\pi n f t + \varphi_n) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cdot \cos(2\pi n f t) + b_n \cdot \sin(2\pi n f t)$$

    - $n = 1$: fondamental
    - $n > 1$: harmonique de rang n



- Spectre d'amplitude
  - Son pur : peu d'harmoniques
  - Son riche : beaucoup d'harmoniques

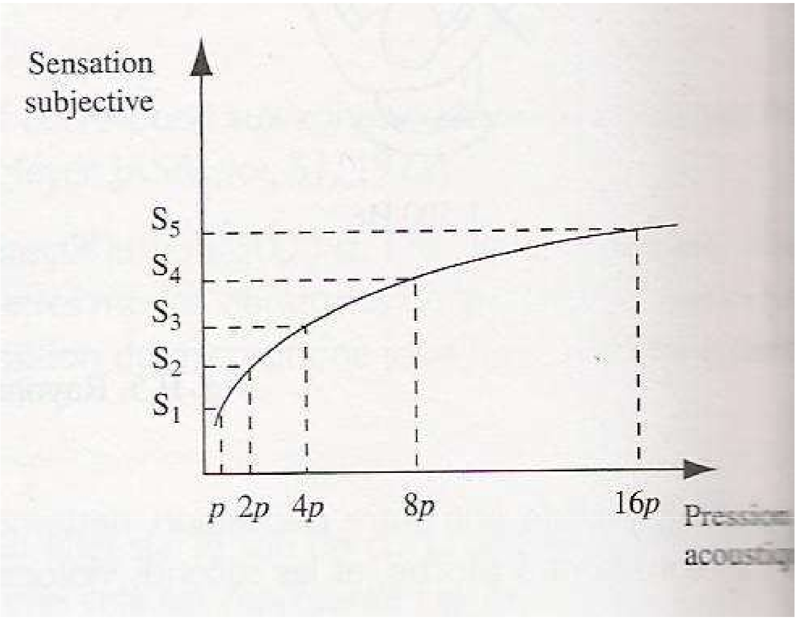


- **Force**
  - Lié à l'amplitude des
    - Variations de pression
    - Oscillations des molécules
  - Son et bruit
  - Quantifié par l'intensité *I*

(à 1 kHz)	I (W.m^{-2})	p (Pa)	a (m)
Seuil d'audition	10^{-12}	2.10^{-5}	$0,5.10^{-10}$
Seuil de douleur	1	20	$0,5.10^{-4}$

c) Niveau sonore

- **Test d'écoute :**
  - Si p faible, on perçoit Δp faible
  - Si p fort, on ne perçoit pas Δp faible
- **Courbe de sensibilité de l'oreille :**
  - Échelle logarithmique



- **Niveau sonore :** $\boxed{L = 20\log\left(\frac{p_{eff}}{p_0}\right)}$
  - p_0 : pression de référence = pression au seuil d'audition : $p_0 = 2.10^{-5}$ Pa
  - $I = \alpha \cdot p^2 \Rightarrow L = 20\log\left(\frac{(I/\alpha)^{1/2}}{p_0}\right) \Rightarrow L = 20\log\left(\left(\frac{I}{\alpha p_0^2}\right)^{1/2}\right) \Rightarrow L = 10\log\left(\frac{I}{\alpha p_0^2}\right)$

$$\boxed{L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

  - I_0 : intensité de référence = Intensité au seuil d'audition : $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2}
  - "unité" : décibel (acoustique) ou dB

⇨ Doublement d'amplitude :

$$p' = 2 \times p \Rightarrow L' = 20 \log\left(\frac{2p}{p_0}\right) \Rightarrow L' = L + 20\log(2) \approx L + 6\text{dB}$$

⇨ Doublement de puissance :

$$I' = 2 \times I \Rightarrow L' = 10 \log\left(\frac{2I}{I_0}\right) \Rightarrow L' = L + 10\log(2) \approx L + 3\text{dB}$$

⇨ Onde sphérique :

$$I(r) = \frac{I_1}{r^2} \Rightarrow L(r) = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0 r^2}\right) = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 10\log\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$\boxed{L(r) = L_1 - 20\log r}$$

⇨ **Addition de deux sons**

⇨ $p = p_1 + p_2 \Rightarrow p_{eff}^2 = \left\langle (p_1 + p_2)^2 \right\rangle = \left\langle p_1^2 \right\rangle + 2\left\langle p_1 \cdot p_2 \right\rangle + \left\langle p_2^2 \right\rangle$

⇨ Sources non corrélées (sons incohérents)

$$\left\langle p_1 \cdot p_2 \right\rangle = 0 \Rightarrow p_{eff}^2 = p_1^2 + p_2^2 \qquad \boxed{\Rightarrow I = I_1 + I_2}$$

⇨ Sources corrélées (sons cohérents) :

$$\left\langle p_1 \cdot p_2 \right\rangle = p_{1,eff} \cdot p_{2,eff} \qquad \boxed{\Rightarrow p_{eff} = p_{1,eff} + p_{2,eff}}$$

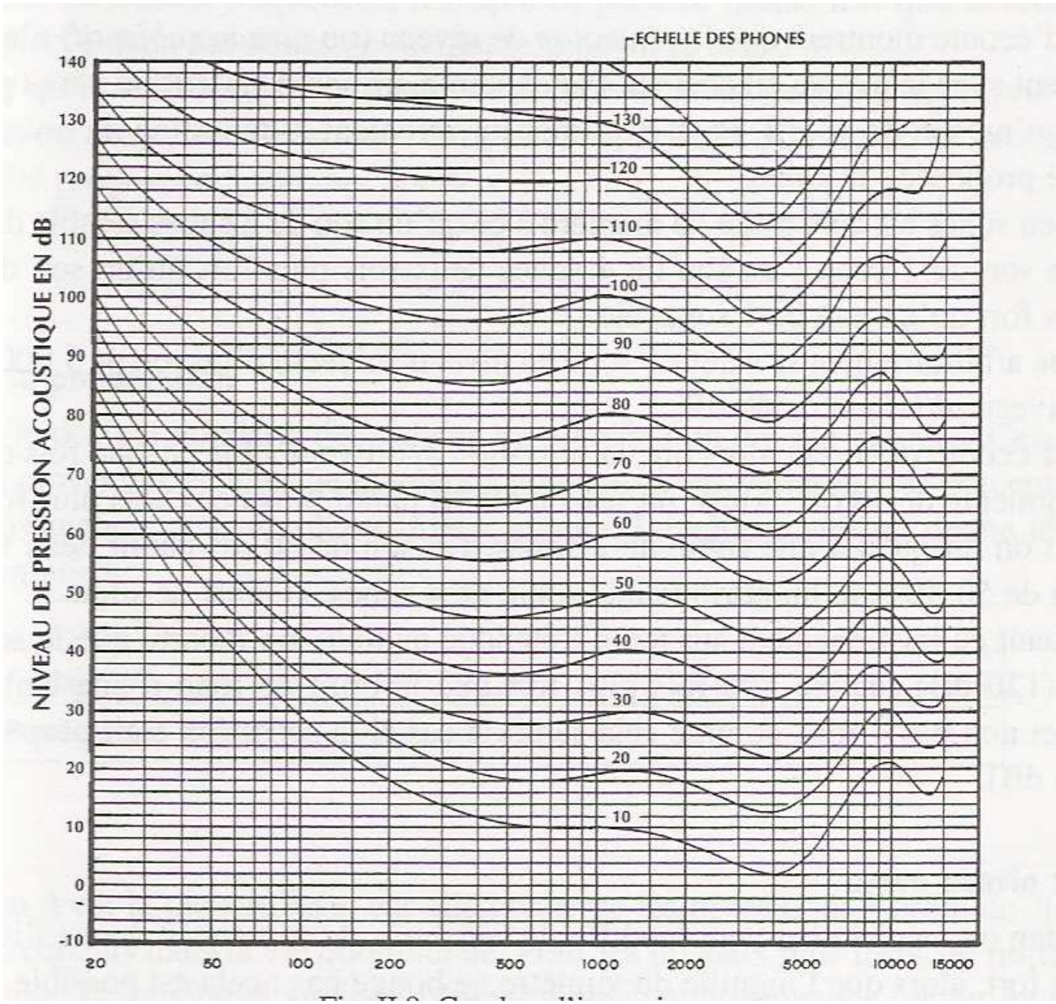
⇨ Si $p_1 = p_2$

- Sons incohérents : $I = 2\, I_1 \Rightarrow L = L_1 + 3\ dB$
- Sons cohérents : $p = 2\, p_1 \Rightarrow I = 4\, I_1 \Rightarrow L = L_1 + 6\ dB$

⇨ **Échelle (indicative) des niveaux sonores**

Niveau (dB)	Pression (Pa)	Intensité ($W.m^{-2}$)	Effets	Exemple
194	101 300	$25\ 10^{6}$		Pression atmosphérique
180	20 000	10^{6}		Fusée
140	200	100	lésions irréversibles	Avion à réaction
120	20	1	Seuil de douleur	Atelier Industriel
100	2	10^{-2}	Perte d'audition après une exposition brève	Discothèque
80	0.2	10^{-4}	Perte d'audition après une exposition prolongée	Orchestre
60	0.02	10^{-6}		Rue
40	0.002	10^{-8}		Conversation
20	0.0002	10^{-10}		Chuchotement
0	0.00002	10^{-12}		Silence

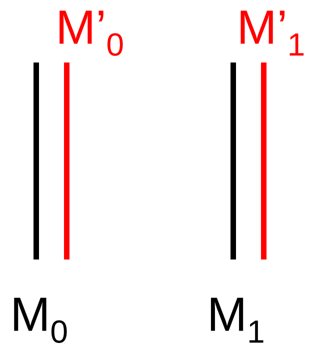
- **Courbes isophoniques :**
  - Sensibilité de l'oreille dépend (légèrement) de la fréquence



3. Propagation d'une onde acoustique

a) Propagation d'un ébranlement

- **Ebranlement : déplacement rapide, de faible amplitude**
  - Compression de l'air
  - Poussée supplémentaire
  - Poussée sur le point voisin
  - Propagation longitudinale



- **Variables mises en jeu**
  - Déplacement $\zeta(x,t)$ — Vitesse $\dot{\zeta}(x,t) = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$ — Accélération $\ddot{\zeta}(x,t) = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2}$
  - Surpression $p_e(x,t)$ $\quad P = P_o + p_e \quad et \quad p_e << P_o$
  - Masse volumique $\rho_e(x,t)$ $\quad \rho = \rho_o + \rho_e \quad et \quad \rho_e << \rho_o$

•

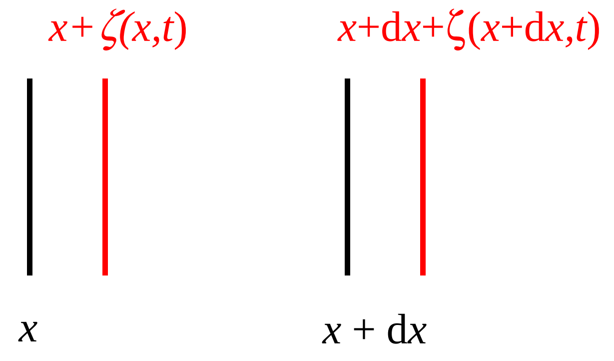
b) Equation de Propagation

⇨ **3 Phénomènes**

I Le gaz se déplace et change de densité

II Le changement de densité entraîne un changement de pression

III Les inégalités de pression engendrent le déplacement du gaz



I Le gaz se déplace et change de densité

⇨ Conservation de la masse : $\rho_o \cdot S\mathrm{d}x = \rho \cdot S\big((x+\mathrm{d}x+\zeta(x+\mathrm{d}x,t)) - (x+\zeta(x,t))\big)$

si $\mathrm{d}x \to 0$ $\quad \zeta(x+\mathrm{d}x,t) = \zeta(x,t) + \dfrac{\partial \zeta}{\partial x}(x,t)\cdot \mathrm{d}x$

$$\rho_o \cdot \mathrm{d}x = (\rho_o + \rho_e)\cdot\left[\mathrm{d}x + \frac{\partial \zeta}{\partial x}(x,t)\cdot \mathrm{d}x\right]$$

$$\rho_o = (\rho_o + \rho_e)\cdot\frac{\partial \zeta}{\partial x}(x,t) + (\rho_o + \rho_e)$$

$$\rho_e = -(\rho_o + \rho_e)\cdot\frac{\partial \zeta}{\partial x}(x,t)$$

$$\boxed{\Rightarrow \rho_e = -\rho_o \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \text{(I)}}$$

III Le changement de densité entraîne un changement de pression

➪ Dilatation d'un fluide : Relation entre P et ρ

$$P = f(\rho) \text{ et } P_o = f(\rho_o)$$
$$P = P_o + p = f(\rho_o + \rho_e) \approx f(\rho_o) + f'(\rho_o)\cdot\rho_e$$
$$p = f'(\rho_o)\cdot\rho_e$$

➪ Dilatation d'un gaz parfait :

$$PV = nRT \qquad \Rightarrow P = \frac{n}{V}RT$$
$$\text{et } \rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V} \qquad \Rightarrow P = \left(\frac{RT}{M}\right)\cdot\rho$$

➪ Coefficient de compressibilité d'un fluide :

$$\chi = -\frac{1}{V}\cdot\frac{\Delta V}{\Delta P} = -\frac{1}{V}\cdot\frac{V - V_o}{P - P_o}$$

dépend du fluide

dépend de T

$$\text{et} \quad \theta = \frac{V - V_o}{V_o} = \frac{\frac{m}{\rho} - \frac{m}{\rho_o}}{\frac{m}{\rho_o}} = \frac{\rho_o - \rho}{\rho} \approx -\frac{\rho_e}{\rho_o} \quad \text{soit} \quad \chi = -\frac{\theta}{p} = \frac{\rho_e}{\rho_o p}$$

$$\boxed{\Rightarrow p = \frac{1}{\rho_o \chi}\cdot\rho_e \quad \text{(II)}}$$

III Les inégalités de pression engendrent le déplacement de la tranche

- Équation du mouvement de la tranche :

- masse : $m = \rho_o \cdot S \cdot \mathrm{d}x$
- accélération : $\vec{a} = \dfrac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \cdot \vec{u}_x$
- forces :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= P(x,t) \cdot S \cdot \vec{u}_x - P(x+\mathrm{d}x,t) \cdot S \cdot \vec{u}_x \\ &= \big(p(x,t) - p(x+\mathrm{d}x,t)\big) \cdot S \cdot \vec{u}_x \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x}(x,t) \cdot \mathrm{d}x \cdot S \cdot \vec{u}_x\end{aligned}$$

- RFD : $m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F} \Rightarrow (\rho_o \cdot S \cdot \mathrm{d}x) \cdot \left(\dfrac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \cdot \vec{u}_x \right) = -\dfrac{\partial p}{\partial x}(x,t) \cdot \mathrm{d}x \cdot S \cdot \vec{u}_x$

$$\boxed{\Rightarrow \rho_o \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \qquad \text{(III)}}$$

⇨ **Équation de propagation**

$$\boxed{\rho_e = -\rho_o \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \text{(I)}} \qquad \boxed{p = \frac{1}{\rho_o \chi} \cdot \rho_e \quad \text{(II)}} \qquad \boxed{\rho_o \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{(III)}}$$

$$\rho_o \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \overset{\text{(III)}}{=} -\frac{\partial p}{\partial x} \overset{\text{(II)}}{=} -\frac{1}{\rho_o \chi} \cdot \frac{\partial \rho_e}{\partial x} \overset{\text{(I)}}{=} -\frac{1}{\rho_o \chi} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho_o \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)$$

$$\rho_o \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}$$

⇨ Équations identiques en p et ρ_e : $\rho_o \chi \cdot \frac{\partial^2 \rho_e}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \rho_e}{\partial x^2}$ ou $\rho_o \chi \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$

⇨ Unité de $\rho_o \chi$: $m^{-2}.s^2$

⇨ On pose : $\boxed{c_s = \frac{1}{\sqrt{\rho_o \chi}}}$ (c_s en $m.s^{-1}$)

$$\boxed{\Rightarrow \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c_s^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0}$$

c) Résolution de l'équation de d'Alembert

$$\boxed{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1)}$$

on pose $\begin{cases} v = x - ct \\ w = x + ct \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{w+v}{2} \\ t = \frac{w-v}{2c} \end{cases}$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial w}\cdot\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial w}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial w}\right) = \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial w}\right)\cdot\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial w}\right)\cdot\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial v \partial w} + \frac{\partial^2 f}{\partial w^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial w}\cdot\frac{\partial w}{\partial t} = -c\cdot\frac{\partial f}{\partial v} + c\cdot\frac{\partial f}{\partial w}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(-c\cdot\frac{\partial f}{\partial v} + c\cdot\frac{\partial f}{\partial w}\right) = c\left\{\frac{\partial}{\partial v}\left(-\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial w}\right)\cdot\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial w}\left(-\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial w}\right)\cdot\frac{\partial w}{\partial t}\right\}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2\cdot\left(\frac{\partial^2 f}{\partial v^2} - 2\frac{\partial^2 f}{\partial v \partial w} + \frac{\partial^2 f}{\partial w^2}\right)$$

⇨ **(1)** devient donc : $\left\{\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}+2\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial w}+\frac{\partial^2 f}{\partial w^2}\right\}-\frac{1}{c^2}\cdot\left\{c^2\cdot\left(\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}-2\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial w}+\frac{\partial^2 f}{\partial w^2}\right)\right\}=0$

$$\boxed{\Rightarrow 4\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial w}=0}$$

⇨ On intègre par rapport à w : $\frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)=0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial v}=\text{cste (par rapport à } w)=G(v)$

⇨ On intègre par rapport à v : $f=\int G(v)\cdot dv+\text{cste (par rapport à } v)$

$$f=g(v)+h(w)$$

⇨ On revient à x et t :

$$\boxed{f(x,t)=\underbrace{f_+(x-ct)}+\underbrace{f_-(x+ct)}}$$

avec f_+ et f_- deux fonctions quelconques !!

Onde progressive dans le sens des x croissants

Onde progressive dans le sens des x décroissants

c) Vitesse du son

$$\boxed{c_s = \frac{1}{\sqrt{\rho_o \chi}}}$$

⇨ **En général :**

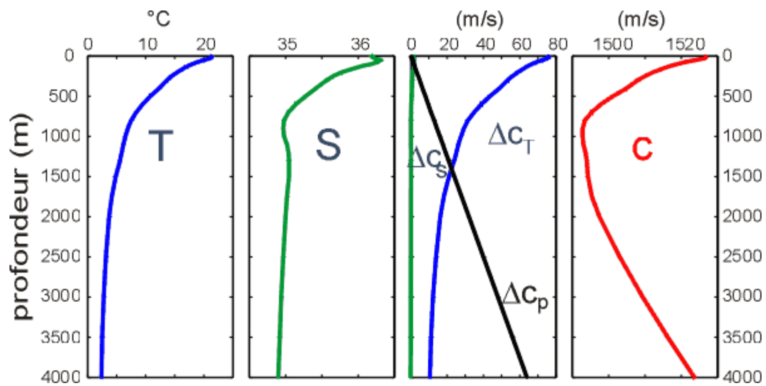
$$\left.\begin{array}{ll} & \rho_s > \rho_l > \rho_g \\ \text{mais} & \chi_s << \chi_l << \chi_g \end{array}\right\} c_s > c_l > c_g$$

⇨ **Quelques valeurs** (P_o = 1 atm, T = 20 °C)

milieu	c_s (m.s^{-1})	milieu	c_s (m.s^{-1})	milieu	c_s (m.s^{-1})
air	340	PVC	2000 - 2400	verre	5300
eau	1480	béton	3100	acier	5600 - 5900
glace	3200	Bois	3300	granit	6200

⇨ **Vitesse du son dans la mer**

$$\begin{aligned} c = \; & 1449{,}2 \\ & + 4{,}6T - 0{,}055T^2 + 0{,}00029T^3 \\ & + (1{,}34 - 0{,}010T)(S - 35) \\ & + 1{,}58 \cdot 10^{-6} P \end{aligned}$$



⇨ **Vitesse du son dans un gaz parfait**

⇨ Loi des gaz parfaits : $PV = nRT$

⇨ Transformation adiabatique (sans échange de chaleur) : $PV^{\gamma} = \text{cste}$

γ: coefficient adiabatique du gaz

- gaz monoatomique : $\gamma = 5/3 = 1{,}67$
- gaz diatomique : $\gamma = 7/5 = 1{,}4$

$$PV^{\gamma} = \text{cste} \quad \Rightarrow \ln P + \gamma \ln V = \text{cste} \quad \Rightarrow \frac{\mathrm{d}P}{P} + \gamma \frac{\mathrm{d}V}{V} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V} \cdot \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}P} = -\frac{1}{\gamma P} \qquad \Rightarrow \chi = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}P} = \frac{1}{\gamma P}$$

⇨ Vitesse du son : $c = \dfrac{1}{\sqrt{\rho_o \chi}} = \sqrt{\dfrac{\gamma P}{\rho_o}} = \sqrt{\dfrac{\gamma PV}{m}} = \sqrt{\dfrac{\gamma PV}{nM}}$

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \propto \sqrt{T}}$$

⇨ Air à 20°C : $c = \sqrt{\dfrac{1{,}4 \times 8{,}31 \times 293}{29 \cdot 10^{-3}}} = 343\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

e) Puissance acoustique – Impédance acoustique

- **Déplacement de matière associée à l'onde**
  - Puissance mécanique : $\mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v} = pS\cdot\dfrac{\partial\zeta}{\partial t}$
  - Onde progressive : $\zeta(x, t) = f(x - ct)$

$$\text{donc} \quad \frac{\partial\zeta}{\partial t} = -c\cdot f'(x-ct) \quad \text{et} \quad \frac{\partial\zeta}{\partial x} = f'(x-ct)$$

$$\text{soit} \quad \frac{\partial\zeta}{\partial t} = -c\cdot\frac{\partial\zeta}{\partial x} \overset{(I)}{=} -c\cdot -\frac{\rho_e}{\rho_o} \overset{(II)}{=} c\cdot\chi p$$

$$\text{donc} \quad \mathcal{P} = S\chi c\cdot p^2 \quad \text{or} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\rho_o\chi}} \Rightarrow \chi = \frac{1}{\rho_o c^2} \quad \text{soit} \quad \mathcal{P} = \frac{S}{\rho_o c}\cdot p^2$$

- **Intensité acoustique** $I = \dfrac{\langle\mathcal{P}\rangle}{S} \Rightarrow I = \dfrac{\langle p^2\rangle}{\rho_o c}$
  - Pression efficace : $p_{eff} = \sqrt{\langle p^2\rangle} \Rightarrow I = \dfrac{p_{eff}^2}{\rho_o c}$
  - Onde harmonique :

$$p = p_o\cos(\omega t - kx + \varphi) \Rightarrow \langle p^2\rangle = \frac{p_o^2}{2} \Rightarrow p_{eff} = \frac{p_o}{\sqrt{2}}$$

⇨ **Impédance acoustique** $\boxed{Z = \rho_o \cdot c}$

⇨ Unité : $kg.m^{-3}$ x $m.s^{-1}$ donc $kg.m^{-2}.s^{-1}$ ou $Pa.m^{-1}.s$

⇨ Air à 20 °C : Z = 1,29 x 343 = 440 $Pa.m^{-1}.s$

⇨ **Analogie électrique**

Electricité			Acoustique		
Tension	U	V	Pression	p	Pa
Intensité	I	A	Vitesse	$v = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$	$m.s^{-1}$
Puissance	P	W	Intensité	I	$W.m^{-2}$
Loi d'Ohm	$U = ZI \text{ ou } Z = \frac{U}{I}$			$p = Zv \text{ ou } Z = \frac{p}{v}$	
Loi de Joule	$P = U \cdot I = Z \cdot I^2 = \frac{U^2}{Z}$			$I = \langle p \cdot v \rangle = Z \cdot \langle v^2 \rangle = \frac{\langle p^2 \rangle}{Z}$	

4. Décomposition Harmonique

a) Séries de Fourier

- **TD 2 : toute solution de la corde vibrante se met sous la forme**

$$y_n(x,t) = A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \cos(n\omega_1 t) \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \frac{\pi c}{L} \quad et \quad n \in \mathbb{N}^*$$

- Solution générale :

$$y(x,t) = \sum_n y_n(x,t) = \sum_n A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \cos(n\omega_1 t)$$

- $y(x,t)$: périodique de période $T = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{c}{2L}$

- **On admet et on généralise :**

toute fonction périodique, de période T et de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$, peut s'écrire sous la forme :

$$f(t) \quad = u_o + \sum_{n=1}^{+\infty} u_n \cos(n\omega t + \varphi_n) \quad = a_o + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \quad = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot e^{in\omega t}$$

- $n = 0$: valeur moyenne de la fonction (ici = 0)
- $n = 1$: fréquence fondamentale
- $n > 1$: harmonique de rang n

- Les coefficients (a_n, b_n) ou (u_n, φ_n) donnent l'importance des harmoniques
- Permet de différencier 2 sons différents de même fréquence
  - même hauteur
  - timbres différents

- **Calcul inverse : (a_n, b_n) connaissant $f(t)$?**
  - a_o :

$$\langle f(t) \rangle = \left\langle a_0 + \sum_n a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \right\rangle$$

$$= \langle a_0 \rangle + \sum_n \langle a_n \cos(n\omega t) \rangle + b_n \langle \sin(n\omega t) \rangle$$

$$= a_0$$

$$\boxed{a_0 = \langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)\, \mathrm{d}t}$$

➪ a_n :

$$f(t)\cdot\cos n\omega t = a_0\cdot\cos n\omega t + \sum_p a_p\cos(p\omega t)\cdot\cos n\omega t + b_p\sin(p\omega t)\cdot\cos n\omega t$$

$$\text{soit } \langle f(t)\cdot\cos n\omega t\rangle = \underbrace{\langle a_0\cdot\cos n\omega t\rangle}_{=0} + \sum_p \langle a_p\cos(p\omega t)\cdot\cos n\omega t\rangle + b_p\langle\sin(p\omega t)\cdot\cos n\omega t\rangle$$

$$= \sum_p \frac{a_p}{2}[\underbrace{\langle\cos((p+n)\omega t)\rangle}_{=0} + \underbrace{\langle\cos((p-n)\omega t)\rangle}_{=0 \text{ sauf si } p=n}] + \frac{b_p}{2}[\underbrace{\langle\sin((n+p)\omega t)\rangle}_{=0} + \underbrace{\langle\sin((n-p)\omega t)\rangle}_{=0}]$$

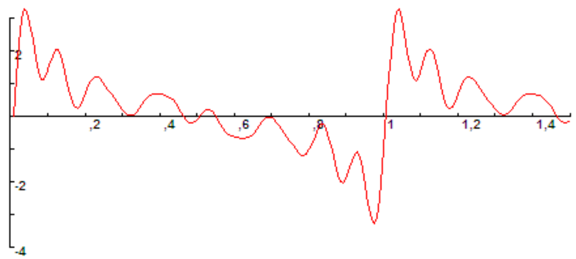
$$= \frac{a_n}{2}\cdot\langle\cos(0)\rangle = \frac{a_n}{2}$$

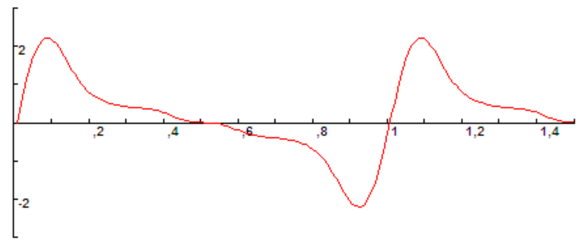
$$\boxed{a_n = 2\langle f(t)\cdot\cos n\omega t\rangle = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\cos n\omega t \, dt}$$

➪ b_n : idem avec $\sin n\omega t$

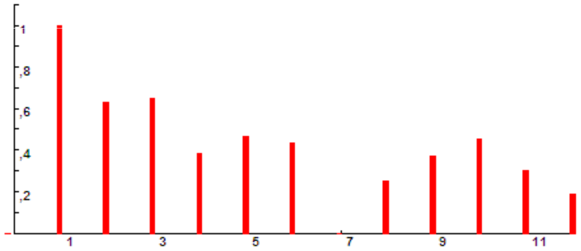
$$\boxed{b_n = 2\langle f(t)\cdot\sin n\omega t\rangle = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot\sin n\omega t \, dt}$$

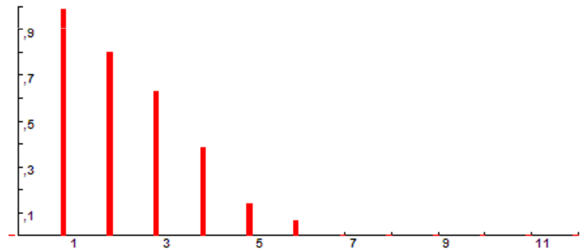
- **Spectre(s) du signal : (u_n, φ_n) en fonction de n ou ω**
  - Signal



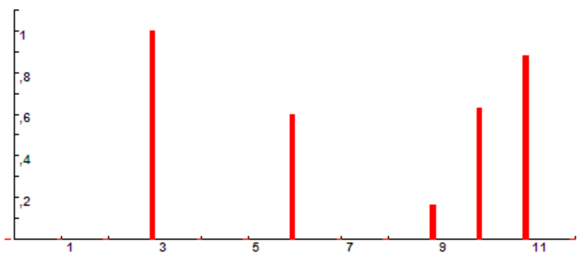


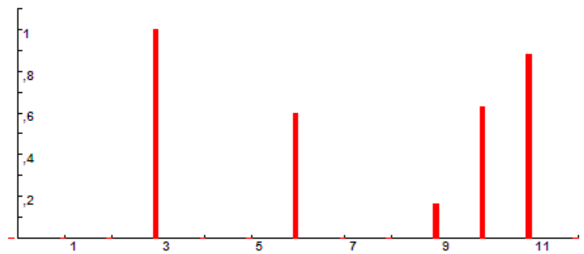
  - Spectre d'amplitude





  - Spectre de phase





b) Transformée de Fourier

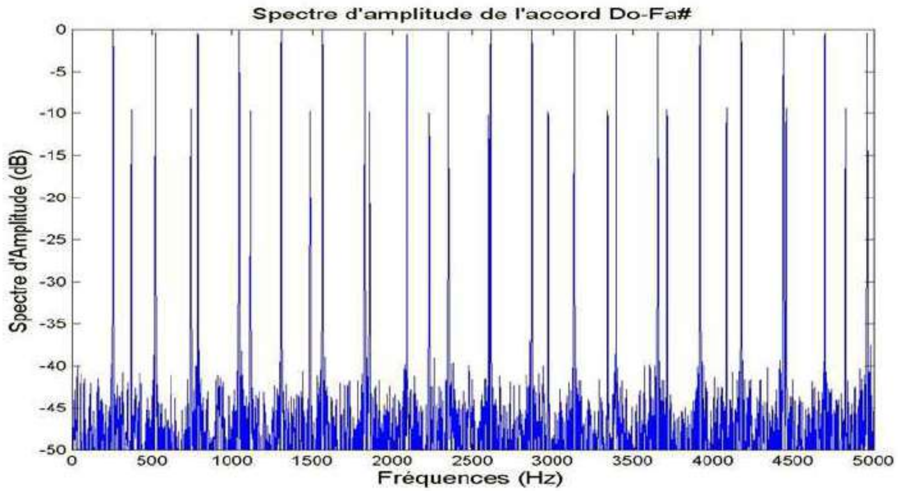
- **Généralisation des séries de Fourier aux signaux non périodiques**
  - Pas de période de référence ⇒ toutes les fréquences sont autorisées

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \cdot e^{i\omega t} \, \mathrm{d}\omega$$

  - Transformée de Fourier inverse

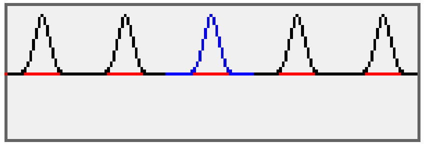
$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} \, \mathrm{d}t$$

- **Spectres d'amplitude ($|A(\omega)|$) et de phase ($\arg(A(\omega))$)**

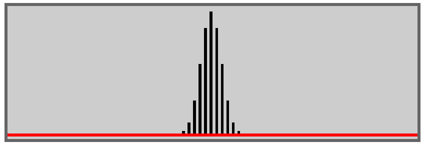


c) Paquet d'ondes

- **Paquet d'ondes : superposition d'ondes harmoniques centrées sur une fréquence centrale f_O (ou pulsation ω_O)**



$\Leftrightarrow$



$f(t)$ $|A(\omega)|$

- **Vitesse de phase :**
  - Vitesse de propagation d'une composante monochromatique
  - Vitesse de déplacement du terme de phase $(\omega t - kx)$

$$k \cdot \Delta x - \omega \cdot \Delta t = 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{\omega}{k} \Delta t \Rightarrow \quad \boxed{v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}}$$

  - milieu dispersif : $\dfrac{\omega}{k} \neq \text{cste} \quad \Rightarrow \quad v_\varphi(\omega)$

    - les ondes de fréquences différentes ne se propagent pas à la même vitesse
    - le paquet d'onde se déforme en se propageant
    - en général, les ondes acoustiques ne sont pas dispersives

⇨ **Relation de dispersion :** $\boxed{\omega = f(k) \text{ ou } k = g(\omega)}$

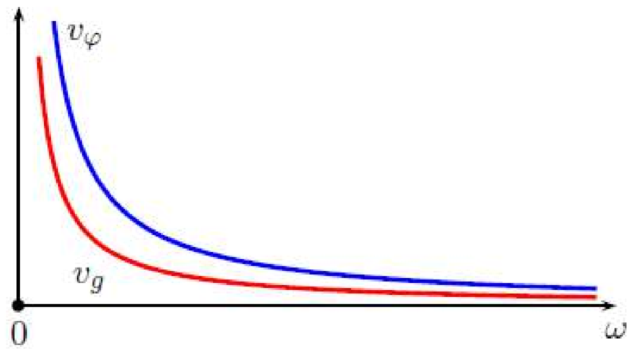
⇨ Exemple : ondes de houle $k = \dfrac{\omega^2}{g}$

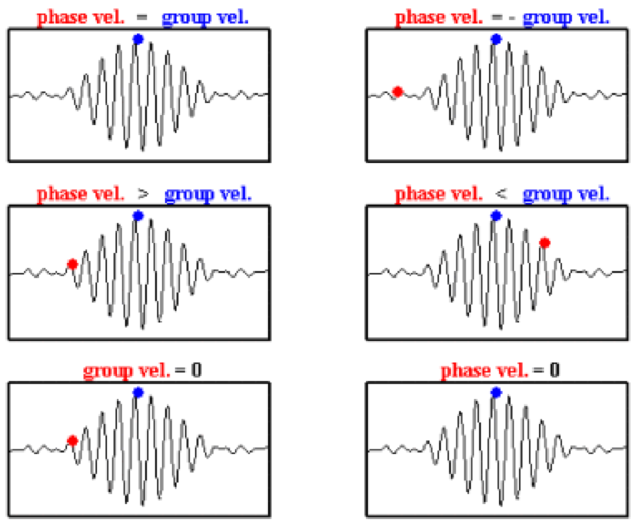
⇨ **Vitesse de groupe : vitesse de propagation (du maximum) du paquet d'onde**

⇨ le max du paquet d'onde parcourt Δx en Δt

$$\frac{\partial}{\partial k}(k \cdot \Delta x - \omega \cdot \Delta t) = 0 \Rightarrow \Delta x - \frac{\partial \omega}{\partial k}\Delta t = 0 \Rightarrow \boxed{v_g = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}}$$

⇨ Ondes de houle :



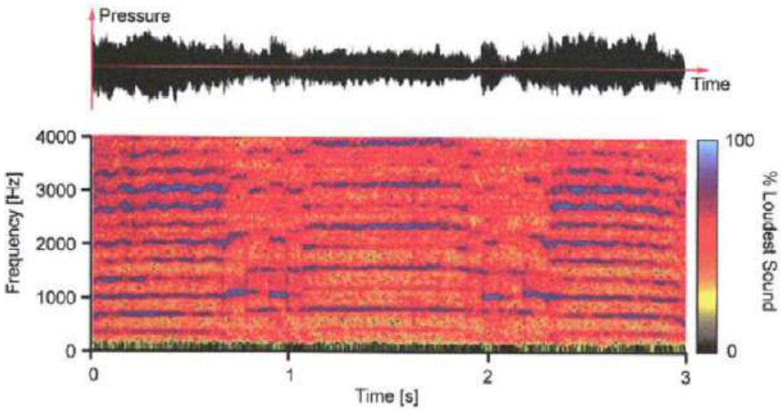


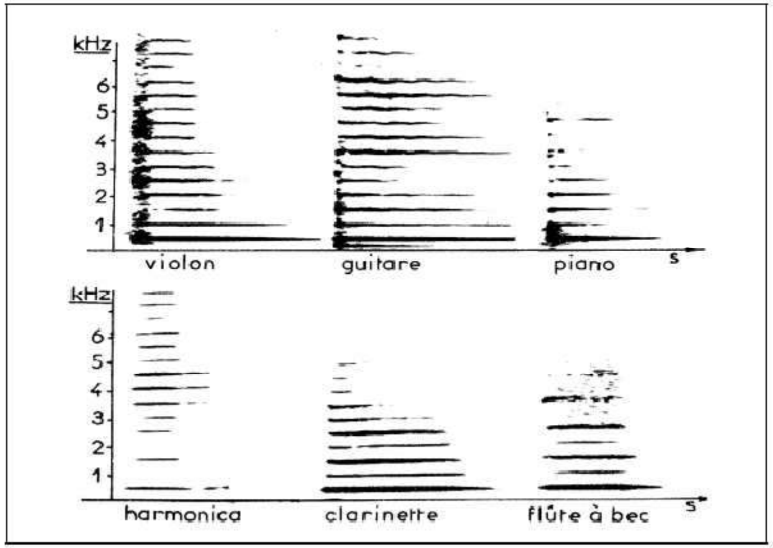
isvr

d) Analyse Temps – Fréquence

⇨ **Son musical ou voix : succession de sons ou notes de différentes forces/hauteurs/timbres**

⇨ **Sonogramme : vue d'ensemble du spectre de plusieurs secondes de sons**





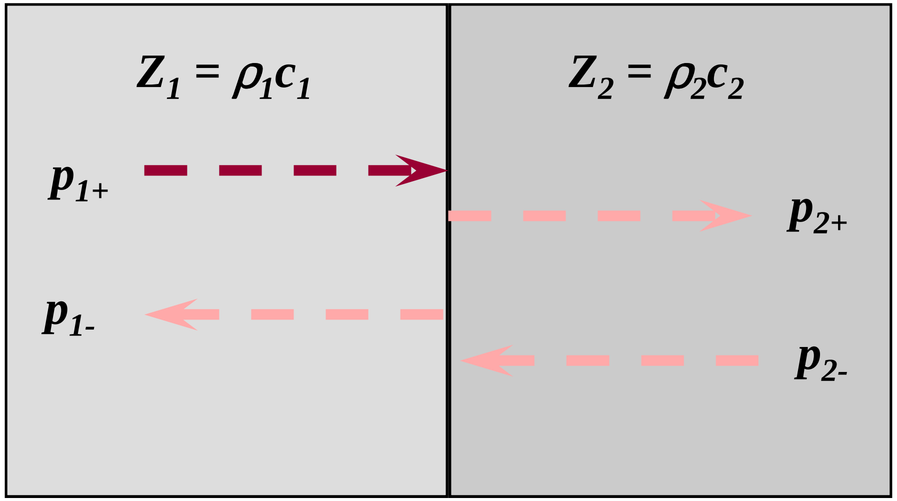
5. Réflexion – Transmission d'une onde

a) Onde à l'interface de 2 milieux

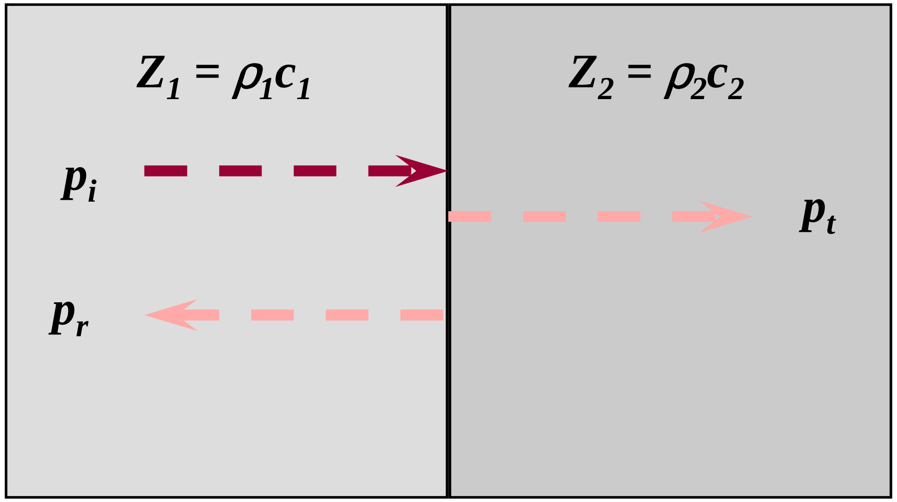
- **Surface séparant 2 milieux homogènes :**
  - Milieu 1 : ρ_1, c_1 , Z_1
  - Milieu 2 : ρ_2, c_2 , Z_2
- **Interface localement plane**
- **Ondes planes progressives harmoniques, perpendiculaires à l'interface**

$$p_1(x,t) = p_{1+}(x,t) + p_{1-}(x,t)$$
$$= A_1 \cdot e^{i(\omega t - k_1 x)} + B_1 \cdot e^{i(\omega t + k_1 x)}$$

$$p_2(x,t) = p_{2+}(x,t) + p_{2-}(x,t)$$
$$= A_2 \cdot e^{i(\omega t - k_2 x)} + B_2 \cdot e^{i(\omega t + k_2 x)}$$



- **Onde provenant du milieu 1 :**
  - Onde incidente : p_{1+}
  - Onde réfléchie : p_{1-}
  - Onde transmise : p_{2+}



- $A_1 = p_i,\ B_1 = p_r$
  $A_2 = p_t,\ B_2 = 0$

- Milieu 1 : $Z_1 = \rho_1 \cdot c_1,\ k_1 = \dfrac{\omega}{c_1},\ p_1 = \pm Z_1 \cdot v_1$

- Milieu 2 : $Z_2 = \rho_2 \cdot c_2,\ k_2 = \dfrac{\omega}{c_2},\ p_2 = \pm Z_2 \cdot v_2$

b) Coefficients d'amplitude

- **Coefficient de transmission en amplitude :** $\boxed{t = \frac{p_t}{p_i} = \frac{A_2}{A_1}}$

- **Coefficient réflexion en amplitude :** $\boxed{r = \frac{p_r}{p_i} = \frac{B_1}{A_1}}$

- **Continuité de la pression à l'interface :**

$$p_1(0,t) = p_2(0,t) \Rightarrow A_1 \cdot e^{i(\omega t)} + B_1 \cdot e^{i(\omega t)} = A_2 \cdot e^{i(\omega t)} \Rightarrow A_1 + B_1 = A_2 \Rightarrow 1 + \frac{B_1}{A_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\boxed{\Rightarrow 1 + r = t}$$

- **Continuité de la vitesse à l'interface :**
  - Relations vitesse/pression : $v_i = \frac{p_i}{Z_1}, v_t = \frac{p_t}{Z_2}, v_r = -\frac{p_r}{Z_1}$
  - Continuité de v en $x = 0$:

$$v_1(0,t) = v_2(0,t) \Rightarrow v_i(0,t) + v_r(0,t) = v_t(0,t) \Rightarrow \frac{p_i(0,t)}{Z_1} - \frac{p_r(0,t)}{Z_1} = \frac{p_t(0,t)}{Z_2}$$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{Z_1} - \frac{B_1}{Z_1} = \frac{A_2}{Z_2} \Rightarrow 1 - \frac{B_1}{A_1} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{A_2}{A_1} \qquad \boxed{\Rightarrow 1 - r = \frac{Z_1}{Z_2} t}$$

⇨ **Coefficients en amplitude :**

$$\begin{cases} 1+r=t \\ 1-r=\dfrac{Z_1}{Z_2}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2=\left(1+\dfrac{Z_1}{Z_2}\right)t \\ r=t-1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{t=\frac{2Z_2}{Z_1+Z_2},\quad r=\frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}}$$

c) Coefficients en intensité

⇨ **Coefficient de transmission en intensité/énergie :** $\boxed{T=\dfrac{I_t}{I_i}}$

⇨ **Coefficient de réflexion en intensité/énergie :** $\boxed{R=\dfrac{I_r}{I_i}}$

⇨ **Intensité des ondes :** $I=\dfrac{\langle p^2\rangle}{Z},\ I_i=\dfrac{\langle p_i^2\rangle}{Z_1},\ I_r=\dfrac{\langle p_r^2\rangle}{Z_1},\ I_t=\dfrac{\langle p_t^2\rangle}{Z_2}$

$$T=\frac{I_t}{I_i}=\frac{A_2^2}{Z_2}\cdot\frac{Z_1}{A_1^2}=\frac{Z_1}{Z_2}\cdot t^2$$

$$R=\frac{I_r}{I_i}=\frac{B_1^2}{Z_1}\cdot\frac{Z_1}{A_1^2}=r^2$$

⇨ **Coefficients en intensité/énergie :**

$$\boxed{T = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2}, \quad R = \left(\frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}\right)^2}$$

⇨ **Remarques :**

⇨ $T + R = \dfrac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2} + \left(\dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}\right)^2$

$$= \frac{4Z_1Z_2 + Z_2^2 - 2Z_1Z_2 + Z_1^2}{(Z_1+Z_2)^2} = \frac{Z_2^2 + 2Z_1Z_2 + Z_1^2}{(Z_1+Z_2)^2} = \frac{(Z_1+Z_2)^2}{(Z_1+Z_2)^2}$$

⇨ Conservation de l'énergie : $\boxed{T + R = 1}$ (mais $t + r \neq 1$)

⇨ $T_{1\to2} = T_{2\to1}, \quad R_{1\to2} = R_{2\to1}$

⇨ si $Z_1 >> Z_2$ (ou $Z_2 >> Z_1$), $T \approx \dfrac{4Z_1Z_2}{Z_1^2} = \dfrac{4Z_2}{Z_1}$, $R \approx \dfrac{Z_1^2}{Z_1^2}$, $T \to 0$, $R \to 1$

⇨ si $Z_1 \approx Z_2$, $T \approx \dfrac{4Z_1^2}{(2Z_1)^2}$, $R \approx \dfrac{0}{(2Z_1)^2}$, $T \to 1$, $R \to 0$

⇨ **Atténuation en niveau acoustique :**

⇨ Atténuation en transmission :

$$\Delta L_t = L_t - L_i = 10\log\frac{I_t}{I_o} - 10\log\frac{I_i}{I_o} = 10\log\frac{I_t}{I_i}$$

$$\boxed{\Delta L_t = 10\log T}$$

⇨ Atténuation en réflexion :

$$\Delta L_r = L_r - L_i = 10\log\frac{I_r}{I_o} - 10\log\frac{I_i}{I_o} = 10\log\frac{I_r}{I_i}$$

$$\boxed{\Delta L_r = 10\log R}$$

6. Phénomènes Ondulatoires

a) Effet Doppler – Bang Sonique

⇨ **Effet Doppler** : décalage de fréquence d'une onde acoustique ou électromagnétique entre la mesure à l'émission et la mesure à la réception lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps

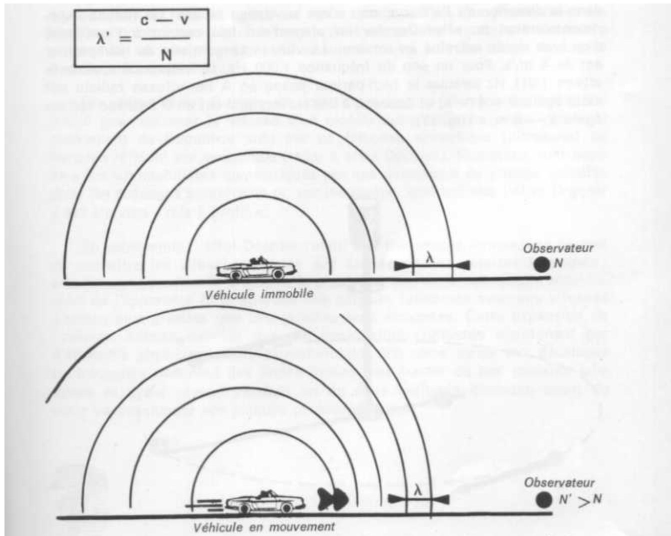


Fig. 16. — L'observateur qui écoute le son de l'avertisseur du cabriolet perçoit celui-ci avec une fréquence apparente N' supérieure à celle de la source lorsque la voiture approche (effet Doppler).

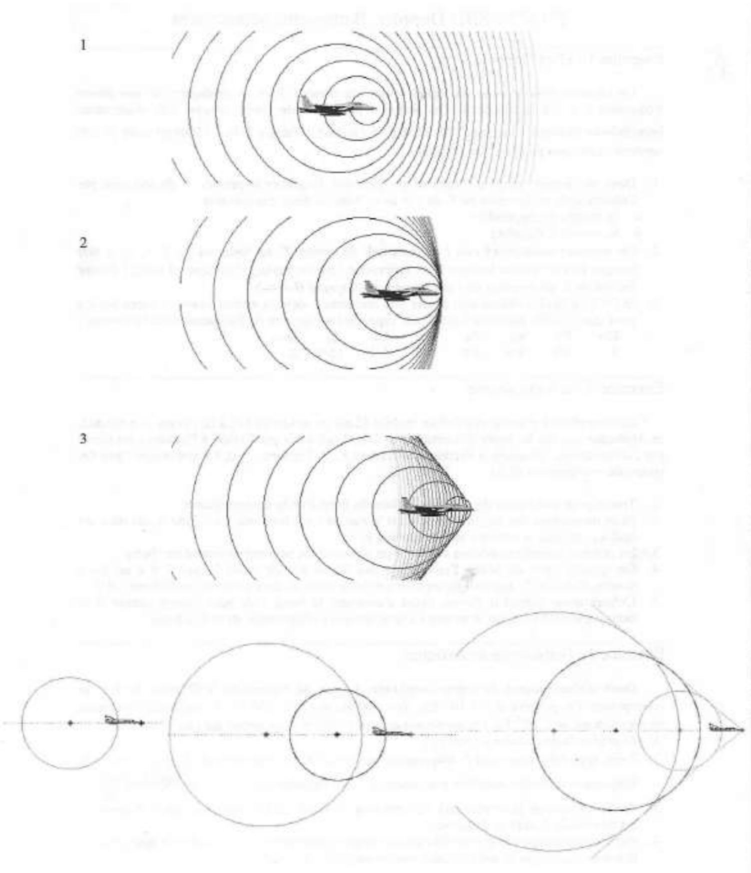
$$f' = f \cdot \frac{c + V_o \cdot \cos\theta_o}{c - V_s \cdot \cos\theta_s}$$

⇨ **Objet supersonique :** répartition de la surpression sur un cône de Mach

⇒ Bang sonique

⇨ **Objet transsonique** : répartition de la surpression devant l'objet

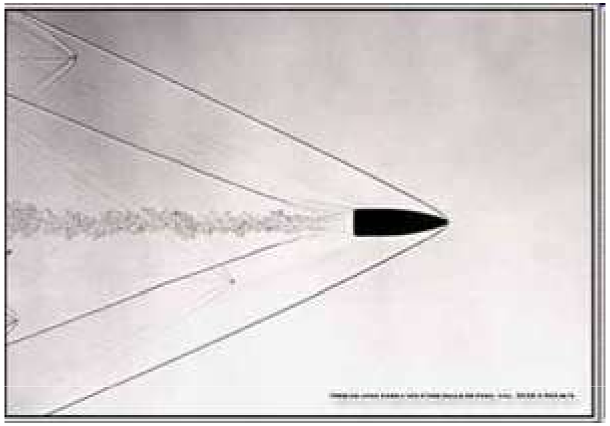
⇒ Mur du son



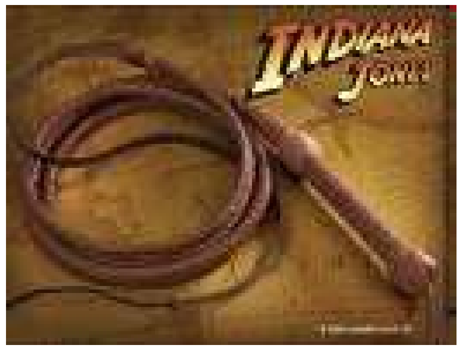
1. Subsonique ($v < c$)
2. Transsonique ($v \approx c$)
3. Supersonique ($v > c$)

- Avions :
  - •Bell X1 (14/10/1947)
  - •Concorde et Tupolev TU-144

- Balle de fusil ($v \approx 800$ m/s)

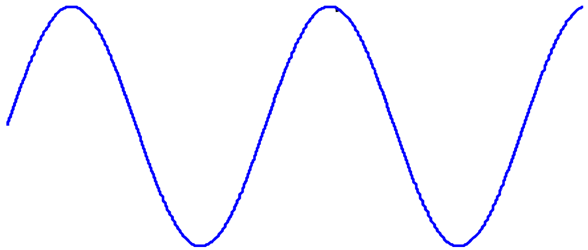


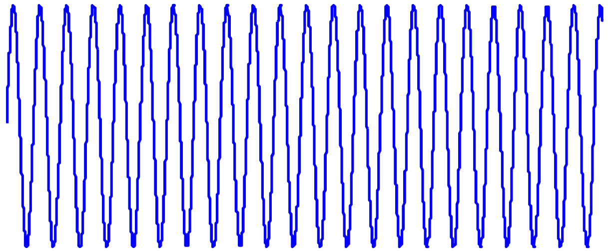
- Claquement du fouet



b) Transmission des sons – Modulation d'une onde

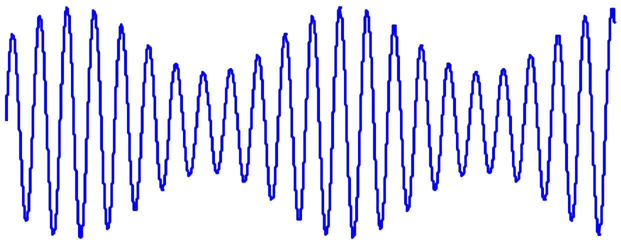
- **Portée du son : quelques mètres**
- **On transforme le signal acoustique en un signal électrique ou électromagnétique**
- **On lui trouve un support de transmission**
  - Radiodiffusion: espace hertzien
  - Télécommunications: câble en cuivre, fibre optique, espace hertzien
- **On trouve, si nécessaire, un véhicule du signal**
  - porteuse dont le choix des caractéristiques dépend du support de propagation





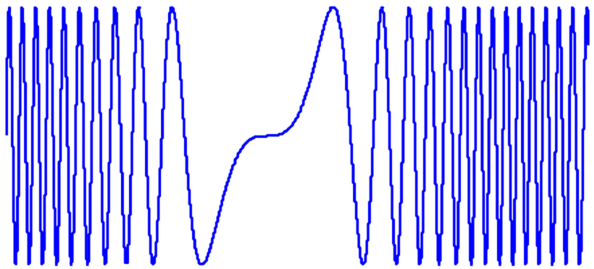
AM

$$I = (I_0 + I_{smax} \sin \omega_s t) \sin \omega_0 t$$



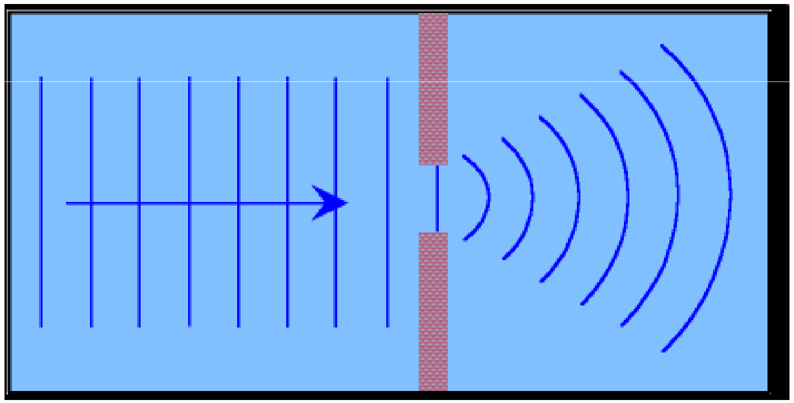
FM

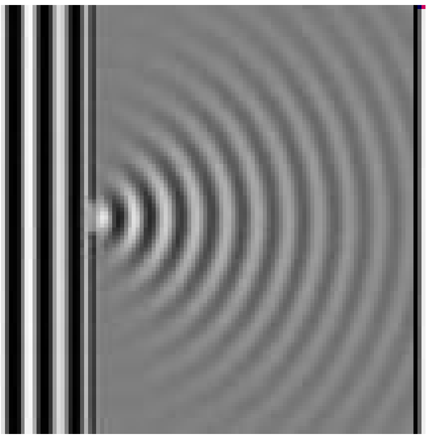
$$I = I_{0max} \sin(\omega_0 t + (\omega_0/\omega_s) \sin \omega_s t)$$



c) Diffraction – Diffusion

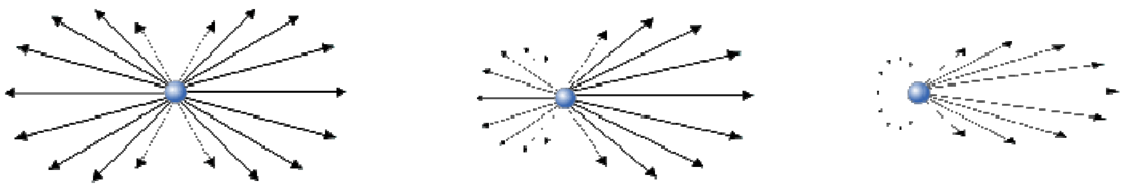
⇨ **Diffraction : comportement particulier de l'onde lorsqu'elle rencontre un obstacle de la taille de sa longueur d'onde : L ≈ λ**





L'information : A – La voix

⇨ **Diffusion :** phénomène par lequel une onde est dévié dans de multiples directions par une interaction avec d'autres objets**.**

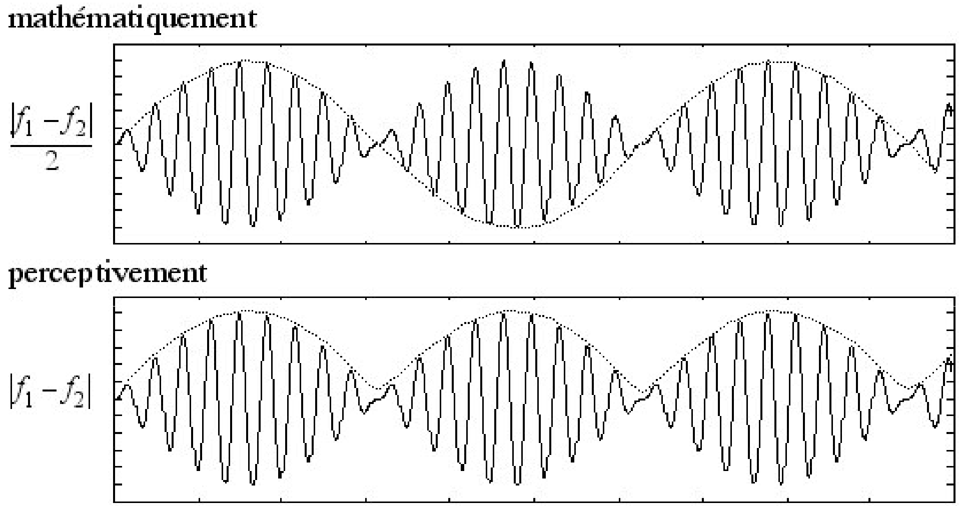


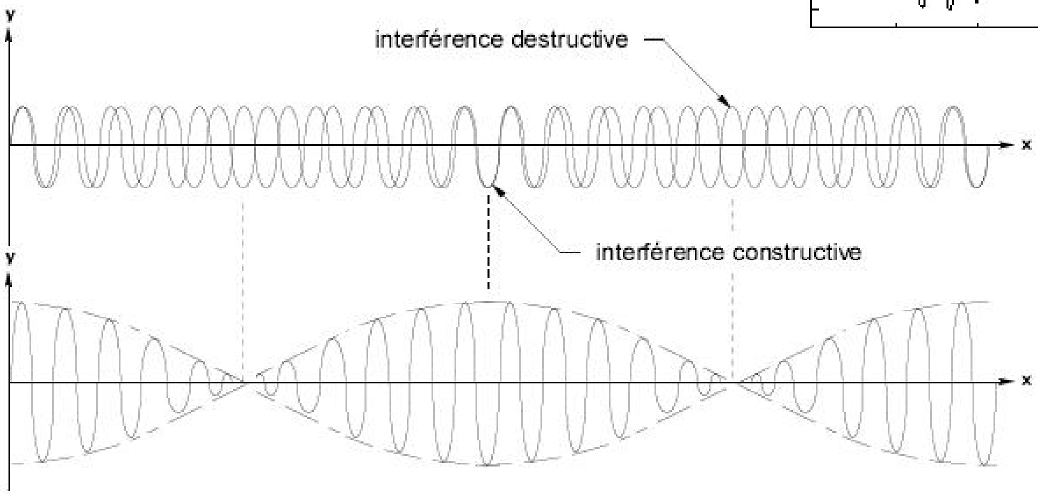
Diffusion de Rayleigh :

$$I = I_0 \cdot 8\pi^4 \cdot N\alpha^2 \cdot \frac{1+\cos^2(\Theta)}{\lambda^4 \cdot R^2}$$

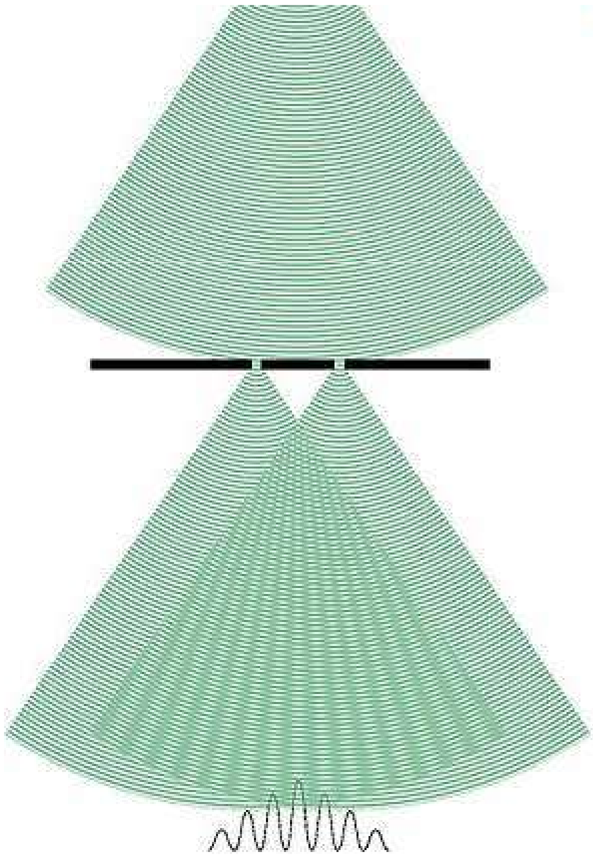
d) Battements – Interférences

- ⇨ **Battements :** superposition de 2 sons de fréquences très proches mais non identiques
  - ⇨ Audible si $|f_1 - f_2| < 7\ Hz$

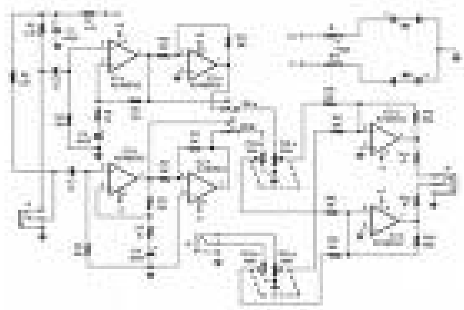




⇨ **Interférences :** lorsque deux ondes de même type et de même fréquence se rencontrent et interagissent l'une avec l'autre**.**



Casque anti bruit



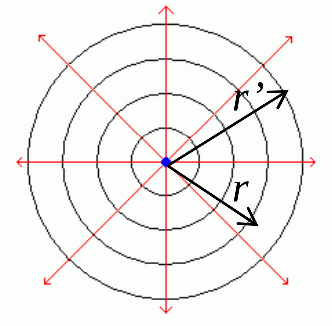
e) Atténuation

- **Diminution de l'amplitude / l'intensité d'un son lors de sa propagation**

- **Atténuation géométrique :** puissance totale conservée, augmentation de la surface des fronts d'ondes
  - Onde sphérique :

$$P_S = I(r)\cdot S(r) = I(r)\cdot 4\pi r^2$$

$$\boxed{\begin{array}{l} I(r) = \dfrac{P_S}{4\pi r^2} \Rightarrow I(r) \propto \dfrac{1}{r^2} \\ L(r) = L_1 - 20\log r \end{array}}$$



- **Atténuation physique :** interactions entre l'onde et le milieu dans lequel elle se propage
  - Frottements de type visqueux : $\vec{f} = -k\cdot\vec{v}$
  - Puissance dissipée : $\mathcal{P} = \langle \vec{f}.\vec{v} \rangle = \langle -k.v^2 \rangle \Rightarrow \mathcal{P} \propto \langle v^2 \rangle \propto \langle p^2 \rangle \propto I$

➪ Variation d'intensité :

$$I(x+\mathrm{d}x)-I(x)=\mathcal{P}(x)\mathrm{d}x=-\mu\cdot I(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{\mathrm{d}I(x)}{\mathrm{d}x}=-\mu\, I(x)$$

$$I(x)=I_0\cdot e^{-\mu x}$$

$$L(x)=L_0-\alpha x \quad (\text{avec } \alpha=10\frac{\mu}{\ln 10})$$

α en dB/m

➪ En général : α dépend

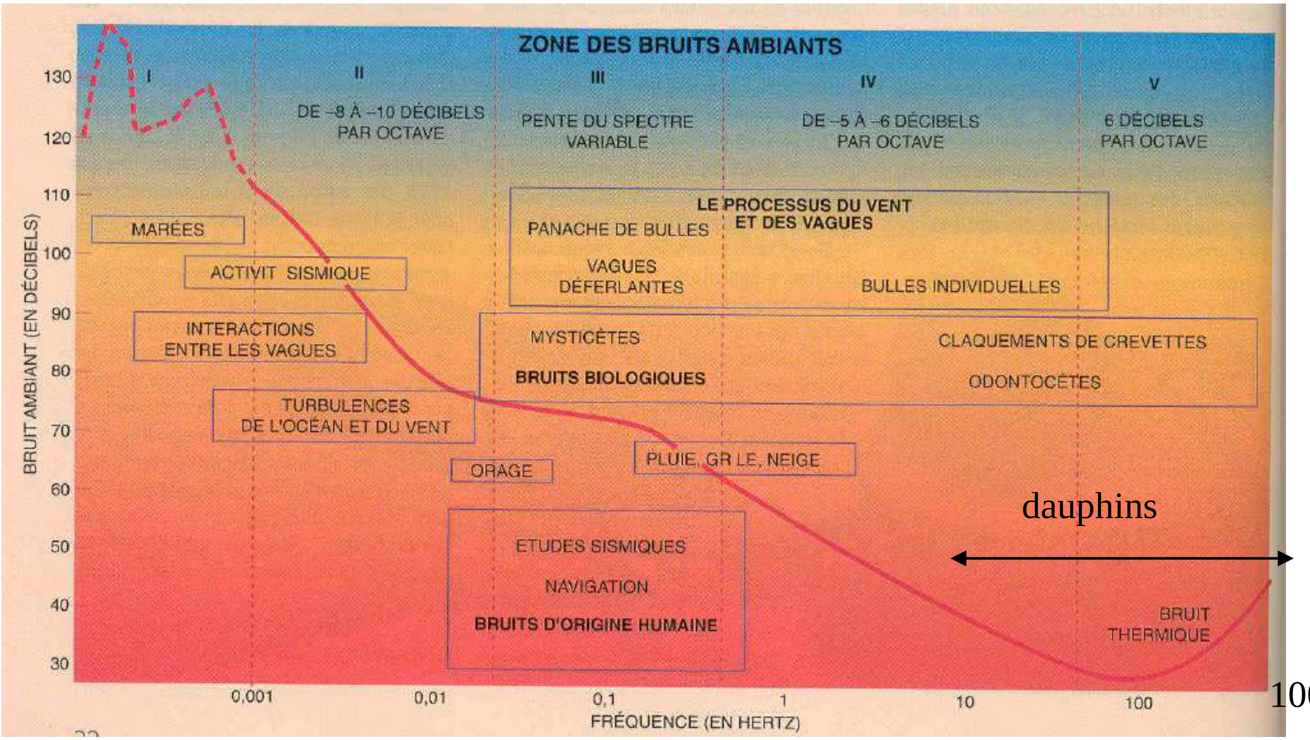
- du milieu
- de la fréquence f

Fréquence des ultrasons	Profondeur d'exploration maximale
2,5 - 3,5 MHz	> 15 cm
5 MHz	10 cm
7,5 MHz	5-6 cm
10 - 12 MHz	2-3 cm

	Sang	Graisse	Muscle	Os
α/f (dB.m^{-1}.MHz^{-1})	0,1	0,5	1,5	10

7. Les ondes acoustiques comme véhicule de l'information

a) À l'écoute de la mer (acoustique sous-marine)



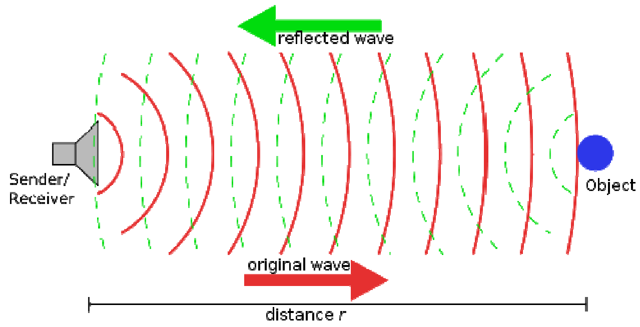
Sonars pour

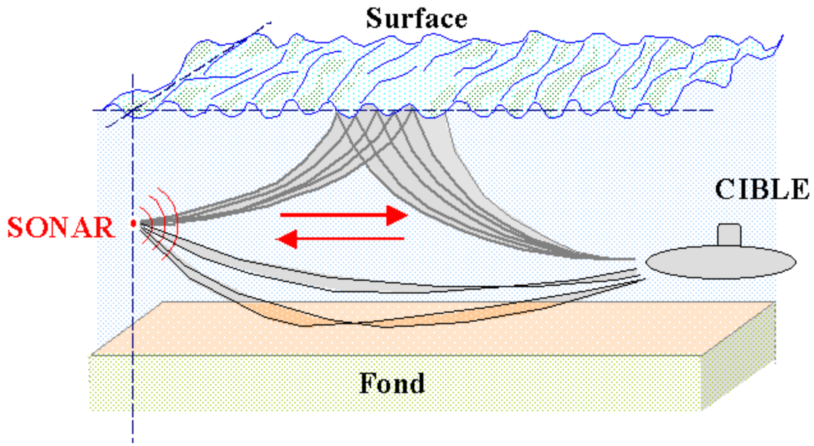
la cartographie

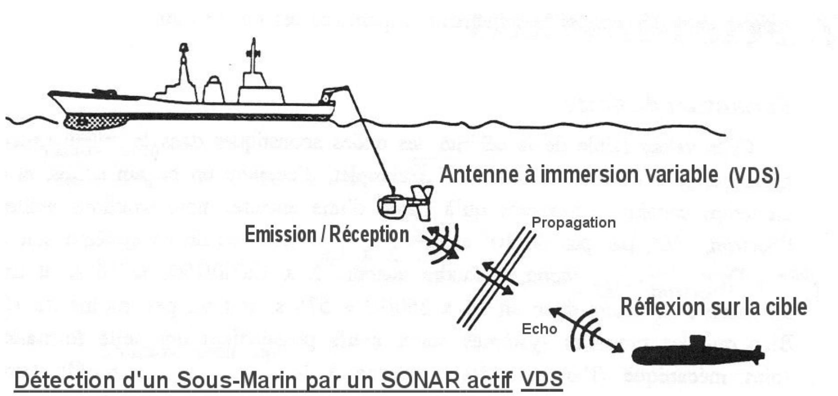
1000 300 kHz

La crevette «claquante», qui aime les eaux chaudes peu profondes, emplit l'océan d'un son caractéristique dû à sa pince surdimensionnée : en refermant sa pince très rapidement (en haut), *la crevette crée une bulle de cavitation qui, en disparaissant, engendre un claquement.*

⇨ Le sonar

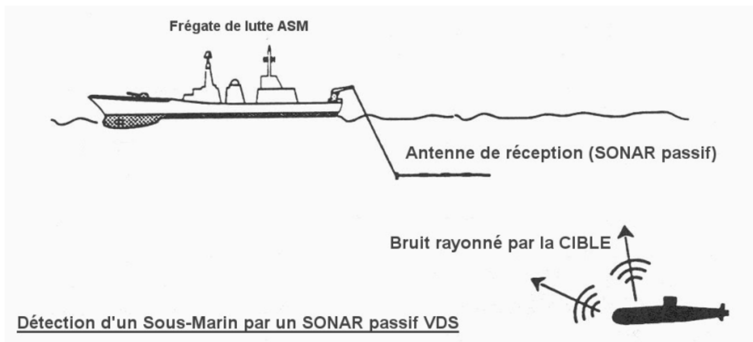






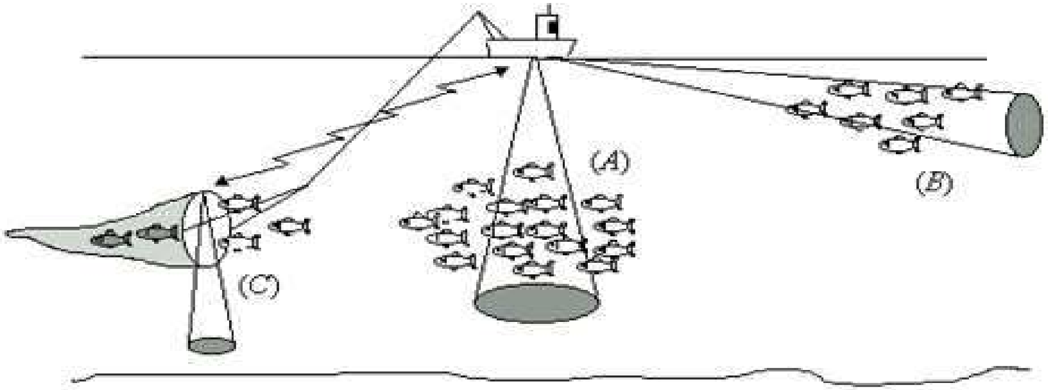
Militaire :

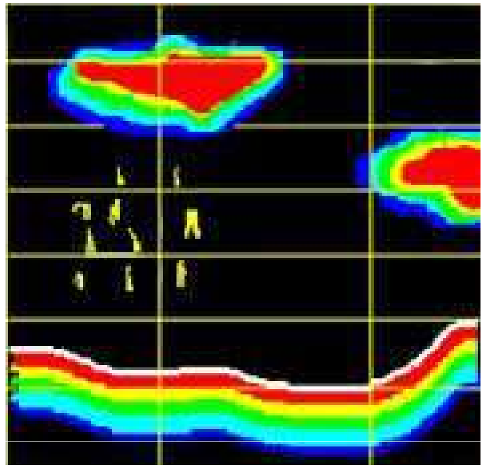
- ⇨ **Actif :** Emission d'ondes de fréquence plus ou moins hautes selon la distance.
- ⇨ **Passif :** Capte tous les bruits environnants.



⇘ Civil :

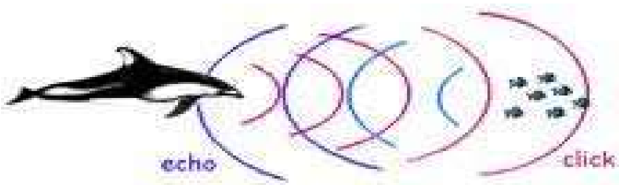
- ⇨ **Cartographie**
- ⇨ **Détection de poissons**
- ⇨ **Navigation**

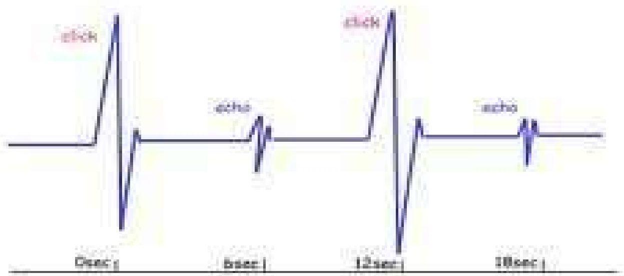




⇘ Naturel :

- ⇨ **Echolocation des dauphins**

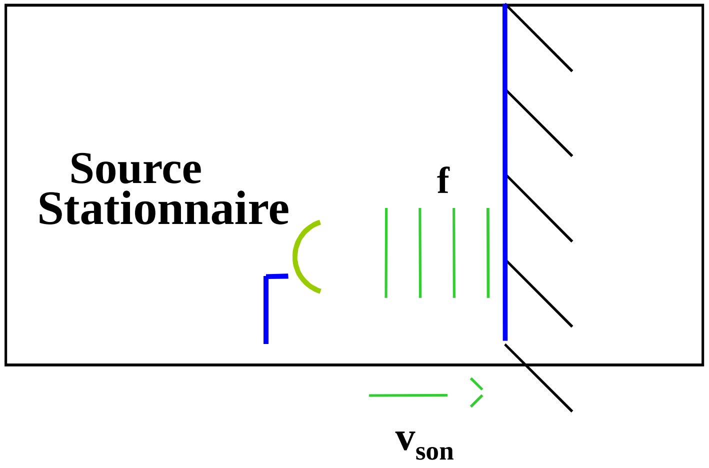


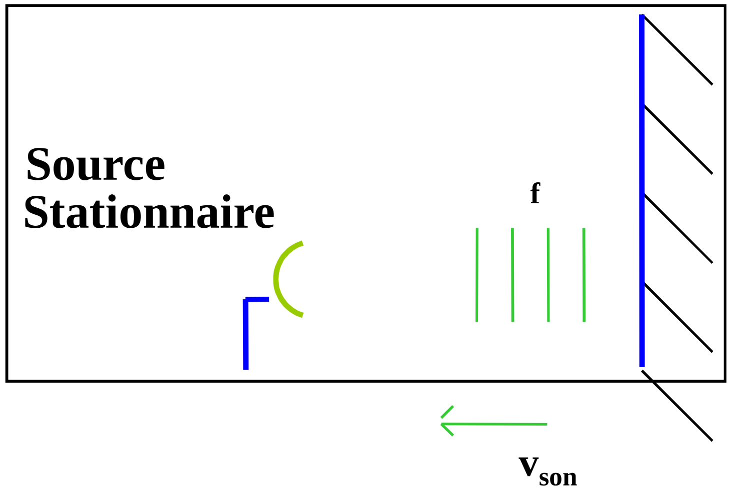


b) À l'écoute du corps humain (imagerie acoustique)

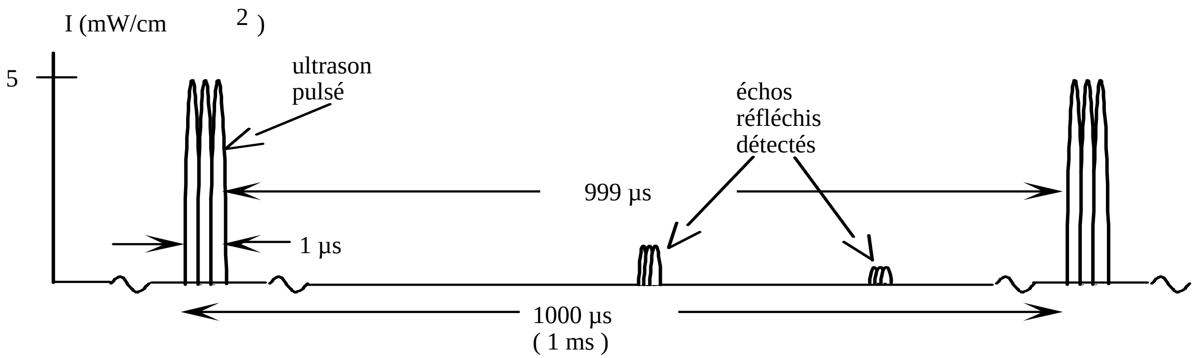
⇨ **Échographie médicale**

➯ Mesure de distance

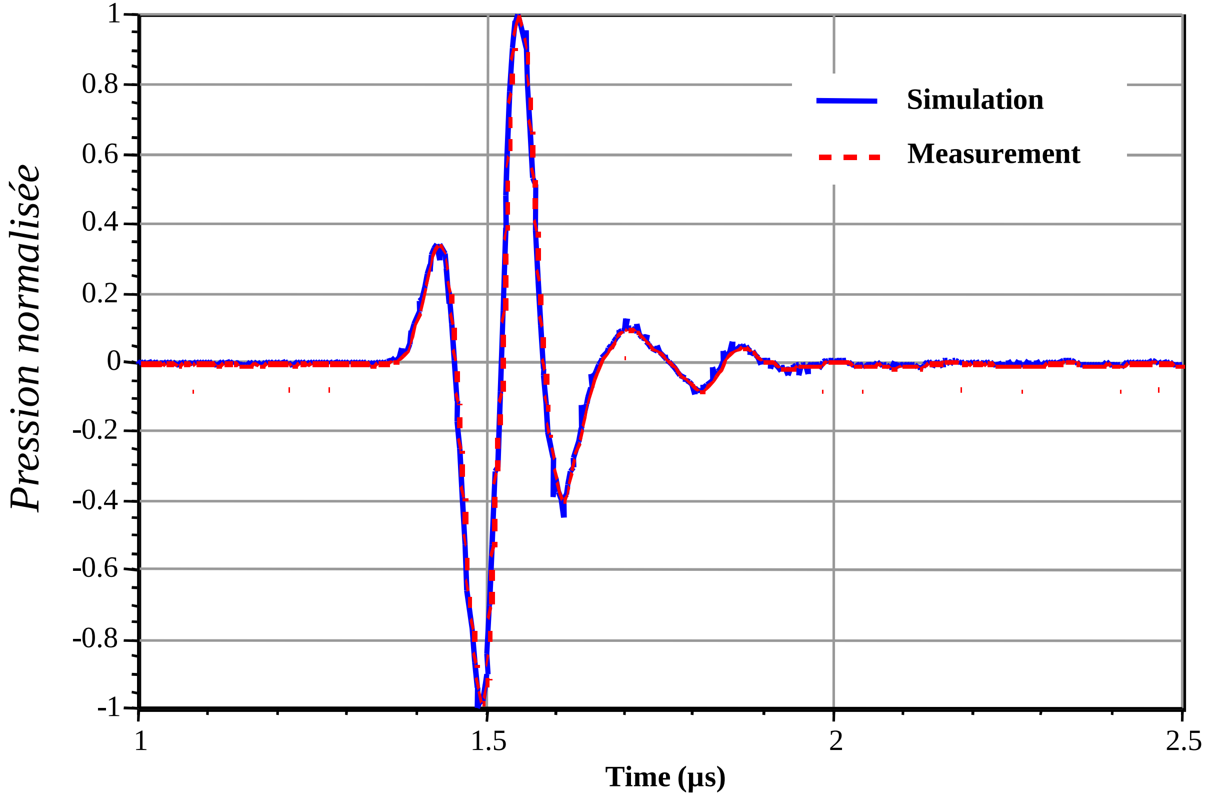




$$d = \frac{c\Delta t}{2}$$



Forme d’onde classique émise par un élément de réseau piezo-électrique



Génération et réception d 'ondes ultrasonores

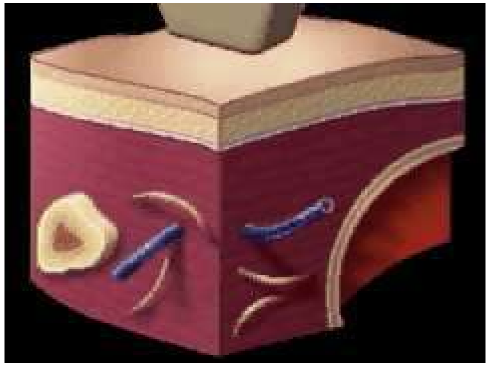
- Réseaux de transducteurs piézoélectriques réversibles
- réseaux 1D de 128 à 512 transducteurs (1.5 D et 2D), pas d'échantillonnage $\lambda/2$
- Emission de pulses formés d'une oscillation de sinusoïde.
- Très bonne résolution axiale (correspondance temps/profondeur)
- Focalisation électronique pour la résolution latérale.
- Synthèse de lentilles acoustiques

• Imagerie de réflectivité : $\boldsymbol{Z = \rho_0 c_0}$

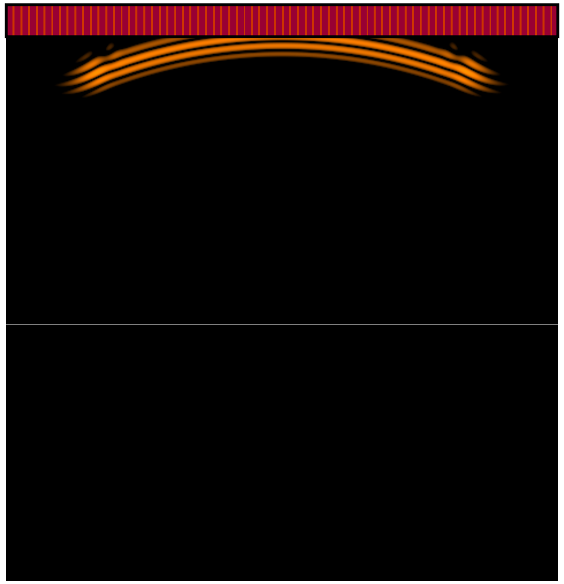
•Milieu **faiblement** hétérogène

Milieu	c_0 (m.s^{-1})	ρ_0 (kg.m^{-3})
Sang	1566	1060
Graisse	1446	960
Muscle	1542	1070
Foie	1566	1060

• Longueur d'onde typique : à 5 MHz, $\lambda = c_0/f = 0.3$ mm



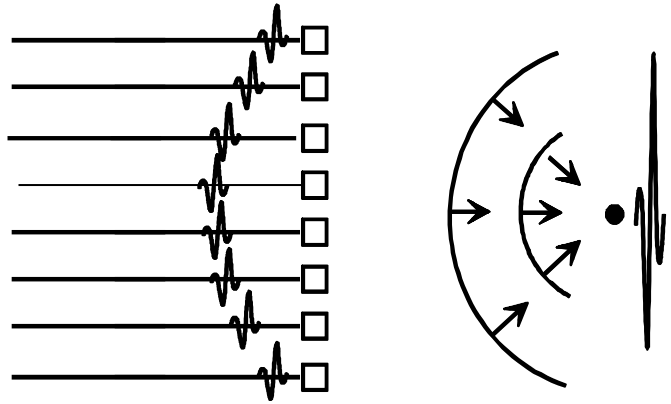
Focalisation électronique en milieu homogène : formation de l’image



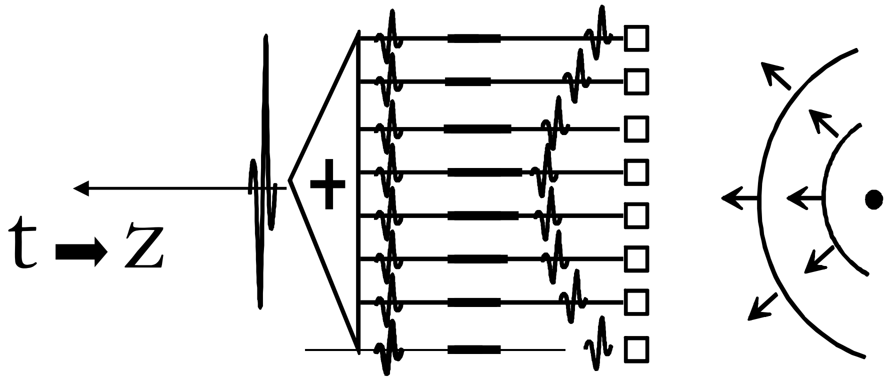
***Modélisation
par différences finies***

Maillage : 500 x 500 points
taille de la grille :50 x 50 mm²
Codes Couleur : -40 à 0 db

Focalisation à l’émission

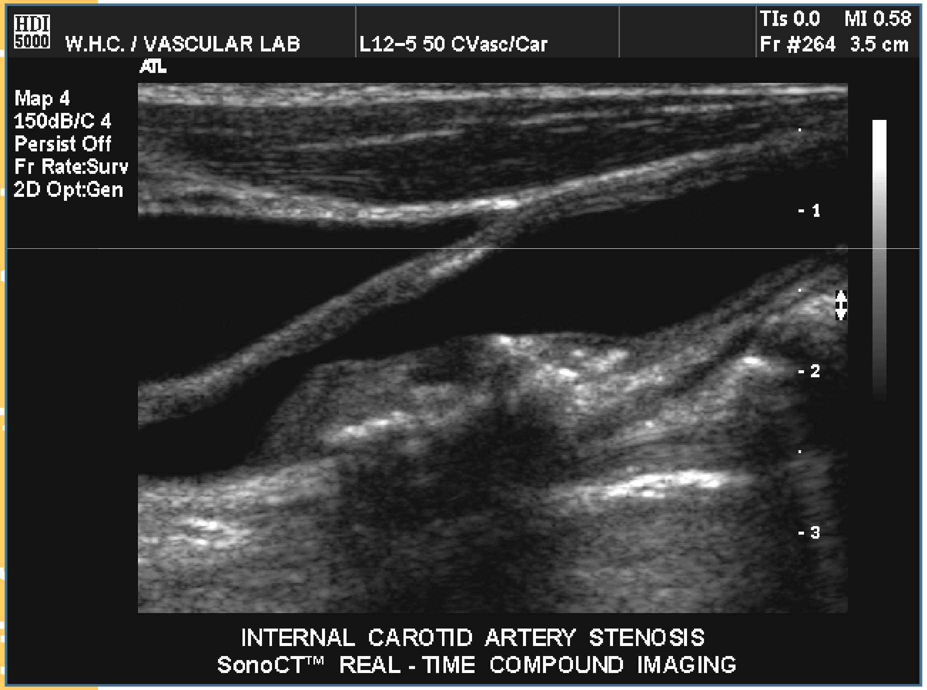


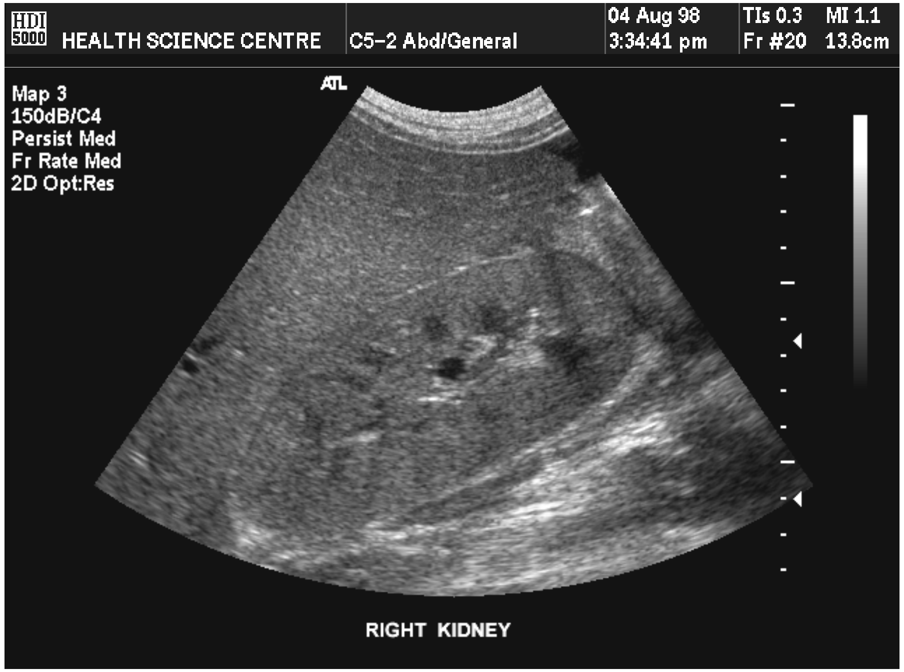
Focalisation à la réception



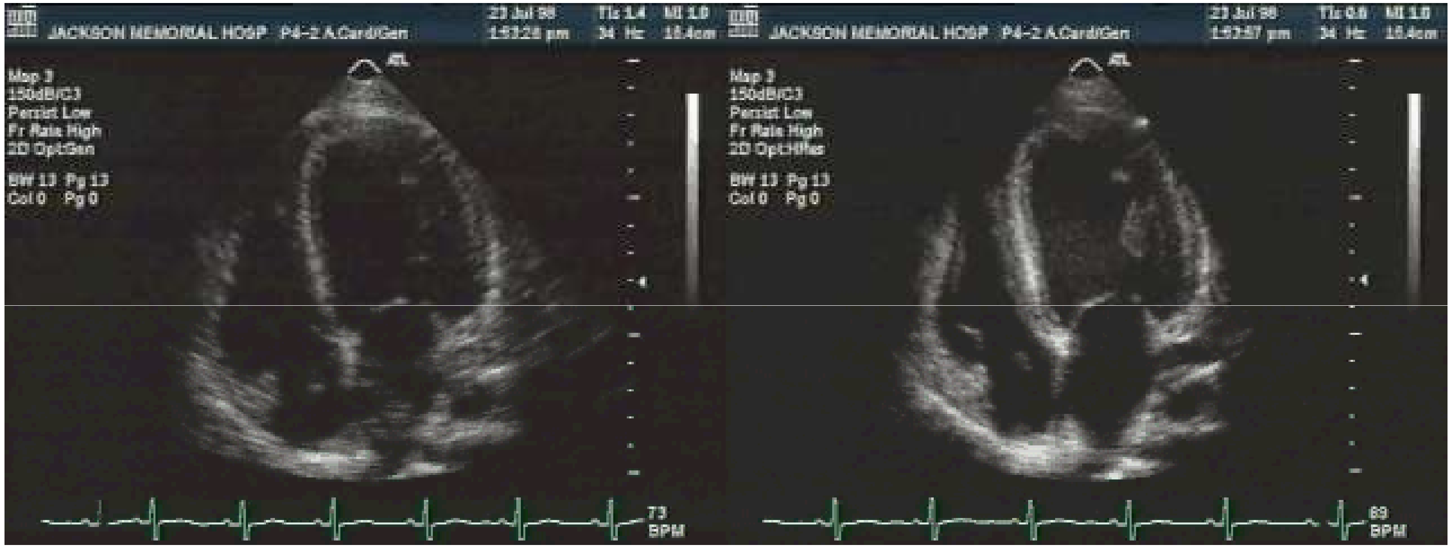
• Approximation de la diffusion simple

• Diffuseurs de rayleigh répartis aléatoirement : bruit de "speckle"





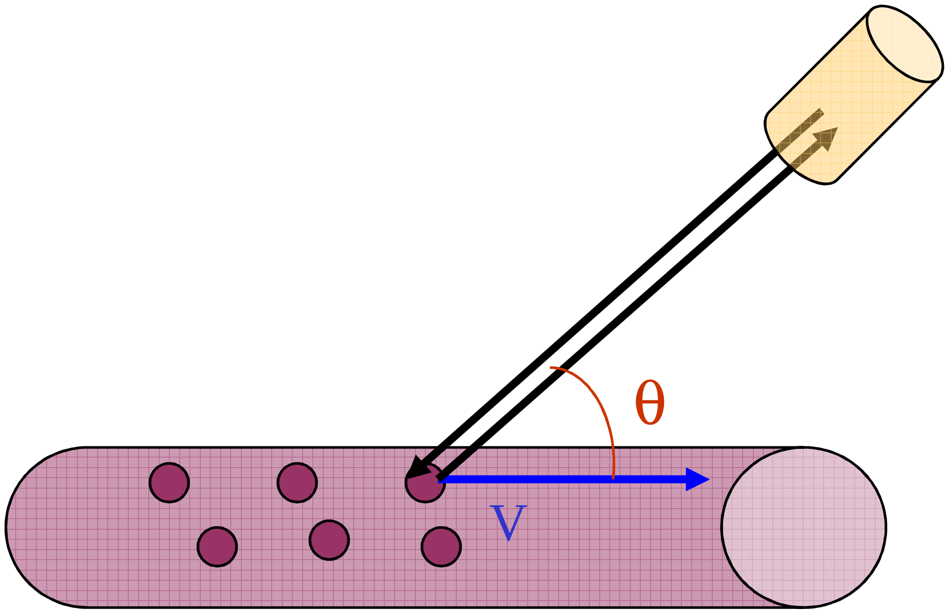
Avantages et inconvénients de l ’échographie : exemples



- *Bruit de Speckle*
  Difficulté d ’analyse

- *Cadence d ’images*
  Imagerie fonctionnelle incomparable

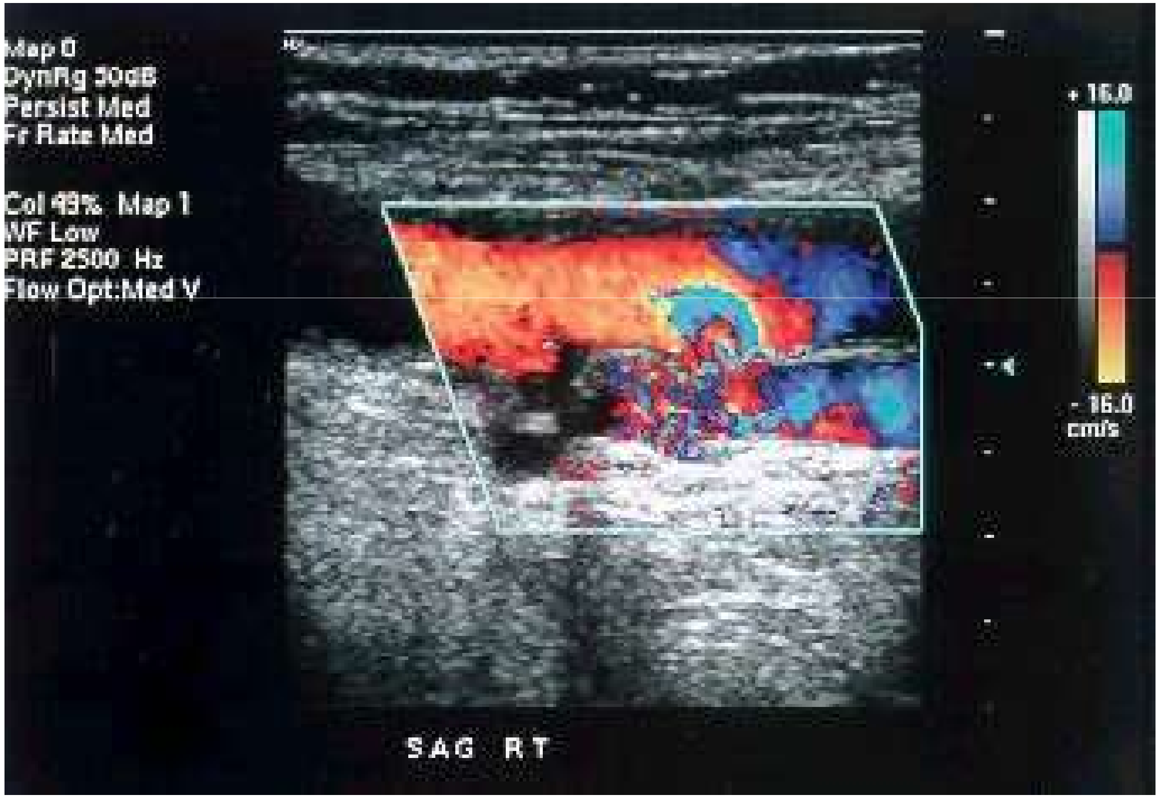
⇨ **Échographie par effet Doppler**



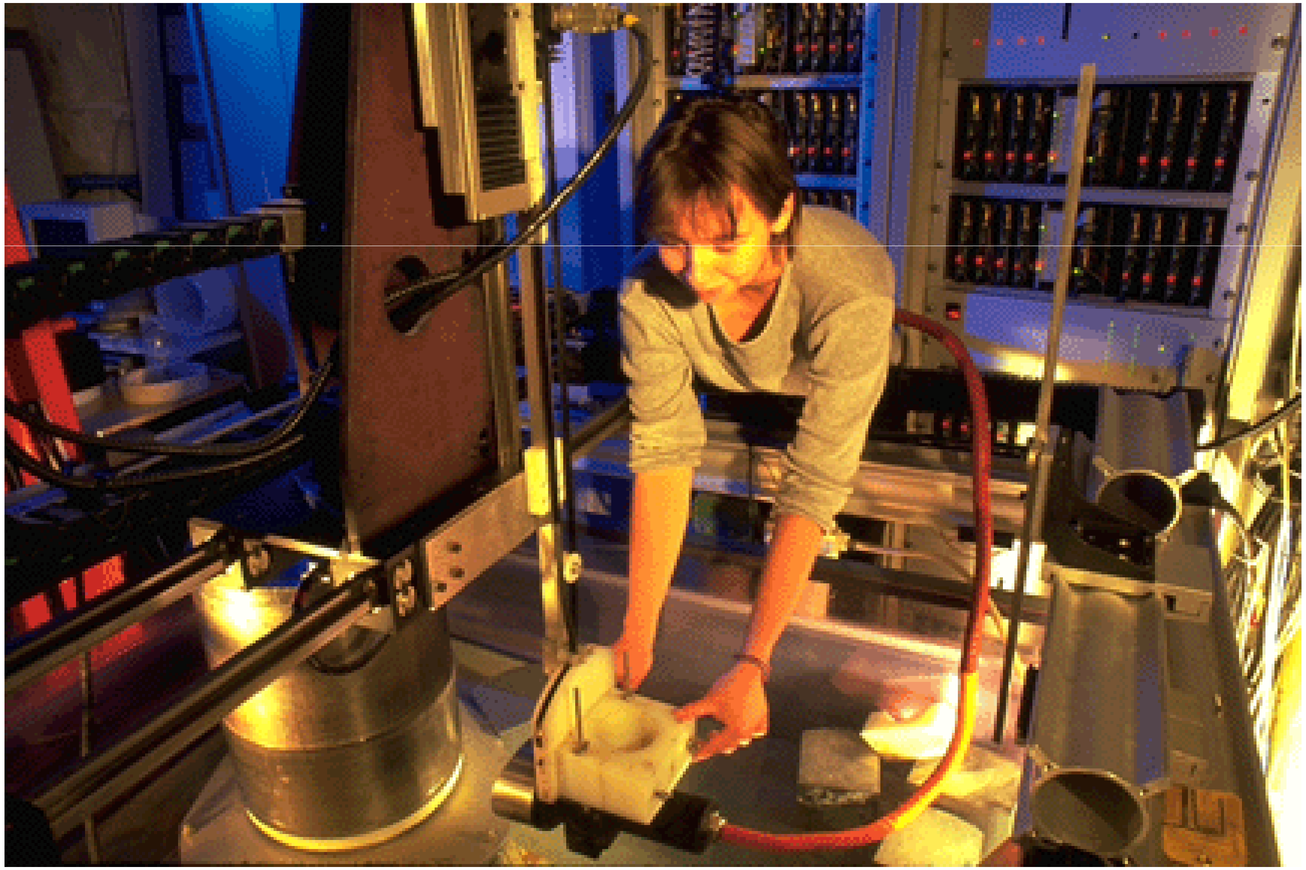
$$\Delta f = \frac{2 f v_s \cos\theta}{v}$$

$$v_s = \frac{\Delta f}{2 f \cos\theta} v$$

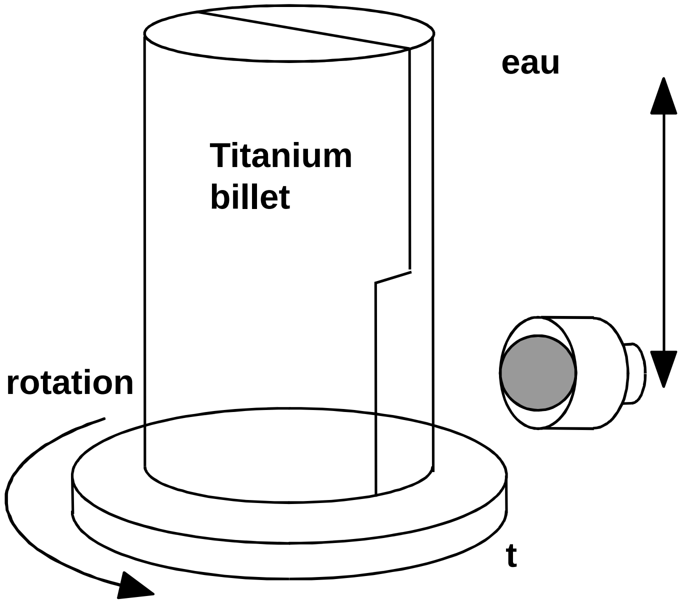
f = fréquence de l'onde émise
v_s = vitesse de la source
v = vitesse de l'onde sonore dans le milieu
θ = angle entre la ligne de “*visée*” et la direction du mouvement.

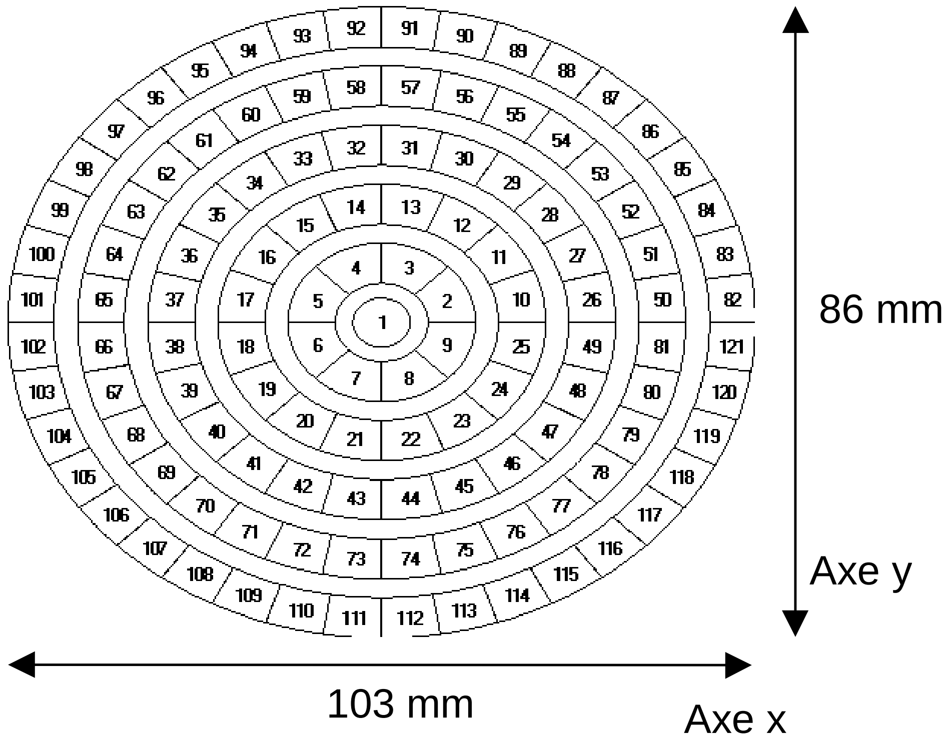

Map 0
DynRg 30dB
Persist Med
Fr Rate Med
Col 49% Map 1
WF Low
PRF 2500 Hz
Flow Opt:Med V
+ 16.0
- 16.0
cm/s
SAG RT

c) À l’écoute des matériaux (contrôle non destructif par ultrasons)

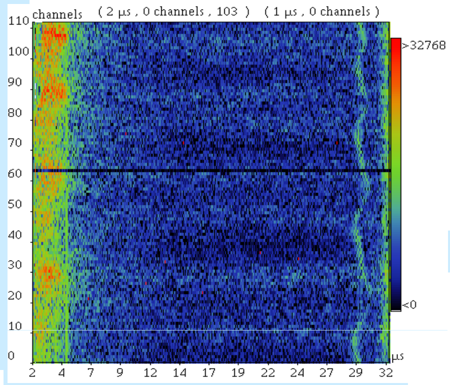


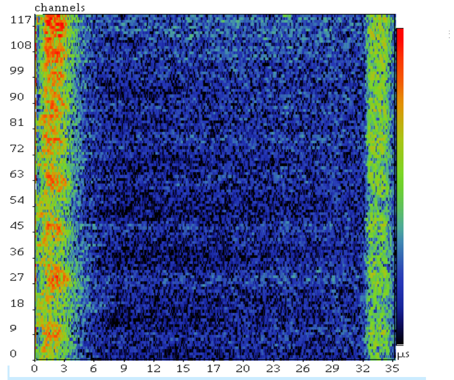
Array of 128 transducers
5 MHz central frequency



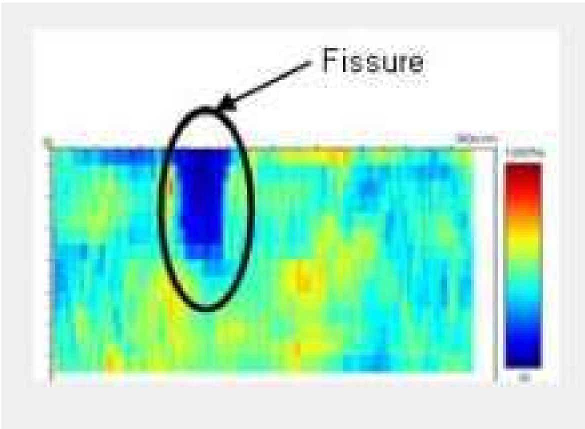


Zone with a flat bottom hole at 140mm depth

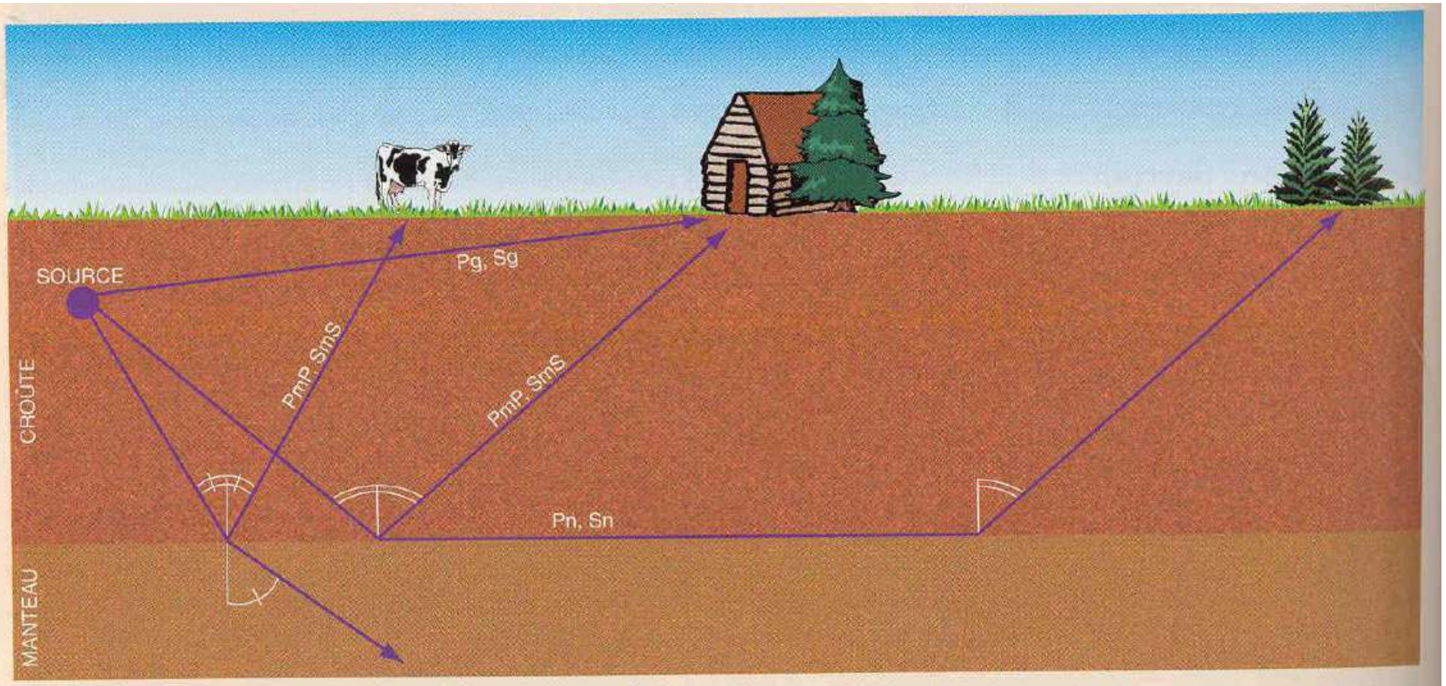




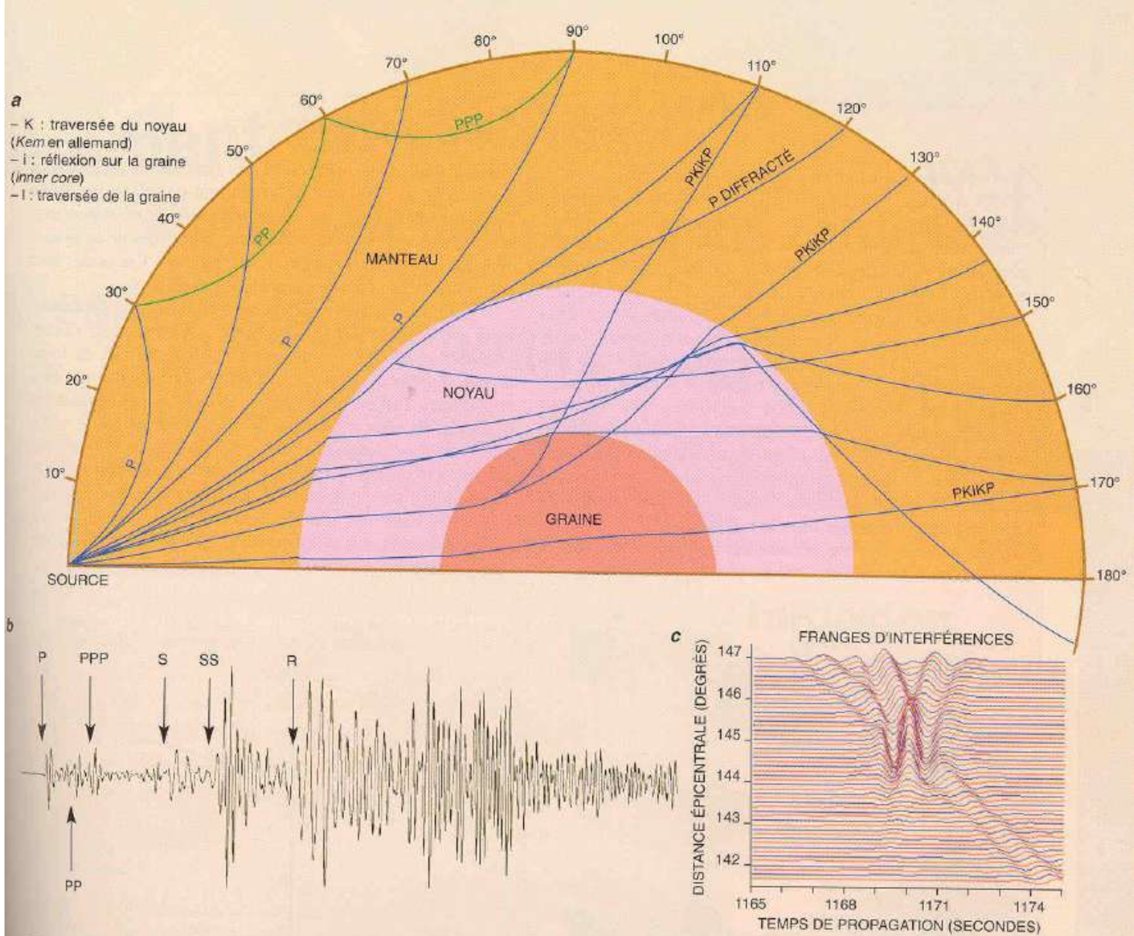
Zone without defect (speckle)



d) À l ’écoute de la terre (sismologie)

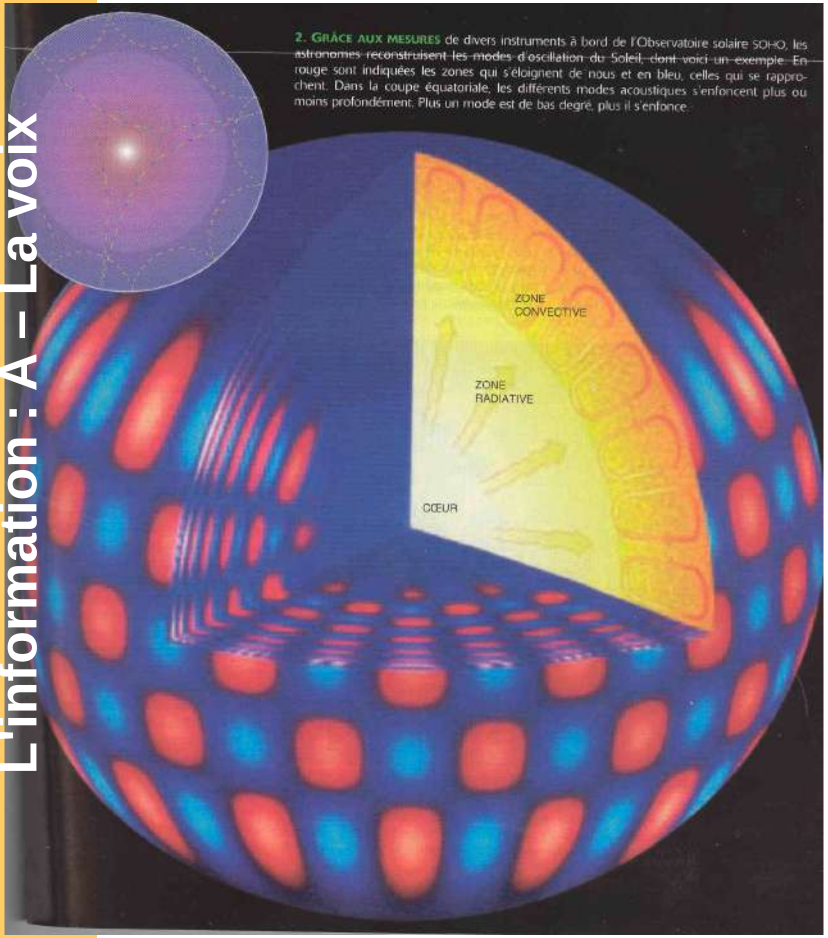


1. Pour la propagation jusqu'à 1 500 kilomètres de la source, on assimile la Terre à une succession de couches géologiques. Dans ce cadre, les ondes sismiques se propagent comme les rayons de lumière de l'optique géométrique. Des rayons sismiques se propagent directement (Pg, Sg ; g pour granit), d'autres sont réfléchis (PmP, SmS ; m, signal réfléchi sur le manteau), d'autres encore se propagent le long de l'interface entre la croûte et la manteau (Pn, Sn ; n, pour normal), puis réapparaissent sous forme d'ondes de type P et S, atténuées par rapport aux ondes qui se sont propagées directement.

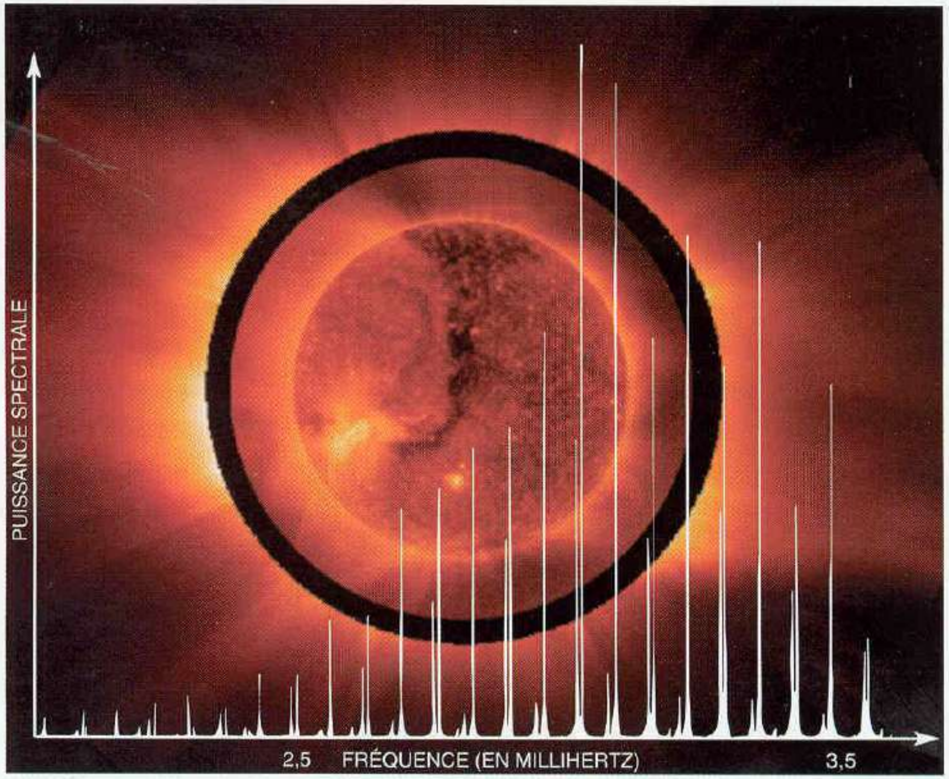


2. Les ondes émises par une source suivent des trajets variés. Les ondes **P** *sont détectées jusqu'à 90 degrés de la source, les ondes* **P** *sont diffractées sur le noyau liquide et ressortent dans le manteau. Certaines ondes* **PKIKP** *sont détectées à l'antipode de la source : elles traversent tout le noyau avant de ressortir. Sur un sismogramme typique* (**b**), *on distingue la première arrivée des ondes* **P**, *puis l'onde* **PP** *(réfléchie une fois à la surface du Globe), l'onde* **PPP** *(réfléchie deux fois). Viennent ensuite l'onde* **S**, *huit minutes après l'arrivée de l'onde* **P** *et, enfin, les ondes* **R** *de surface. En étudiant des sources de caractéristiques connues, comme des essais nucléaires, les sismologues mettent en évidence des interférences entre ondes ayant suivi des trajets légèrement différents* (**c**).

e) À l ’écoute du Soleil (héliosismologie)



2. Grâce aux mesures de divers instruments à bord de l'Observatoire solaire SOHO, les astronomes reconstruisent les modes d'oscillation du Soleil, dont voici un exemple. En rouge sont indiquées les zones qui s'éloignent de nous et en bleu, celles qui se rapprochent. Dans la coupe équatoriale, les différents modes acoustiques s'enfoncent plus ou moins profondément. Plus un mode est de bas degré, plus il s'enfonce.



3. Spectre de puissance des oscillations du Soleil déduit des vitesses de déplacement de la surface solaire. Chaque pic représente un mode d'oscillation (une note de musique solaire!). L'intervalle de fréquence montré s'étale sur une octave. Le maximum de puissance est centré sur les modes autour de trois millihertz, les oscillations de période cinq minutes de plus grande amplitude, les premières détectées sur le Soleil dans les années 1960-1970.