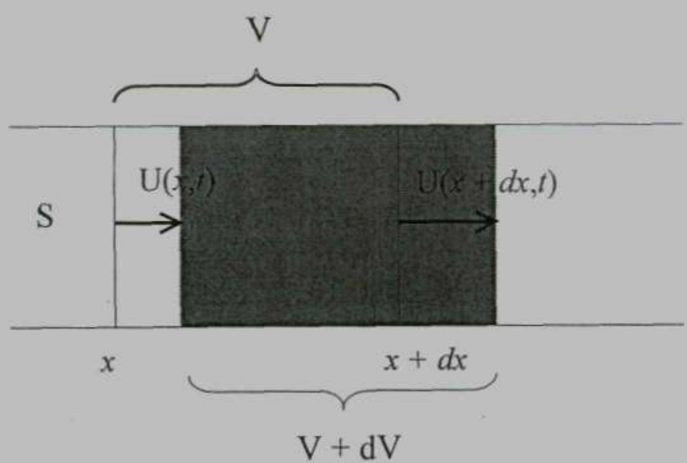
TD n°4 : Onde acoustique

Sous l'impulsion d'une onde acoustique, les particules du milieu de propagation (l'air) oscillent à la fréquence de 1 kHz autour de leur position d'équilibre. L'amplitude de l'élongation est $\zeta_0 = 10$ Å. La masse volumique de l'air est $\rho_0 = 1{,}294$ kg.m^{-3}. La vitesse du son dans l'air à 0°C est $c = 330$ m.s^{-1}

1. Donner l'expression du déplacement ζ en fonction de x et de t.
2. Calculer la vitesse maximale et l'accélération maximale des particules. Comparer la vitesse particulaire obtenue à la vitesse de propagation de l'onde dans l'air à 0°C.
3. Quels sont la longueur d'onde, le vecteur d'onde et la période de ce son ?
4. Pour une valeur de t donnée, tracer $\zeta(x)$. Calculer la dilatation selon l'axe de propagation θ d'une tranche d'air située entre x et x+dx. En déduire la dilatation maximale θ_0.
5. Calculer le coefficient de compressibilité de l'air et en déduire la pression acoustique maximale.
6. Calculer la puissance acoustique de l'onde, puis son intensité acoustique. Une oreille humaine peut-elle percevoir ce son, sachant que le seuil d'audibilité est de 10^{-12}W.m^{-2} ?
7. Evaluer l'amplitude du déplacement du tympan au seuil de sensibilité
8. En considérant l'air comme un gaz parfait, déterminer la vitesse du son à 20°C



1 TD4

TD n° 4 : Onde acoustique

1) $\zeta(x,t) = \zeta_0 \cos(\omega t - kx)$ => onde plane progressive

2) vitesse "particulaire" : $v = \frac{\partial \zeta(x,t)}{\partial t} = -\omega \zeta_0 \sin(\omega t - kx)$

vitesse max : $v_{max} = \omega \zeta_0 = 2\pi\nu\zeta_0 = 6,28 \cdot 10^{-6}\ m.s^{-1}$

→ ⚠ ≠ célérité de l'onde $c = 331\ m.s^{-1}$ (= vitesse de déplacement de l'onde)

· accélération : $a = \frac{\partial^2 \zeta(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \zeta_0 \cos(\omega t - kx)$

→ accélération max : $a_{max} = \omega^2 \zeta_0 = 3,95\ 10^{-2}\ m.s^{-2}$

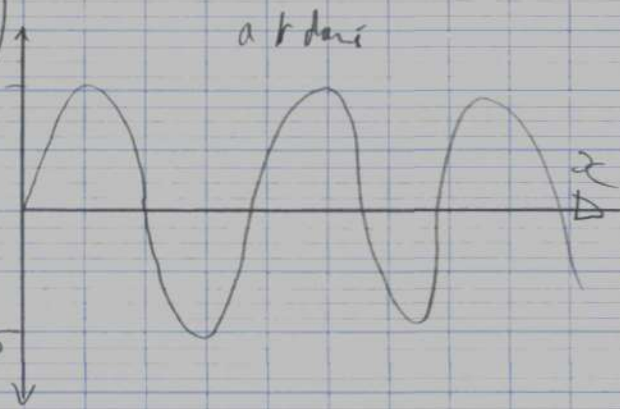
3) λ ? k ? T ?

· $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{331}{10^3} = 33,1\ cm$

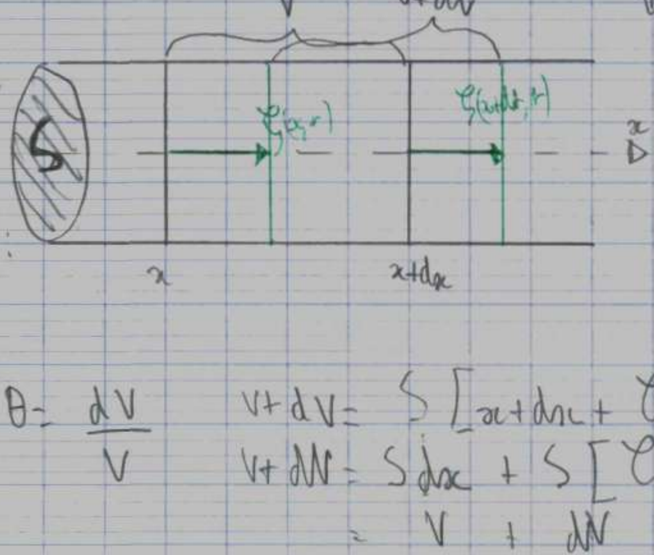
· $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 19\ m^{-1}$

· $T = \frac{1}{\nu} = 10^{-3}\ s = 1\ ms$

4) à t donné



4)



$\theta = \frac{dV}{V}$ $\quad V + dV = S\left[x + dx + \zeta(x+dx,t) - x - \zeta(x,t)\right]$

$V + dV = S\,dx + S\left[\zeta(x+dx,t) - \zeta(x,t)\right]$

$= V + dV$

$dV = S\left[\zeta(x+dx,t) - \zeta(x,t)\right] \Rightarrow dV = \frac{\partial \zeta(x,t)}{\partial x}\,dx$

$$dV = S\,dx\,\frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} = \theta$$

$$\boxed{\theta = \cancel{+}\frac{dV}{V} = -\frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} = -k\,\xi_0 \sin(\omega t - kx)}$$

$$\boxed{\theta_{max} = k\,\xi_0} = 19.10^{-9}$$

5) coeff de compressibilité de l'air :

$$\chi\ ? \quad c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_0}} \qquad \chi_0 = \frac{1}{\rho_0 c^2} = 7{,}05 \cdot 10^{-6}\ Pa^{-1}$$

$$\boxed{\chi = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP} = \frac{\theta}{dP} = \frac{\theta}{p_a}}$$

$$\boxed{p_{max} = dP_{max} = \frac{\theta_{max}}{\chi}} = 2{,}69 \cdot 10^{-3}\ Pa$$

6) puissance acoustique : $P = S\chi c\,p_a^2 = S\sqrt{\frac{\chi}{\rho_0}}\,p_a^2$

* $\langle \cos^2 \rangle = \langle \sin^2 \rangle = \frac{1}{2}$ intensité acoustique : $I = \frac{\langle p_a^2 \rangle}{\rho_0 c}$ $\quad \frac{\frac{1}{2} P_{max}^2}{\rho_0 c}$ *

$I = 8{,}47 \cdot 10^{-9}\ W.m^{-2}$

→ audible.

$$I_{dB} = 10 \log \left|\frac{I}{I_{ref}}\right| = 39{,}2\ dB$$

7) $I_{seuil} = 10^{-12}\ W.m^{-2}$ $\qquad \xi_{max}^{seuil}\ ?$

2 TD4

$I_0 = 8{,}44 \cdot 10^{-9}$
$\zeta_0 = 10\ \mathring{A}$

$I \propto P_{max}^2$
$P_{max} \propto \theta_{max} \propto \zeta_{max}$ $\Rightarrow I \propto \zeta_{max}^2$

$\frac{I_{seuil}}{I_0} = \left(\frac{\zeta_{max}^{seuil}}{\zeta_0}\right)^2 \Rightarrow \zeta_{max}^{seuil} = \sqrt{\zeta_0^2 \frac{I_{seuil}}{I_0}} \simeq 0{,}1\ \mathring{A}$

8) $c = 331\ m.s^{-1}$ à $T = 0°C = 273\ K$
$c = ?$ à $T = 20°C$ $293\ K$

$c \propto \sqrt{T}$ $c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$

$\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow c_2 = c_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 342\ m.s^{-1}$