

**L'Information :**

**la Voix et l'Image**

**Travaux Dirigés**

**L1**



# **L'Information : la Voix et l'Image**

## **Travaux Dirigés**

---

### **Table des matières**

TD 1 - Vibrations – Ondes .....	1
TD 2 - Onde acoustique .....	3
TD 3 - Décomposition harmonique .....	5
TD 4 - Phénomènes ondulatoires .....	8
TD 5 - La Lumière .....	11
TD 6 - Couleur et Image .....	12

### **Recommandations Générales :**

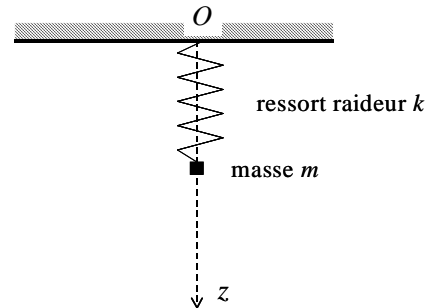
- *Vous ferez les calculs avec des valeurs symboliques clairement définies, vous n'utiliserez les valeurs numériques données dans les énoncés que pour faire les applications numériques.*
- *Vous penserez à systématiquement vérifier la cohérence des résultats du point de vue des ordres de grandeur et des unités.*
- *Un résultat numérique sans unité n'a aucune validité.*
- *A chaque fois que cela vous semblera utile, vous illustrerez vos raisonnements ou résultats par un schéma.*

## TD 1 - Vibrations – Ondes

### **Exercice 1. Le ressort – Oscillations harmoniques**

Soit une masse ponctuelle  $m$  égale à 1 gramme, attachée à un ressort vertical de raideur  $k$  ( $0.5 \text{ N.m}^{-1}$ ) et de longueur à vide  $l_0 = 10 \text{ cm}$ . On prend  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

1. Faire un bilan des forces. En déduire l'allongement à l'équilibre statique. On note  $l_1$  la longueur du ressort à l'équilibre.
2. A  $t = 0$ , la masse placée en  $z = 15 \text{ cm}$ , puis lâchée sans vitesse initiale. Quelle est l'équation du mouvement de la masse ?
3. Quelle est la fréquence (et la période) des oscillations ? Quelle est l'amplitude des oscillations ?



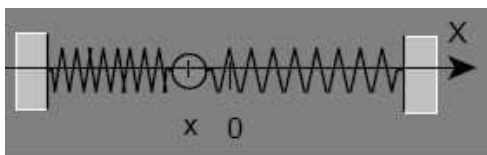
### **Exercice 2. Deux ressorts en série**

Deux ressorts de raideurs  $k$ , et chacun de longueur "à vide"  $l_0$ , sont accrochés à deux murs parallèles distants de  $2L > 2l_0$ . On accroche les extrémités libres des ressorts à une masse  $M$  qui peut glisser sans frottements sur un plan  $Oxy$  horizontal.

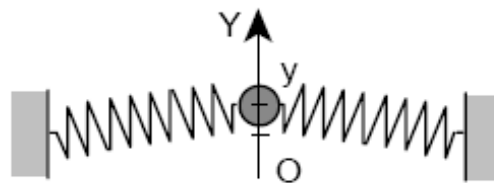


L'étude théorique du mouvement général d'une masse pouvant se déplacer sans restriction dans le plan est compliquée. On étudie pour simplifier les 2 cas suivants:

- a) Mouvement longitudinal : la masse est contrainte de rester sur l'axe  $Ox$  passant par les points d'accrochage.
- b) Mouvement transversal : la masse est contrainte de rester sur l'axe  $Oy$  perpendiculaire aux ressorts et passant par la position d'équilibre.



a)



b)

Pour chacun de ces 2 cas, on cherche à déterminer :

- si le mouvement est oscillatoire, et éventuellement sous quelle(s) condition(s) il est harmonique
- dans ce dernier cas, quelle est sa fréquence

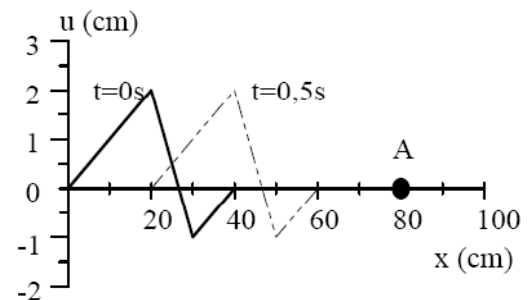
### Exercice 3. Ondes Progressives

Une corde est excitée par un ébranlement transversal qui se propage le long de Ox à la vitesse  $v$ . Les formes de la corde à  $t = 0$  et  $t = 0,5$  s sont données sur les figures ci-contre.

1/ Déterminer la vitesse de propagation de l'onde.

2/ Représenter en fonction du temps le déplacement  $u(x_A, t)$  du point A ainsi que la vitesse de déplacement  $\dot{u}(x_A, t)$  du point A tel que  $x_A = 80$  cm.

N.B.: Il est recommandé de résoudre le problème graphiquement.



### Exercice 4. Onde Gaussienne

On étudie la propagation d'un ébranlement transversal sur une corde. Cet ébranlement se propage dans le sens des  $x$  croissants avec une vitesse  $v$ . A l'instant  $t = 0$  s, la forme de la corde est donnée par:  $u(x,0) = Ae^{-\alpha x^2}$ . Donner l'expression de la forme  $u(x,t)$  de la corde à un instant  $t$ . Représenter graphiquement cette corde aux instants  $t = 0$  s et  $t = 0.3$  s pour :

$A = 1$  cm,  $\alpha = 0.5 \text{ cm}^{-2}$ ,  $v = 20 \text{ cm.s}^{-1}$ .

### Exercice 5. La corde vibrante

Considérons une corde inextensible, de masse linéique  $\mu$ , tendue horizontalement avec une force constante  $F$ . On néglige la pesanteur et les frottements. A l'équilibre, la corde est horizontale. On considère que l'élément de corde situé au point de coordonnées  $(x,0)$  à l'équilibre se trouve au point de coordonnées  $(x,y(x,t))$  hors d'équilibre, c'est à dire que l'on néglige son déplacement le long de Ox.

1. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique sur une portion de corde de longueur  $dx$  infiniment petite située entre  $x$  et  $x+dx$ , montrer que le déplacement  $y(x,t)$  vérifie l'équation

différentielle suivante :  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$ , où  $T$  est à définir.

Quelle est la dimension de  $\frac{T}{\mu}$  ?

2. On appelle onde stationnaire une onde pour laquelle les variables d'espace et de temps peuvent être séparées, c'est-à-dire que l'on peut dans ce cas écrire  $y(x,t) = f(x).g(t)$ . En déduire que les rapports  $f''(x)/f(x)$  et  $g''(t)/g(t)$  sont constants. En supposant que à l'instant  $t = 0$  on lâche la corde sans vitesse initiale, en déduire que la solution est de la forme  $y(x,t) = f(x).\cos(\omega t)$ .

3. On considère que la corde est fixée aux deux extrémités. On note  $L$  sa longueur. Quelle équation vérifie  $f(x)$  ? Résoudre cette équation en utilisant les conditions aux limites ci-dessus. Quelles sont les valeurs possibles pour  $\omega$  ? En déduire les fréquences possibles de vibration de la corde.

4. Application aux instruments de musique à corde : que se passe-t-il quand on tend la corde un peu plus ? Que se passe-t-il si on prend une corde de même longueur mais de masse plus faible ? Expliquer pourquoi le son devient plus aigu quand on bloque une corde sur le manche d'une guitare.

Application numérique : le corde de La<sub>3</sub> d'un violon doit avoir pour fondamental la fréquence 440 Hz (diapason). Sa longueur est de 55 cm, sa masse de 0.52 g. Quelle tension faut-il lui appliquer ?

## TD 2 - Onde acoustique

### Exercice 6. Notion de longueur d'onde

Un transducteur émet des ultrasons à 40kHz dans l'air. La célérité de cette onde est de 340m/s.

1. Quelle est la longueur d'onde correspondante ?
2. A un instant donné, on mesure la pression le long d'une droite perpendiculaire au front d'onde. Représenter cette fonction en précisant l'échelle.
3. Calculer la période de l'onde. Quelle distance parcourt l'onde pendant une période ?
4. Le transducteur émet maintenant une onde à 15 kHz. S'agit-il d'ultrasons ? d'infrasons ? Rappeler le domaine de fréquences audibles pour l'homme. Que devient la vitesse de propagation ?

### Exercice 7. Le son du piano

1. La hauteur d'un son est reliée à sa fréquence : plus celle-ci est élevée, plus le son est aigu. Calculer les longueurs d'onde correspondant aux fréquences maximale et minimale perçues par l'homme (on donne  $c_{air} = 340 \text{ m.s}^{-1}$ ).
2. Par convention internationale, la fréquence du La3 des musiciens est fixée à 440 Hz. On définit par ailleurs l'octave comme l'intervalle de deux notes dont le rapport des fréquences vaut 2. L'octave se décompose en 12 demi-tons égaux, le rapport de fréquence entre deux demi-tons étant de 1,05946 (on remarquera que  $1,05946^{12} = 2^{1/12}$ ). Quelles sont les notes correspondant aux fréquences 20,6 Hz et 19,9 kHz (on donne les notes composant une octave : Do, Do#, Ré, Ré#, Mi, Fa, Fa#, Sol, Sol#, La, La#, Si).
3. Un piano comporte 88 touches (chacune étant séparée d'un demi-ton) de La-1 à Do7. A quelles fréquences correspondent ces deux notes extrêmes ?

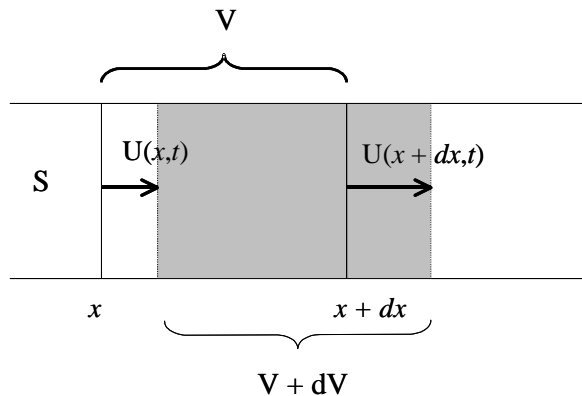
### Exercice 8. Niveau acoustique

1. Lors d'un concert en plein air, le public est disposé sur un parterre dont le premier rang est à 5 m et le dernier rang à 45 m de la scène. Calculer la différence de niveau sonore entre le premier et le dernier rang.
2. Dans une salle, le bruit de fond est de 62 dB. Ce bruit a deux origines indépendantes : une ventilation et le bruit en provenance de la rue. Si on stoppe la ventilation, le niveau du bruit de circulation seul est de 57 dB. En déduire le bruit de ventilation.
3. Vous organisez une conférence dans une salle de réunion. Cette pièce jouxte une salle de réception dans laquelle se tient un cocktail. Le mur mitoyen produit une atténuation de 20 dB. Lorsque 10 personnes se trouvent dans la salle de réception, on mesure dans celle-ci un niveau acoustique de 60 dB. On suppose que l'intensité du bruit est proportionnelle au nombre de personnes.

- Rappeler la relation liant le niveau acoustique en décibel et la surpression d'une part, l'intensité d'autre part (on rappelle que l'intensité est proportionnelle au carré de la surpression).
- Si on accueille 50 personnes dans la salle de cocktail, que devient le niveau acoustique dans la salle de réunion ?
- Quel nombre d'invités maximum faut-il accepter dans la salle de cocktail pour que le bruit produit ne dépasse pas 55dB dans la salle de conférences ?

### **Exercice 9.**

Sous l'impulsion d'une onde acoustique harmonique, les particules du milieu de propagation (l'air) oscillent à la fréquence de 1 kHz autour de leur position d'équilibre. L'amplitude de l'élongation est  $\zeta_0 = 10 \text{ Å}$ . La masse volumique de l'air est  $\rho_0 = 1,294 \text{ kg.m}^{-3}$ . La vitesse du son dans l'air à  $0^\circ\text{C}$  est  $c = 330 \text{ m.s}^{-1}$



- Donner l'expression du déplacement  $\zeta$  en fonction de  $x$  et de  $t$ .
- Calculer la vitesse maximale et l'accélération maximale des particules. Comparer la vitesse particulaire obtenue à la vitesse de propagation de l'onde dans l'air à  $0^\circ\text{C}$ .
- Quels sont la longueur d'onde, le vecteur d'onde et la période de ce son ?
- Pour une valeur de  $t$  donnée, tracer  $\zeta(x)$ . Calculer la dilatation selon l'axe de propagation  $\theta$  d'une tranche d'air située entre  $x$  et  $x+dx$ . En déduire la dilatation maximale  $\theta_0$ .
- Calculer le coefficient de compressibilité de l'air et en déduire la pression acoustique maximale.
- Calculer la puissance acoustique de l'onde, puis son intensité acoustique. Une oreille humaine peut-elle percevoir ce son, sachant que le seuil d'audibilité est de  $10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$  ?
- Evaluer l'amplitude du déplacement du tympan au seuil de sensibilité.
- En considérant l'air comme un gaz parfait, déterminer la vitesse du son à  $20^\circ\text{C}$ .

### **Exercice 10.**

Soit une onde acoustique plane qui se propage dans l'eau avec une vitesse de 1480 m/s. Elle véhicule une puissance moyenne de 1W uniformément répartie sur une section circulaire de 40 cm de diamètre, normale à la direction de propagation. La fréquence de l'onde est égale à 24 kHz.

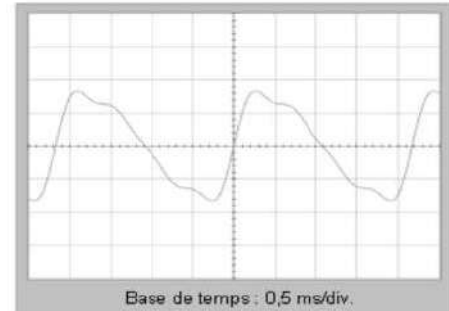
- Calculer l'intensité acoustique; quel est en dB le niveau de l'intensité acoustique relativement à un niveau de référence  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  qui correspond à un seuil à peine audible?
- Rappeler l'expression de l'impédance acoustique d'un milieu, la calculer dans le cas de l'eau.
- Calculer l'amplitude de la pression acoustique, l'amplitude de la vitesse de particules et l'amplitude du déplacement de particules.
- Comparer aux résultats que l'on aurait obtenus si cette onde se propageait dans l'air.

## TD 3 - Décomposition harmonique

### Exercice 11. Harmoniques

L'Oscillogramme ci-contre a été obtenu en enregistrant le signal émis par un micro placé à côté d'une guitare.

1. Déterminer la fréquence du mode fondamental, et des 2 premiers harmoniques.
2. De quelle note s'agit-il ? On rappelle l'ordre des notes dans la gamme : Do, Do#, Ré, Ré#, Mi, Fa, Fa#, Sol, Sol#, La, La#, Si



### Exercice 12. Analyse de Fourier

D'après Joseph Fourier, toute fonction  $t \rightarrow f(t)$ , périodique de pulsation  $\omega$  (de période  $T$ ), est décomposable en une somme discrète de sinusoïdes, sous la forme :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

avec 
$$a_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\tau) \cos(n\omega \tau) d\tau \quad \text{et} \quad b_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\tau) \sin(n\omega \tau) d\tau$$

1. Montrer que  $f$  peut également se décomposer en :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} u_n \cos(n\omega t + \varphi_n), \quad \text{et en : } f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega t}.$$

Quelles sont les relations entre  $\varphi_n$ ,  $u_n$  et  $a_n, b_n$  ?

Quel est le lien entre  $c_n$  et  $\varphi_n, u_n$  ? Que peut-on dire des coefficients  $c_n$  et  $c_{-n}$  si la fonction  $f$  est réelle ?

2. On appelle **spectre d'amplitude** le module des coefficients de Fourier complexes  $c_n$ . On considère

la fonction périodique de période  $T$ , définie sur  $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$  par :

$$f(t) = -1 \text{ pour } t \in \left[-\frac{T}{2}, 0\right]$$

$$\text{et } f(t) = 1 \text{ pour } t \in \left[0, \frac{T}{2}\right].$$

Calculer le spectre d'amplitude de cette fonction. Comparer avec le spectre d'amplitude de la fonction  $t \rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ .



### **Exercice 13. Corde Pincée – Corde frappée**

#### **1. Modes propres d'une corde**

Une corde de longueur  $L$  fixée à ses deux extrémités, en  $x = 0$  et  $x = L$ , est tendue avec une tension  $T$ , et sa masse linéique est  $\mu$ . Dans le cas le plus général, le déplacement transversal  $u(x, t)$  de la corde se décompose sur les modes propres de la corde selon :

$$u(x, t) = \left( \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cdot \cos(\omega_n t) + b_n \cdot \sin(\omega_n t)) \right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_n x}{c}\right)$$

avec  $\omega_n = n \omega_1$ , où  $\omega_1$  est la pulsation du mode fondamental et  $a_n$  et  $b_n$  des constantes, qu'on peut déterminer à condition de connaître les conditions initiales.

a) Exprimer les profils initiaux de position  $u(x, t = 0)$  et de vitesse  $\partial u / \partial t (x, t = 0)$ .

b) Multiplier  $u(x, 0)$  par  $\sin\left(\frac{\omega_m x}{c}\right)$ , intégrer entre 0 et  $L$ , et montrer que l'intégrale est non nulle si et seulement si  $m = n$ .

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L u(x, 0) \sin\left(\frac{\omega_n x}{c}\right) dx$$

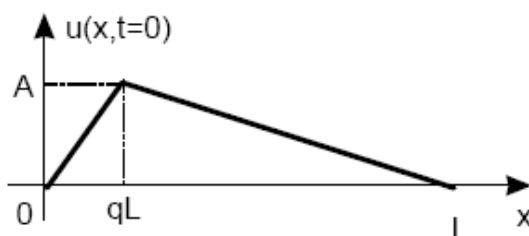
En déduire que :

c) Comment pourrait-on montrer que :  $b_n = \frac{2}{\omega_n L} \int_0^L \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) \sin\left(\frac{\omega_n x}{c}\right) dx$  ?

#### **2. Mouvement d'une corde pincée.**

On écarte la corde de sa position d'équilibre en donnant au point de cote  $x = qL$  ( $0 < q < 1$ ) un déplacement transversal  $A$ , et on l'abandonne dans cette position sans vitesse initiale.

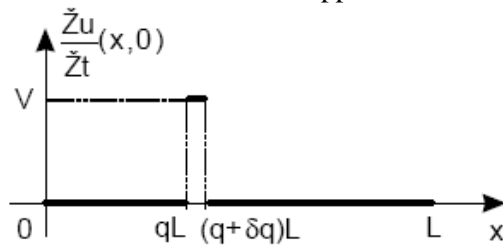
- Écrire les fonctions  $u(x, 0)$  et  $\partial u / \partial t(x, 0)$ .
- Calculer les coefficients  $a_n$  et  $b_n$ . Commenter.
- Peut-on choisir  $q$  de façon à éliminer l'harmonique de rang  $n$  ? Étudier le cas d'une corde pincée en son milieu.



#### **3. Mouvement d'une corde frappée.**

La corde étant dans sa position d'équilibre, le segment compris entre les abscisse  $x = qL$  et  $x = (q + \delta q)L$  (où  $\delta q \ll 1$ ) est frappé par un marteau à l'instant  $t = 0$ . La percussion communique à ces points une vitesse initiale  $V$ , sans les déplacer. Les autres tronçons de la corde n'ont initialement ni déplacement ni vitesse.

- Écrire les fonctions  $u(x,0)$  et  $\partial u / \partial t(x,0)$ .
- Calculer les coefficients  $a_n$  et  $b_n$ . Commenter.
- Comparer les lois de décroissance, selon leur rang  $n$ , de l'amplitude des harmoniques contenues dans le mouvement d'une corde frappée et celui d'une corde pincée.



**TD 4 - Phénomènes ondulatoires**
**Exercice 14. Battements acoustiques**

Deux ondes sonores de même amplitude  $A$  mais de fréquences différentes  $f_1$  et  $f_2$  se superposent. On prendra  $A = 1.10^{-2}$  Pa,  $f_1 = 990$  Hz et  $f_2 = 1010$  Hz. On supposera que en  $t = 0$  les deux ondes sont en phase et sont toutes deux nulles.

1. Exprimer le déplacement total  $y(t)$ .
2. Faire apparaître dans  $y(t)$  2 fréquences caractéristiques différentes de  $f_1$  et  $f_2$ . Ces deux fréquences sont-elles audibles par l'homme ?
3. Tracer l'allure de  $y(t)$ , on utilisera pour cela le fait que l'une des 2 fréquences est très faible devant la deuxième.
4. Expliquer pour quoi le son de 30 violons jouant ensemble la même note n'est pas perçu de la même façon que le son d'un seul violon amplifié 30 fois.

$$\sin(a) + \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

On donne :

**Exercice 15. Effet Doppler**

Un objet mobile  $M$  émet un signal sonore de période  $T$  en se déplaçant sur une droite d'équation  $y = l$  à la vitesse  $v$ . On notera  $c$  la vitesse de l'onde sonore. Un observateur immobile se trouve à l'origine  $O$  du repère. A l'instant  $t$ , l'angle  $(Ox, \overrightarrow{OM}(t))$  est noté  $\theta(t)$  et supposé varier peu pendant une période.

1. Dans un premier temps on suppose que  $l$  est nul. Exprimer la période  $T'$  du son reçu par l'observateur en fonction de  $T$ , de  $c$  et de  $v$ , dans les deux cas suivants :
  - a. le mobile se rapproche ;
  - b. le mobile s'éloigne.
2. On suppose maintenant que  $l$  est non nul. Exprimer  $T'$  en fonction de  $T$ ,  $c$ ,  $v$ , et  $\theta(t)$  lorsque  $M$  s'éloigne et lorsque  $M$  se rapproche. Que se passe-t-il lorsque  $\theta = \pi/2$  ? Tracer l'allure de  $T'$  en fonction de  $t$  (on prendra  $t = 0$  quand  $\theta = \pi/2$ )
3. Si  $l = 0$ , à quelle vitesse doit rouler une ambulance dont la sirène émet les notes Sol-La pour que l'oreille perçoive La-Si ? On rappelle les rapports de fréquence dans la gamme :

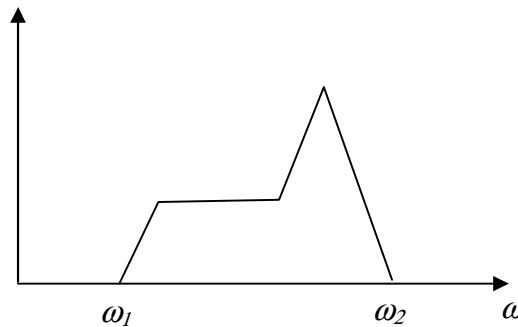
Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

**Exercice 16. Modulation d'amplitude**

1. On souhaite transporter un son audible de fréquence 2 kHz sur quelques kilomètres. Or les ondes acoustiques sont très vite atténuées dans l'air, donc on utilise des ondes électromagnétiques pour le transport. Or pour capter une telle onde, il faut une antenne de la taille de la demi longueur d'onde. Calculer la taille de l'antenne qui serait nécessaire pour capter une onde électromagnétique à 2 kHz.
2. Pour remédier à ce problème, on utilise le principe de la modulation d'amplitude. Si on note  $A \cos(\omega t)$  le signal à transporter et  $A_0 \cos(\omega_0 t)$  le signal de la porteuse, rappeler l'expression du

signal modulé. Quelle condition y a-t-il sur  $A$  et  $A_0$  d'une part,  $\omega$  et  $\omega_0$  d'autre part pour que cette modulation fonctionne ?

3. Quelles sont les fréquences présentes dans ce signal ?
4. Tracer le spectre du signal modulé pour un signal sonore dont le spectre est donné sur la figure ci-dessous. Vous prendrez  $\omega_2 \ll \omega_0$
5. Si on souhaite maintenant moduler un signal audio quelconque, quelle est la largeur maximale du spectre d'amplitude du signal modulé ?
6. Deux radios veulent transmettre en continu des sons à leurs auditeurs. On donne à l'une une porteuse de 200 MHz, et à l'autre une porteuse de 210 MHz. Y a-t-il un risque pour qu'un auditeur écoutant la première radio entende une partie de l'émission de la seconde radio ?



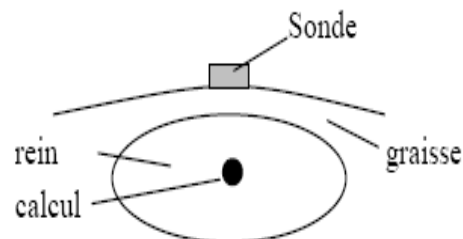
### Exercice 17. Coefficients de réflexion – transmission

1. On donne le coefficient suivant, relatif à la réflexion ou transmission de l'intensité de l'onde entre deux milieux d'impédances acoustiques  $Z_1$  et  $Z_2$  :  $\frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2}$ . S'agit-il du coefficient de transmission ou de réflexion ?
2. En déduire la valeur de l'autre coefficient.
3. Calculer  $T$ , puis la diminution du niveau sonore lorsque un son passe de l'air à l'eau ou du sol à l'eau. En déduire pourquoi, pour un pêcheur, il est important de ne pas bouger, même si il peut parler.

$$\begin{aligned} \rho_{\text{air}} &= 1,294 \text{ kg.m}^{-3}; & \rho_{\text{eau}} &= 1000 \text{ kg.m}^{-3}; & \rho_{\text{sol}} &= 2500 \text{ kg.m}^{-3} \\ c_{\text{air}} &= 330 \text{ m.s}^{-1}; & c_{\text{eau}} &= 1500 \text{ m.s}^{-1}; & c_{\text{sol}} &= 5000 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

### Exercice 18. Imagerie d'un calcul rénal

On cherche à localiser par échographie un calcul rénal, qui est un petit caillou dur et dense (de coefficient de compressibilité  $\chi_c = 2.10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$  et de masse volumique  $\rho_c = 2.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ) situé dans le rein ( $\chi_r = 4,44.10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ ,  $\rho_r = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ). L'ensemble est derrière une couche de graisse ( $\chi_g = 1,11.10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$ ,  $\rho_g = 0,9.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ).



1. Calculer les vitesses de propagation du son  $c_g$  dans la graisse,  $c_r$  dans le rein,  $c_c$  dans le calcul.
2. Calculer les impédances acoustiques  $Z_g$  de la graisse,  $Z_r$  du rein,  $Z_c$  du calcul.
3. Calculer les coefficients de réflexion en intensité  $R_{gr}$  à l'interface graisse-rein, et  $R_{rc}$  à l'interface rein-calcul.

4. On envoie à  $t = 0$ , à l'aide d'une sonde collée sur la peau par l'intermédiaire d'un gel, une onde ultrasonore très courte en direction du calcul. Deux échos sont détectés. A quoi correspondent ils? Lequel est le plus fort ?
5. L'écart temporel entre les deux échos est de  $\tau = 20 \mu s$ . A quelle profondeur le calcul est-il situé dans le rein ?

## TD 5 - La Lumière

### Exercice 19.

La lumière jaune du sodium a pour fréquence :  $\nu = 5,091 \cdot 10^{14}$  Hz. On donne les valeurs de la vitesse de la lumière dans le vide  $c = 2,99\,792\,458 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ , de la constante de Planck  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ , et la charge de l'électron  $e = -1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

1. Calculer la longueur d'onde de cette radiation dans le vide.
2. Quelle est l'énergie transportée par un tel photon ?
3. Des électrons accélérés sous une différence de potentiel  $U = 25 \text{ kV}$  heurtent une anticathode en cuivre en y perdant toute leur énergie cinétique. Quelles sont l'énergie et la longueur d'onde dans le vide des photons émis ?
4. Situer l'énergie transportée par rapport à celle transportée par les ondes radar et les photons X.

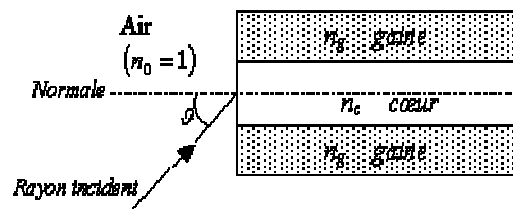
### Exercice 20. Réfraction dans une cuve

Un projecteur est placé au fond d'une cuve remplie d'alcool d'indice  $n = 1,36$ . Il envoie vers la surface de l'alcool un faisceau de lumière parallèle. En considérant successivement des angles d'incidence au niveau de l'interface alcool - air égaux à  $30^\circ$ ,  $47^\circ$  et  $65^\circ$ , expliquer ce que devient la lumière et calculer, suivant les cas, les angles de réfraction et de réflexion.

### Exercice 21. Fibre optique

Une fibre à saut d'indice plongée dans l'air  $n_0 = 1$  est formée d'une gaine d'indice  $n_g$  entourant un cœur d'indice  $n_c$ .

Quelle relation doivent vérifier  $n_g$ ,  $n_c$  et  $i$  pour qu'un rayon entrant dans la fibre avec un angle d'incidence  $\theta$  soit transmis, c'est-à-dire qu'il se propage dans le cœur de la fibre. On supposera que le plan d'incidence est contenu dans le plan de la figure.



$$O_N = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

On définit l'ouverture numérique de la fibre par :

Déterminer la valeur maximale de l'angle d'incidence  $\theta$  pour qu'il y ait transmission du rayon sachant que :  $n_c = 1,5$  et que  $O_N = n_c \cdot 10^{-1}$

### Exercice 22. Fibre optique

Les rayons lumineux d'inclinaisons différentes n'ont pas le même chemin à parcourir dans la fibre, donc leur temps de parcours est variable. Une impulsion lumineuse de courte durée envoyée dans la fibre subit un élargissement temporel lorsqu'elle ressortira de celle-ci. Ceci limite rapidement le taux maximal de transfert d'informations à grande distance par ce type de fibre.

1. Calculer la différence de temps mis par deux rayons lumineux se propageant dans une fibre optique d'indice 1,6 et de longueur  $L$ , l'un sur l'axe de la fibre et l'autre incliné de  $\theta = 20^\circ$  par rapport à celui-ci.
2. Quel nombre d'informations peut transférer une telle fibre par unité de temps ?

A.N. :  $L = 1 \text{ m}$ ,  $100 \text{ m}$ ,  $10 \text{ km}$  ;  $n_1 = 1,5$ .

## TD 6 - Couleur et Image

### Exercice 23.

- Une banane paraît jaune aux yeux d'un observateur. Quelle couleur a été absorbée par les pigments de la banane ?
- Un gilet dans la vitrine d'une boutique est de couleur magenta. Quelles couleurs ont été réfléchies par le gilet ?
- De quelle couleur paraîtraient les fruits suivants sous un éclairage cyan ?
  - Une pomme rouge
  - Un raisin vert
  - Un citron jaune
- Quelle serait la couleur de la neige observée sous un éclairage cyan avec des lunettes teintées magenta ?

### Exercice 24.

On suppose que la puissance d'un faisceau laser émis est  $P = 2,5 \text{ mW}$  et que le rayon du faisceau, quasi cylindrique à la sortie, est  $r = 0,4 \text{ mm}$ .

- Calculer la puissance surfacique  $J$  de ce faisceau.
- La puissance surfacique du soleil sur la terre est  $JS = 1\,000 \text{ W/m}^2$ . Comparer la puissance surfacique du soleil et la puissance surfacique du laser.

### Exercice 25.

Une ampoule ponctuelle de puissance lumineuse  $50 \text{ mW}$  rayonne dans toutes les directions une lumière jaune de longueur d'onde  $600 \text{ nm}$ . Un observateur se trouve à  $100 \text{ m}$ . On considère que la pupille de son œil est un cercle de diamètre  $3 \text{ mm}$ .

- Calculez la puissance reçue par l'œil.
- En déduire le nombre de photons reçus par l'œil en une seconde.

### Exercice 26.

Pour chauffer une pièce d'un appartement, on se sert d'un radiateur cylindrique de rayon  $1 \text{ cm}$  et de  $60 \text{ cm}$  de longueur. Ce radiateur rayonne comme un corps noir et émet une puissance de  $1,2 \text{ Kw}$ .

- Calculer sa température,
- Calculer la longueur d'onde pour laquelle l'émission est maximale.
- Quelle devrait être sa température pour que cette longueur d'onde soit  $2 \mu\text{m}$  ?
- Quelle serait alors sa puissance dégagée ?

### Exercice 27.

Un appareil photo dispose d'un capteur de  $15 \text{ Mpixels}$ . Les pixels sont carrés.

- Le format du capteur étant  $4:3$ , indiquer le nombre de lignes et de colonnes du capteur.
- Quelle est la résolution d'une photo tirée au format  $15 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$

3. Sur la carte mémoire de l'appareil photo, d'une capacité de 8 Go, les photos sont stockées en couleurs vraies (1 octet par couleur primaire), et compressées au format jpeg. Le taux de compression moyen étant de 20:1, combien de photos peut-on en moyenne conserver sur la carte-mémoire ?
4. On donne le code RGB de quelques pixels choisis au hasard. Indiquer pour chacun de ceux-ci la couleur, en précisant éventuellement clair ou foncé :
  - a. (255, 255, 255)
  - b. (50, 50, 50)
  - c. (255, 0, 0)
  - d. (110, 110, 0)



