

DEVOIR DE RATTRAPAGE – FONCTIONS ET VARIATIONS
AVRIL 2010

La calculatrice et les documents sont interdits.

EXERCICE N°1 :

Déterminer le développement limité à l'ordre 3 en 0 de

$$f(x) = \frac{2 + \sin x}{1 + 2x + x^2}$$

EXERCICE N°2 :

Étudier les branches infinies en $+\infty$ de la fonction f définie par : $f(x) = x^2 \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)$.

(limite, asymptote éventuelle, position relative).

EXERCICE N°3 :

Étudier la nature des séries de terme général u_n suivantes :

1. $u_n = \frac{1}{n(n-1)}$

2. $u_n = \left(\frac{2n+1}{2n+5}\right)^n$

EXERCICE N°4 :

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^2 (3x+1)e^{-2x} dx$

2. $\int_2^7 t\sqrt{t+2} dt$ (on pourra effectuer un changement de variable)

EXERCICE N°5 :

Déterminer les rayons de convergence et les sommes des séries entières suivantes :

1. $\sum_{n=0}^{+\infty} (3n^2 + 5n - 1)x^n$

2. $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n}{n!} z^{2n}$