

DM d'algorithmique

Année 2003-2004

2.1 Etude mathématique

1)

$$U_n = \frac{n!}{\prod_{k=0}^n (2k+1)}$$

$$U_{n+1} = \frac{2 \times (n+1)!}{\prod_{k=0}^{n+1} (2k+1)}$$

$$= \frac{2 \cancel{n!}}{\prod_{k=0}^n (2k+1)} \times \frac{\cancel{n+1}}{2(n+1)+1}$$

$$= U_n \times \frac{n+1}{2n+3}$$

2)

Il est plus simple pour l'ordinateur de calculer $U_{n+1} = \frac{U_n \times (n+1)}{2n+3}$

que de calculer $U_n = \frac{n!}{\prod_{k=0}^n (2k+1)}$

3)

$$U_{n+1} = \frac{U_n \times (n+1)}{2n+3} \text{ et } \pi = \sum_0^{+\infty} U_n$$

$$\pi = \sum_0^n U_n + \sum_{n+1}^{+\infty} U_n$$

$$\text{Soit } \sum_{n+1}^{+\infty} U_n = \pi - \sum_0^n U_n$$

$$\text{Donc } \left| \pi - \sum_{p=0}^n U_p \right| = \sum_{p=p+1}^{+\infty} U_p < U_n$$

2.2 Etude algorithmique

1)

```

fonction recursive ( n : entier, un : réel ) renvoie réel
    un_1 : réel
    un_1 ← un * (n+1) / réel (2n+3)
    renvoyer un+1
fin fonction

```

2)

```

fonction approximation ( n : entier, un, e : réel ) renvoie réel
    pi, ue, un_1 : réel
    ue ← un*(e+1) / réel (2e+3)
    tant que (pi - ue) > e OU (pi - ue) < -e faire
        un_1 ← recursive ( n, un )
        pi ← un_1
        un ← un_1
    fin tant que
    renvoyer pi
fin fonction

```

3)

```

fonction decimales ( k : entier ) renvoie réel
    deci : réel
    i : entier
    deci ← 1
    pour i de 1 à k faire
        deci ← deci / 10
    fin pour
    renvoyer deci
fin fonction

```

4)

```

programme affiche
    n, un, un_1, pi, deci : réel
    k : entier
    AFFICHER ( "Entrer les valeurs n et un et le nombre k de décimales" )
    LIRE ( n, un, k )
    deci ← decimales ( k )
    pi ← approximation ( n, un, deci )
    AFFICHER ( pi "à" deci "près" )
fin programme

```

5)

```
programme successivement
  un, un_1, pi, deci : réel
  k, n : entier
  AFFICHER ( "Entrer les valeurs : n et un" )
  LIRE ( n, un )
  pour k de 0 à 10 faire
    deci ← decimales ( k )
    pi ← approximation ( n, un, deci )
    affiche_réel ( pi, deci )
  fin pour
fin programme
```

6)

```
programme infini
  un, un_1, pi, deci : réel
  n : entier
  deci ← 0
  AFFICHER ( "Entrer les valeurs de n et un" )
  LIRE ( n, un )
  pi ← approximation ( n, un, deci )
  AFFICHER ( pi )
fin programme
```