1 | 1,5

FLOURY Florian — PL1 2013

Exercice 4 $v_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ $v_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ $v_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}$

$\alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3 \iff \alpha\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + \gamma\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases}\alpha + \beta = x\\ \beta = y\\ \alpha + \gamma = z\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha = x - y\\ \beta = y\\ \gamma = z - x + y\end{cases}$ ~~à revoir~~ OK

2

Exercice 5: (v_1, v_2, v_3) génératrice 2

Si la famille est libre et génératrice on pourra affirmé que B est bien une base de $\mathbb{R}^3$.

$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$ Cette égalité est vérifiée si et seulement si $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 0$

Ici $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3 = 0$ n'accepte que la solution triviale c'est à dire $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$

Donc la famille est bien libre et génératrice on affirme donc que B est une base de $\mathbb{R}^3$.

Exercice 11 $\varepsilon_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $\varepsilon_2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $\varepsilon_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

La matrice standard de f est donc : $\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 2

Exercice 12 :

$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 2 & -3\end{pmatrix}_{l_3 - 2l_1}$ $(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -3\end{vmatrix} = 1 \times (-3-2)$

$\det = -5$

Le déterminant est donc différent de 0 se qui implique qu'elle est inversible donc bijective.

2

Exercice 1 :

$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ $F = \{ X \in \mathbb{R}^2, AX = 0 \}$ résoudre $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$

$A = \begin{cases} x - y = 0 \\ -2x + 2y = 0 \end{cases} = \begin{cases} x = y \\ -x + y = 0 \end{cases} = \begin{cases} x = y \\ y = x \end{cases}$

$A = \{(x, x) \mid x \in \mathbb{R}\}$

2

Exercice 2 :

~~On peut donc déduire que la base de F est $\mathbb{R}$.~~

Exercice 3 :

~~Dim F = 2 car $\cancel{\nexists} X \in \mathbb{R}^2$~~

Exercice 7 :

$u_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ $u_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$ 1 $E = \{(x + 2y + z = 0) \mid (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$

$\alpha u_1 + \beta u_2 = \alpha \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x_1 \\ \alpha y_1 \\ \alpha z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta x_2 \\ \beta y_2 \\ \beta z_2 \end{pmatrix}$ 0,5

Afin de montrer que $\alpha u_1 + \beta u_2 \in E$ on cherche à trouver au minimum une solution.

$\cancel{\alpha u_1 + \beta u_2 = 0} \Leftrightarrow \alpha(x_1 + 2y_1 + z_1) + \beta(x_2 + 2y_2 + z_2) = 0$

La seule solution qui vérifie cette équation est la solution trivial : $\alpha = \beta = 0$
donc $\alpha u_1 + \beta u_2 \in E$.

certainement pas

Exercice 8 :

~~E étant composé de $\alpha u_1 + \beta u_2$ qui sont 2 vecteurs à 3 inconnues x, y, z on peut donc en déduire que F est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.~~

Exercice 9 :

~~On a vu que u_1 et u_2 étaient génératrice et que la solution trivial était unique donc qu'elle était par la même occasion libre.~~
~~On peut en conclure que E est une base de $\mathbb{R}^3$~~

Exercice 10 :

~~E étant une base de $\mathbb{R}^3$ il aura une dimension égale à 3~~

~~$\dim E = 3$.~~

Exercice 6 :

~~On peut en déduire que la matrice de passage P_{SB} est :~~

$$P_{SB} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$