

**PROJET : SYNTHESE D'UN BANC DE FILTRES NUMERIQUES**  
**Deuxième séance : Réponse impulsionnelle et réponse harmonique**

Didier  
Achvar  
mise à  
jour  
A. Khellaf  
Mai 2014

*Nous nous intéressons désormais aux signaux échantillonnés à la fréquence de  $f_E=44,1$  kHz sur une durée de 1 seconde. (Fréquence standard en audio, respectant la condition de Shannon))*

*Afin de valider les observations numériques relatives à certaines expériences, les élèves pourront apprécier le traitement (différents filtrages) de leurs signaux au moyen de la fonction `soundsc(x, f_E)` qui permet d'écouter (facultatif) le son produit par les valeurs stockées dans un tableau `x` en espaçant la durée séparant les échantillons de  $1/f_E$  seconde.*

*Pour cela, il convient de se munir d'un écouteur ou d'un casque de baladeur. **NB : fréquences audibles comprises entre 20Hz et 20KHz.***

*Il s'agit aujourd'hui d'étudier et d'établir le lien entre la réponse impulsionnelle (donc temporelle) et la réponse fréquentielle des filtres mis en œuvre à la séance précédente. Les élèves devront consigner leurs résultats le plus soigneusement possible afin de les restituer et les commenter à la prochaine séance.*

*Ces résultats sont essentiellement illustrés par le chronogramme et le spectre des signaux d'E/S des filtres étudiés. Le spectre d'un signal  $x(t)$  peut être évalué sous Matlab au moyen d'un sous programme de la forme :*

```
Fx=fft(x); Sx=sqrt(power(real(Fx),2)+ power(imag(Fx),2));
                                ou bien
Fx=fft(x); Sx=sqrt(Fx.*conj(Fx));
```

*où `fft(x)` désigne la transformée de Fourier de `x`, `power(.,2)` une élévation au carré, `real(.)` et `imag(.)` la partie réel et la partie imaginaire d'un nombre complexe et `conj(.)`, la conjugaison complexe.*

**NB :** a) l'impulsion donne dans le domaine fréquentiel, un signal contenant toutes les fréquences et de même amplitude.  
 b) Le bruit blanc a un signal contenant toutes les fréquences, mais d'amplitudes aléatoires.

## I. OBSERVATION DES SIGNAUX ET CALCULS DES SPECTRES

*Quelques  
techniques  
de calcul  
sous Matlab*

- Q0. Saisir deux vecteurs `x` et `y` dans la fenêtre de commande de MATLAB. Exemple : `x=[1 2 3]` et `y=[4 5 6]`. • Calculer tour à tour les produits `x.*y`, `x*y'` et `x*y` dans la fenêtre de commande.
- Quelle opération correspond à un produit scalaire ? A un produit terme par terme ? A rien du tout ?
  - Relever dans la fenêtre de commande tous les éléments du vecteur `z` construit comme suit : `z=x+y*i`.
  - En faire de même avec le vecteur `conj(z)`. Commentaires.
  - Comment peut-on calculer sous MATLAB le module de tous les éléments d'un vecteur à valeurs complexes comme `z` ?

*Echantillonnage et  
fenêtrage temporel  
des signaux*

- Q1\*. Sachant que l'échantillonnage de nos signaux s'effectue à une vitesse de 44,1 kHz :
- Combien d'échantillons `N` seront nécessaires pour représenter un signal sur une fenêtre d'une seconde?
  - Quelle serait la fréquence maximale  $f_{MAX}$  des signaux que nous pouvons produire ou traiter.  
(Condition de Shannon)

*Applications*

- Q2. Compléter le programme `qEcoule.m` (champs pointillés) pour générer un sinus à une fréquence réelle de 50Hz (lignes 3,11).
- Justifier la normalisation des fréquences (ligne 4). (Echantillonnage).
  - Représenter graphiquement son chronogramme (lignes 24) et son spectre (lignes 27).
  - Effectuer le même travail jusqu'à 50kHz et relever au moyen du curseur les fréquences  $f_B$  (basse) et  $f_H$  (haute) qui apparaissent sur le spectre du signal. Consigner les mesures dans le tableau ci-dessous :

**Validation1**

f(Hz)	20		40		80		100		1000		2000		4000		15000		20000		40000		50000	
f <sub>B</sub> (Hz)																						
f <sub>H</sub> (Hz)																						
Audible	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N

v1

- Si nécessaire, modifier la dimension des axes de manière à optimiser les représentations graphiques.
- A quoi correspondent  $f_B$  et  $f_H$  ? Comparer ces fréquences à  $f$  et à  $|f_F - f|$  (ou à  $|n.f_F - f|$  avec  $n$  : entier).
- Quelle est la fréquence du signal réellement entendu à 40kHz et à 50kHz (ultrasons !!!) ?

Q3. Programmer un bruit blanc et observer son spectre.

- Observer bien son spectre ainsi que sa perception auditive.
- Relever de la même manière le spectre d'une impulsion. **Que remarquez-vous ?**

**Programme qEcoule.m: Observation des signaux**

```

1 - clc; clf;
2 - N=.....; % Nombre d'échantillons=?
3 - frequence=50; % Fréquence réelle en Hertz
4 - f=frequence/...; % Fréquence normalisée=?
5
6 %----- L'échelle des temps et des fréquences-----
7 - temp=0:(N-1); freg=0:(N-1);
8
9 %----- Programmation de l'entrée -----
10 % 1°) ENTREE SINUSOIDALE
11 - e=sin(2*pi*f*temp);
12 % 2°) ENTREE BRUIT BLANC
13 - re=rand(1,N)-0.5)*2;
14 % 3°) ENTREE IMPULSIONNELLE
15 - se=zeros(1,N); t0=3; e(t0)=N;
16 % 4°) ENTREE INDICIELLE
17 - it0=3; e=[zeros(1,t0) ones(1,N-t0)];
18
19 - Fe=fft(e); Se=sqrt(Fe.*conj(Fe))/N; %Calcul du Spectre--
20 - sounds(e,N); %Écoute du signal --
21 %pause;
22 - figure(1); %-----Tracé de Chronogrammes-----
23 - temp=temp/N;
24 - subplot(4,1,1); plot(temp,e,'r'); title('CHRONOGRAMME');
25 - xlabel('Temps : sec'); ylabel('Amplitude'); grid;
26 %-----Tracé de Spectres-----
27 - subplot(4,1,2); semilogx(freg,Se,'r'); title('SPECTRE');
28 - xlabel('Fréquence : Hz'); ylabel('Se'); grid;
29 - xlim([20 20000]);

```

**Programme Q5harmonic.m: Réponse à un sinus**

```

1 - clc; clf;
2 - N=.....;
3 - frequence=...; %Fréquence réelle en Hertz
4 - frcoupe=...; %Fréq. de coupure des I°ordre en Hz
5 - frcentral=...; deltafreq=...; %Fréq. centrale & LB du passe-bande
6
7 %----- Normalisations et calcul des constantes de temps -----
8 - f=frequence/...; f0=frcoupe/...; f0=frcentral/...; Df=deltafreq/...;
9 - k=1/(2*pi*f0); k2=1/(2*pi*f0); k1=bf/(2*pi*f0*f0); %-----Ctes de t-----
10
11 - temp=0:(N-1); freg=0:(N-1); % L'échelle des temps et des fréquences
12
13 %----- Initialisation des tableaux -----
14 - s=zeros(1,N); ss=zeros(1,N); sss=zeros(1,N); sss2=zeros(1,N); y=zeros(1,N);
15
16 - e=sin(2*pi*f*temp); % Exemple d'entrée sinus
17 - sounds(e,N); pause;
18 - Fe=fft(e); Se=sqrt(Fe.*conj(Fe))/N; % Calcul du spectre de l'entrée
19
20 %-----Programmation des filtres-----
21 - for t=2:N
22 - s(t)=...; % --- filtres du 1er ordre
23 - end;
24
25 - for t=3:N
26 - ss(t)=...; sss(t)=...; y(t)=...; % --- filtres du 2er ordre
27 - end;
28
29 - figure(1); %-----Tracé des Chronogrammes-----
30 - subplot(4,1,1); plot(temp,e,'r'); grid; ylabel('Entrée'); title('C

```

## II. SYNTHÈSE DES FILTRES

Fréquences de coupure, largeur de bande et fréquence centrale.

Q4. Nous avons déjà établi la relation entre les réponses en fréquence et les constantes de temps  $k$ ,  $k_1$  et  $k_2$  des dérivateurs de chaque filtre :

$$k = \frac{1}{\omega_c} \quad k_1 = \frac{1}{q \cdot \omega_0} \quad k_2 = \frac{q}{\omega_0} \quad q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

où  $\omega_c$  désigne la pulsation de coupure des filtres passe-pas ou passe-haut du premier degré,  $\omega_0$  la pulsation centrale du filtre passe-bande,  $q$  son facteur de qualité et  $\Delta \omega$  sa largeur de bande.

- Exprimer les constantes de temps en fonction des fréquences réelles. On notera :  $\Delta \omega = 2 \cdot \pi \cdot \Delta f$

Cahier des charges

- Q5. Terminer la programmation des 5 filtres en complétant le programme qHarmonic.m. On prendra :
- Pour le passe-bas et le passe-haut du I<sup>er</sup> ordre, une fréquence de coupure égale à 1kHz.
  - Pour le passe-bande, une fréquence centrale de 2kHz et une largeur de bande de 20Hz.
  - Le passe-bas et le passe-haut du II<sup>er</sup> ordre seront conçus en s'inspirant de la mise en cascade des filtres du I<sup>er</sup> ordre mais leur sortie  $s(t)$  devrait être explicitée en fonction de l'entrée  $e(t)$ ,  $e(t-1)$  ... et de ses valeurs précédentes  $s(t)$ ,  $s(t-1)$ ,  $s(t-2)$  ... en éliminant l'expression de la sortie intermédiaire.
  - Quel avantage peut-on tirer en programmant les sorties avec cette expression

## II. APPLICATION A DES SIGNAUX AUDIO-FREQUENCES

Q6. Attaquer les filtres passe-bas et passe-haut (ordre 1 et 2) avec un signal composite de la forme :

$$e(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) \quad \text{avec} \quad f_1 = 50\text{Hz} \text{ et } f_2 = 10\text{kHz}.$$



- Justifier l'allure et le spectre de la sortie de chaque filtre.
- Noter la perception (auditive) des filtrages passe-bas et passe-haut du second ordre sur la séparation des composantes grave et aigu du signal d'entrée en procédant à l'écoute des signaux de sortie. **Validation2**

Q7. Remplacer l'entrée par un bruit blanc uniforme :  $e = (\text{rand}(1,N) - 0.5) * 2$ ; et relever le spectre de la sortie des filtres pour tous les filtres du II<sup>o</sup> ordre. (Le bruit blanc contient toutes les fréquences).

Que remarquez-vous ?

### III. REPONSE IMPULSIONNELLE

Q8. Générer en entrée des filtres une impulsion au moyen d'une commande de la forme :  $e = \text{zeros}(1,N)$ ;  $e(10) = N$ ;

V

- Commenter les chronogrammes. Mesurer la fréquence des pseudos oscillations en sortie du filtre passe-bande...
- Intégrer les commandes ci-contre pour l'observation des spectres dans un repère logarithmique.
- Relever le spectre des signaux d'E/S de tous les filtres.

```
%----- Tracé des Spectres-----
figure(2);
subplot(4,1,1); semilogx(freq,Se,'r'); grid;
ylabel('Entrée'); title('SPECTRES');
xlim([20 10000]);

subplot(4,1,2);
semilogx(freq,20*log10(Ss),'b',freq,20*log10(Sss),'c');
grid; ylabel('Passe-bas I et II'); xlim([20 10000]);

subplot(4,1,3);
semilogx(freq,20*log10(Sz),'b',freq,20*log10(Szz),'c');
grid; ylabel('Passe-bas I et II'); xlim([20 10000]);

subplot(4,1,4); semilogx(freq,20*log10(Sy),'g'); grid;
ylabel('Passe-bande'); xlabel('Fréq. (Hz)');
xlim([20 10000]);
```

- Comparer ces observations aux diagrammes de Bode de chaque filtre en mesurant les fréquences de coupures, la fréquence centrale du passe-bande ainsi que la pente des asymptotes en BF et en HF.

Validation3