

Exercice n°1 :

1. $f(x) = (1+2x)^{\frac{1}{2}}$, $f(x) = 1 - x + \frac{3}{2}x^2 + x^2\varepsilon(x)$

2. $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + x^3\varepsilon(x)$ $\ln(\cos x) = -\frac{x^2}{2} + x^3\varepsilon(x)$ $g(x) = -\frac{x}{2} + x^2\varepsilon(x)$

3. $h(x) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3}{2}x^2 + x^2\varepsilon(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 1$ tangente : $y = 1 - \frac{x}{2}$ courbe de f au dessus de tangente

Exercice n°2 :

$\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ $\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^2\varepsilon(x)$ $\arctan x = \int \frac{1}{1+t^2} dt = x - \frac{x^3}{3} + x^3\varepsilon(x)$

Exercice n°3 :

1. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{x - \frac{x^3}{6} + x^3\varepsilon(x)}{1 - \frac{x^2}{2} + x^3\varepsilon(x)} = x + \frac{x^3}{3} + x^3\varepsilon(x)$

2. f est continue sur $\left]-\frac{\pi}{2}; 0\right[\cup \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ comme quotient $f(x) = \frac{1}{3} + x^2\varepsilon(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{3} = f(0)$

continue en 0

Exercice n°4 :

$f(x) = xe^{x \ln(\cos \frac{1}{x})}$ Soit $X = \frac{1}{x}$, si x tend vers ∞ , X tend vers 0

0 $f(x) = \frac{1}{X} e^{\frac{\ln(\cos X)}{X}}$ $\frac{\ln(\cos X)}{X} = -\frac{X}{2} + X^2\varepsilon(X)$

$f(x) = \frac{1}{X} - \frac{1}{2} + \frac{X}{8} + X\varepsilon(X) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{8x} + \frac{1}{x}\varepsilon\left(\frac{1}{x}\right)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ asymptote : $y = x - \frac{1}{2}$ courbe au dessus

Exercice n°5 :

1. $f(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{16}x + \frac{49}{64}x^2 - \frac{49}{256}x^3 + x^3\varepsilon(x)$

2. $f(x) = x + x^2\varepsilon(x)$