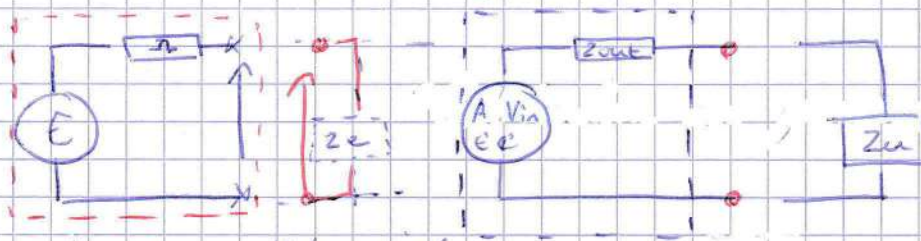


TD Système à la fonction.

TD n°1: Modélisation des systèmes électriques en transmission.

Modélisation du générateur



perte par effet joule

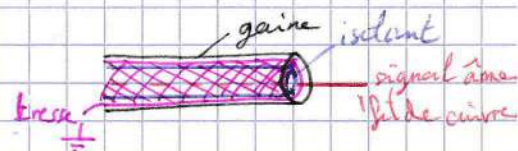
Z_e est une impédance d'entrée

Z_u charge utile
 Z_{out} = impédance de sortie

A.Vin amplification de la tension à vide (vs charge)

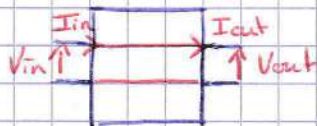
Modèle générique le + général possible

modèle quadripôle B:



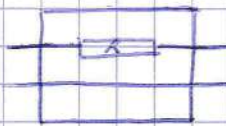
1.1. Modèle de quadripôle

modèle A

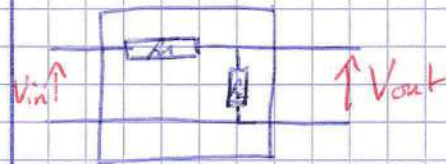


→ modélisation idéal

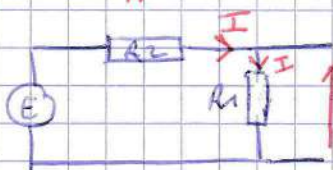
modèle B



modèle C



Rmq - Rappel Pont diviseur de tension



$$E = (R_1 + R_2) \times I$$

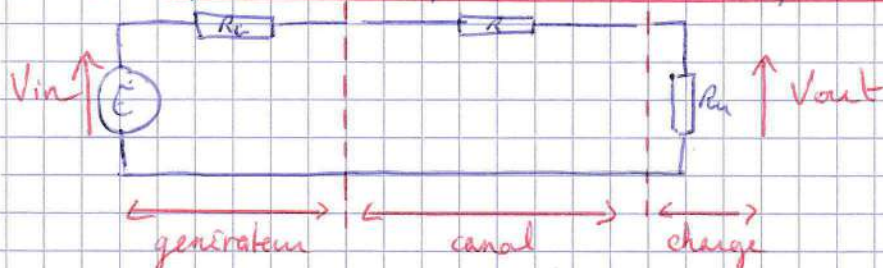
$$V_{out} = R_1 \times I = R_1 \times \frac{E}{R_1 + R_2} = E \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

V_{out} est égale à E atténuée.

1.2

B \Leftrightarrow A qd $R \rightarrow 0$ (fil de court-circuit)
C \Leftrightarrow A qd $R_2 \rightarrow +\infty$ (circuit ouvert)
qd $R_1 \rightarrow 0$

1.3 - Modèle complet utilisant quadripôle B.



2.1. gain en tension

$$G_v = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$V_{in} = E$$

$V_{out} = R_u \Rightarrow$ tension aux bornes de la charge

$$V_{out} = E \times \frac{R_u}{R_g + R + R_u} \quad \text{Point diviseur de tension}$$

$$G_v = \frac{R_u}{R_g + R + R_u}$$

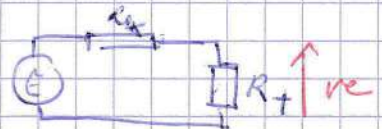
long Gr du module A

$$G_v(A) = G_{v(B)} \text{ lorsque } R=0 = \frac{R_u}{R_g + R_u}$$

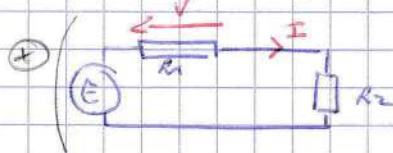
2.2. Calcul du Gain en tension intrinsèque (propre au canal, propre au quadripôle).



$$V_s = V_{out} \\ V_e \neq V_{in} \quad (+R_g)$$



$$V_e = \frac{R + E}{R_g + R} = \frac{R + R_u}{R_g + R + R_u}$$



$$V = E - E_1 = E - R_2 \times I = E - R_2 \frac{E}{R_1 + R_2} \\ \text{avec } E = (R_1 + R_2) I$$

$$G_I(a) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_{out}}{V_e} = \frac{E \frac{R_u}{R_g + R + R_u}}{\frac{R + R_u}{R_g + R + R_u}} = \frac{R_u}{R + R_u} < 1$$

2.3. gain en puissance intrinsèque de la chaîne de trans.

$$P_s \triangleq V_s \times I_s \quad P_e \triangleq V_e \times I_e$$

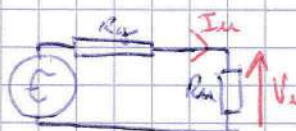
$$\text{or } I_s = I_e$$

\triangle est égale par définition

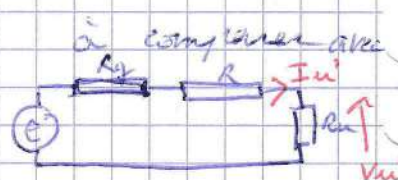
$$\eta = \frac{P_s}{P_e} = \frac{V_s \times I_s}{V_e \times I_e} = \frac{V_s}{V_e} = G_I$$

$$\text{rendement } \eta_B < \eta_A$$

2.4. Gain de puissance apporté par le quadripôle.



On cherche la puissance apportée à la charge utile



$$P_{usq} = V_u \times I_u = \frac{R_u}{(R_g + R_u)^2} E^2$$

$$I_u' = \frac{E}{R_g + R + R_u}$$

$$V_u' = \frac{R_u}{R_g + R + R_u} E$$

$$P_{uq} = \frac{R_u}{(R_g + R + R_u)^2} E^2$$

$$R_g := R_g + R;$$

$$\eta_{(b)} = \frac{P_{uag}}{P_{usg}} = \left(\frac{R_g + R_u}{R_g + R + R_u} \right)^2$$

$$\eta_{(A)} = \eta_{(b)} \Big|_{R=0} = 100\%$$

3. Modélisation du quadripôle

3.1. chaîne de transmission (modèle c)



3.2.

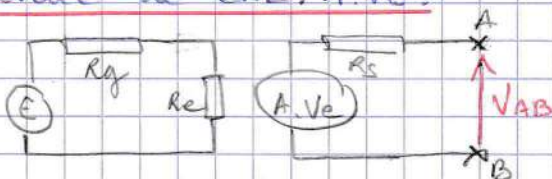


Méthode

R_e : résistance vue par le générateur à l'entrée

$$R_e = R_1 + (R_2 \parallel R_u) = R_1 + \frac{R_2 R_u}{R_2 + R_u}$$

Calcul de e_{th} : $A \cdot V_e$

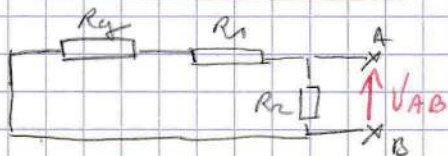


$V_{AB} = e_{th}$ tension aux bornes de R_2

$$= R_2 \times \frac{E}{R_g + R_1 + R_2}$$

Calcul de r_{th} : R_s

on éteint les sources

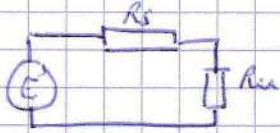


$$R_s = r_{th} = R_e \parallel (R_1 + R_g) = \frac{R_2 (R_1 + R_g)}{R_1 + R_2 + R_g}$$

3.3. Récupération de la puissance maximale.

$$P_{Ru} \begin{cases} R_u \rightarrow 0 \\ R_u \rightarrow \infty \\ \text{cas intermédiaire} \end{cases} \quad P_u \triangleq U_{Ru} \times I_{Ru}$$

- Si $R_u = 0 \Omega$ alors $U_{Ru} = 0V \Rightarrow P_u = 0W$
- Si $R_u \rightarrow \infty$ alors $I_{Ru} = 0A \Rightarrow P_u = 0W$
- Valeur particulière de R_u telle que la puissance utile est max



$$P_u = E^2 \frac{R_u}{(R_u + R_s)^2}$$

$$P_u = f(R_u) \quad \frac{dP_u}{dR_u} = 0 \quad (P_u')$$

$$P_u' \Leftrightarrow e^2 \frac{1 \times (R_u + R_s)^2 - R_u \times 2(R_u + R_s)}{(R_u + R_s)^4}$$

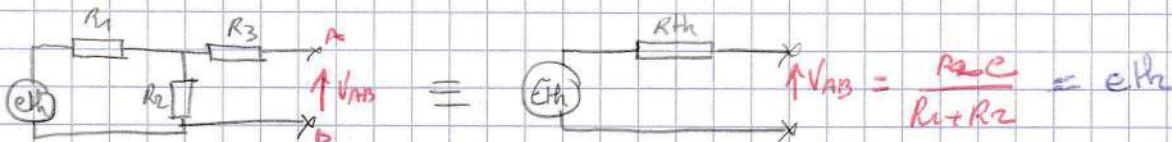
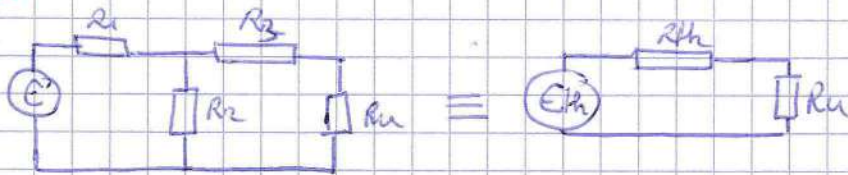
$$P_u' = e^2 \frac{(R_u + R_s)[R_u + R_s - 2R_u]}{(R_u + R_s)^4} = e^2 \frac{R_s - R_u}{(R_u + R_s)^3}$$

$$P_u' = 0 \Leftrightarrow R_u = R_s$$



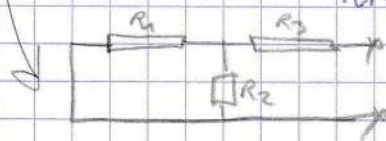
P_u est max si $Z_u = \overline{Z_{th}}$ - complexe conjugué
il y a une adaptation de l'impédance en sortie.

+ Bonus

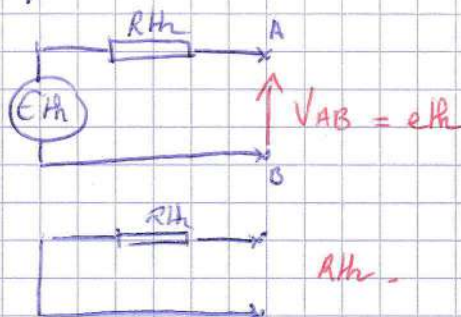


$R_{th} \Rightarrow$ détermine la source

$$\begin{aligned} R_{th} &= R_3 + (R_1 \parallel R_2) \\ &= R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$



La présentation de Thévenin



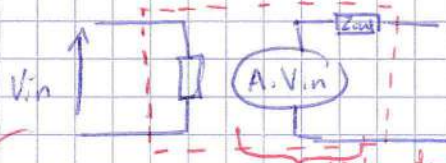
La présentation de Norton



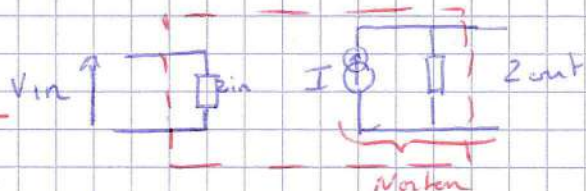
T12

La fit d'amplification

- 1) Rappeler le modèle simplifié d'un amplificateur de tension. Donner les caractéristiques d'un amplificateur idéal.



MODELE RÉEL D'UN AMPLIFICATEUR DE TENSION



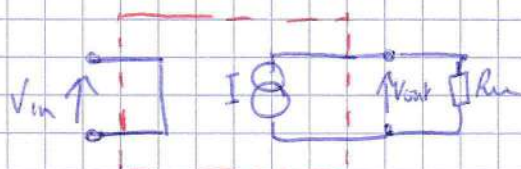
modèle de Norton en sortie

$$I = k \cdot V_{in} \quad k = \text{transconductance (A.V}^{-1}\text{)}$$

amplitude idéal (parfait)

$$Z_{out} \rightarrow 0 \quad Z_{in} \rightarrow \infty \quad V_{in} \uparrow \quad A \cdot V_{in} \uparrow \quad V_{out}$$

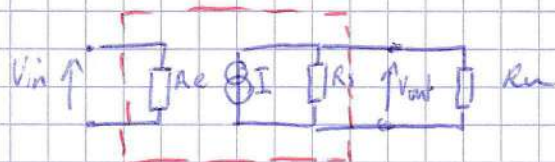
- 2) Montrer que l'on peut réaliser une amplitude par l'association d'un générateur de courant commandé idéal et d'une résistance d'utilisation.



$$V_{out} = R_u \times I = (k \cdot R_u) V_{in}$$

gain d'amplification idéal

- 3) Considérer à présent un générateur de courant réel. Exprimer le nouveau facteur d'amplification



$$I = k \cdot V_{in}$$

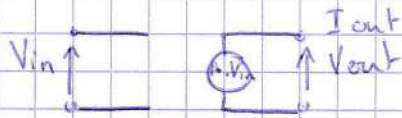


$$V_{out} = \left(k \frac{R_u R_s}{R_u + R_s} \right) V_{in}$$

gain amplification réel

$$k \frac{R_u}{1 + \left(\frac{R_u}{R_s} \right)} < k R_u$$

Quel est le facteur de puissance intrinsèque pour un amplificateur idéal?



$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

$$P_{out} = V_{out} \times I_{out}$$

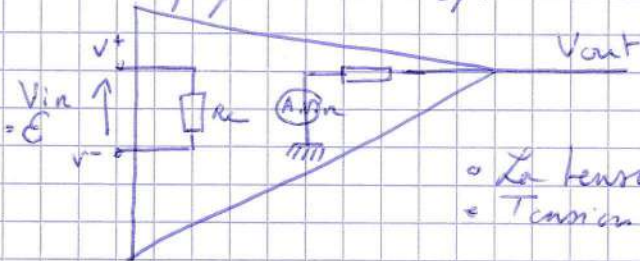
$$P_{in} = V_{in} \times I_{in} = 0$$

pour un amplificateur idéal $\eta = \infty$

Cette amplification idéale n'est qu'un modèle mathématique

$\exists Z_{in}, Z_{out}$
on récupère de la puissance en sortie en prélevant de la puissance d'une source d'énergie quelconque (permettant l'amplification de la tension d'entrée)

L'amplificateur opérationnel

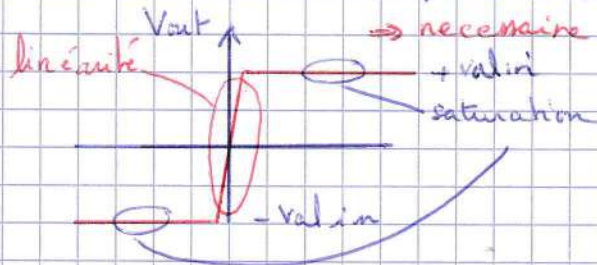


$$E = V^+ - V^-$$

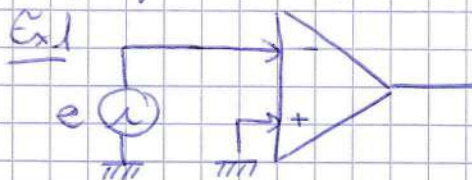
- La tension de sortie est référencée à la masse
- Tension d'entrée = tension différentielle ($V^+ - V^-$)

- $R_f \sim$ quelques Ω (très faible)
- $R_L \sim 10 \text{ k}\Omega$ (très grande)
- $A \sim 10^6$ ou tension de sortie finie

\Rightarrow nécessaire $V_{in} \sim 0$ ($V^+ = V^-$)



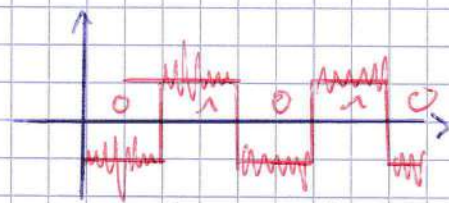
Le plage de fonctionnement pour l'A.O. $\left\{ \begin{array}{l} \text{linéaire} \\ \text{non linéaire} \end{array} \right.$



$$E = \begin{array}{l} \text{non inverseur} \\ V^+ - V^- \\ = 0 - e \\ \text{inverseur} \\ = -e \end{array}$$

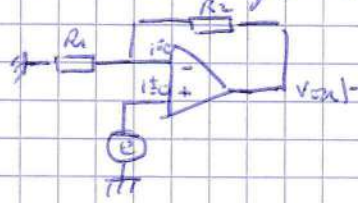
(H) A ouvert $i^+ = i^- = 0$

$$V_{out} = -A e = \begin{cases} +V_{valin} & A' e < 0 \\ -V_{valin} & \text{sinon} \end{cases}$$



De un montage linéaire on n'a pas $V^+ = V^-$

Ex 2 montage linéaire

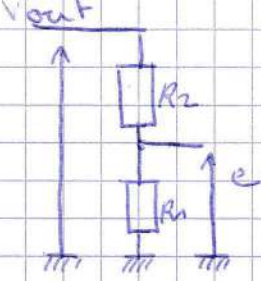


(H) A.O. parfait

Rmq

Rebouclage de sortie sur l'entrée V^- (contre-réaction)

Si



$$e = V_{out} \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_{out} = e \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

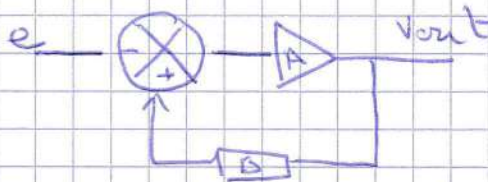
$$V_{out} = A (v^+ - v^-)$$

$$V_{out} = Ae - AB V_{out}$$

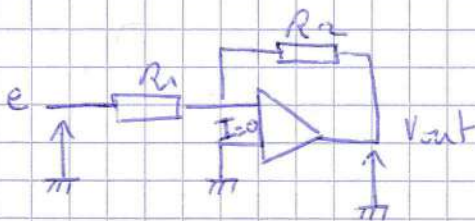
$$V_{out} (1 + AB) = Ae$$

fonctionnement linéaire

$$V_{out} = \frac{Ae}{1 + AB}$$



Rmq contre réaction sur l'entrée



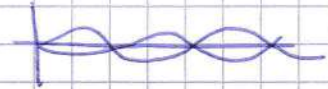
⊕ Acp idéal

contre réaction sur entrée inverseuse

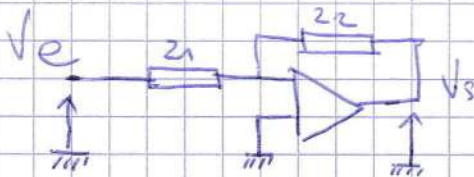
$$\text{or } v^+ = e v$$

montage inverseur

$$\frac{V_{out}}{e} = - \frac{R_2}{R_1}$$



$$I = \frac{e}{R_1} = - \frac{V_{out}}{R_1}$$



$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = \text{résistance} = R_1 \\ Z_2 = \text{capacité} = \frac{1}{c p} \end{array} \right\} \frac{V_s}{V_e} = - \frac{1}{R_1 c p}$$

$$(e^{j\omega t})' = j\omega e^{j\omega t}$$

$$V_s(t) = - \frac{1}{R_1 C} \int V_e(t) dt$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = \frac{1}{c p} \\ Z_2 = R_2 \end{array} \right\} \frac{V_s}{V_e} = - c R_2 p$$

$$V_s(t) = - R_2 C \frac{dV_e}{dt}$$

$$\text{Sur } \left[0, \frac{T}{2}\right] \quad R_c = +V$$

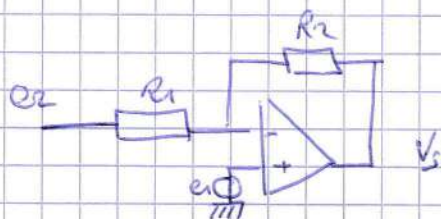
$$V_1 = -\frac{1}{R_c} \int V_2(t) dt$$

$$= -\frac{1}{R_c} V \times t + e_0$$

• • •

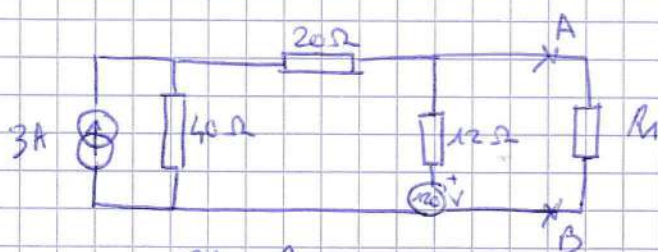


$$V_s = -\frac{R}{R_1} e_1 - \frac{R}{R_2} e_2 - \frac{R}{R_3} e_3$$

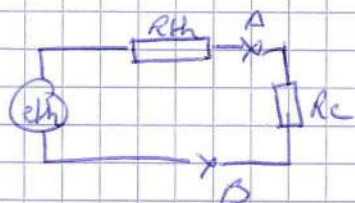


$$V_s = -\frac{R_2}{R_1} e_2 + e_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

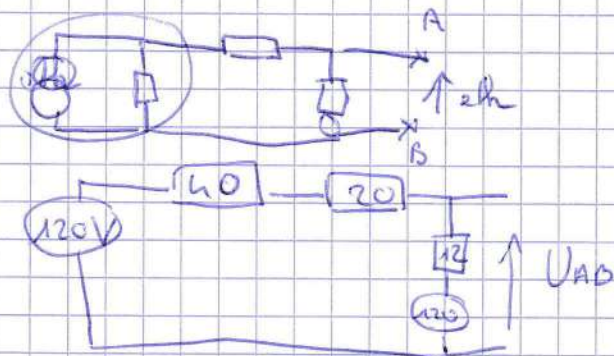
$$= A e_1 - B e_2$$



- 1) Thévenin équivalent entre A/B
- 2) valeur de R_L qui maximise la puissance transmise à la charge R_L ? Que vaut cette puissance max?



- 1) On enlève la charge R_L
- 1.1 R_{th} on éteint les sources
- $R_{th} = 12 \parallel (20 + 40)$



2)