

将下列函数化成最简与或式。

1. $F = (A \oplus B) \overline{\bar{A}\bar{B}} + AB + AB$

2. $F(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 4, 8) + \sum d(10, 11, 12, 13, 14, 15)$

(建议大家先独立做一下第 2 题，指不定卡诺图会出一点点小问题。)

这两题分别考察公式法和卡诺图法化简与或式。

第 1 题，这里主要用到的是异或的定义 ($A \oplus B = A\bar{B} + \bar{A}B$)、摩根定律，同时在最后用到了 $\begin{cases} AB + A\bar{B} = A \\ A + \bar{A}B = A + B \end{cases}$ 这两个定律。

$$\begin{aligned} F &= (A \oplus B) \overline{\bar{A}\bar{B}} + AB + AB \\ &= (A \oplus B) \cdot (\bar{\bar{A}\bar{B}}) + AB && \text{(摩根定律)} \\ &= (A \oplus B) \cdot ((A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B})) + AB && \text{(摩根定律)} \\ &= (A\bar{B} + \bar{A}B) \cdot (A\bar{B} + \bar{A}B) + AB && \text{(异或展开; } A\bar{A} = B\bar{B} = 0) \\ &= A\bar{B} + \bar{A}B + AB && (A \cdot A = A) \\ &= A + \bar{A}B && (AB + A\bar{B} = A) \\ &= A + B && (A + \bar{A}B = A + B) \end{aligned}$$

第 2 题，卡诺图法， $\sum m$ 表示小项记 1， $\sum d$ 表示随意项记 φ 。画出卡诺图如下表 1 所示。

表 1: 第 2 题卡诺图

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1	1	φ	1
01	1		φ	
11			φ	φ
10	1		φ	φ

随意项 φ 既可以当 1 也可以当 0（只是不能中途更改），我们通过表 2 方式圈出所有的 1，如红字所示。但是！**注意表 2 第三步**，圈 $ABCD = 0010$ 位的 1 的时候不要漏圈了，因为标出来的四个位置分别是 $\begin{bmatrix} 0000 & 1000 \\ 0010 & 1010 \end{bmatrix}$ ，横纵向每相邻两个数只有一位不同，因此它们确实是相邻的，应该圈上。

表 2: 卡诺图画圈方式

(a) 第一步

$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	1	1	φ	1
01	1		φ	
11			φ	φ
10	1		φ	φ

(b) 第二步

$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	1	1	φ	1
01	1		φ	
11			φ	φ
10	1		φ	φ

(c) 第三步

$CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	1	1	φ	1
01	1		φ	
11			φ	φ
10	1		φ	φ

通过卡诺图画圈的方法得到结果是 $F(A,B,C,D) = \bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$ 。

【结论】

- $F = A + B$
- $F(A,B,C,D) = \bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$

【点评】 本题考察数字逻辑的函数关系化简，难度不大，但是容易失误。化简公式、圈卡诺图的时候务必仔细一些。

