

知识小料

「电计 2203 班」周常规知识整理共享

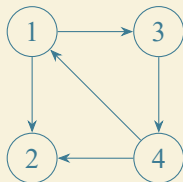
ISSUE.

07

日期：2023-10-31

学科：离散数学

设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， A 上关系 R 如下图，则 $R^2 =$ _____。

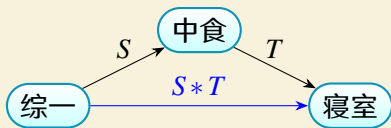


可以由关系图写出关系

$$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$$

再用关系乘积的定义计算 R^2 即 $R * R$ ，易得 $R^2 = \{\langle 1, 4 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$ 。这是常规方法，但是对关系乘积还可以有新的理解方式。

我们可以把关系乘积理解为一个「抄近路」的过程。对于「 $A \rightarrow B$ 」和「 $B \rightarrow C$ 」的两条路线，由于 B 是共同的中转点，因此可以抄一条近路，直接从 A 一步到 C 。举个例子， $S = \{\langle \text{综一}, \text{中食} \rangle\}$ ， $T = \{\langle \text{中食}, \text{寝室} \rangle\}$ ，可以理解两条路，一条从综一到中食，另一条从中食到寝室，抄近路可以从综一直达寝室，也就是 $S * T = \{\langle \text{综一}, \text{寝室} \rangle\}$ 。



那么回到原题，我们可以发现存在 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ 的路径，可以「抄近路」得到 $1 \rightarrow 4$ ，也就是 R^2 里面有一个有序对 $\langle 1, 4 \rangle$ 。类似的，还有 $3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ 、 $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ 、 $4 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ 、 $4 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ 等路径，各自「抄近路」即可得到剩余的有序对。

【结论】 $\{\langle 1, 4 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$ 。

【点评】本题是一道求关系乘积（关系复合）的题目，难度简单，但从另一个角度理解和分析，或许会有新的收获……