

Chapitre 8 – Estimation

Intervalle de confiance de niveau $(1 - \alpha)\%$ pour la moyenne et la proportion

$$IC_{\text{paramètre}} = [\text{estimateur paramètre} \pm \text{marge d'erreur}(\text{estimateur}) \text{ à } \alpha \%$$

- Pour la moyenne: marge d'erreur $(\bar{X}) = t_{\frac{\alpha}{2}; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$
- Pour une proportion : marge d'erreur $(\hat{p}) = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$
- Pour une différence de moyennes $\mu_x - \mu_y$, avec données non appariées :

$$\text{marge d'erreur } (\bar{X} - \bar{Y}) = t_{\frac{\alpha}{2}; n_x + n_y - 2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}},$$

avec

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_x - 1)s_x^2 + (n_y - 1)s_y^2}{n_x + n_y - 2}}$$

- Pour une différence de proportions $p_x - p_y$:

$$\text{marge d'erreur } (\hat{p}_x - \hat{p}_y) = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_x(1 - \hat{p}_x)}{n_x} + \frac{\hat{p}_y(1 - \hat{p}_y)}{n_y}}$$

Chapitre 9 – Tests d'hypothèses

Tests sur la moyenne μ d'une population:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \text{ contre } \{H_A : \mu \neq \mu_0, \text{ ou } \mu \geq \mu_0, \text{ ou } H_A : \mu \leq \mu_0\}$$

Statistique du test	On rejette H_0 si valeur $p \leq \alpha$
$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ <p>Ici, t provient d'une loi de Student T_{n-1} à $n-1$ degrés de liberté</p>	$\text{valeur } p = \begin{cases} 2 P(T_{n-1} > t) \text{ pour } H_A : \mu \neq \mu_0 \\ P(T_{n-1} > t) \text{ pour } H_A : \mu \geq \mu_0 \\ P(T_{n-1} < t) \text{ pour } H_A : \mu \leq \mu_0 \end{cases}$

Test d'hypothèse sur une proportion p :

$$H_0 : p = p_0 \text{ contre } \{H_A : p \neq p_0, \text{ ou } H_A : p \geq p_0, \text{ ou } H_A : p \leq p_0\}$$

Statistique du test	On rejette H_0 si valeur $p \leq \alpha$
$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ <p>Ici, z provient d'une loi normale Z</p>	$\text{valeur } p = \begin{cases} 2 P(Z > z) \text{ pour } H_A : p \neq p_0 \\ P(Z > z) \text{ pour } H_A : p \geq p_0 \\ P(Z < z) \text{ pour } H_A : p \leq p_0 \end{cases}$

Tests sur l'égalité de deux moyennes:

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y \text{ contre } \{ H_A : \mu_X \geq \mu_Y, \text{ ou } H_A : \mu_X \leq \mu_Y, \text{ ou } H_A : \mu_X \neq \mu_Y \}$$

❖ Tests pour données appariées

Statistique du test	On rejette H_0 si valeur $p \leq \alpha$
$t = \frac{\bar{W} - 0}{s_W / \sqrt{n}}$ $W = X - Y$	$\text{valeur } p = \begin{cases} 2 P(T_{n-1} > t) \text{ pour } H_A : \mu_x \neq \mu_y \\ P(T_{n-1} > t) \text{ pour } H_A : \mu_x \geq \mu_y \\ P(T_{n-1} < t) \text{ pour } H_A : \mu_x \leq \mu_y \end{cases}$

❖ Tests pour données non appariées

Statistique du test	On rejette H_0 si valeur $p \leq \alpha$
$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}}$ $s_p = \sqrt{\frac{(n_X - 1)s_X^2 + (n_Y - 1)s_Y^2}{n_X + n_Y - 2}}$	$\text{valeur } p = \begin{cases} 2 P(T_{n_X+n_Y-2} > t) \text{ pour } H_A : \mu_x \neq \mu_y \\ P(T_{n_X+n_Y-2} > t) \text{ pour } H_A : \mu_x \geq \mu_y \\ P(T_{n_X+n_Y-2} < t) \text{ pour } H_A : \mu_x \leq \mu_y \end{cases}$

Tests sur l'égalité de deux proportions:

$$H_0 : p_X = p_Y \text{ contre } \{ H_A : p_X \geq p_Y, \text{ ou } H_A : p_X \leq p_Y, \text{ ou } H_A : p_X \neq p_Y \}$$

Statistique du test	On rejette H_0 si valeur $p \leq \alpha$
$z = \frac{\hat{p}_X - \hat{p}_Y}{\sqrt{\frac{\hat{p}_X \hat{q}_X}{n_X} + \frac{\hat{p}_Y \hat{q}_Y}{n_Y}}}$ $\hat{q}_X = 1 - \hat{p}_X, \hat{q}_Y = 1 - \hat{p}_Y$	$\text{valeur } p = \begin{cases} 2 P(Z > z) \text{ pour } H_A : p_X \neq p_Y \\ P(Z > z) \text{ pour } H_A : p_X \geq p_Y \\ P(Z < z) \text{ pour } H_A : p_X \leq p_Y \end{cases}$

Chapitre 10 – Techniques de sondages

Paramètre	Estimateur	Estimateur de l'écart type de l'estimateur
Moyenne μ	\bar{y}	$\hat{\sigma}_{\bar{y}} = \sqrt{1-f} \frac{s}{\sqrt{n}}$
Total $\tau = N\mu$	$\hat{\tau} = N\bar{y}$	$\hat{\sigma}_{\hat{\tau}} = N\hat{\sigma}_{\bar{y}}$

Paramètre	Estimateur	Estimateur de l'écart type de l'estimateur	Estimateur de la variance de \bar{y}_h
Moyenne μ	$\hat{\mu} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h; W_h = \frac{N_h}{N}$	$\hat{\sigma}_{\hat{\mu}} = \sqrt{\sum_h W_h^2 \hat{\sigma}_{\bar{y}_h}^2}$	$\hat{\sigma}_{\bar{y}_h}^2 = \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \frac{s_h^2}{n_h}$

C h a p i t r e 3 et Section 1.4 – Tests du Khi-deux

Test	Effectifs théoriques	Degrés de liberté	Statistique du test
Ajustement	$T_i = n \cdot p_{io}$	$v = k - 1$	$\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - T_i)^2}{T_i}$
Indépendance	$T_i = \frac{\text{total ligne} \times \text{total colonne}}{\text{grand total}}$	$v = (l - 1)(c - 1)$	

Points critiques ($\alpha = 5\%$) d'une loi khi-deux

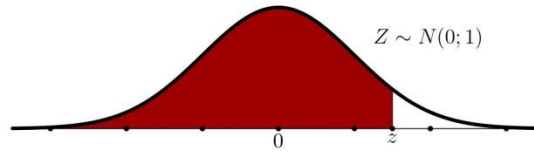
v	χ_v^2	v	χ_v^2	v	χ_v^2	v	χ_v^2	v	χ_v^2
1	3,8415	7	14,0671	13	22,3620	19	30,1435	25	37,6525
2	5,9915	8	15,5073	14	23,6848	20	31,4104	26	38,8851
3	7,8147	9	16,9190	15	24,9958	21	32,6706	27	40,1133
4	9,4877	10	18,3070	16	26,2962	22	33,9244	28	41,3371
5	11,0705	11	19,6751	17	27,5871	23	35,1725	29	42,5570
6	12,5916	12	21,0261	18	28,8693	24	36,4150	30	43,7730

C h a p i t r e 4 – Droite des moindres carrés et corrélation

Variance corrigée s_y^2	$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}$
Covariance corrigée s_{xy}	$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1}$
Coefficient de corrélation r	$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$
Droite de régression $y = a + bx$	$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = r \frac{s_y}{s_x} \text{ et } a = \bar{y} - b\bar{x}$
Écart type de b	$\hat{\sigma}_b = \frac{s_y}{s_x} \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}$
Statistique T pour tester l'indépendance	$T = \frac{b}{\hat{\sigma}_b} = r \sqrt{\frac{n - 2}{1 - r^2}}$
On rejette $H_0: r = 0$ si	$ T > t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$

Tableau N

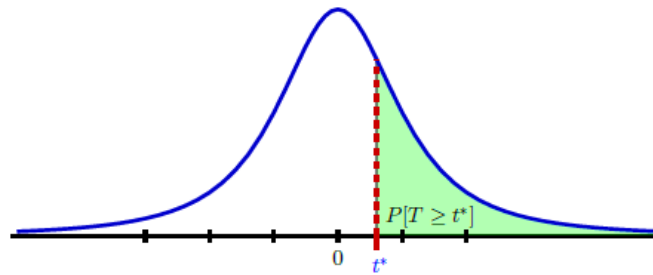
Aire sous la courbe normale
à gauche de z , c'est à dire
 $P[Z \leq z]$, ou $Z \sim N(0; 1)$.



	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.00	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.10	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.20	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.30	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.40	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.50	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.60	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.70	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.80	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.90	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09

Tableau T

Tableau de t^* tel qu'une variable de Student à dl degrés de liberté ait probabilité p d'être supérieure à t^*



	$P[T \geq t^*] = p$											
dl	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	.8165	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	.7649	.9785	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	.7407	.9410	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	.7267	.9195	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.7176	.9057	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.7111	.8960	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.7064	.8889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.7027	.8834	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	.6998	.8791	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.6974	.8755	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.6955	.8726	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.6938	.8702	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	.6924	.8681	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	.6912	.8662	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	.6901	.8647	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.6892	.8633	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.6884	.8620	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	.6876	.8610	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	.6870	.8600	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.6864	.8591	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	.6858	.8583	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	.6853	.8575	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	.6848	.8569	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	.6844	.8562	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	.6840	.8557	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	.6837	.8551	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	.6834	.8546	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	.6830	.8542	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	.6828	.8538	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	.6807	.8507	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	.6794	.8489	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	.6786	.8477	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	.6776	.8461	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	.6770	.8452	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	.6747	.8420	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z^*	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291
	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005