ISSN online 2007-9621

http://doi.org/10.15174/au.2023.3809

# Comprensión textual en la resolución de problemas matemáticos

Text comprehension in solving mathematical problems

#### Rosario del Pilar Gibert Delgado<sup>1\*</sup>, Gregory Edison Naranjo Vaca<sup>2</sup>, Alexander Gorina Sánchez<sup>3</sup>

1\* Doctorado en Matemáticas Educativas. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaria. Posgrados en Física y Matemáticas Educativas (CICATA), Instituto Politécnico Nacional de México (IPN). Ciudad de México, México. C.P 11500. Tel.(institucional): 5557296000. giberty42@hotmail.com

2 Facultad Ciencias de la Educación e Idiomas, Universidad Estatal de la Península de Santa Elena, Ecuador.

3 Centro Universitario Contramaestre, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba.

\*Autor de correspondencia

### Resumen

La enseñanza de la Matemática apoyada en la resolución de problemas es un enfoque didáctico con aceptación a nivel internacional. Sin embargo, se reporta que estudiantes universitarios aún tienen dificultades que les impiden tener éxito en esta actividad, siendo la comprensión del problema una de las etapas críticas. En consecuencia, el objetivo fue valorar la efectividad de la comprensión textual en la carrera de Educación Básica de la Universidad de Machala, Ecuador, a partir de la aplicación de una metodología que prioriza el uso de claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos. La metodología permitió desarrollar acciones y aplicar criterios evaluativos para la identificación y descripción de claves semánticas y la generalización de su significado matemático en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Se concluye que la metodología aplicada está en condiciones de contribuir al perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática vía resolución de problemas, en lo fundamental, desde la comprensión textual.

Palabras clave: Enseñanza de la matemática; resolución de problemas; comprensión textual; enfoque didáctico; claves semánticas.

#### **Abstract**

The teaching of Mathematics supported by problem solving is a didactic approach with international acceptance. However, it has been reported that university students still have difficulties that prevent them from being successful in this activity, where understanding the problem becomes one of the critical stages. Consequently, the objective was to assess the effectiveness of textual comprehension in the major Basic Education of Universidad de Machala, Ecuador, based on the application of a methodology that prioritizes the use of semantic keys in solving mathematical problems. The methodology allowed to develop actions and to apply evaluative criteria for the identification and description of semantic keys and the generalization of their mathematical meaning in teaching mathematical problem solving. It is concluded that the applied methodology may contribute to the improvement of Mathematics teaching via problem solving, basically from textual comprehension.

Keywords: Mathematics teaching; problem solving; text comprehension; didactic approach; semantic keys.

Recibido: 01 de marzo de 2023 Aceptado: 12 de junio de 2023 Publicado: 05 de julio de 2023

Cómo citar: Gilbert Delgado, R. P., Naranjo Vaca, G. E., & Gorina Sánchez, A. (2023). Comprensión textual en la resolución de problemas matemáticos. Acta Universitaria 33, e3809. doi: http://doi.org/10.15174.au.2023.3809



### Introducción

Una de las causas fundamentales del carácter masivo y social de la Matemática es su lenguaje poderoso, conciso y sin ambigüedades. Pero el uso de este lenguaje requiere de conocimientos básicos y de la utilización de técnicas para lograr un adecuado desempeño, sobre todo de situaciones que motiven a comunicarse por medio del mismo (Alonso *et al.*, 2021).

Enseñar adecuadamente el caudal cultural matemático acumulado por la humanidad es un trabajo complejo que generalmente tropieza con la contradicción que se establece entre la necesidad de su aprendizaje, que involucra a millones de personas, y la falta de consenso en cuanto a qué y cómo debe enseñarse dicha ciencia (Alonso *et al.*, 2018).

Las posibles soluciones a esta contradicción han generado gran cantidad de vías o enfoques didácticos orientados a promover aprendizajes desarrolladores en los estudiantes. Para lograr ese empeño, los sistemas educativos se han replanteado la actual formación matemática, sus contenidos y la metodología de su enseñanza, de modo que los estudiantes adquieran capacidad para razonar y ser eficientes en la resolución de problemas (Alonso et al., 2018).

En el caso de la educación superior, se promueve el aprendizaje matemático desarrollador para formar profesionales competentes en las diversas esferas de actuación, con el fin de que se conviertan en agentes transformadores de su entorno social a partir de las herramientas cuantitativas que brinda esta ciencia universal (López  $\theta$  Medina, 2016).

Cabe señalar que uno de los enfoques didácticos que más seguidores tienen para la enseñanza de la matemática en la educación superior es aquel que se centra en la resolución de problemas matemáticos como vía idónea para potenciar el aprendizaje de sus contenidos y a través del cual los estudiantes logren comprender los valores funcionales de la matemática en la sociedad (Alonso *et al.*, 2021).

Este enfoque se sustenta en el hecho de que los problemas constituyen el corazón del desarrollo de la matemática, lo que tiene un correlato con su enseñanza a través de la resolución de problemas matemáticos, pues los contenidos adquieren mayor significación para los estudiantes, al reforzar sus conocimientos, motivaciones, actitudes, hábitos e ideas, posibilitando un aprendizaje matemático significativo y desarrollador (Alonso et al., 2017).

A través de esta vía didáctica para la enseñanza de la matemática se espera que el estudiante, ante un problema, movilice su capacidad mental para recuperar los conocimientos, opere con los objetos presentes en dicho problema, desarrolle analogías con problemas ya resueltos, ejercite su creatividad, reflexione acerca de su proceso de pensamiento a fin de mejorarlo, haga transferencias de las actividades realizadas a otros aspectos de su trabajo mental, adquiera confianza y seguridad en sí mismo, se recree con su propia actividad resolutora y se prepare para la resolución de otros problemas (Alonso et al., 2021; Gamboa & Rondón, 2018; Soto & Noboru, 2019).

Debe señalarse que existen diferentes modelos de resolución de problemas, adoptándose como modelo general el aportado por Polya (1968), quien propone cuatro etapas para la resolución de problemas: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva.



Diversos estudios han reportado dificultades en los estudiantes en la primera etapa de esta metodología, pues en la misma se debe lograr una adecuada comprensión de la información que permite darle sentido al texto matemático (Giacomone et al., 2022; Sánchez et al., 2019). En esta etapa los estudiantes deben ser capaces de representarse un contexto coherente, en la que se relacionen no solo el contenido del texto, sino también el de su propia experiencia, desde los saberes matemáticos y la experiencia lectora (Roberts  $\theta$  Mayorga, 2019).

La comprensión del texto matemático durante el proceso de resolución de problemas debe posibilitar la formación de diversas representaciones que permiten transitar del lenguaje cotidiano al matemático y viceversa. Sin embargo, hay varios estudios que reportan dificultades en los estudiantes para comprender los aspectos semióticos que en forma textual o simbólica se presentan en los problemas matemáticos que se les proponen (Godino, 2002; López & Medina, 2016; Sánchez et al., 2019; Soto & Noboru, 2019).

Estudios como los de Naranjo & Tinoco (2018), Soto & Noboru (2019) y Naranjo et al. (2020) plantean que, cuando los estudiantes no dominan suficientemente los conceptos matemáticos, entonces se les dificulta comprender los aspectos semánticos, sintácticos y pragmáticos que están contenidos en el texto matemático, lo que limita la adecuada compresión del mismo en función de la resolución de problemas.

De modo que profundizar en la enseñanza del lenguaje matemático a los estudiantes es una condición necesaria esencial para facilitar la comprensión textual relacionada con los problemas matemáticos (Roberts & Mayorga, 2019). En tal dirección, se precisa disponer de alternativas didácticas que ayuden a potenciar el uso de este lenguaje durante el proceso de resolución de problemas (Naranjo et al., 2022). Una posibilidad es construir propuestas que posibiliten profundizar en el análisis semántico del texto matemático, desde sus significantes, significados, referentes y funciones.

Para comprender las particularidades de la interpretación textual en la resolución de problemas matemáticos, debe profundizarse en la dimensión del lenguaje y su sistema de signos, precisando las características esenciales del signo matemático para mejorar los procesos de comprensión, explicación e interpretación de dicho problema y un acercamiento significativo al contexto referencial del mismo (Sánchez et al., 2019).

Estas dificultades en la comprensión del texto matemático que se presentan durante la resolución de problemas se manifiestan en estudiantes de la carrera de educación básica, en Ecuador, lo que no favorece su éxito resolutor (Naranjo & Tinoco, 2018; Naranjo et al., 2022; Naranjo et al., 2020). Esta situación puede limitar el futuro desempeño de los egresados de esta carrera, varios de los cuales se desempeñarán como futuros profesores de Matemática, restringiendo la adecuada transmisión de la cultura matemática a las nuevas generaciones.

En consecuencia, la presente investigación tiene como objetivo presentar los resultados de la aplicación de la metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos (Naranjo et al., 2020) en la carrera de Educación Básica de la Universidad de Machala, Ecuador, respecto a sus bondades para potenciar la comprensión textual de dichos problemas.



#### Revisión de la literatura

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática basada en la resolución de problemas integra, a través de todos los temas y clases, la actividad de los profesores y los estudiantes con el contenido matemático a través de la resolución de problemas. De esta manera los estudiantes tienen la oportunidad de apropiarse de patrones de resolución, de estrategias resolutoras, de vías para construir conjeturas y de exponer y defender sus ideas, siendo imprescindible sistematizar una gama de actividades que les faciliten la apropiación de conocimientos y saberes matemáticos (Alonso et al., 2018).

Sin embargo, para poder avanzar en este proceso se necesita comprender qué se entiende por problema matemático. Al respecto, en Alonso (2001) se aportó una de las definiciones más completas existentes en la literatura especializada contemporánea, según la cual un problema matemático es:

Una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos, agrupados en dos componentes: condiciones y exigencias relativas a dichos elementos y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes, para lo cual deberá operar con las condiciones, en el marco de su base de conocimientos y experiencias. (Alonso, 2001)

Como premisas principales para el establecimiento de este concepto sobresalen las siguientes (Alonso, 2001):

- Para que una situación matemática represente un problema para un individuo o grupo de individuos, esta debe contener una dificultad intelectual y no solo operacional o algorítmica. Además, debe suceder que la persona de manera consciente reconozca la presencia de la dificultad, y la situación pase a ser objeto de interés para la misma, o sea, que exista una disposición para resolver dicha dificultad.
- La base de conocimientos requerida puede estar compuesta inicialmente por conocimientos y experiencias que se han adquirido y acumulado previamente o puede ser ampliada mediante el propio proceso resolutor del problema, la consulta de textos o de personas capacitadas.
- En todo problema aparece al menos un objeto que puede ser matemático, como por ejemplo un triángulo, un número, una ecuación, etc., o puede ser un objeto real, como un camino que enlace dos puntos, un río, un poste, etc. También puede que aparezcan objetos de ambos tipos, de todas formas, los objetos reales en el proceso de resolución del problema hay que representarlos matemáticamente para poder aplicar los métodos de esta ciencia.
- Junto a los objetos, en cada problema suele aparecer una serie de características de estos, algunas de carácter cuantitativo como longitudes, volúmenes, número de vértices, aristas, etc., y otras cualitativas como el tipo de triángulo (equilátero, isósceles, escaleno o rectángulo), el tipo de camino (recto, curvo, poligonal), etc. También pueden aparecer relaciones entre los objetos, tales como relaciones de distancia, tangencia, semejanza, equivalencia, congruencia, etc.



- Las condiciones del problema son conformadas por algunos objetos, características de estos y relaciones entre los mismos, que son dadas en la formulación del problema. La exigencia o interrogante a la cual hay que dar respuesta también se expresa en términos de objetos, características o relaciones.
- Si la dificultad que presenta la situación matemática es solo algorítmica, es decir, si el conocimiento previo incluye un programa bien preciso para su solución, no lo consideramos problema, sino ejercicio.

Tanto la definición como las premisas aportadas en Alonso (2001) posibilitan una mejor comprensión de las características estructurales y funcionales de la citada definición de problema matemático, lo que facilita el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática vía resolución de problemas, brindando un marco propicio para que se consolide la comprensión textual por parte de los estudiantes durante el proceso resolutor.

Ahora bien, el enfoque didáctico general que sustentó el presente estudio para la resolución de problemas fue el aportado por Polya (1968), principalmente su método general de resolución de problemas matemáticos, el que ha sido considerado paradigma de partida para las investigaciones en el tema de enseñanza-aprendizaje del proceso de resolución de problemas matemáticos (Alonso *et al.*, 2021).

El método general parte en su primera etapa de la comprensión del problema matemático, proceso que se efectúa progresivamente en la medida que se avanza en la profundización de la información sobre su estructura (elementos y componentes) desde la base de conocimientos y experiencias del resolutor, con el fin de encontrar una solución. Durante la resolución de problemas matemáticos es esencial el proceso que realiza el profesor para facilitar información, pautas y asesoramiento a los estudiantes, para que comprendan y asimilen el contenido matemático problematizado, enfatizando en el reconocimiento de objetos matemáticos, sus características y sus relaciones.

A su vez, resulta clave que los estudiantes identifiquen las claves semánticas del texto matemático, o sea, que distingan aquellas expresiones compuestas por símbolos matemáticos y/o palabras con significado y sentido en el texto matemático problematizado, en correspondencia con situaciones o conjuntos de objetos que se encuentran en el mundo físico o abstracto, que puede ser descrito por dicho medio de expresión (Naranjo *et al.*, 2022).

Ejemplos de claves semánticas de frecuente uso son el duplo de un número, la mitad de un número; restricciones entre cantidades expresadas con a lo sumo, al menos, no mayor que, como máximo, como mínimo; relaciones y propiedades entre objetos geométricos dados circular, rectangular, paralelo, circuncentro, punto medio, mediatriz, bisectriz; relaciones entre cantidades o magnitudes dadas por directamente proporcional, inversamente proporcional, creciente, decreciente. En fin, se trata de un conjunto numeroso de expresiones compuestas por símbolos matemáticos y/o palabras con significado y sentido matemático que forman parte del texto problematizado y brindan información significativa al estudiante para que logre la adecuada comprensión de los problemas matemáticos que se les proponen.

En consecuencia, para que los estudiantes comprendan la información que aportan las claves semánticas del texto matemático expresado en problemas, que tiene como referencia al mundo físico o abstracto, deben dominar una gama de objetos matemáticos, definiciones, propiedades, teoremas y saberes matemáticos, así como poseer una adecuada cultura general que posibilite su identificación y representación (Naranjo et al., 2022).



Sin embargo, para progresar en la solución de un problema matemático, el estudiante también debe poner en práctica un conjunto de estrategias resolutoras generales, heurísticas y metacognitivas, auxiliándose de su conocimiento matemático, de reglas y técnicas y del control sobre estos componentes cuando desarrolla la actividad intelectual resolutora (Alonso *et al.*, 2018; Schoenfeld, 1992).

Por tanto, el proceso de comprensión del texto matemático no se limita a efectuar la primera etapa propuesta por Polya (1968) para el proceso de resolución de problemas matemáticos, sino que también se relaciona con las restantes etapas, o sea, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva. Dichas etapas permiten completar la generalización del significado matemático, o sea, el proceso de inferencia válida que es llevado a cabo mediante la abstracción de los significados y sentidos matemáticos que un individuo o grupo le asigna a objetos y a sus características o relaciones, tomando como referente situaciones o conjuntos de objetos que se encuentran en el mundo físico o abstracto.

Ahora bien, el presente estudio enfatizó en la primera etapa de comprensión del problema a través de la metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos (Naranjo et al., 2020), pues posibilita potenciar la comprensión textual de dicho problema a través del uso eficiente de claves semánticas que los estudiantes deben sistematizar.

El objetivo general de esta metodología es orientar acciones a profesores para favorecer la enseñanza de la matemática, a partir de la interpretación del texto matemático, que permita la resolución de problemas a los estudiantes. La metodología está estructurada en tres fases (Naranjo et al., 2020):

1ra Fase: diagnóstico y planificación de lo problémico hermenéutico y la práctica profesionalizante de la matemática.

2da Fase: implementación a través de las clases de matemática en la resolución de problemas matemáticos, a través de la semántica del texto.

3ra Fase: evaluación de la interpretación del texto matemático desde claves semánticas.

Cada fase contiene sus objetivos específicos, sistema de acciones e indicadores evaluativos para estudiantes. Además, la metodología es contentiva de orientaciones didácticas generales para su instrumentación.

## Materiales y métodos

Se realizó un estudio longitudinal que incluyó dos grupos académicos que se evaluaron en dos momentos, antes y después de aplicada la metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos (Naranjo et al., 2020).

La población objeto de estudio estuvo conformada por 57 estudiantes (28 en 2016-2017 y 29 en 2017-2018) del segundo año de la carrera de Educación Básica de la Universidad de Machala, Ecuador, durante dos cursos, y 12 profesores de Matemática que imparten docencia en esta carrera. En esta población de estudiantes fue posible evaluar la comprensión semántica del texto matemático y su explicación matemática, antes y después de haber aplicado la metodología.

El diseño no experimental de tipo longitudinal que se desarrolló se estructuró en tres etapas: preprueba, introducción del efecto de la variable independiente y posprueba.



La variable dependiente comprensión del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos fue evaluada en la preprueba y posprueba a través de los ocho indicadores que propone la propia metodología (Naranjo et al., 2020):

- CE-1. Representación externa (visualización) del problema matemático mediante dibujos esquemáticos.
- CE-2. Empleo de estrategias generales, heurísticas o metacognitivas como base para ejecutar una vía de solución del problema.
- CE-3. Inferencias para extraer la información a partir de signos o símbolos expresados en el texto matemático.
- CE-4. Decodificación de saberes que aporta la información del problema respecto al contexto del estudiante.
- CE-5. Identificación de claves semánticas matemáticas según el texto matemático.
- CE-6. Comprensión de las condiciones y exigencias del problema como base para hacer inferencias predictivas y extraer un plan de solución.
- CE-7. Recuperación de conocimientos y experiencias a partir de su base de conocimientos y experiencias previas.
- CE-8. Solución del problema y visión retrospectiva para su interpretación, a partir del sentido y significado construido.

En la Tabla 1 se muestra la secuencia temporal de intervención del diseño no experimental de tipo longitudinal.

Tabla 1. Secuencia temporal de las actividades desarrolladas mediante el diseño no experimental de tipo longitudinal.

Actividad	Periodo					
Entrenamiento didáctico de 12 profesores de la asignatura Matemática de la carrera Educación						
Básica encaminada a la comprensión del texto matemático desde claves semánticas durante	octubre de 2016					
el proceso de resolución de problemas e implementación de la metodología.						
Administración de la preprueba al grupo 1 (prueba pedagógica diagnóstica) y evaluación de la	octubre de 2016					
variable dependiente a través de los ocho indicadores evaluativos de la metodología.	octubre de 2016					
Introducción del efecto de la variable independiente al grupo 1 a través de las asignaturas	octubre de 2016 - junio					
Matemática I y Matemática II.	de 2017					
Administración de la posprueba al grupo 1 (prueba pedagógica) y evaluación de la variable	junio de 2017					
dependiente.	Juriio de 2017					
Administración de la preprueba al grupo 2 (prueba pedagógica diagnóstica) y evaluación de	octubre de 2017					
la variable dependiente a través de los ocho indicadores evaluativos de la metodología.						
Introducción del efecto de la variable independiente al grupo 2 a través de las asignaturas	octubre de 2017 – junio					
Matemática I y Matemática II.	de 2018					
Administración de la posprueba al grupo 2 (prueba pedagógica) y evaluación de la variable	ann ann ag Stiga d'aitigh d'aigige ann an ann ann ann ann ann ann ann ann					
dependiente.	junio de 2018					

Fuente: Elaboración propia.



## 1) Etapa de preprueba

El objetivo fue evaluar la variable dependiente comprensión del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos, en estudiantes de la carrera Educación Básica, antes de ser aplicada la metodología.

La escala utilizada para la determinación de los niveles de desempeño de estudiantes en correspondencia con los ocho indicadores definidos fue una escala ordinal con cuatro niveles de respuesta: Bajo = 2, Básico = 3, Alto = 4, Superior = 5.

Los problemas matemáticos expresados textualmente y que constituyeron la preprueba pedagógica fueron los siguientes:

- 1. Un adolescente se dirige hacia su escuela caminando a una velocidad promedio de 5 kilómetros por hora ¿Qué distancia recorrerá en 3 horas?
- 2. Un terreno deportivo rectangular tiene 70 m de largo, lo cual representa el doble de su ancho aumentado en 5 m ¿Qué área tiene el terreno?
- 3. Una fábrica de zapatos, durante su segundo año de trabajo redujo los gastos a la mitad respecto al primer año. Al finalizar el tercer año disminuyó los gastos la sexta parte con relación al primer año ¿Qué parte representa los gastos en el tercer año respecto al segundo?
- 4. A marcos le regalaron varias manzanas, se comió un quinto de ellas y regaló otro quinto a su primo Luis, el resto las llevó a su casa, pero por el camino se le perdió una manzana. Si al llegar a la casa tenía dos quintos de las manzanas que le regalaron, ¿cuántas manzanas le regalaron a Marcos?
- 5. Pagué \$ 87 por un libro, un traje y un sombrero. El sombrero costó \$ 5 más que el libro y \$ 20 menos que el traje ¿Cuánto pagué por cada artículo?
- 6. Se ha comprado un coche, un caballo y sus arreos por \$ 350. El coche costó el triplo de los arreos y el caballo el doble de lo que costó el coche, ¿cuál es el costo de los arreos, del coche y del caballo?

### 2) Introducción de la variable independiente

Se procedió entonces a la etapa de introducción de la variable independiente, para lo cual se entrenaron 12 profesores de matemática en las orientaciones metodológicas que ofrece la propia metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos.

Esta preparación de los 12 docentes incluyó aspectos didácticos para la impartición de las asignaturas Matemática I y Matemática II, enfatizando en la resolución de problemas matemáticos y en el proceso de comprensión textual. Además, se analizó pormenorizadamente la metodología respecto al alcance y pertinencia de su objetivo general, fases, acciones e indicadores evaluativos para estudiantes.



## 3) Etapa de posprueba

El objetivo de esta etapa fue evaluar la variable dependiente *comprensión del texto matemático desde* claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos, en estudiantes de la carrera Educación Básica, después de ser aplicada la metodología.

Se utilizaron los ocho indicadores evaluativos de la etapa de posprueba y la misma escala con los cuatro niveles de respuesta.

Los problemas matemáticos expresados textualmente y que constituyeron la posprueba pedagógica fueron los siguientes:

- 1. Dos trenes con una misma velocidad de 80 km/h parten a la misma hora de ciudades diferentes. Un tren parte de la ciudad A hasta la ciudad B, el otro parte de la ciudad B a la ciudad A. Si se conoce que la distancia entre las ciudades es de 500 km ¿A qué distancia estarán los dos trenes al cabo de las dos horas?
- 2. Un campo de futbol tiene un área de 5000 m2, si se conoce que la distancia entre las puertas es el doble de su ancho, ¿cuáles son las dimensiones del campo de fútbol?
- 3. Divide el número 85 en dos partes tales que el triple de la parte menor equivalga al duplo de la mayor. ¿Cuáles son las dos partes resultantes?
- 4. Se debe repartir \$ 180 entre Aniuska, Beto y Carmen, de modo que la parte que le debe ser entregada a Aniuska sea la mitad de la de Beto y un tercio de la Carmen. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?
- 5. Para una competencia en el deporte de lucha, Ricardo tiene el triple de horas de entrenamiento que Gladys, y entre los dos tienen 64 horas. ¿Cuántas horas de entrenamiento tiene cada uno?
- 6. Entre Lisbeth y Bárbaro tienen \$ 81. Si Lisbeth pierde \$ 36, el duplo de lo que le queda es equivalente al triplo de lo que tiene Bárbaro ahora. ¿Cuánto tiene cada uno?

Mediante la utilización del *software* STATISTICA 8.0 para Windows, se aplicó la prueba estadística no paramétrica de Wilcoxon para dos muestras relacionadas. Se prefijó el nivel de significación en  $\alpha$  = 0.05. La hipótesis nula fue la no existencia de cambios significativos en la comprensión del texto matemático desde claves semánticas en los 57 estudiantes de segundo año de Educación Básica que conformaron la población. Además, se realizó un análisis descriptivo sustentado en el análisis porcentual para cada uno de los ocho indicadores evaluados.

En última instancia, se observó el desempeño didáctico de los 12 profesores en función de potenciar en los estudiantes la comprensión textual en la resolución de problemas matemáticos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.



## **Resultados**

# 1) Etapa de preprueba

Los resultados de la preprueba pedagógica para los 57 estudiantes que conformaron la población objeto de estudio están presentados en la Tabla 2. Como se muestra, para los ocho indicadores evaluativos en los estudiantes se enmarcan en un nivel básico o bajo.

Tabla 2. Resultados de las evaluaciones de los ocho indicadores en la preprueba.

Nº	Indicadores	Constatación inicial							
		Superior		Alto		Básico		Bajo	
		T	%	T	%	T	%	T	%
CE-1	Representación externa (visualización) por medio de un	0	0	0	0	6	10.5	51	89.5
	${\it dibujo}esque m\'aticodelproblemamatem\'aticoplante ado.$		U	U					
	Empleo de estrategias generales, heurísticas o							54	94.7
CE-2	metacognitivas como base para ejecutar una vía de	0	0	0	0	3	5.3		
	solución del problema.								
CE-3	Inferencias para extraer la información a partir de signos	0	0	0	0	3	5.3	54	94.7
CE-3	o símbolos expresados en el texto matemático.		U	U	U	3	5.3		
CE-4	Decodificación de saberes que aporta la información del	0	0	^	^	1	1.0	56	98.2
CE-4	problema respecto al contexto docente.		U	0	0	Τ	1.8		
CE-5	Identificación de claves semánticas matemáticas según	0	0	0	0	2.	3.5	55	96.5
CE-3	el texto matemático.	U	U	U	U	۷	٥.٥	23	30.3
	Comprensión de las condiciones y exigencias del								
CE-6	problema como base para hacer inferencias predictivas y	0	0	0	0	2	3.5	55	96.5
	extraer un plan de solución.								
CE-7	Recuperación de conocimientos y experiencias a partir	0	0	0	0	2.	3.5	55	96.5
GL-7	de su base de conocimientos y experiencias previas.		U	U	U	_	3.3		
	Solución del problema y visión retrospectiva para su								
CE-8	interpretación, a partir del sentido y significado	0	0	0	0	2	3.5	55	96.5
	construido.								

Fuente: Elaboración propia.



## 2) Etapa de posprueba

Los resultados de la posprueba pedagógica fueron los presentados en la Tabla 3. En este caso, los ocho indicadores evaluativos en los estudiantes se enmarcan fundamentalmente en un nivel alto o básico.

Tabla 3. Resultados de las evaluaciones de los ocho indicadores en la posprueba.

Nº	Indicadores	Constatación final								
		Superior		Alto		Básico		Bajo		
		T	%	T	%	T	%	Т	%	
CE-1	Representación externa (visualización) del problema matemático mediante dibujos esquemáticos.	0	0	56	98.2	1	1.8	0	0	
CE-2	Empleo de estrategias generales, heurísticas o metacognitivas como base para ejecutar una vía de solución del problema.	1	1.8	50	87.7	6	10.5	0	0	
CE-3	Inferencias para extraer la información a partir de signos o símbolos expresados en el texto matemático.	0	0	56	98.2	1	1.8	0	0	
CE-4	Decodificación de saberes que aporta la información del problema respecto al contexto docente.	1	1.8	54	94.7	2	3.5	0	0	
CE-5	Identificación de claves semánticas matemáticas según el texto matemático.	0	0	54	94.7	3	5.3	0	0	
CE-6	Comprensión de las condiciones y exigencias del problema como base para hacer inferencias predictivas y extraer un plan de solución.	0	0	53	93.0	4	7.0	0	0	
CE-7	Recuperación de conocimientos y experiencias a partir de su base de conocimientos y experiencias previas.	0	0	53	93.0	4	7.0	0	0	
CE-8	Solución del problema y visión retrospectiva para su interpretación, a partir del sentido y significado construido.	0	0	54	94.7	3	5.3	0	0	

Fuente: Elaboración propia.

## 3) Comparación de los resultados preprueba y posprueba

La prueba estadística no paramétrica de Wilcoxon para dos muestras relacionadas produjo un p asociado a los valores observados menor que 0.01, por lo que fue menor que el nivel de significación prefijado en  $\alpha$  = 0.05.

En consecuencia, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la hipótesis alternativa: la existencia de cambios significativos en la comprensión del texto matemático desde claves semánticas.

Debe señalarse que también se hizo un análisis descriptivo de cada uno de los indicadores que se tuvieron en cuenta, los cuales están relacionados con los patrones de logro de la metodología. En tal sentido, se presentan los aspectos más significativos:

 El 98.2% logró un nivel alto en la representación externa (visualización) de los problemas matemáticos mediante dibujos esquemáticos. Lograron una diversidad de representaciones, utilizando patrones, reconociendo la ausencia de datos, el orden y la secuencia de las operaciones. Las visualizaciones realizadas fueron claves para comprender los problemas propuestos.



- El 87.7% logró un nivel alto en la utilización de estrategias generales, heurísticas o metacognitivas, como base para ejecutar una vía de solución del problema, lo que da cuenta que no solo pudieron comprender los planteamientos de los problemas, sino proponer un plan y ejecutarlo a partir de la comprensión inicial de los mismos.
- El 98.2% logró un nivel alto en el uso de inferencias para extraer la información a partir de signos o símbolos expresados en el texto matemático, lo que evidenció que hubo éxito en la decodificación de los diferentes signos y símbolos de los problemas matemáticos, en función de comprenderlos y hacer inferencias sobre ellos para transitar por las diferentes etapas de su resolución.
- El 94.7% logró un nivel alto del uso de la decodificación de saberes que aporta la información de los problemas respecto al contexto docente de los estudiantes. Este resultado mostró que den general los estudiantes pudieron extraer la información complementaria que brinda el contexto docente para utilizarlo como base para reforzar o completar la información brindada por los problemas matemáticos, pudiendo avanzar en su comprensión.
- El 94.7% obtuvo un nivel alto en la identificación de claves semánticas matemáticas según el texto matemático, resultado que se traduce en un adecuado dominio de la relación que se establece entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático, como base para la comprensión inicial de los problemas matemáticos y la decodificación de la información clave para su resolución. En el análisis de los resultados se observó que los estudiantes logran reconocer frases, decodificar el significado y sentido de estas, pertenecientes al enunciado de textos matemáticos; identificaron la idea principal de los textos; y realizaron el proceso de análisis, síntesis y anticipación que se requiere para el procesamiento de la información.
- El 93.0% obtuvo un nivel alto en la comprensión de las condiciones y exigencias del problema como base para hacer inferencias predictivas y extraer un plan de solución. Desde el punto de vista técnico, la sistematización realizada favoreció que los estudiantes lograran mayores niveles de efectividad al identificar y diferenciar las condiciones y exigencias de los problemas planteados, lo que contribuyó a una mejor comprensión de la estructura de los problemas matemáticos, favoreciendo su resolución.
- El 93.0% obtuvo un nivel alto en la recuperación de conocimientos y experiencias a partir de su base de conocimientos y experiencias previas. Lo anterior denotó que los estudiantes evaluados mejoraron en la decodificación de las palabras, frases correspondientes a la primera fase para la comprensión del texto matemático, expresado en problemas. Se logró el análisis semántico de las oraciones, lo cual permitió la realización de inferencias, a partir del vínculo con los conocimientos previos y sus experiencias.
- El 94.7% obtuvo un nivel *alto* en la solución del problema y visión retrospectiva para su interpretación, a partir del sentido y significado construido, lo cual reflejó el incremento del éxito en todo el proceso de resolución de problemas matemáticos, pues la solución no es casual y se deriva de los resultados de los indicadores previos. También tiene implícita la adecuada interpretación de la solución en el marco de las condiciones y exigencias de los problemas, su significado matemático y social, a partir del contexto docente.



El trabajo didáctico de los 12 profesores de Matemática logró incrementar el interés por el contenido matemático en los estudiantes, a partir de orientar el mismo desde un texto problematizado, así como al facilitar información, guía y asesoramiento a los estudiantes para identificar en el texto dado las claves semánticas, enfatizando en el reconocimiento de objetos matemáticos, sus características y relaciones.

Cabe señalar que estos profesores propusieron numerosos problemas matemáticos derivados del contexto socioeconómico de los estudiantes, lo que estimuló en ellos la búsqueda, selección y aplicación de una variedad de métodos y estrategias heurísticas para la resolución de problemas matemáticos, lo cual fortaleció la sistematización y asimilación del contenido matemático curricular.

El trabajo didáctico de los profesores se fortaleció a partir de su toma de conciencia respecto a la relevancia que tiene la sistematización de las claves semánticas en la etapa de comprensión del problema matemático y de las etapas subsiguientes.

#### Discusión

El diseño no experimental de tipo longitudinal que se desarrolló evidenció que existe una fuerte correlación entre la variable independiente metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos y la variable dependiente comprensión del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos, lo que sugiere que esta metodología es pertinente para potenciar la comprensión textual durante el proceso de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de la carrera Educación Básica.

Los resultados de la aplicación de la prueba estadística no paramétrica de Wilcoxon posibilitaron concluir la existencia de cambios significativos en la comprensión del texto matemático desde claves semánticas en los 57 estudiantes de segundo año de Educación Básica que conformaron la población objeto de estudio, lo que refleja que la metodología aplicada tiene potencialidades para perfeccionar la enseñanza de la Matemática vía resolución de problemas, en lo fundamental, en la etapa de comprensión del problema.

El análisis de las medidas de frecuencias evidenció que la aplicación de la metodología posibilita incrementar una tendencia hacia el desempeño alto en el proceso de comprensión del texto matemático desde claves semánticas, lo que favoreció el éxito resolutor en los 57 estudiantes de la carrera Educación Básica, en Ecuador. Lo anterior da cuenta que, a mayor nivel de comprensión del texto matemático desde claves semánticas, existe mayor posibilidad de éxito en la resolución de problemas matemáticos, como se fundamenta en López & Medina (2016), Naranjo & Tinoco (2018), Sánchez *et al.* (2019) y Soto & Noboru (2019).

A través de la metodología aplicada se favoreció el trabajo didáctico de los profesores, y esto ayudó a que los mismos tomaran conciencia sobre la relevancia que tiene la sistematización de las claves semánticas en la etapa de comprensión del problema, como base para desarrollar las etapas subsiguientes encaminadas a la resolución de problemas matemáticos y que los estudiantes tuvieran éxito en esta actividad resolutora.



Por lo tanto, el presente estudio evidenció la necesidad de tener en cuenta el lenguaje matemático como aspecto relevante del aprendizaje matemático de estudiantes universitarios, en el marco de la aplicación del enfoque didáctico basado en la resolución de problemas. Lo anterior se sustenta en las fuertes relaciones encontradas entre los componentes lingüísticos, situacionales y regulativos de la Matemática (Godino, 2002), que está fundamentado en el enfoque ontosemiótico integrador sobre los objetos constituyentes del conocimiento matemático (Giacomone et al., 2022).

Los resultados del estudio sugieren que en los estudiantes debe producirse una satisfactoria comprensión de los sistemas de signos matemáticos para representar el lenguaje natural como expresión del proceso de análisis, discernimiento y aplicación de los sistemas de signos matemáticos que posibilitan expresar el sentido y significado específico y contextual de los componentes del lenguaje natural, de manera que se puedan identificar sus funciones semióticas (Naranjo et al., 2022; Roberts & Mayorga, 2019).

En consecuencia, el estudiante traduce de un lenguaje natural al matemático, haciendo una transición hacia un sistema simbólico más abstracto y compacto, que es el resultado de una adecuada comprensión del problema y que sienta las bases para que se produzca el razonamiento y pensamiento matemáticos y, por ende, que pueda transitar por el resto de las etapas del modelo general aportado por Polya (1968): concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva.

La comprensión del texto matemático problematizado presupone que el estudiante es capaz de identificar, clasificar, reordenar y determinar los elementos esenciales del texto a partir de sus claves semánticas; pudiendo recuperar desde su base de conocimientos y experiencias una gama de objetos reales o abstractos, relaciones entre estos objetos, así como sus propiedades; pudiendo atribuirles un significado matemático en el marco de la resolución de problemas; lo que le sirve de base para construcción su nuevo conocimiento matemático (Naranjo & Tinoco, 2018; Roberts & Mayorga, 2019).

En última instancia, la sistematización de la resolución de problemas matemáticos es un proceso idóneo para estimular el dominio del lenguaje matemático desde claves semánticas, que es el que permite establecer la comunicación matemática de los significados y sentidos que se producen en esta actividad resolutora a nivel individual y colectivo.

### **Conclusiones**

El estudio realizado reflejó que la metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas en la resolución de problemas matemáticos está en condiciones de potenciar en los estudiantes de la carrera Educación Básica su comprensión del texto matemático desde claves semánticas, por lo que esta metodología puede tenerse en cuenta por profesores, investigadores y didactas que estén interesados en perfeccionar la enseñanza de la Matemática vía resolución de problemas matemáticos.

A través de la referida metodología, se favoreció el trabajo didáctico de los profesores y ayudó a que ellos mismos tomaran conciencia sobre la relevancia que tiene la sistematización de las claves semánticas en la etapa de comprensión del problema, como base para desarrollar las etapas subsiguientes encaminadas a la resolución de problemas matemáticos.



La metodología utilizada permitió desarrollar acciones y criterios evaluativos para favorecer la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, desde la identificación y descripción de claves semánticas y la generalización de su significado matemático, incrementando la efectividad resolutora de los estudiantes de la carrera Educación Básica, por lo que se valora que está en condiciones de contribuir al perfeccionamiento de la enseñanza de la matemática vía resolución de problemas, en lo fundamental, en la comprensión textual del problema.

## Conflicto de interés

Los autores no tienen conflictos de interés con instituciones u organizaciones gubernamentales, académicas o privadas relacionadas con los temas que trata esta investigación.

## Referencias

- Alonso, I. (2001). La resolución de problemas matemáticos. Una alternativa didáctica centrada en la representación [Tesis de Doctorado]. Universidad de Oriente. doi: https://doi.org/10.13140/rg.2.2.27079.19362
- Alonso, I., Gorina, A., & Salgado, A. (2021). Sistematización de experiencias sobre la investigación en didáctica de la resolución de problemas matemáticos. *Mendive. Revista de Educación*, 19(1), 285-303. http://eprints.rclis.org/41848/
- Alonso, I., Gorina, A., Iglesias, N., & Álvarez, J. (2018). Pautas para implementar la enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas. *Revista Maestro y Sociedad*, (Número Especial 3), 66-81. https://maestroysociedad.uo.edu.cu/index.php/MyS/article/view/3610/3166
- Alonso, I., Pardo, M. E., Gorina, A., & Cova, R. (2017). Dinámica socio-funcional de los contenidos matemáticos.

  \*Revista Maestro y Sociedad, 14 (Número Especial CONCIMET 2016), 179-193. https://maestroysociedad.uo.edu.cu/index.php/MyS/article/view/3283/2897
- Gamboa, J. A., & Rondón, W. R. (2018). Resolución de problemas de ciencias en la educación media [Tesis de especialidad]. Universidad Cooperativa de Colombia. https://repository.ucc.edu.co/bitstreams/af6ac949-ee2c-4661-af2f-77dd91c10f94/download
- Giacomone, B., Godino, J. D., Blanco, T. F., & Wilhelmi, M. R. (2022). Onto-semiotic analysis of diagrammatic reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 21*, 1495-1520. doi: https://doi.org/10.1007/s10763-022-10316-z
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactique des Mathématiques, 22(2.3), 237-284.

  https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04\_enfoque\_ontosemiotico.pdf
- López, Y. M., & Medina, A. R. (2016). Didáctica para la comprensión lectora en estudiantes de la carrera de Educación Básica del Ecuador desde una perspectiva crítica. *Didacc@lia: Didáctica y Educación, 7*(4), 109-126. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6663884.pdf
- Naranjo, G. E., & Tinoco, N. P. (2018). Enseñar a comprender el texto matemático expresado en problemas: un reto para la formación de docentes de Educación Básica en Ecuador. *Maestro y Sociedad*, (Número Especial 3), 40-51. https://maestroysociedad.uo.edu.cu/index.php/MyS/article/download/4041/3485
- Naranjo, G. E., Puya, A., & Gorina, A. (2022). Metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas. En A. Plúa, A. (ed.), Sistematización de experiencias académicas de la Facultad de la Pedagogía, Universidad Técnica Luis Vargas Torres (pp. 43-65). Mawil Publicaciones de Ecuador. doi: https://doi.org/10.26820/978-9942-602-54-1
- Naranjo, G. E., Sánchez, L. C., & Pérez, L. C. (2020). Metodología para la interpretación del texto matemático desde claves semánticas. *Opuntia Brava*, 12(1), 77-91. https://scholar.archive.org/work/yv6lydrpszcaziblgjmyw62iem/access/wayback/http://opuntiabrava.ult.edu.cu/index.php/opuntiabrava/article/download/955/1126/
- Polya, G. (1968). Mathematical discovery. On understanding, learning, and teaching problem solving (Vol. 1). John Wiley and Sons, Inc.



- Roberts, K., & Mayorga, V. (2019). Desarrollo de competencias básicas de lenguaje y matemática para estudiantes de primer año: experiencia con estudiantes de carreras técnicas de la Universidad Católica de la Santísima Concepción. En *Congresos CLABES* (pp. 1033-1042). https://revistas.utp.ac.pa/index.php/clabes/article/download/2694/3412
- Sánchez, J. C., Pérez, G., Rodríguez, A., & Nieto, M. M. (2019). Influencia en el razonamiento en ciencias y en matemáticas de las variables comprensión lectora y fluidez lectora en estudiantes universitarios. Estudio comparativo. En J. C. Arboleda, M. J. Salamanca. & La Herrán, A. (eds.), Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación (pp. 506-523). Editorial REDIPE. https://redipe.org/wp-content/uploads/2021/04/Libro-Simposio-Redipe-Espa%C3%B1a-2019.pdf#page=506
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching* (pp. 224–270). McMillan Publishing.
- Soto, R. I., & Noboru, D. (2019). Análisis de las dificultades que presentan los estudiantes universitarios en matemática básica. *Apuntes Universitarios. Revista de Investigación, 9*(2), 1-13. https://www.redalyc.org/journal/4676/467662252001/467662252001.pdf