1
行列式

1.2 n阶行列式

逆序数

- 对于n个不同元素，先规定各元素间得一个标准次序，于是在这n个元素的任一排列中，当某一对元素的先后次序与标准次序不同时，就说它构成1个逆序。一个排列的所有逆序的总数叫做这个排列的逆序数.

求排列32514的逆序数。

3在首位，逆序数为$t_1=0$；2前面比2大的数有一个，逆序数为 $t_2=1$；5前面没有比5大的数，逆序数为 $t_3=0$；1的逆序数为 $t_4=3$；4的逆序数为 $t_5=1$；

这个排列的逆序数为$t=t_1+t_2+t_3+t_4+t_5=0+1+0+3+1=5$.

n=3的n阶行列式

- $$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$$

  各项：$a_{1p_{1_i}}a_{2p_{2_i}}a_{3p_{3_i}},(p_i=1,2,3)$

  正号三项排列 123，231，312--逆序数分别为0，2，2

  负号三项排列 132，213，321--逆序数分别为1，1，3

  $$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=\sum(-1)^t a_{1p_1}a_{2p_2}a_{3p_3}$$

- n行n列数表: $\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{matrix}$ 有n阶行列式： $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}\equiv\det(a_{ij})$

  $$D=\sum(-1)^t a_{1p_1}a_{2p_2}\cdots a_{np_n}$$

求三角形行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & & & 0 \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \ldots & \ldots & \ldots & \\ a_{\mathrm{n}1} & a_{\mathrm{n}2} & \ldots & a_{\mathrm{nn}} \end{vmatrix}$

$D = a_{11} \, a_{22} \ldots a_{n\,n}$