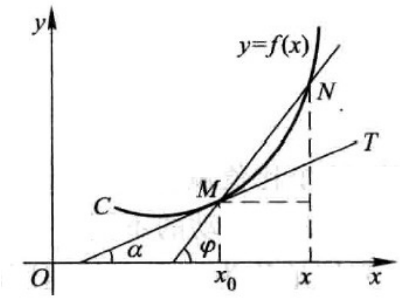
2

导数与微分

2.1 导数

- 直线运动的速度
  - 设某质点从0时刻沿直线运动，t时刻在直线上坐标为s，
    这样质点运动由函数$s=f(t)$描述。那么质点的平均速度 $\overline{v}=\frac{s-s_0}{t-t_0}=\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}$
    那么质点在t_0的瞬时速度为 $v=\lim\limits_{t\to t_0}\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}$
- 切线问题



  - M点割线 MN 斜率为 $\tan\varphi=\frac{y-y_0}{x-x_0}=\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

导数

定义：设函数$y=f(x)$在点x_0的某个邻域内有定义，
当自变量x在x_0处取得增量Δx时，相应地，因变量取得增量$\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$；
如果Δy与Δx之比当$\Delta x\to 0$时极限存在，那么称函数$y=f(x)$在点x_0处可导，
并称这个极限为函数$y=f(x)$在点x_0处的导数，记为$f'(x_0)$即

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x};$$