

1

函数与极限

1.3 函数的极限

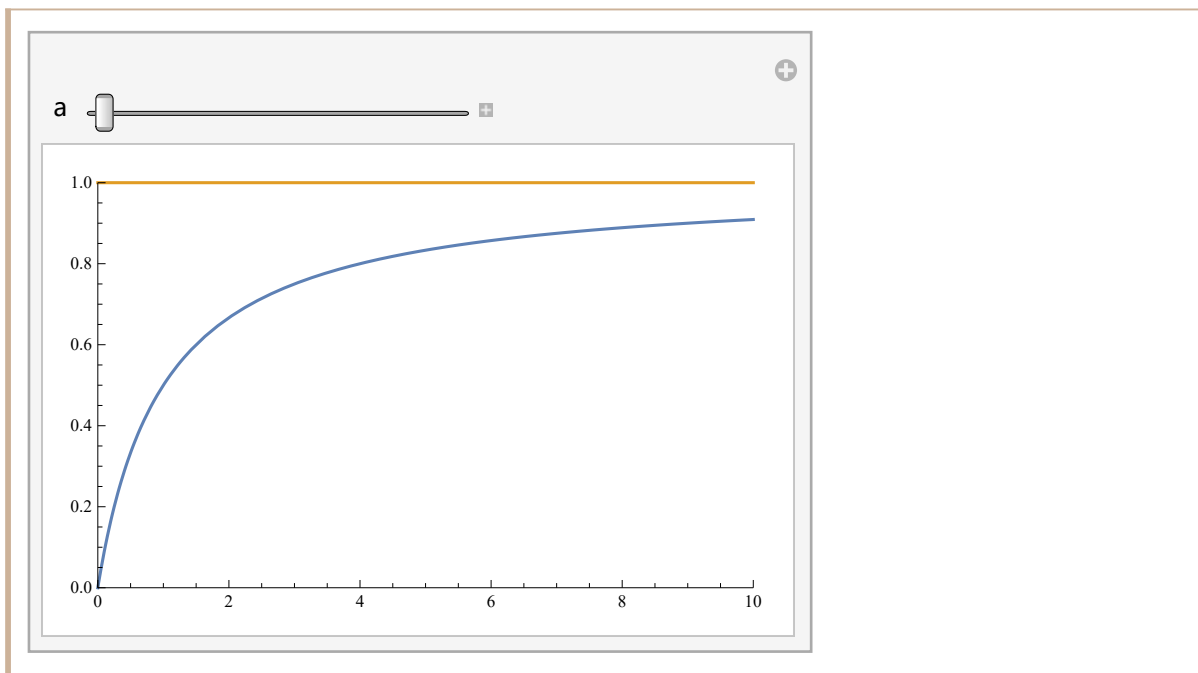
💡 无穷远处 $x \rightarrow \infty$

定

义：设函数 $f[x]$ 当 $|x|$ 大于某一正数时有定义。如果存在常数 A ，对任意给定的正数 ϵ ，不论这个数多么小，总存在着正数 X ，使得当 x 满足不等式 $|x| > X$ 时，对应函数值 $f[x]$ 都满足不等式 $|f[x] - A| < \epsilon$ ，那么常数 A 就叫做函数 $f[x]$ 当 $x \rightarrow \infty$ 时的极限，记作 $\lim_{x \rightarrow \infty} f[x] = A$ 。

③ $f[x] = \frac{x}{x+1}$;

```
Manipulate[Plot[{ $\frac{x}{x+1}$ , 1}, {x, 0, a}, PlotRange -> {{0, a}, {0, 1}}, {a, 10, 200, 1}]
```



💡 某点 $x \rightarrow x_0$

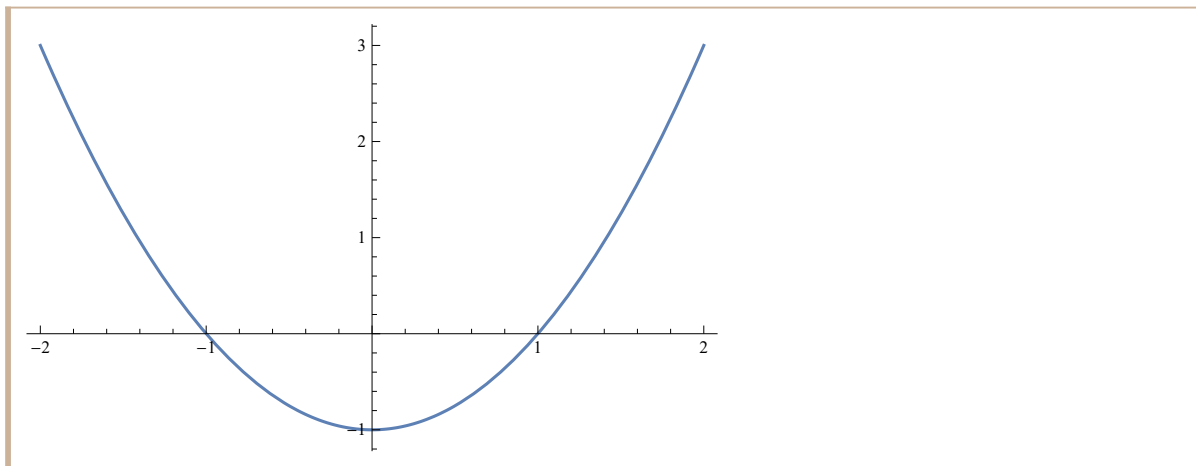
2 | 1.函数与极限\\1.3函数的极限.nb

定义

设函数 $f[x]$ 在点 x_0 的某一去心邻域内有定义. 如果存在常数 A , 对任意给定的正数 ϵ , 不论这个数多么小, 总存在着正数 δ , 使得当 x 满足不等式 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 对应函数值 $f[x]$ 都满足不等式 $|f[x] - A| < \epsilon$, 那么常数 A 就叫做函数 $f[x]$ 当 $x \rightarrow x_0$ 时的极限, 记作 $\lim_{x \rightarrow x_0} f[x] = A$.

③ $f[x] = x^2 - 1;$

Plot [$x^2 - 1, \{x, -2, 2\}$]



小结

- 了解函数的概念及基本函数
- 了解极限的概念
- 函数与极限图像的形成 建立与认识

函数就是一种数值关系的表现形式, 极限是函数的数学行为及性质

③ 练习: 计算下列极限

▲ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x};$

▲ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^2}{1 - x};$