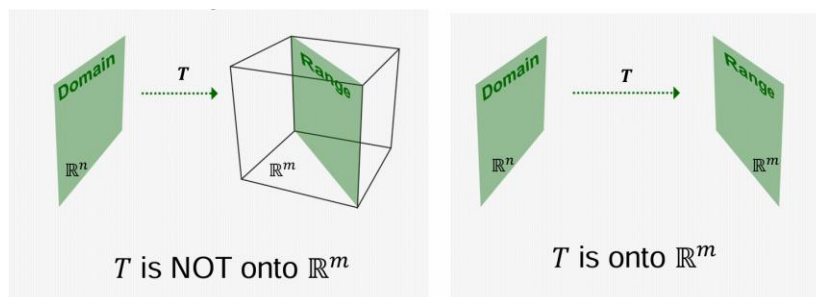


## 7. 전사함수와 일대일함수

### 1) Onto (전사)

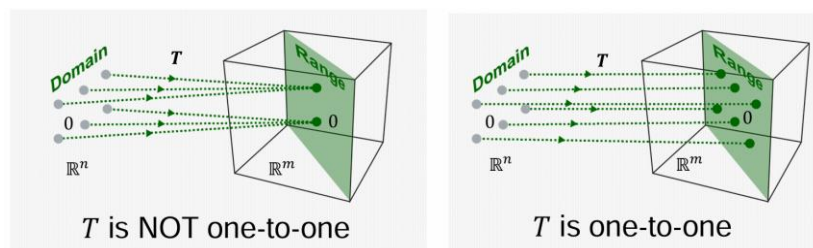
- 정의: 만약 각각의  $b \in \mathbb{R}^m$ 가 적어도 하나의  $x \in \mathbb{R}^n$ 에 대해 image라면, mapping  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ 는  $\mathbb{R}^m$ 에 대해 onto(전사)이다.
- 이 경우, range(치역)는 co-domain(공역)과 동일하다.
- $n < m$ 이라면 onto는 불가능하다.

→ 물론  $n > m$ 일 때도 onto는 가능.



### 2) One-To-One (일대일 함수)

- 정의: 만약 각각의  $b \in \mathbb{R}^m$ 가 반드시 하나의  $x \in \mathbb{R}^n$ 에 대해서만 image라면, mapping  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ 는  $\mathbb{R}^m$ 에 대해 one-to-one(일대일)이다.



- $n < m$ 인 경우는 물론이고,  $m > n$ 인 경우도 one-to-one이 불가능하다.

pf.  $T(x) = Ax = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$  라 하자.

one-to-one이라는 것은  $x$ -vector가 unique하다는 뜻이 된다.

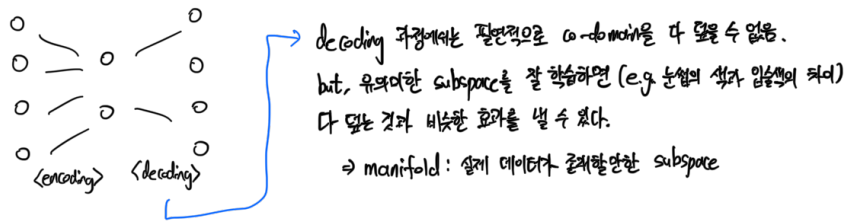
$x$ -vector가 unique 하려면  $Ax=b$ 에서  $A$ 가 invertible이어야 하고,

$A$ 가 invertible이라는 것은  $A$ 의 column이 linearly independent라는 뜻이다.

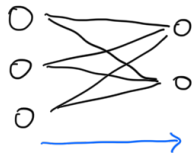
$\therefore A$ 의 column이 linearly independent한 상황은 불가능하므로, one-to-one이 아니다.

### 3) 신경망에서의 onto와 one-to-one

- Encoding과 decoding 과정



- 의도적인 정보의 손실



정보를 줄이는 (들여다보는) 과정에서 입력의 새로운 차이를 식별할 수 있다.  
 (e.g. 성령을 적절하고 할 때, 10번 사도 10번 성령과 1번 사도 1번 성령은 다르지만,  
 둘 다 성령을 100% 이다.)

⇒ 의도적으로 세부적인 차이를 없애고 유용한 정보만을 남길 수 있다.