

16. 특성방정식

1) Characteristic Equation

- Characteristic equation을 사용하면 eigenvalue를 구할 수 있다.

(1) $(A - \lambda I)x = 0$ 에서 0 이 아닌 x 가 존재하기 위해서는 matrix $(A - \lambda I)$ 가 invertible 하지 않아야 한다.

(2) $\det(A - \lambda I) = 0$ 이라면 invertible하지 않으므로, 이를 통해 λ 를 구하면 된다.

(3) Eigenvalue를 구했다면, 다시 $(A - \lambda I)x = 0$ 로 돌아가 이 식을 만족하는 x (eigenvector)를 찾는다.

e.g.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad A - \lambda I = \begin{bmatrix} 2-\lambda & 6 \\ 5 & 3-\lambda \end{bmatrix}$$

① eigenvalue 찾기

$$\det(A - \lambda I) = (2-\lambda)(3-\lambda) - 30$$

$$= \lambda^2 - 5\lambda - 24$$

$$(\lambda - 8)(\lambda + 3) = 0$$

$$\therefore \lambda = 8, \lambda = -3$$

② eigenvector 찾기

i) $\lambda = 8$

$$\begin{bmatrix} 2-8 & 6 \\ 5 & 3-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ii) $\lambda = -3$

$$\begin{bmatrix} 2+3 & 6 \\ 5 & 3+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore x = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{5}{6} \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{eigenvalues: } 8, -3 \\ \text{eigenvectors: } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{5}{6} \end{bmatrix} \end{array} \right)$$