1. 선형대수의 기초

1) Scalar, Vector, Matrix

- Scalar(스칼라): 하나의 숫자. $s \in \mathbb{R}$ (소문자)
- Vector(벡터): 순서가 있는 숫자들의 리스트. (순서가 없는 것은 set(집합))

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n \quad \text{(굵은 소문자)}$$

- Matrix(행렬): 2차원의 숫자 배열.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 2} \quad \text{(대문자)}$$

2) Column vector와 Row vector

- n차원의 vector는 대부분 column vector를 의미한다.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$$

- row vector는 대부분 transpose(전치)된 형태로 많이 쓴다.

$$X^T = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^T = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \in \mathbb{R}^{1\times n}$$

3) Matrix에서의 표현

- $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$: square matrix eg) $B = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
- $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$: rectangular matrix eg) $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$
- A^T: transpose of matrix eg) $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$
- A_{ij}: (i, j)-th component
  column
  row
- $A_{i,:}$: i-th row of matrix
- $A_{:,j}$: j-th column of matrix

4) Vector와 Matrix의 합과 곱

- $C = A + B$: Element-wise 덧셈

$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$ → 반드시 같은 크기여야 함.

- $c\boldsymbol{a}, cA$: Scalar 곱셈

eg. $2\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}$

- $C = AB$: Matrix끼리의 곱셈

$C_{ij} = \sum_k A_{i,k} B_{k,j}$

eg. $\begin{bmatrix}1 & 6\\3 & 4\\5 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -1\\2 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}13 & 5\\11 & 1\\9 & -3\end{bmatrix}$

→ 같아야 함.

size: $(m \times n)(n \times m) \Rightarrow m \times m$
$(n \times m)(m \times n) \Rightarrow n \times n$
$(m \times n)(n \times k) \Rightarrow m \times k$

5) Matrix끼리의 곱셈에서 교환법칙(commutative)은 성립하지 않는다.

e.g. 1. $A \in \mathbb{R}^{2\times3}$, $B \in \mathbb{R}^{3\times5}$ 라고 하자.

⇒ AB는 정의되지만, BA는 정의되지 않는다.

e.g. 2. $A \in \mathbb{R}^{2\times3}$, $B \in \mathbb{R}^{3\times2}$ 라 하자.

⇒ AB, BA 모두 정의되지만, size가 다르다.

e.g. 3. $A = \begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix}5 & 6\\7 & 8\end{bmatrix}$ 이라 하자.

$AB = \begin{bmatrix}19 & 22\\43 & 50\end{bmatrix}$, $BA = \begin{bmatrix}23 & 34\\31 & 46\end{bmatrix}$

$$AB \neq BA$$

6) Matrix 연산에서의 다른 특성들

- 분배법칙

$A(B+C) = AB + AC$

- 결합법칙

$A(BC) = (AB)C$

- transpose와 관련된 계산법

$(AB)^T = B^T A^T$