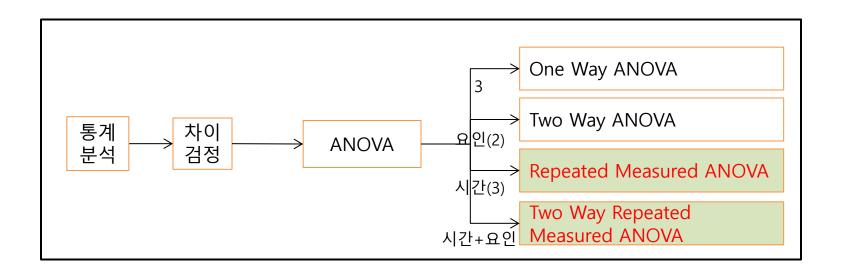
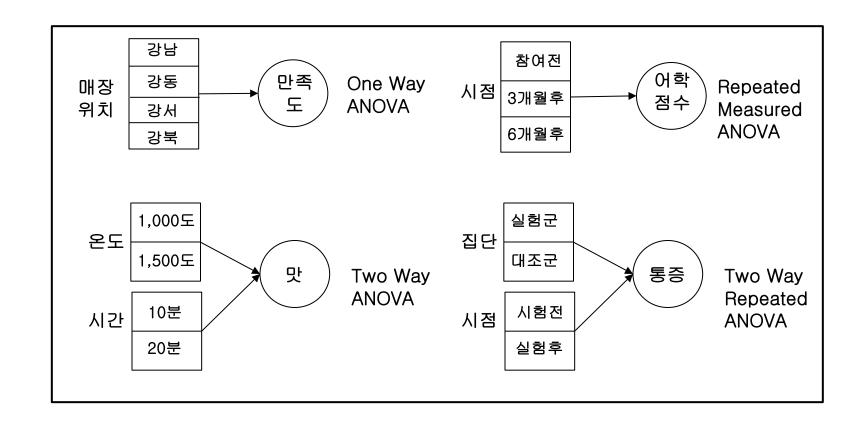
# Ch08.분산분석(ANOVA)1

## 연구방법의 이해

- 평균차이검정
  - 집단간 평균차이를 검정하는 방법
  - 질적변수 1개 (집단구분) + 연속 변수 1개 (평균)
  - *t test* : 집단이 2개 미만 일 때
  - 분산분석(ANOVA): 집단이 3개 이상일 때







#### ■ 문제의 정의

- 별다방을 프렌차이즈 운영하는 K회사는 강남, 강동, 강서, 강북에 위치한 매장의 서비스에 대한 고객조사를 실시하였다.
- 과연 4곳 매장의 고객만족도는 차이가 있는지? 있다면 어느 레스토랑의 서비스 만족도가 가장 안 좋은가 확인해보자
- (4.OWA.sav).

#### 가설

■ 귀무가설( $H_0$ ): 4곳 매장의 고객만족도는 차이가 없다.

$$H_0$$
:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ 

● 연구가설(H₁): 4곳 매장의 고객만족도 중 적어도 한 쌍은 차이가 있다.

 $H_0$ :  $\mu_1 \neq \mu_2$  or  $\mu_1 \neq \mu_3$  or ... or  $\mu_3 \neq \mu_4$  나중에 상호검증

## One-Way ANOVA=Analysis of Variance분산=분포

요인	제곱합 (SS)	자유도(df)	평균제곱 (MS)	F
처리	$SSA = \sum_{i} \sum_{j} (\bar{y}_{j} - \bar{y})^{2}$	k-1	$MSA = \frac{SSA}{k-1}$	$F = \frac{MSA}{MSE}$
잔차	$SSE = \sum_{i} \sum_{j} (y_{ij} - \bar{y}_{j})^{2}$	n-k	$MSE = \frac{SSE}{n-k}$	MSE
총계	$SST = \sum_{i} \sum_{j} (y_{ij} - \bar{y})^2$	n – 1		

■ 검정통계량 
$$F = \frac{MSA}{MSE} = \frac{\frac{SSA}{k-1}}{\frac{SSE}{n-k}} \sim F_{(k-1,n-k,\alpha)}$$

anova 분석표

#### ■ 분산분석표

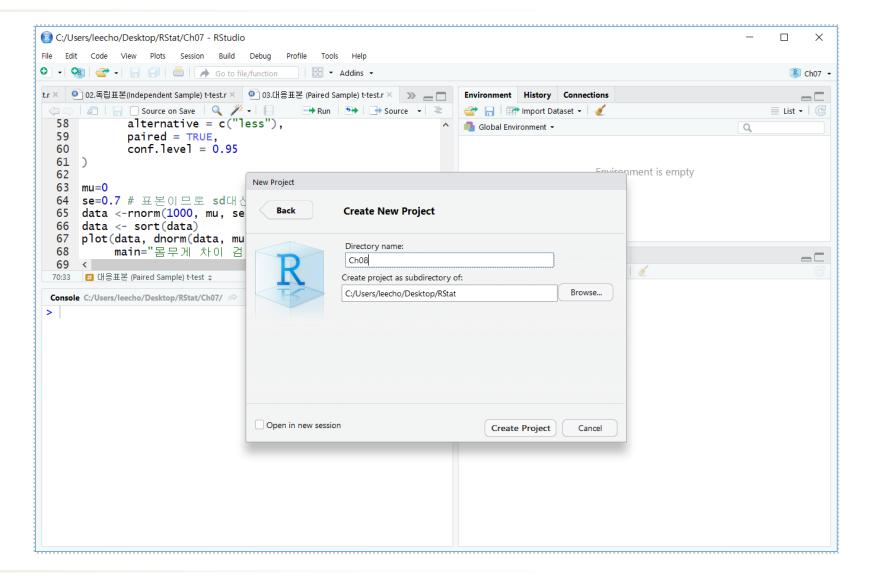
요인	제곱합 (SS)	자유도(df)	평균제곱 (MS)	F배
처리=그룹간의 차이가 난다	919	3	306.37	3.546
잔차=아니다. 에러차이다	11,663	135	86.39	
총계	12,582	138		

### ■ 검정통계량

$$F_0 = \frac{306.37}{86.39} = 3.546 > F_{(2,135,0.05)} = 3.00$$

■ p-value 계산 H0=>증명후에 post hoc분석함  $p - value = 0.0163 < \alpha = 0.05$ 

## 프로젝트 생성



■ #### 일원 분산분석(One-way ANOVA) #####

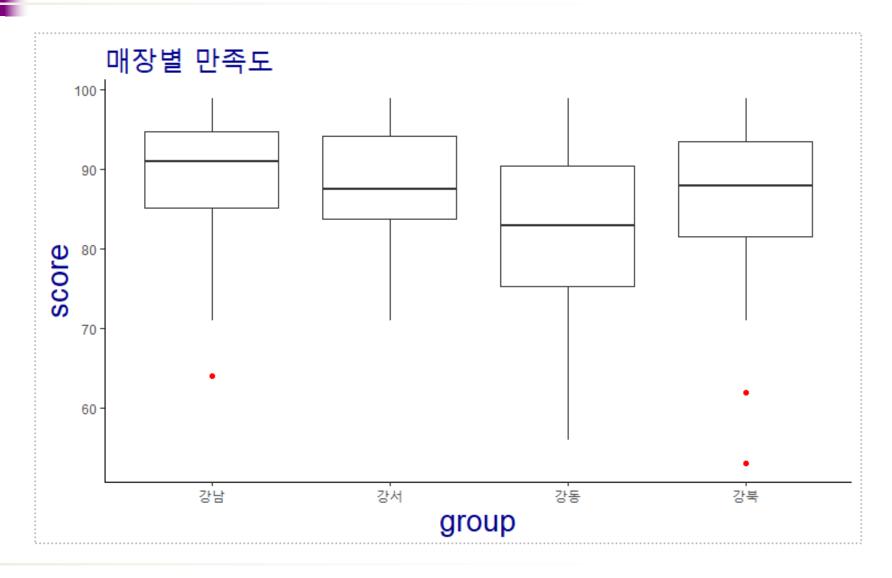
```
■ # 01.데이터 불러오기
owaData <- read.csv("./data/04.owa.csv",</li>
                header=TRUE,
na.strings = "."
  owaData$group <- factor(owaData$group,
                   levels=c(1:4),
                   labels=c("강남","강서","강동","강북"))
str(owaData)
```

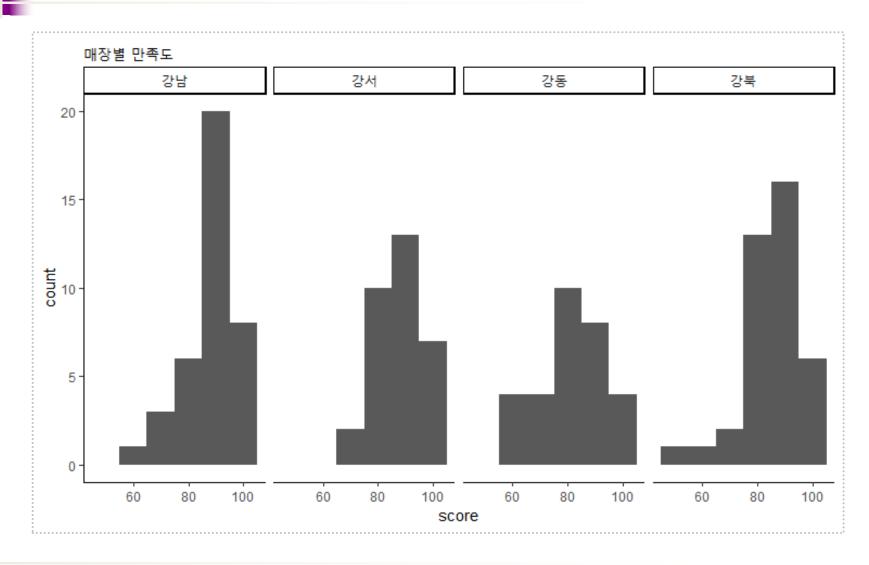
```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> #### 일원 분산분석(One-way ANOVA) #####
> # 01.데이터 불러오기
> owaData <- read.csv("./data/04.owa.csv",</pre>
                      header=TRUE.
                      na.strings = "."
> owaData$group <- factor(owaData$group,</pre>
                          levels=c(1:4),
                          labels=c("강남","강서","강동","강북"))
> str(owaData)
'data.frame': 139 obs. of 2 variables:
$ group: Factor w/ 4 levels "강남","강서",..: 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 ...
$ score: int 85 78 63 88 93 83 56 53 94 97 ...
```

- attach(owaData) # 객체연결 (attach -> detach)
- # 02.기본 통계치 확인: describe(psych패키지 이용)
- library(psych)
- describeBy(score, group, mat=T) #mat옵션이 T/F(따로 구 분됨)
- describeBy(score, group, mat=F) #F이면 아래처럼.

```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> attach(owaData) # 객체연결 (attach -> detach)
> # 02.기본통계치 확인: describe(psych패키지 이용)
> library(psych)
> describeBy(score, group, mat=T)
   item group1 vars n
                                  sd median trimmed
                                                         mad min max range
                         mean
x11
         강남
              1 38 88.86842 8.279480 91.0 89.81250 7.4130
                                                                      35
X12 2 강서
              1 32 88.18750 7.511013 87.5 88.65385 7.4130 71
                                                                      28
X13 3 강동
              1 30 82.00000 11.252586 83.0 82.62500 11.8608 56
                                                                      43
x14
      4 강북
              1 39 86.05128 9.575405
                                        88.0 87.15152 8.8956
                                                                      46
         skew
              kurtosis
x11 -1.1417237 0.8759359 1.343109
x12 -0.3858498 -0.5813980 1.327772
                                          82점 평균이 차이가
x13 -0.4031414 -0.6759641 2.054432
                                                나겠군??
x14 -1.2130392 1.7071652 1.581330
>
```

- # 03.그래프 그리기(박스그래프,히스토그램)
- install.packages("ggplot2")
- library(ggplot2)
- ggplot(owaData, aes(x = group, y = score)) + #aes=x축/y축 설정하기
- geom\_boxplot(outlier.colour="red") +
- ggtitle("매장별 만족도") +
- theme\_classic() + # ggplot2 테마
- theme(title = element\_text(color="darkblue", size=20))
- ggplot(owaData, aes(x=score)) +
- geom\_histogram(binwidth=10) +
- facet\_grid(. ~ group) + #그룹별로 그려줘~~mfrow같은것.
- ggtitle("매장별 만족도") +
- theme\_classic()





- # 04.통계분석
- # 가)등분산 검증=>그룹이 여러 개면 그룹간의 분산의 형태 를 파악
  - 1)bartlett.test(score ~ group, data=owaData)#내장 함수
  - 2)leveneTest #패키지호출
- install.packages("car")
- library(car)
- leveneTest(score ~ group, data=owaData, center=mean)

### ANOVA분석 후 차이가 난다면 사후 검정 해야함.

```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> # 04.통계분석
> # 등분산 검증
> library(car)
> leveneTest(score ~ group, data=owaData, center=mean)
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = mean)
      Df F value Pr(>F)
group 3 1.7559 0.1586
> bartlett.test(score ~ group, data=owaData)
                                                           4개의 그룹간의
                                                               분산이
       Bartlett test of homogeneity of variances
                                                         동질하다/귀무 채택
data: score by group
Bartlett's K-squared = 6.0049, df = 3, p-value = 0.1114
```

### 1)bartlett.test 2)leveneTest

를 둘다 했는데 귀무가설이범위안으로 들어와서 등분산 검증이 확인됨/만약 연구 가설이 채택되면 이분산 검정하여 사후 검정후 그래프를 그려주면 끝.

ANOVA분석 후 차이가 난다면 사후 검정 해야함.

# 사후 검정(Multicamparison test )

1)그룹별 표본수가 같을 때: Tukey HSD, Duncan LSR

2)그룹별 표본수가 다를 때: Scheffe



최종 결과 그래프 그리기

- # ANOVA분석
- owaResult <- aov(score ~ group, data=owaData) # 등분산일</li>
   때. #구한 P값이 0,05보다 작으므로 그룹간의 차이가 난다.따라서 어떻게 차이가나는지를 그룹간의 차이를 밝히기 위해서 사후 검정을 합니다.
- 이분산일때는 하단의 부록 참조 (Welch's ANOVA test)
- summary(owaResult)

Post-hoc test (Tukey's test)

$$T_{cal} = \frac{|\bar{y}_j - \bar{y}_k|}{\sqrt{MSE(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} > T_{(c,n-c)}$$

$$T_{cal} = \frac{|4.39 - 4.31|}{\sqrt{0.775 \left(\frac{1}{38} + \frac{1}{30}\right)}} = \frac{0.08}{0.105} = 0.76 > T_{(4,135)} = 2.57$$

$$T_{cal} = \frac{|4.39 - 3.70|}{\sqrt{0.775 \left(\frac{1}{38} + \frac{1}{30}\right)}} = \frac{0.69}{0.106} = 6.46 > T_{(4,135)} = 2.57$$

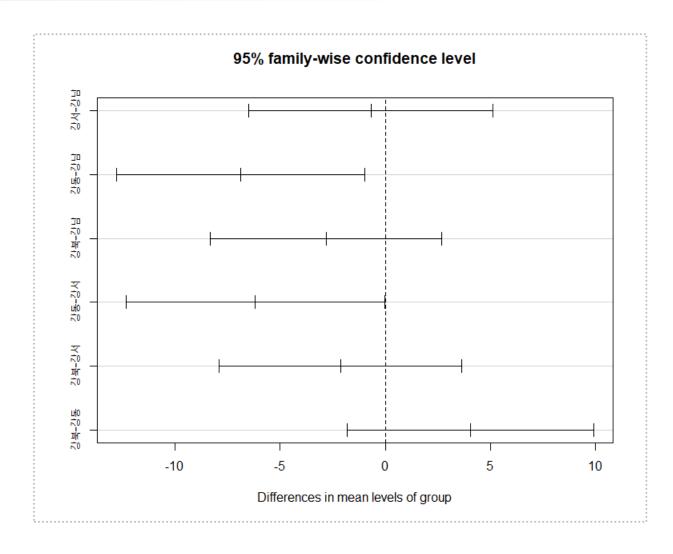
- # 사후검정(Multicamparison test )
- 1)그룹별 표본수가 같을 때: Tukey HSD, Duncan(던컨)
- 2)그룹별 표본수가 다를 때 : Scheffe
- TukeyHSD(owaResult)
- install.packages("agricolae")
- library(agricolae)
- # group=TRUE: 그룹으로 묶어서 표시, FALSE: 1:1로 비교
- # console=TRUE: 결과를 화면에 표시
- duncan.test(owaResult, "group", group=TRUE, console = TRUE)
- scheffe.test(owaResult, "group", group=FALSE, console = TRUE)

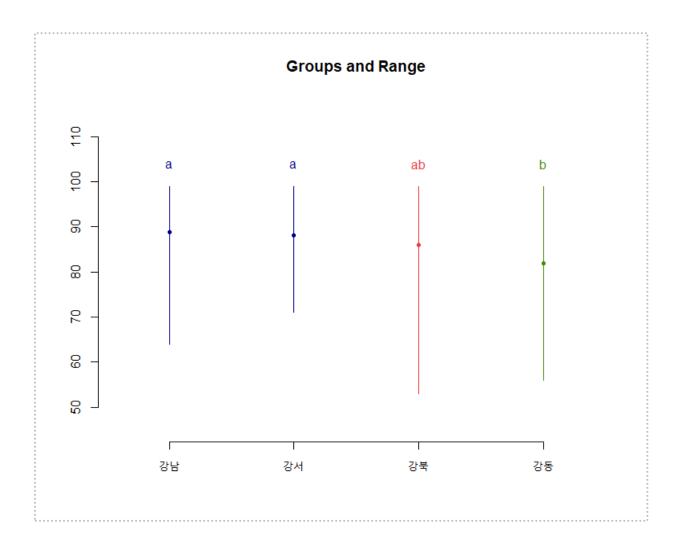
#### Tukey방법은 그룹으로 묶어서 차이가 나는 방법이 없음. 그래서 던컨(Duncan) 샤페(scheffe)를 사용함.

```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> duncan.test(owaResult, "group", group=TRUE, console = TRUE) # 같은 그룹으로 표시
Study: owaResult ~ "group"
Duncan's new multiple range test
for score
Mean Square Error: 86.39344
group, means
                   std r Min Max
강남 88.86842 8.279480 38 64 99
강동 82.00000 11.252586 30 56 99
강북 86.05128 9.875405 39 53 99
강서 88.18750 7.511013 32 71 99
Groups according to probability of means differences and alpha level (0.05)
Means with the same letter are not significantly different.
        score groups
강남 88.86842
강서 88.18750
강북 86.05128
                 ab
강동 82.00000
```

```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> scheffe.test(owaResult, "group", group=FALSE, console = TRUE) # 쌍으로 비교
Study: owaResult ~ "group"
Scheffe Test for score
Mean Square Error : 86.39344
group, means
                  std r Min Max
       score
강남 88.86842 8.279480 38 64 99
강동 82.00000 11.252586 30 56 99
강북 86.05128 9.875405 39 53 99
강서 88.18750 7.511013 32 71 99
Alpha: 0.05; DF Error: 135
Critical Value of F: 2.671676
Comparison between treatments means
           Difference pvalue sig
                                       LCL
                                                 UCL
갓남 - 강동 6.8684211 0.0308 * 0.2526675 13.484175
강남 - 강북 2.8171390 0.6230 -3.3573149 8.991593
강남 - 강서 0.6809211 0.9926 -5.8182733 7.180115
강동 - 강북 -4.0512821 0.3625 -10.6295098 2.526946
강동 - 강서 -6.1875000 0.0815
                             . -13.0714470 0.696447
강북 - 강서 -2.1362179 0.8185
                                -8.5972095 4.324774
```

- # 05.통계결과 그래프
- tukeyPlot <- TukeyHSD(owaResult) # 그룹간 차이 비교</li>
- plot(tukeyPlot)
- duncanPlot <- duncan.test(owaResult, "group")</li>
- plot(duncanPlot)

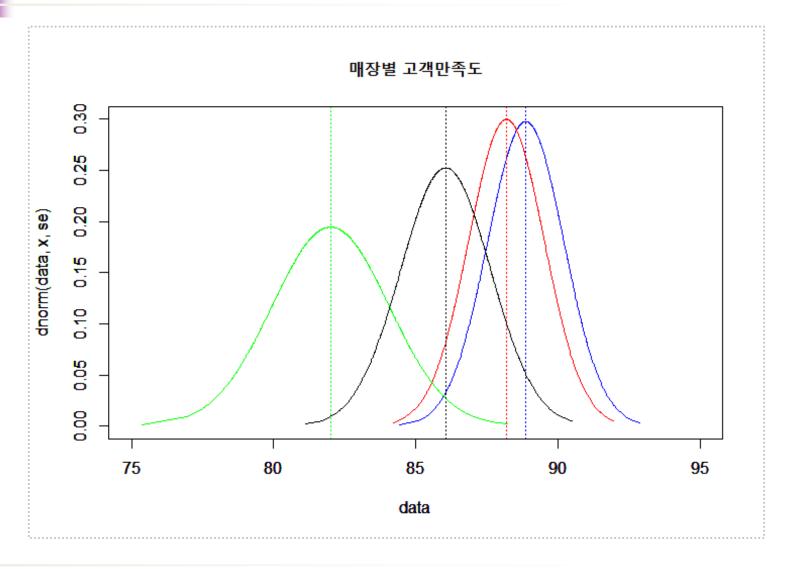




- x=88.87 # 정규분포로 표시(강남)
- se=1.34
- data <-rnorm(1000, x, se)</li>
- data <- sort(data)</li>
- plot(data, dnorm(data, x, se), col="blue",type='l',
- main="매장별 고객만족도",
- xlim=c(75, 95), ylim=c(0,0.3)) #기준을 잡고 그래프를 그려야 차이를 알수 있다.
- abline(v=x, col="blue", lty=3)

- par(new=T) # 그래프를 겹쳐서 표현하기
- x=88.19 # 정규분포로 표시(강서)
- se=1.33
- data <-rnorm(1000, x, se)</li>
- data <- sort(data)</li>
- plot(data, dnorm(data, x, se), type='l', col="red",
- $\blacksquare$  xlim=c(75, 95), ylim=c(0,0.3))
- abline(v=x, col="red", lty=3)
- par(new=T)
- x=82 # 정규분포로 표시(강동)
- se=2.05
- data <-rnorm(1000, x, se)</li>
- data <- sort(data)</li>
- plot(data, dnorm(data, x, se), type='l', col="green",
- xlim=c(75, 95), ylim=c(0,0.3)) #고정시켜라.
- abline(v=x, col="green", lty=3)

- <u>par(new=T) #겹쳐서 찍어라~~</u>
- x=86.05 # 정규분포로 표시(강북)
- se=1.58
- data <-rnorm(1000, x, se)</li>
- data <- sort(data)</li>
- plot(data, dnorm(data, x, se), type='l', col="black",
- $\blacksquare$  xlim=c(75, 95), ylim=c(0,0.3))
- abline(v=x, col="black", lty=3)
- detach(owaData)



- 매장에 따른 소비자만족도를 분석한 결과 강동매장의 소비자만족도 (M=82)와 강북매장의 소비자만족도(M=86.05), 강서매장의 소비자만족도 (M=88.29), 강남매장의 소비자만족도(M=88.87)간에는 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다(F=3.546, p=0.016).
- 추가로 사후분석을 한 결과 강동매장의 소비자 만족도가 가장 낮았고, 강서와 강남이 높게 나타났다.

#### 분석결과 (n=139)

	강동	강북	강서	강남	F	р
	(n=30)	(n=39)	(n=32)	(n=38)		
스트레스	82.00	86.05	88.19	88.87	2.546	0.016
Tukey	а	a,b	b	b	3.546	

- 반복측정 분산분석(repeated measurement ANOVA)
  - 동일한 실험 단위에 대해 여러 번의 측정을 하는 경우
- 문제의 정의
  - K대학에서 운영하는 6개월 어학 프로그램이 있다.
  - 어학 프로그램의 효과를 측정하기 위해 학습 프로그램에 참여한 학생을 대상으로 프로그램 참여전, 3개월 후, 6개월 후에 영어실력을 테스트하였다.
  - 관련 어학프로그램은 효과가 있는지? 있다면 언제부터 효과가 나타났을 지를 검증해 보자
  - (5.RMA.sav).

#### 가설

■ 귀무가설( $H_0$ ): 어학프로그램은 **시점=시간에** 따라 차이가 없다.

$$H_0: r_1 = r_2 = r_3 = 0$$

• 연구가설( $H_1$ ): 어학프로그램은 시점에 따라 차이가 있다.

$$H_1: r_1 \neq r_2 \text{ or } r_1 \neq r_3 \text{ or } r_2 \neq r_3$$

■ 검정통계량

$$F_0 = \frac{SSK/(k-1)}{SSE/(n-1)(k-1)} = \frac{MSK}{MSE} \sim F_\alpha(k-1,(n-1)(k-1))$$

$$F_0 > F_{\alpha}(k-1,(n-1)(k-1))$$
이면  $H_0$ 기각



### ■ 일원 반복측정 분산분석

개체	실시전	3주후	6주후	
1 2 3 4 5 •	10 11 9 9 9 • •	16 17 15 14 20 •	25 26 21 20 22 •	
 평균	11.08	19.15	29.46	

- 오차항의 구형성=구형성 함수가 없음,=다른 방법 찾기
  - 복합대칭성 (compound symmetry): 각 반복측정치들 간의 시간에 따라서 상관관계가 모두 동일함을 의미

$$COV(\varepsilon)_{k \times k} = \sigma_2 \begin{pmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho \\ \rho & 1 & \dots & \rho \\ \dots & \dots & \dots \\ \rho & \dots & \rho & 1 \end{pmatrix}$$

- 구형성 조건을 만족한 경우 : 일변량 분석
- 구형성 조건 만족 안 할 경우 :
  - 다변량 방법
  - 오차항 수정 : 자유도를 수정하여 오차항의 구형성 조건을 만족하도록 만든 후 가설 검정 (그린하우스-가이서, 훈펠트 수정계수 이용)

3번측정하면 3번 오차가 매번 동일하다 라는것 꼭증명=구형성

- 구형성 검정 (Mauchly's Test of Sphericity)
  - 구형성 조건을 만족한 경우
    - 일변량분석 (SPSS에서는 새로 분석해야 함)
  - 구형성 조건 만족 안 할 경우 :
    - 다변량 방법 (Multivariate Tests) 결과 이용
    - 오차항 수정 (Tests of Within-Subjects Effects) 결과 이용
- 오차항 수정방법
  - 자유도를 수정하여 오차항의 구형성 조건을 만족하도록 만든 후 가설 검정
  - 그린하우스-가이서, 훈펠트 수정계수 이용
  - 다변량방법보다 일반적임

#### 반복측정 분산분석(Repeated Measures ANOVA) ##### ■ # 01.데이터 불러오기 rmaData <- read.csv("./data/05.rma.csv", header=TRUE, na.strings = "." str(rmaData) rmaData\$time <- factor(rmaData\$time, levels=c(1:3),labels=c("사전","3개월","6개월")

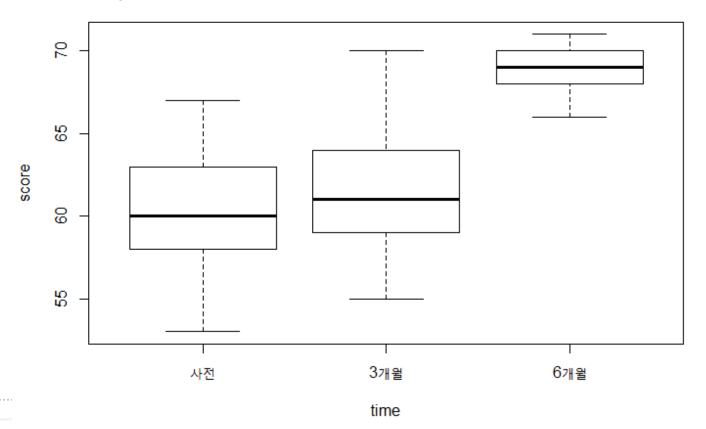


```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> #### 반복측정 분산분석(Repeated Measures ANOVA) #####
> # 01.데이터 불러오기
> rmaData <- read.csv("./data/05.rma.csv",</pre>
                     header=TRUE,
                     na.strings = "."
> str(rmaData)
'data.frame': 135 obs. of 3 variables:
 $ id : int 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
 $ time : int 1111111111...
 $ score: int 63 60 61 57 58 58 53 58 58 57 ...
```

- attach(rmaData) # 객체연결 (attach -> detach)
- # 02.기본통계치 확인: describe(psych패키지 이용)
- library(psych)
- describeBy(score, time, mat=T)

```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> attach(rmaData) # 객체연결 (attach -> detach)
> # 02.기본통계치 확인: describe(psych패키지 이용)
> library(psych)
> describeBy(score, time, mat=T)
   item group1 vars n
                                    sd median trimmed
                                                        mad min max range
                         mean
X11
      1 사전
              1 45 60.20000 3.216435 60 60.16216 2.9652 53 67
   2 3개월
X12
              1 45 61.60000 3.595452
                                         61 61.48649 4.4478 55 70
                                                                      15
X13
      3 6개월
              1 45 68.91111 1.144596
                                         69 68.94595 1.4826 66 71
         skew
               kurtosis
x11 0.1839993 -0.7112490 0.4794778
x12
    0.2387869 -0.9207981 0.5359783
x13 -0.1866731 -0.4780593 0.1706264
```

- # 03.그래프 그리기(박스그래프,히스토그램)
- boxplot(score~time, data=rmaData, ylab="score", xlab="time")



- # 04.통계분석
- # 구형성(sphericity)검정: Mauchly's test.
- library(car)
- rmaMatrix <- cbind(score[time=="사전"], score[time=="3개월"], score[time=="6개월"])
- rmaModelLm <- lm(rmaMatrix ~ 1)</li>
- timeF <- factor(c("사전","3개월","6개월"))
- options(contrasts=c("contr.sum", "contr.poly"))
- rmaResultMt <- Anova(rmaModelLm, idata=data.frame(timeF), #Anova 대문자
- idesign=~timeF, type="III")
- summary(rmaResultMt, multivariate=F

```
> summary(rmaResultMt, multivariate=F)
Univariate Type III Repeated-Measures ANOVA Assuming Sphericity
           Sum Sq num Df Error SS den Df F value Pr(>F)
(Intercept) 545561 1 629.75 44 38117.91 < 2.2e-16 ***
                                     88 191.76 < 2.2e-16 ***
                       2 451.90
timeF
             1969
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Mauchly Tests for Sphericity
     Test statistic p-value
            0.92409 0.18315
timeF
Greenhouse-Geisser and Huynh-Feldt Corrections
for Departure from Sphericity
      GG eps Pr(>F[GG])
timeF 0.92944 < 2.2e-16 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
        HF eps Pr(>F[HF])
timeF 0.9687656 7.39081e-32
```



- # ANOVA 검정
- rmaResult <- aov(score ~ time+ Error(id/time), data=rmaData)</p>
- summary(rmaResult)



```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> # ANOVA 검정
> rmaResult <- aov(score ~ time+Error(id/time), data=rmaData)</pre>
> summary(rmaResult)
Error: id
         Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals 1 13.72 13.72
Error: id:time
    Df Sum Sq Mean Sq
time 2 1402 700.8
Error: Within
                                                             P값으로
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
                                                          검증/연구가설
time 2 590 294.99 36.39 2.94e-13 ***
Residuals 129 1046 8.11
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

- # 사후검정(Multicamparison test): Tukey HSD
- install.packages("multcomp")
- library(multcomp)
- resultLm <- lm(score ~ time)</li>
- TukeyResult <- glht(resultLm, linfct=mcp(time='Tukey'))</li>
- summary(TukeyResult)
- # 통계결과 그래프
- plot(TukeyResult)

```
Console C:/Users/leecho/Desktop/RStat/Ch08/
> resultLm <- lm(score ~ time)</pre>
> TukeyResult <- glht(resultLm, linfct=mcp(time='Tukey'))</pre>
> summary(TukeyResult)
        Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses
Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts
Fit: lm(formula = score ~ time)
Linear Hypotheses:
                  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
3개월 - 사전 == 0 1.4000 0.6035 2.32 0.0566 .
6개월 - 사전 == 0 8.7111 0.6035 14.44 <0.001 ***
6개월 - 3개월 == 0 7.3111 0.6035 12.12 <0.001 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
(Adjusted p values reported -- single-step method)
```

