AI and Deep Learning

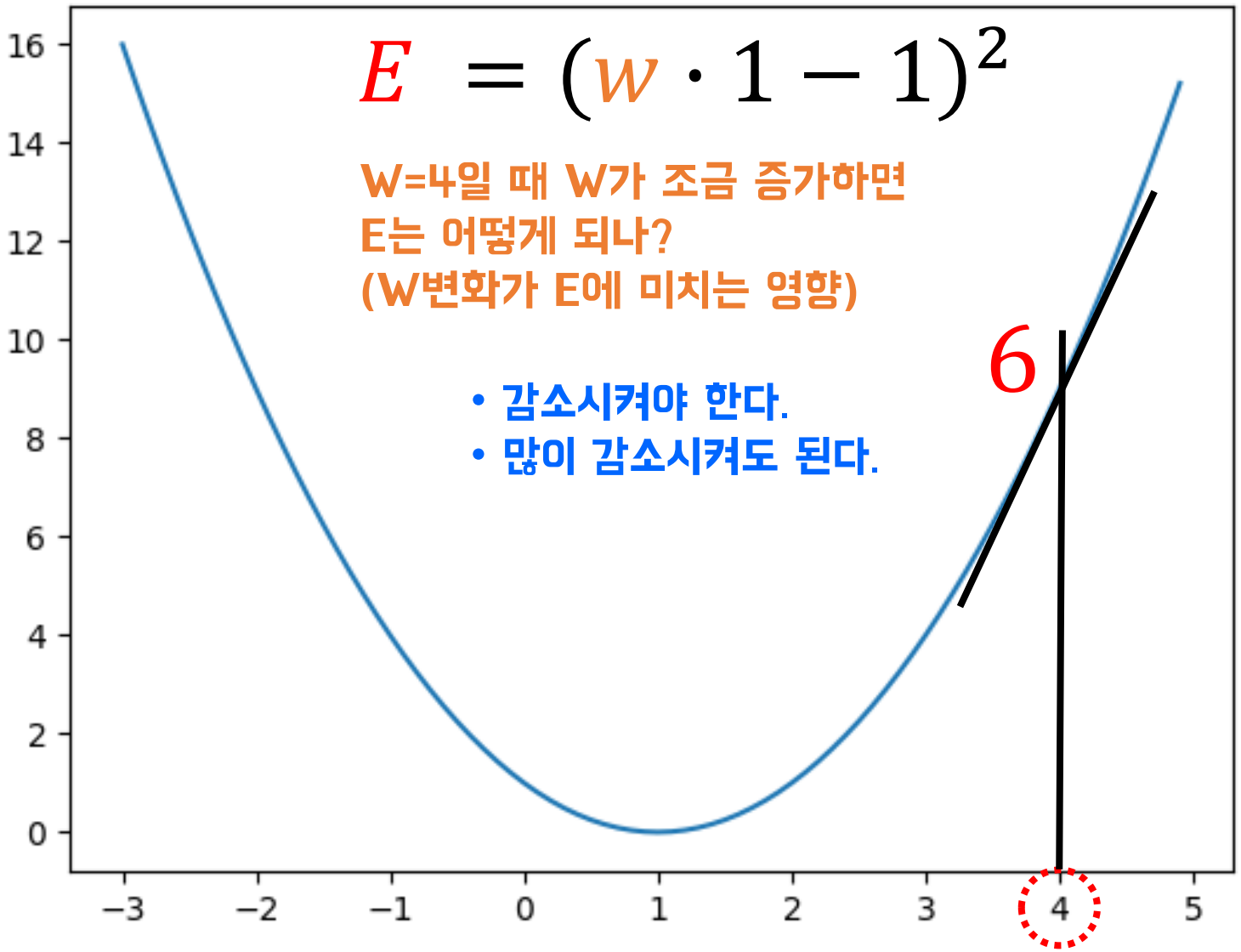
Linear Regression & Back-propagation (2)

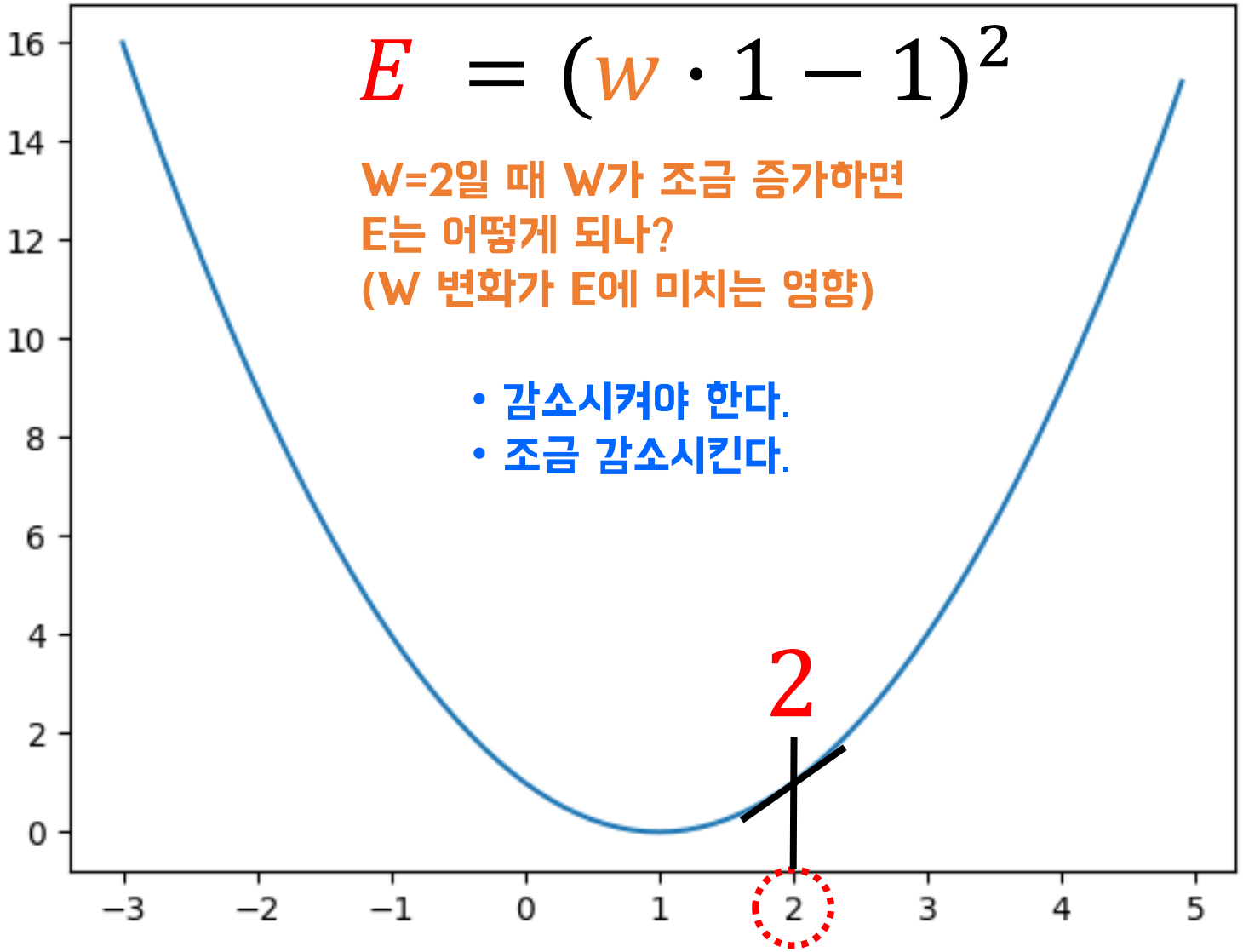
Jeju National University

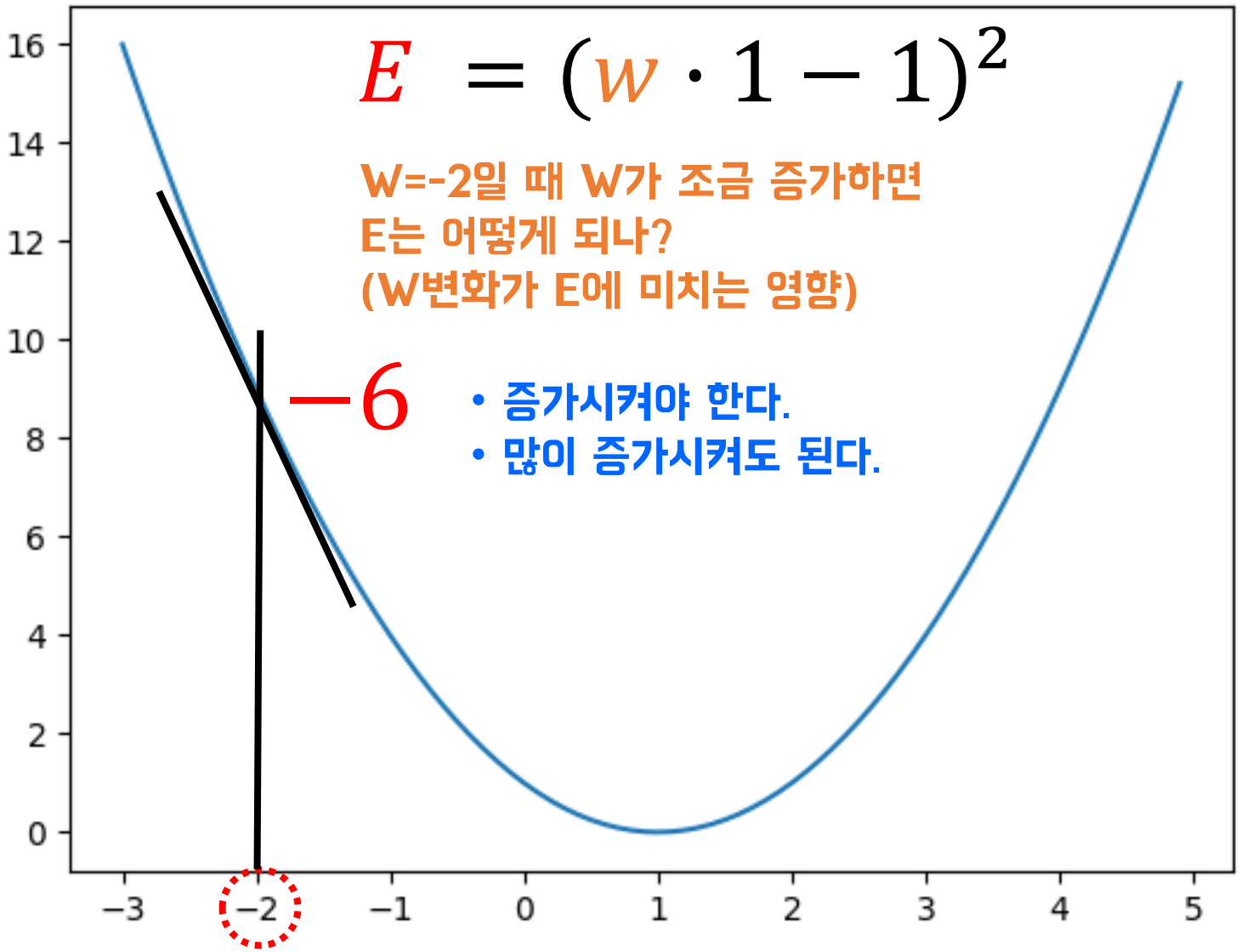
Yung-Cheol Byun

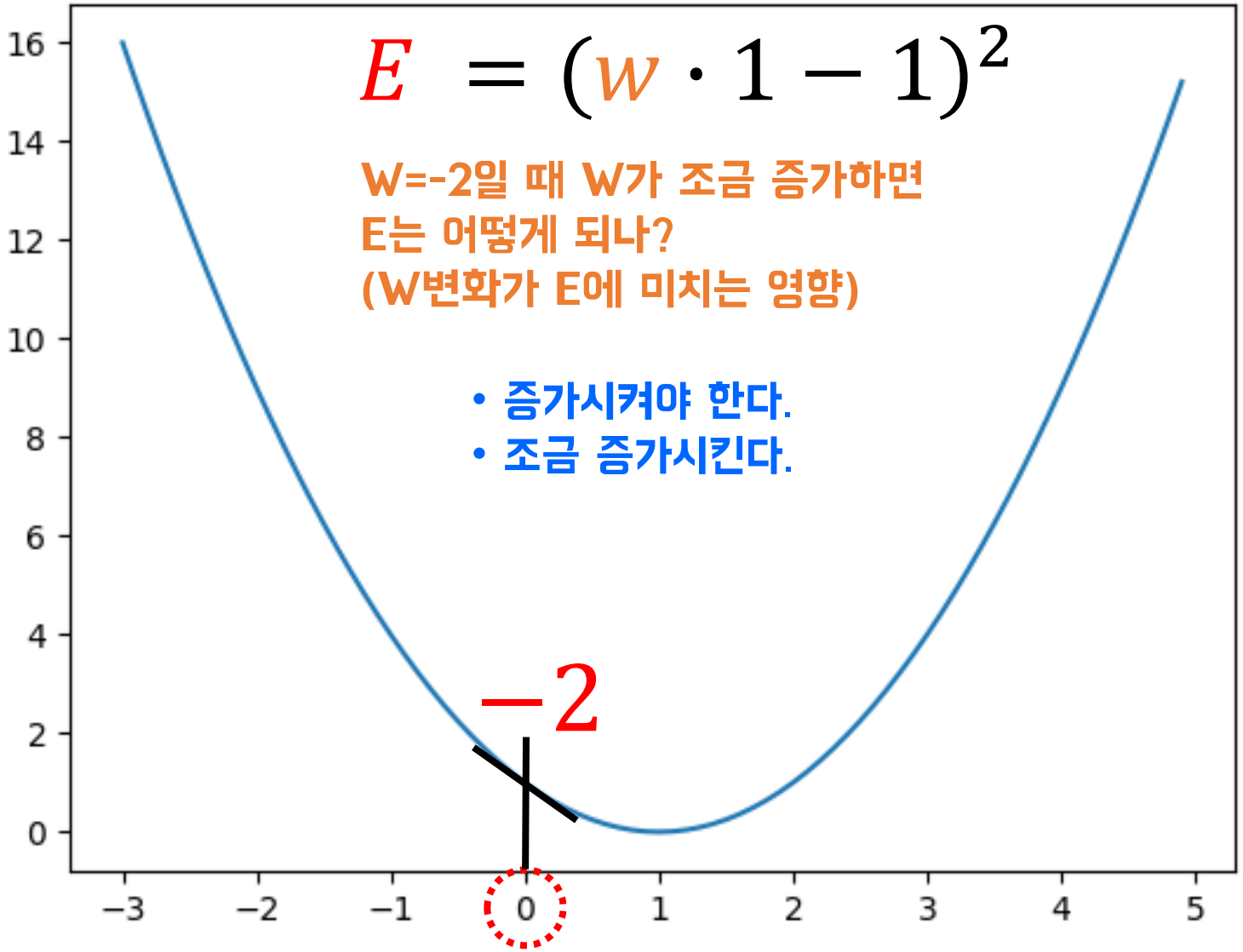
어떻게 '자동으로'

- 오류 E를 최소화하는 w 값(시냅스 연결 강도, 파라미터)을 찾을 수 있을까?


$E = (w \cdot 1 - 1)^2$
W=4일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W변화가 E에 미치는 영향)
• 감소시켜야 한다.
• 많이 감소시켜도 된다.
6
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5


$E = (w \cdot 1 - 1)^2$
W=2일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W 변화가 E에 미치는 영향)
• 감소시켜야 한다.
• 조금 감소시킨다.
2
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

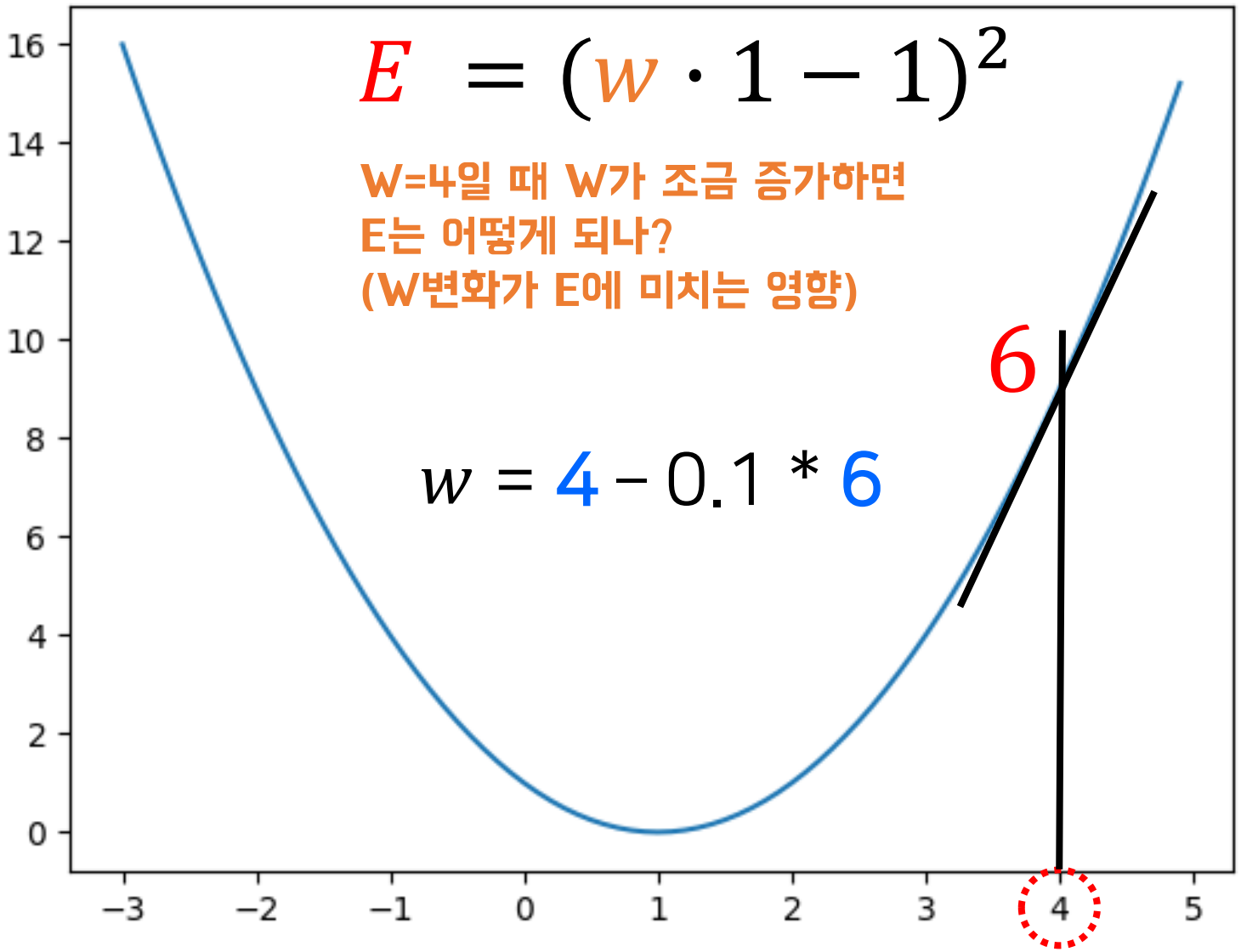

$E = (w \cdot 1 - 1)^2$
W=-2일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W변화가 E에 미치는 영향)
−6
• 증가시켜야 한다.
• 많이 증가시켜도 된다.
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

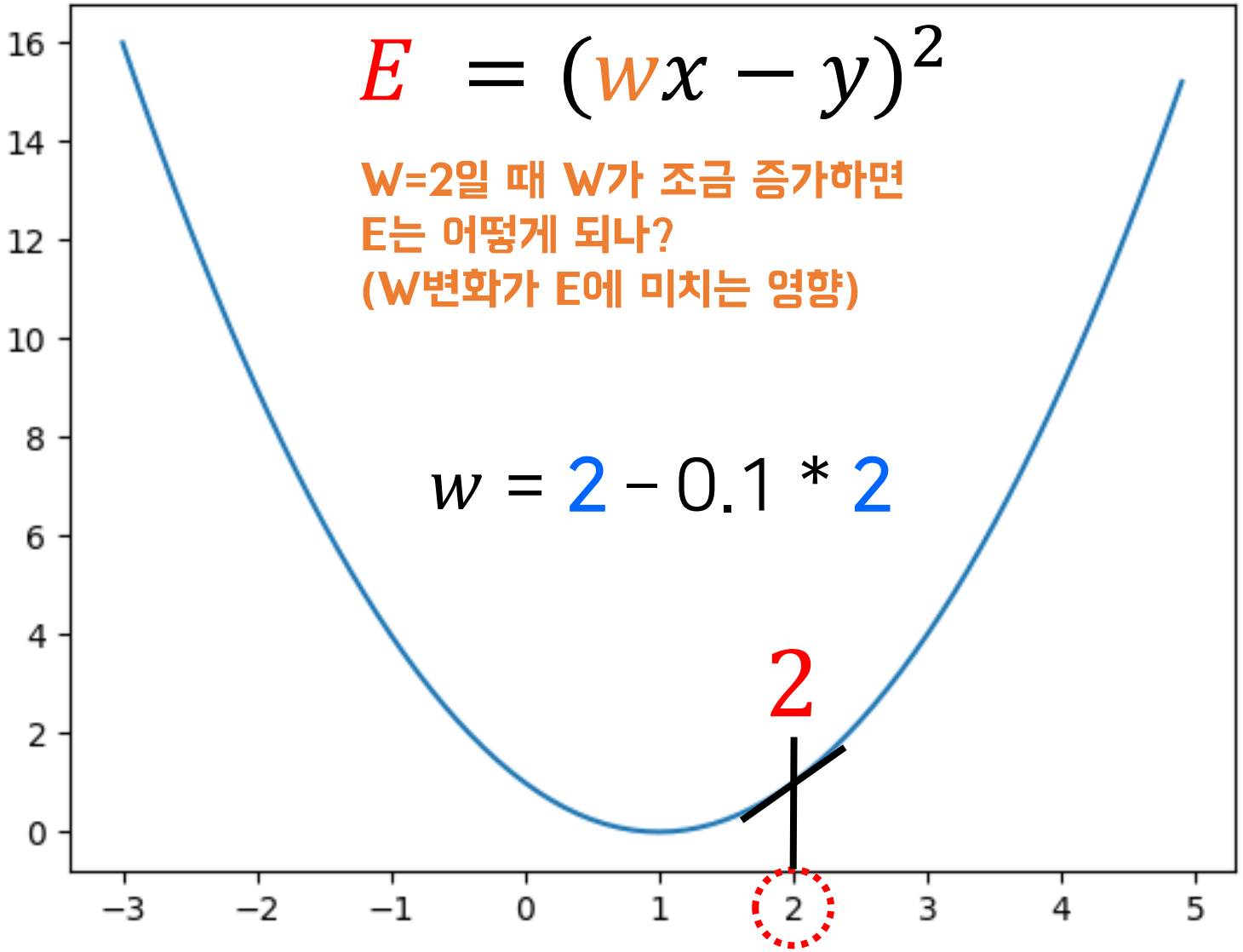

$E = (w \cdot 1 - 1)^2$
W=-2일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W변화가 E에 미치는 영향)
• 증가시켜야 한다.
• 조금 증가시킨다.
−2
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

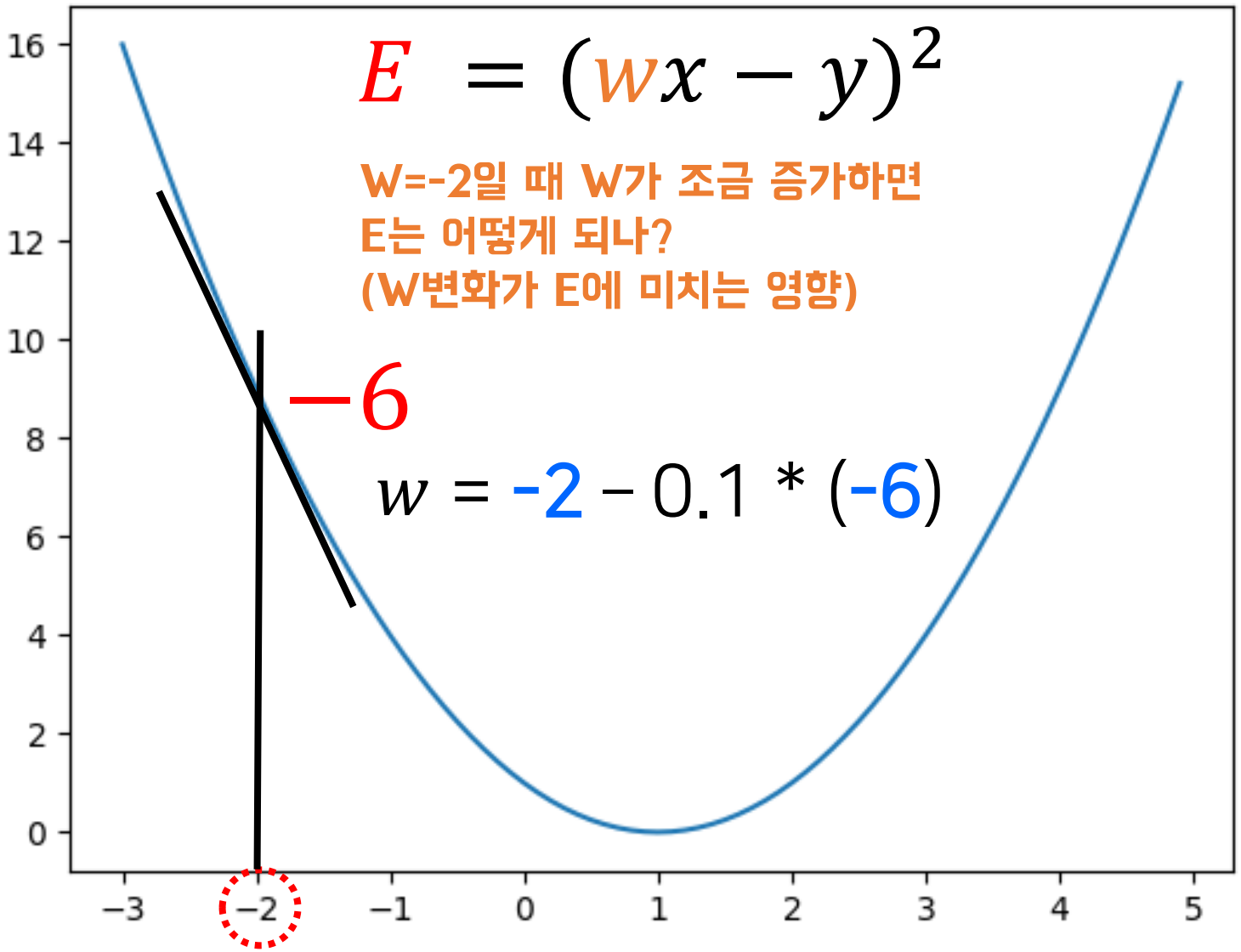
아래와 같이 하면 어떨까?

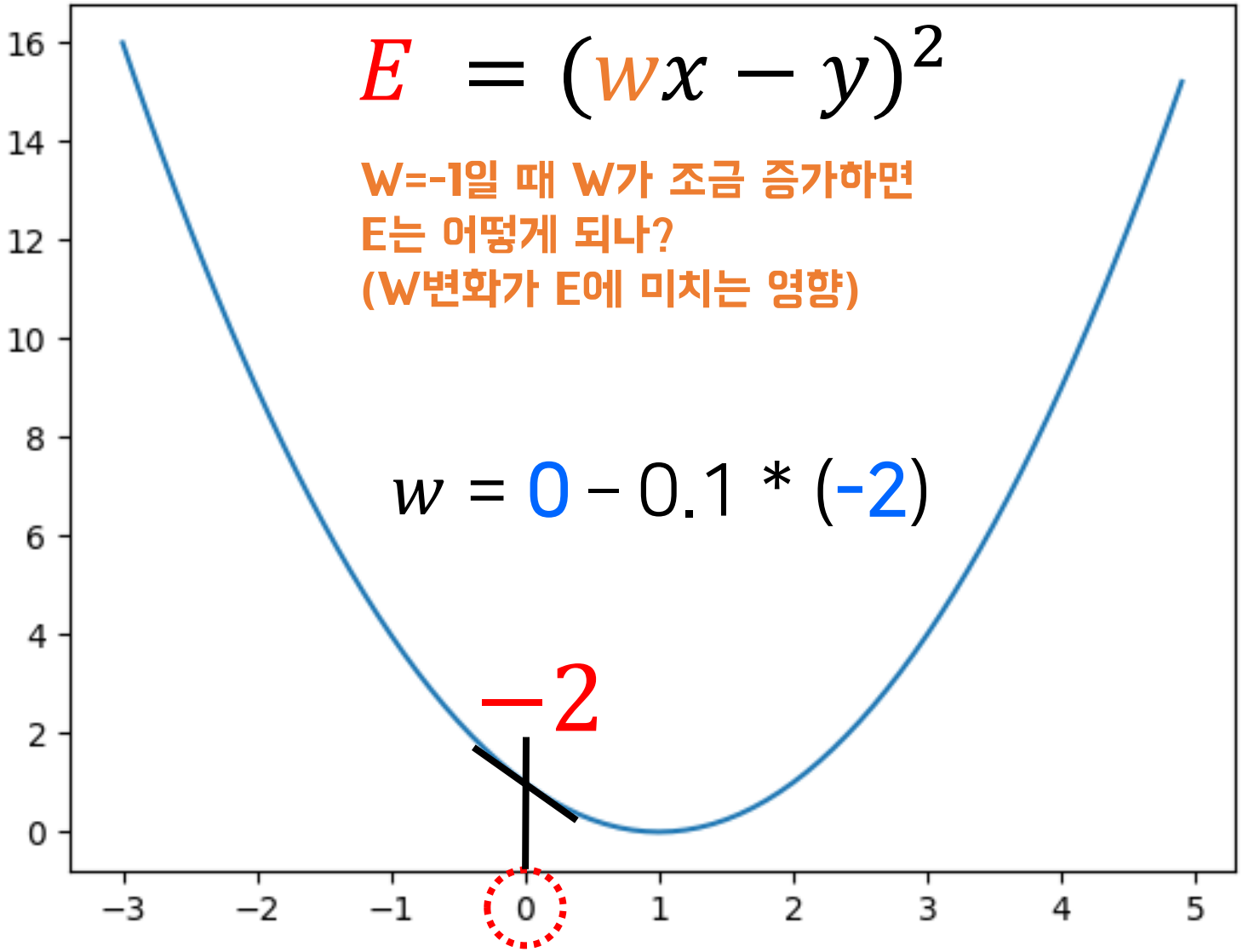
$$W = W - \alpha * \text{기울기}$$

α = 얼마나 반영할 지를 의미하는 상수(가령, 0.1)


$E = (w \cdot 1 - 1)^2$
W=4일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W변화가 E에 미치는 영향)
6
$w = 4 - 0.1 * 6$
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5


$E = (wx - y)^2$
W=2일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W변화가 E에 미치는 영향)
$w = 2 - 0.1 * 2$
2
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5


$E = (wx - y)^2$
W=-2일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W변화가 E에 미치는 영향)
−6
w = -2 – 0.1 * (-6)
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5


$E = (wx - y)^2$
W=-1일 때 W가 조금 증가하면
E는 어떻게 되나?
(W변화가 E에 미치는 영향)
$w = 0 - 0.1 * (-2)$
-2
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

학습 방법(w 업데이트)

1. 난수로 w 값 초기화 (ex, -3)
2. 그 값 w 에서 기울기 구함
3. 기울기로 w를 업데이트 (2번으로)

$$W = W - \alpha * (\text{기울기})$$

α : 반영 비율 (learning rate)

학습 방법(w 업데이트)

1. 난수로 w 값 초기화 (ex, -3)
2. 가중치 w 에서의 오류가 충분히 작으면 종료
3. 그 값 w 에서 기울기 구함
4. 기울기로 w를 업데이트 (2번으로)

$$W = W - \alpha * (\text{기울기})$$

α : 반영 비율 (learning rate)

TensorFlow

- 텐서플로우 프레임워크에서 가중치 w (파라미터)를 자동으로 찾음(튜닝).
- 우리가 업데이트(튜닝) 하는 것이 아님.
- 이를 위해 w 를 텐서플로우 프레임워크 내에서 관리할 수 있도록 정의
- 또한 hypothesis와 cost_function(E)도 텐서플로우에서 계산할 수 있도록 정의

TF를 이용한 선형 회귀 학습

$W * X$

③

```
W = tf.Variable(tf.random_normal([1]))
```

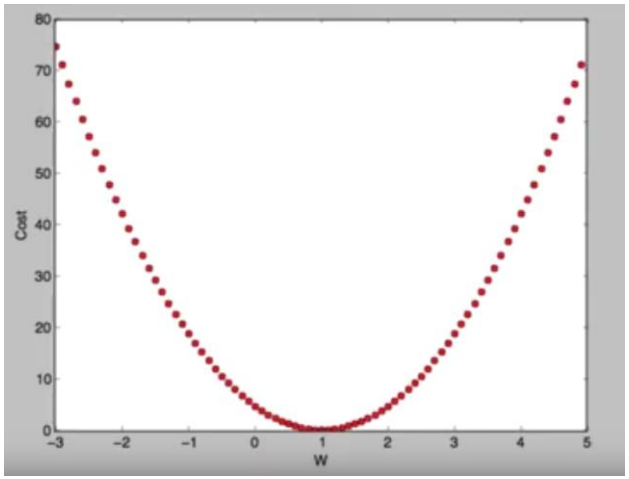
h ④

X x W

```
Y = [1, 2, 3]
```

① ②

```
X = [1, 2, 3]
```




```
cost_function =
tf.reduce_mean(tf.square(h - Y))
```

⑤

$$E = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}(wx_i - y_i)^2$$

01.py

Finding w in linear regression

02.py
Drawing cost function

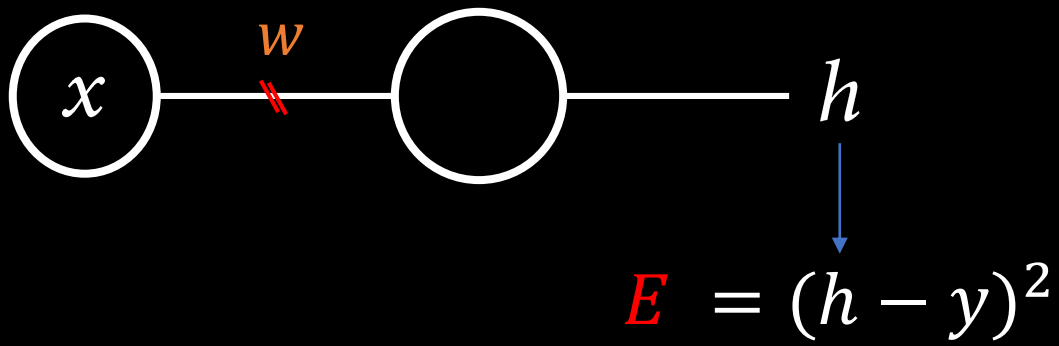
오류 함수 생각하기

$$E = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}(wx_i - y_i)^2$$

오류 함수 생각하기

$$E = (wx - y)^2$$

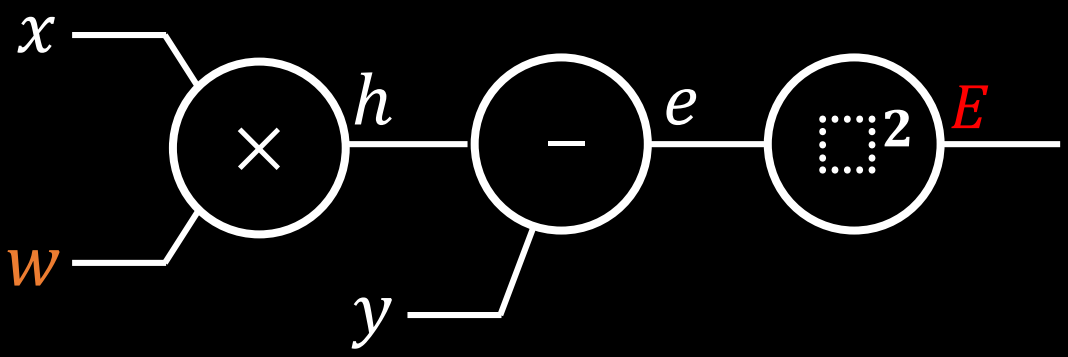
- 어느 부분이 뉴런인가?
- 뉴런의 모습 상상하기
- 입력 데이터는?
- 출력 데이터는?
- 시냅스는?
- 가설(hypothesis)은?
- 뉴런의 출력
- 오류 함수의 의미는?
- 뉴런 입력이 여러 개일 경우


w
x
h
E = (h − y)²

오류 계산 그래프

$$E = (wx - y)^2$$

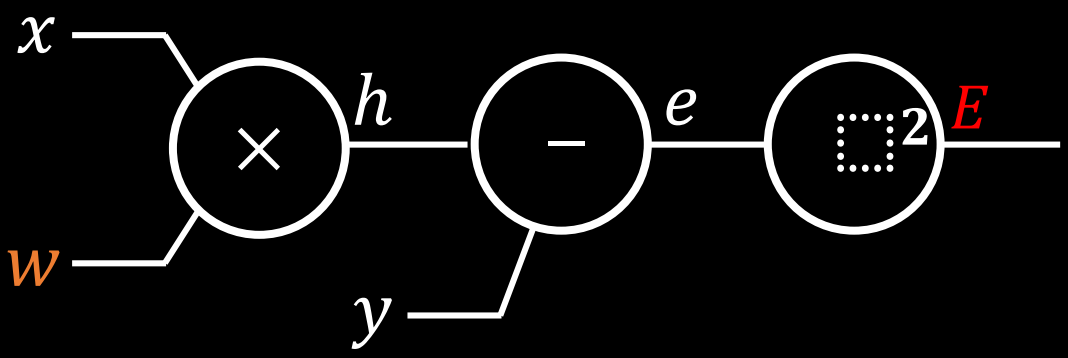
```
hypothesis = tf.multiply(W, X)
cost_function = tf.reduce_mean(tf.square(hypothesis - Y))
```



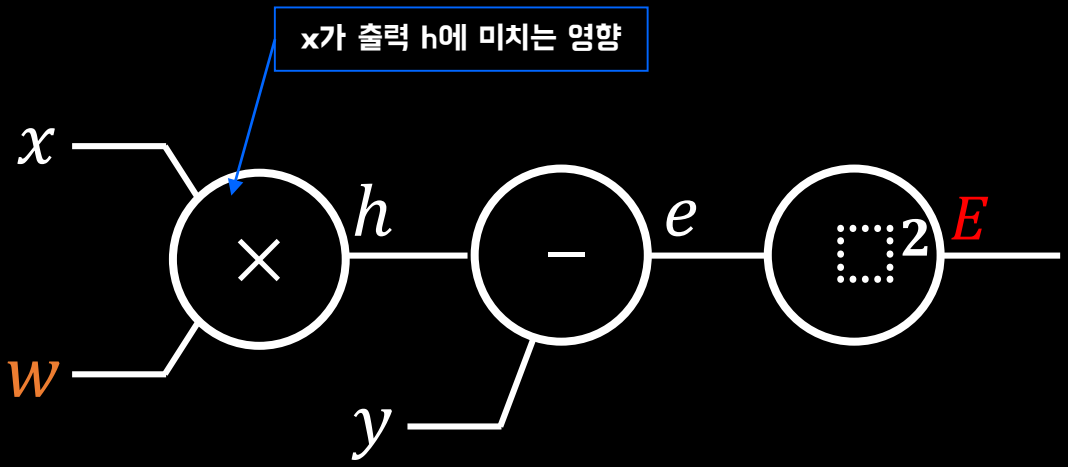
텐서란 무엇이고, 텐서 플로우란 무엇인가?
텐서플로우 프레임워크가 파라미터 튜닝

계산 그래프와 미치는 영향

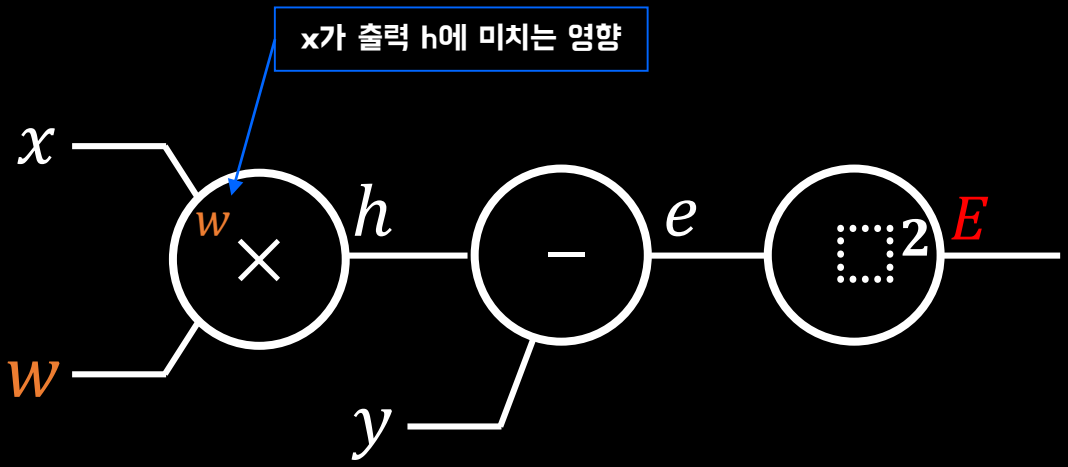
계산 그래프에서 w 가 E에 미치는 영향을 쉽게 알 수 있다.
그러면 오류를 줄일 수 있도록 w 를 조절할 수 있다.



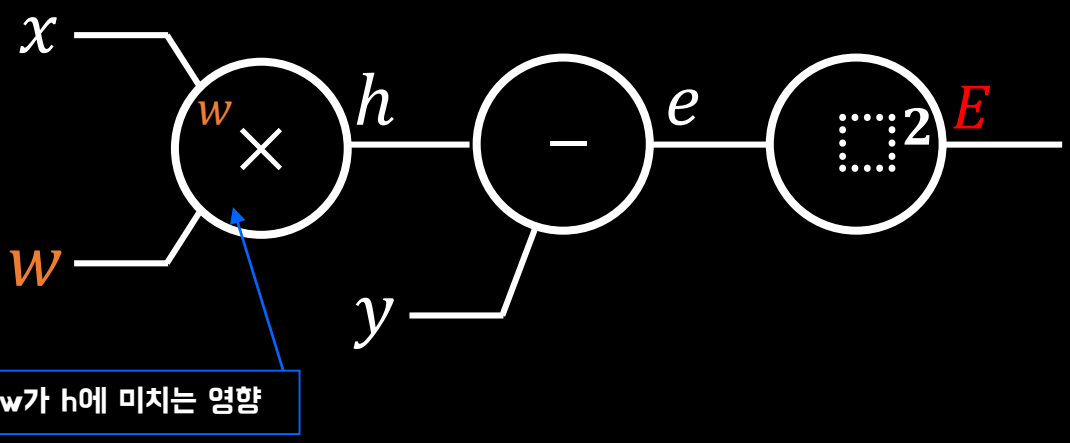
계산 그래프와 미치는 영향



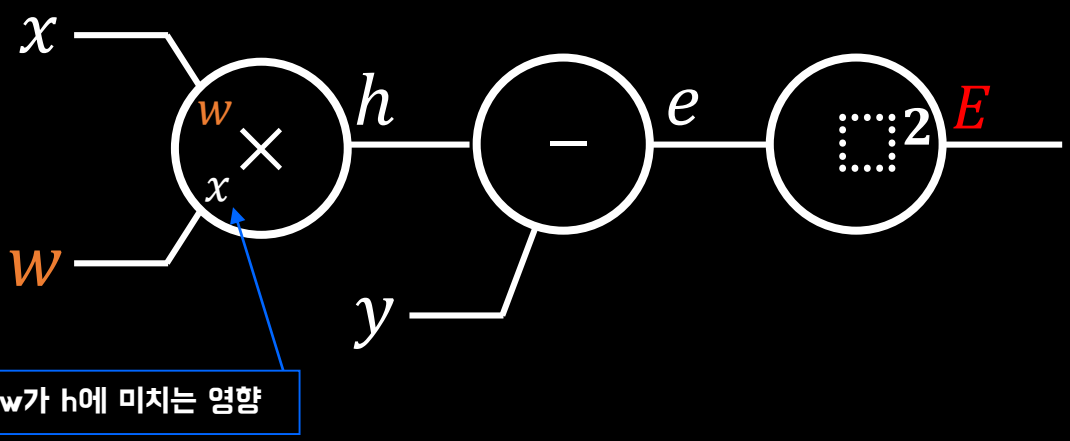
계산 그래프와 미치는 영향



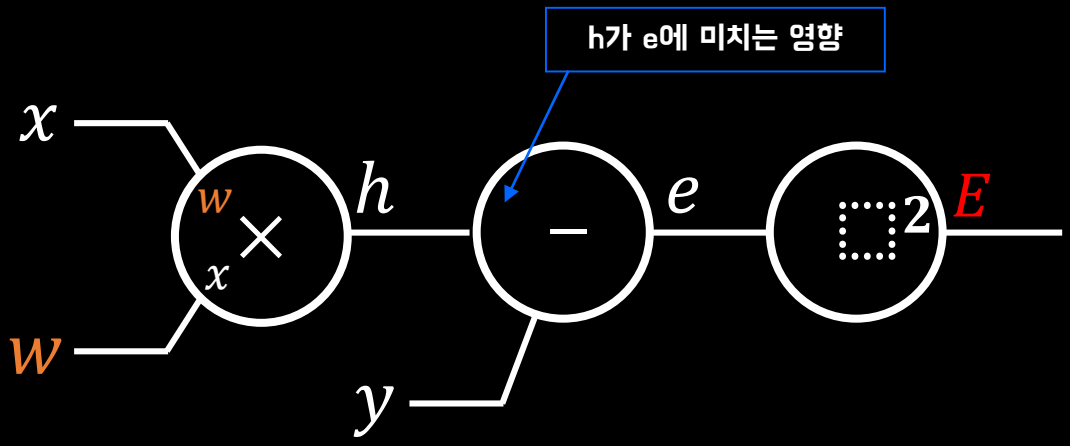
계산 그래프와 미치는 영향



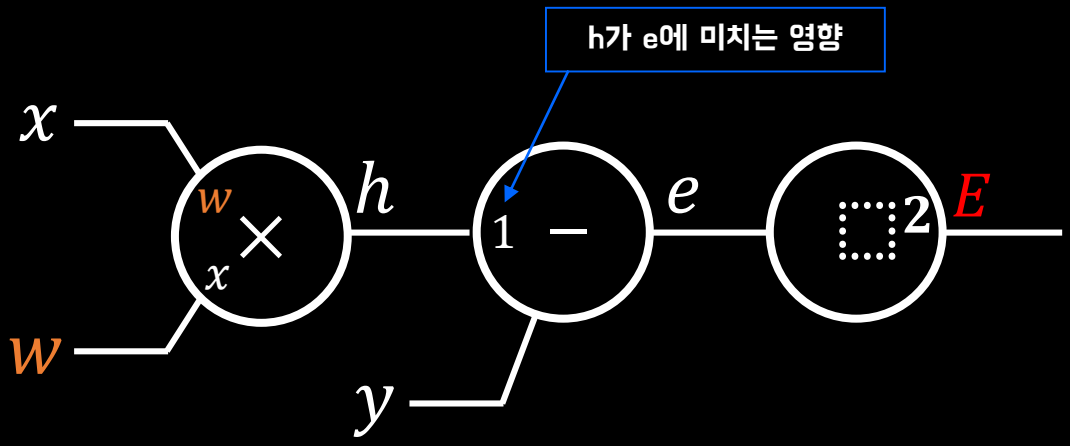
계산 그래프와 미치는 영향



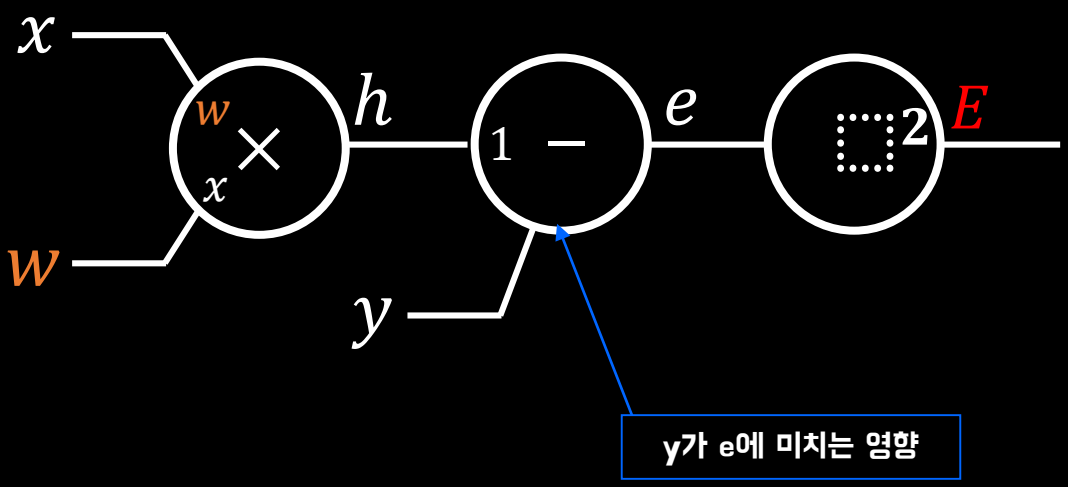
계산 그래프와 미치는 영향



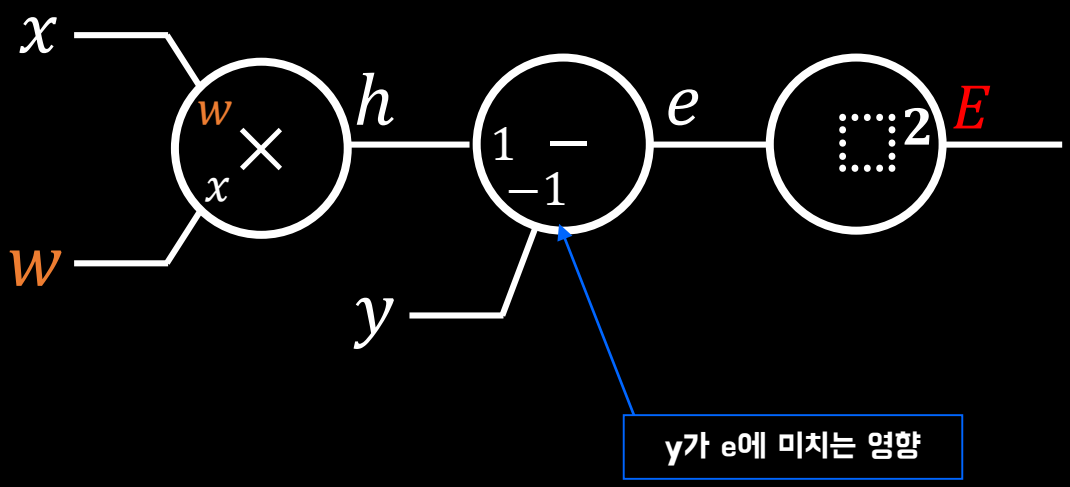
계산 그래프와 미치는 영향



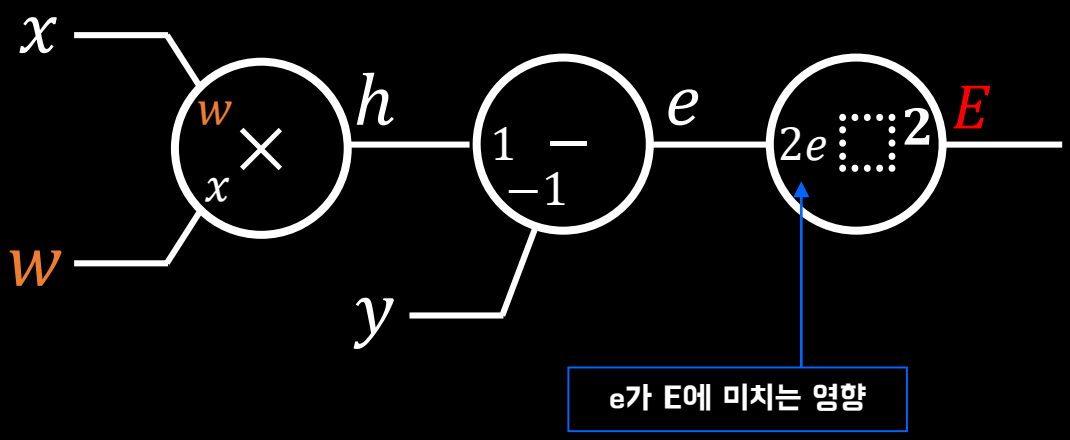
계산 그래프와 미치는 영향



계산 그래프와 미치는 영향

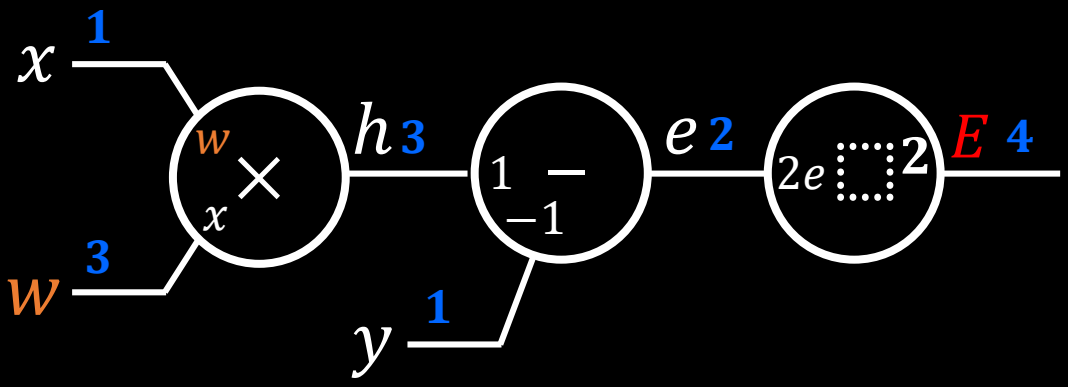


계산 그래프와 미치는 영향



앞으로 전파

(x, y)=(1, 1)이고 w는 3으로 초기화될 경우 입력, 출력(에러) 값은?



에러(E)가 크다.
에러(E)가 줄어들도록 W를 조절하자.
W가 E에 미치는 영향(기울기)을 구한 후 W = W - α * (기울기) 하면 된다.

학습 방법(w 업데이트)

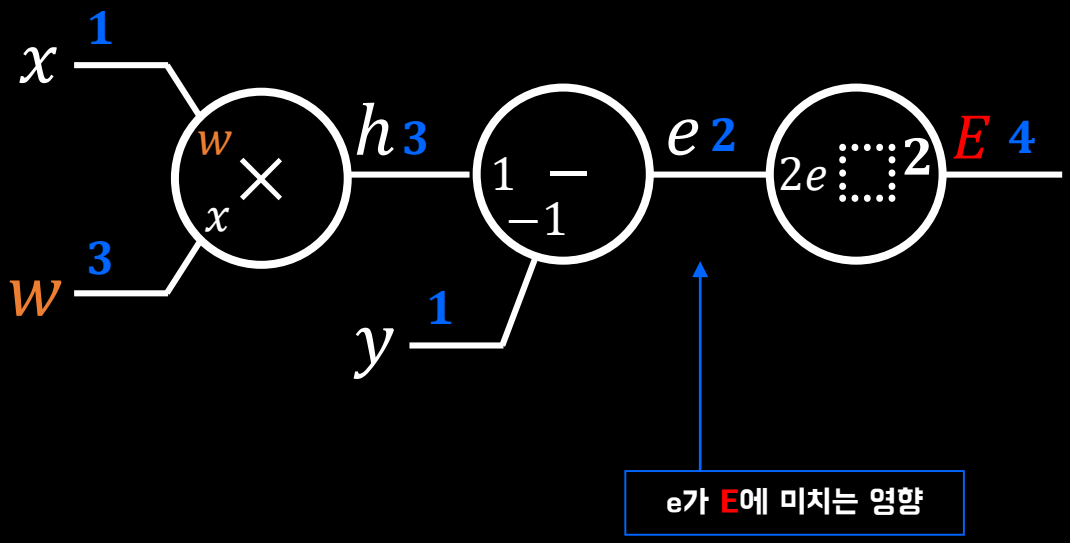
1. 난수로 w 값 초기화 (ex, -3)
2. 가중치 w 에서의 오류가 충분히 작으면 종료
3. 그 값 w 에서 기울기 구함
4. 기울기로 w를 업데이트 (2번으로)

$$W = W - \alpha * (\text{기울기})$$

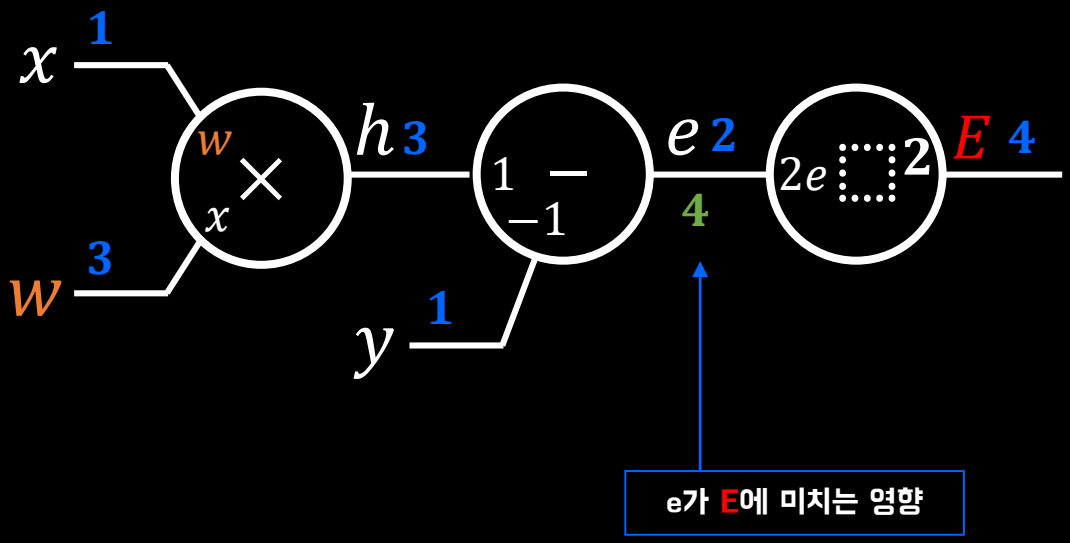
α : 반영 비율 (learning rate)

이제 미치는 영향, 영향력,
기울기를 구하자.

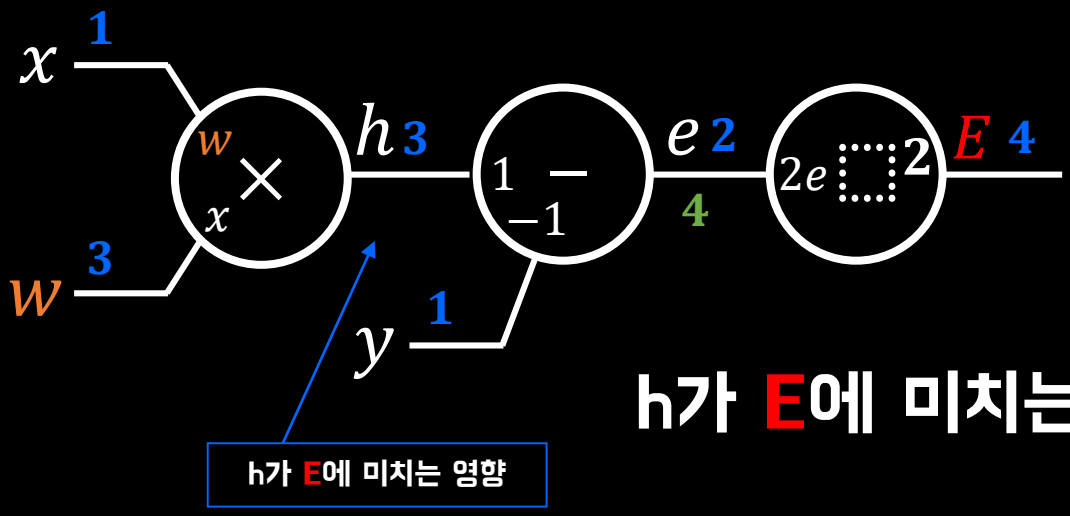
뒤로(역) 전파



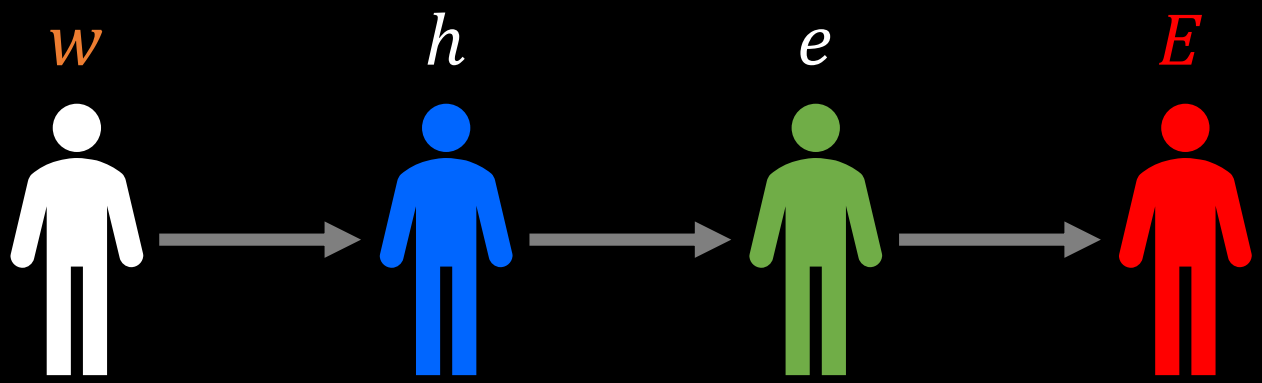
뒤로(역) 전파



뒤로(역) 전파

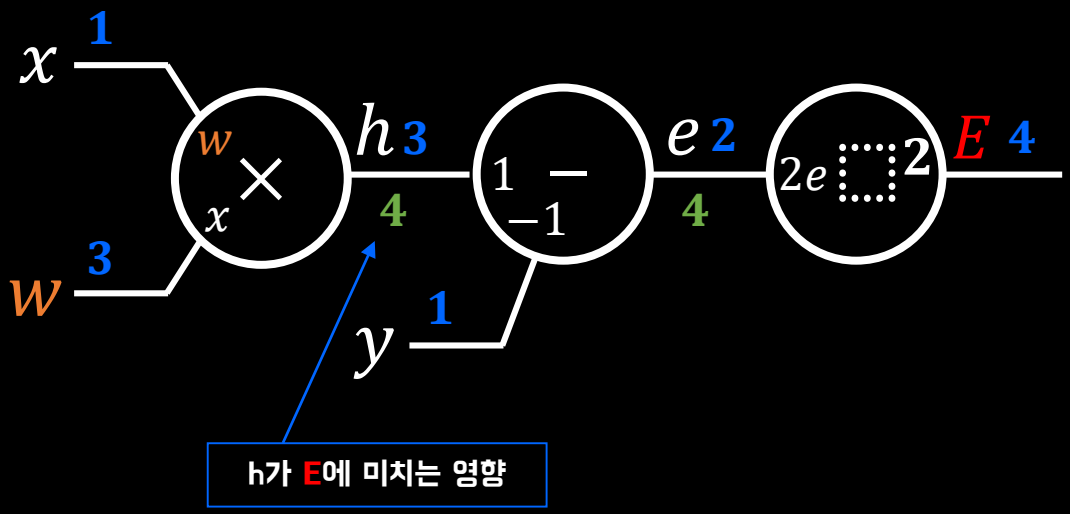


사람 사이의 영향력

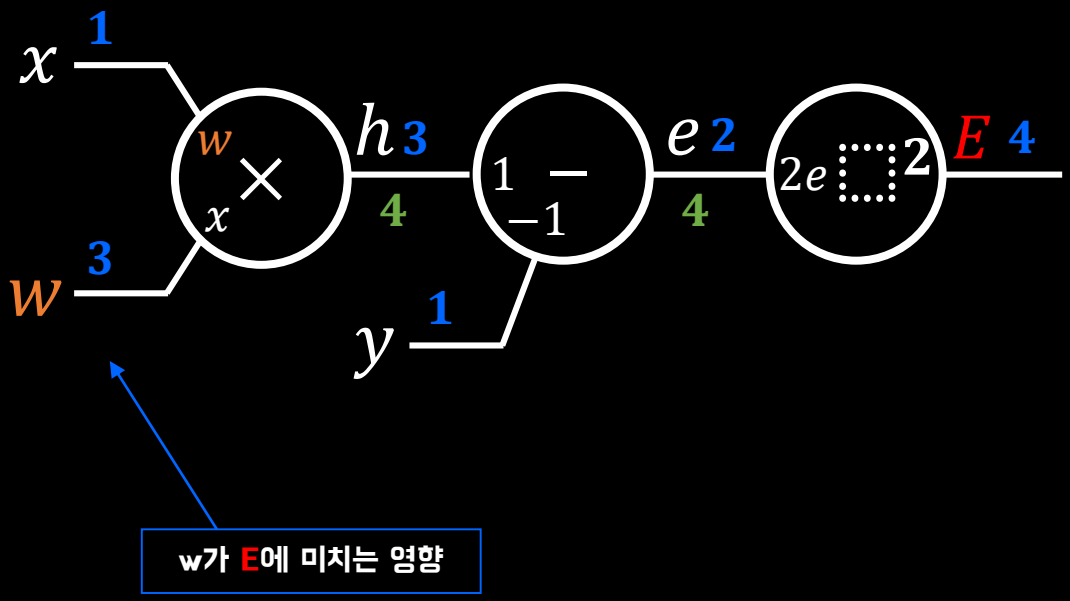


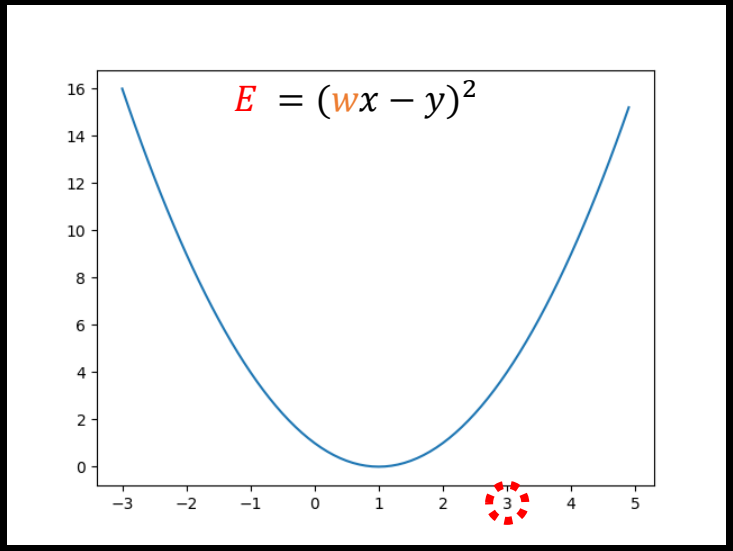
체인 룰 (chain rule)

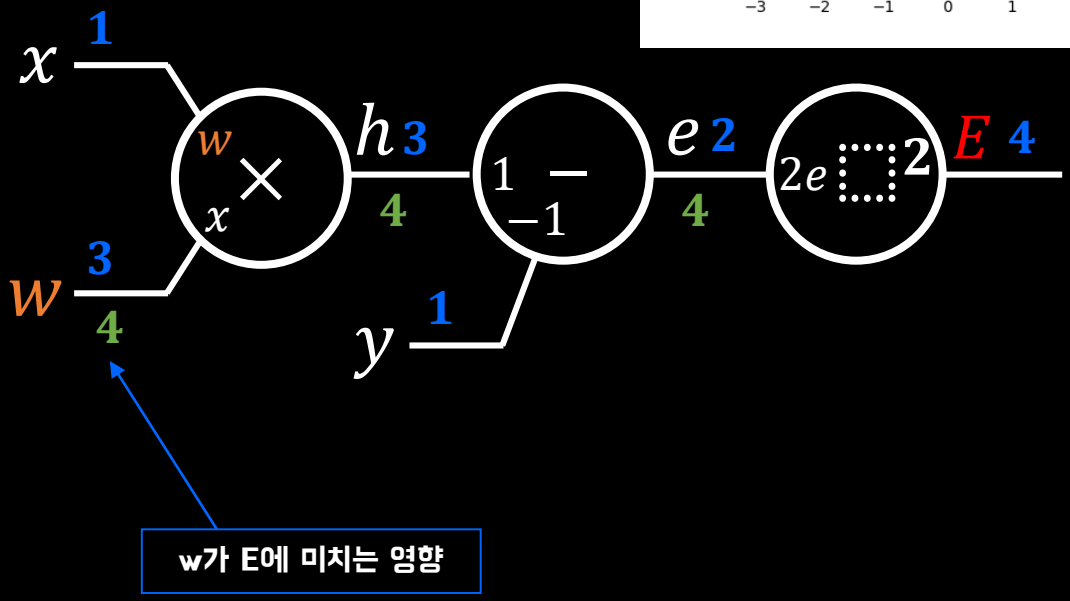
뒤로(역) 전파



뒤로(역) 전파




$E = (wx - y)^2$
16
14
12
10
8
6
4
2
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5


x 1
w
x
h 3
4
1
−1
e 2
4
$2e$
2
E 4
w 3
4
y 1
w가 E에 미치는 영향

$$W = 3 - 0.1 * 4$$

$$W = 2.6$$

Tuned parameter
after 1 step learning.

미치는 영향을 구하는 방법

현재 w값에서 w 변화가 오류 E에 미치는 영향 구하기

[방법1] w가 아주 조금 변할 때 E는 얼마나 변하는지 계산

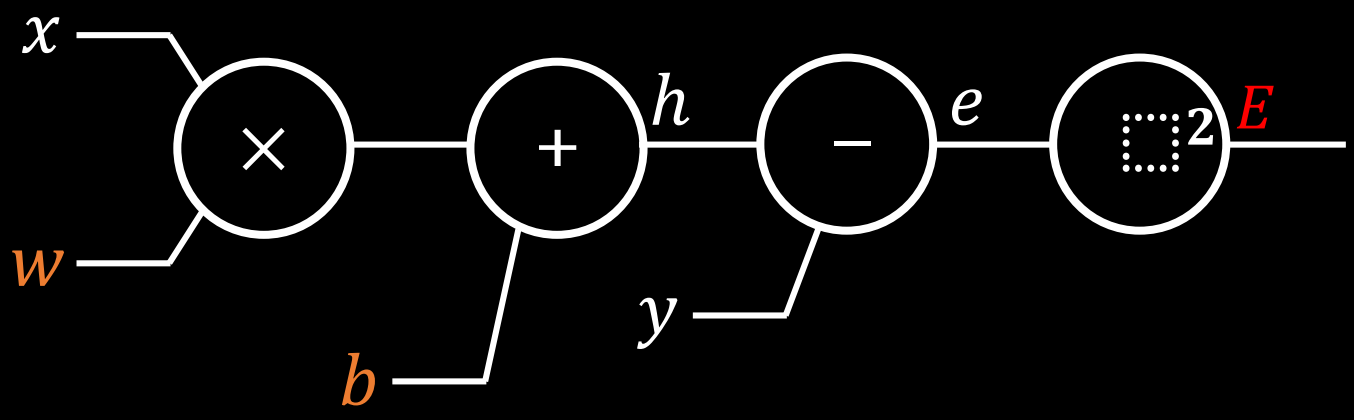
[방법2] 계산 그래프에서 역전파와 체인 룰을 이용한 방법

[방법3] 고등학교 때 배운 방법(?)

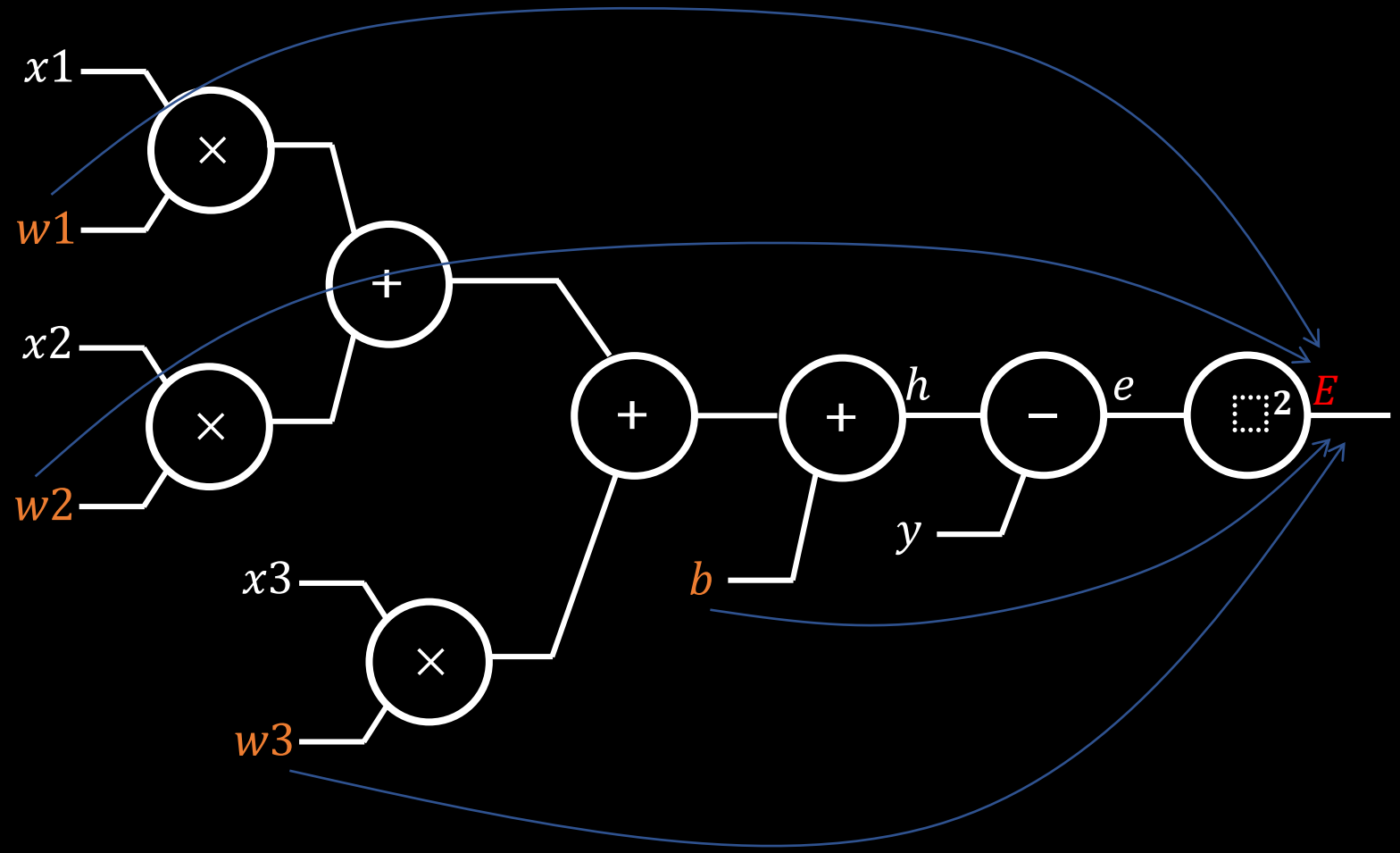
계산 그래프 확장

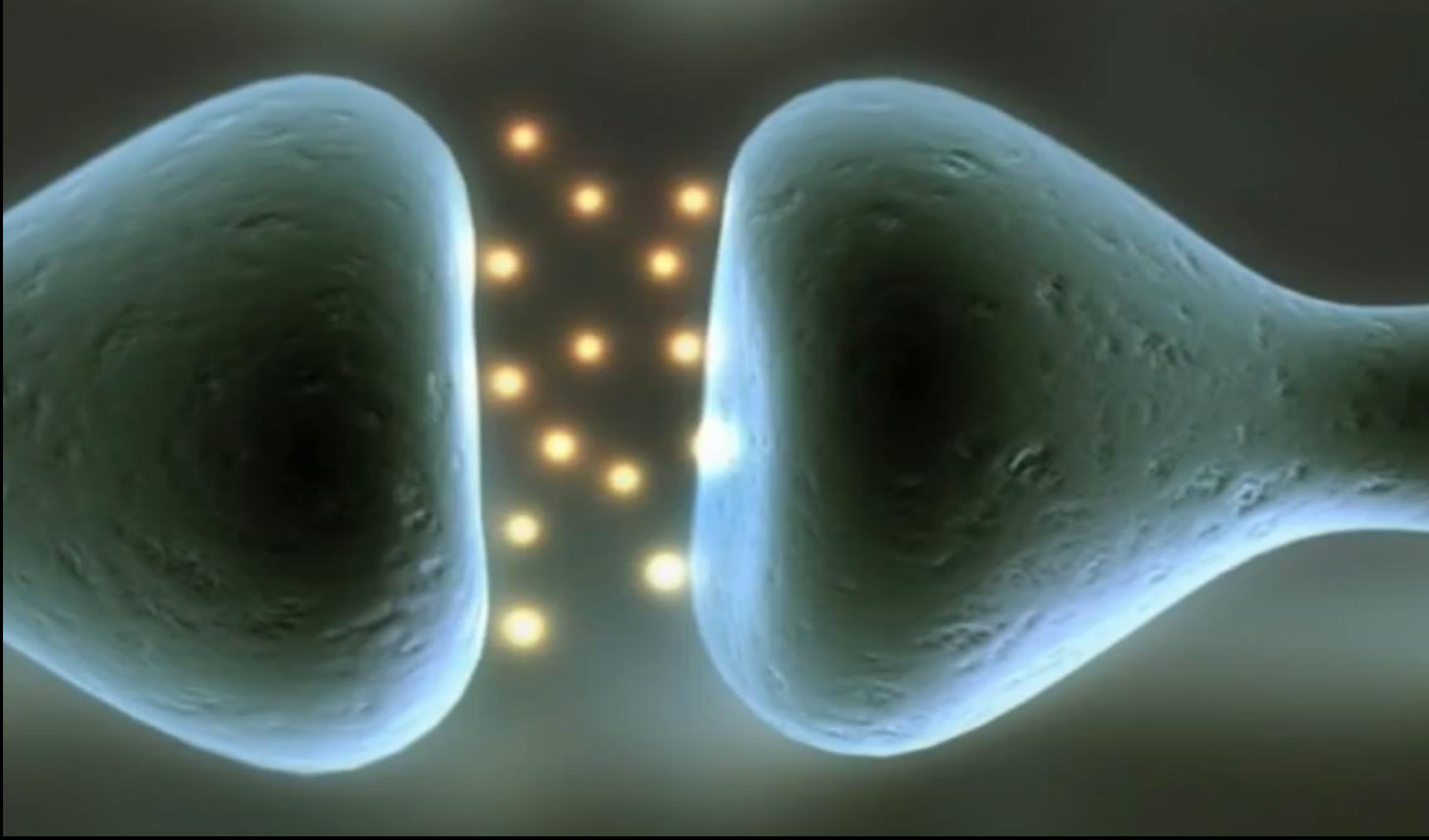
- bias가 있을 경우 (+ 게이트)
- 뉴런 입력이 3개일 때 (+ 게이트)
- 뉴런이 2개일 때
- 튜닝할 파라미터는 모두 몇 개?

$$E = ((wx + b) - y)^2$$



$$E = ((w1x1 + w2x2 + w3x3 + b) - y)^2$$





학습, 더 새롭고 좋은 연결을 만드는 것

Meaning of cost(error)

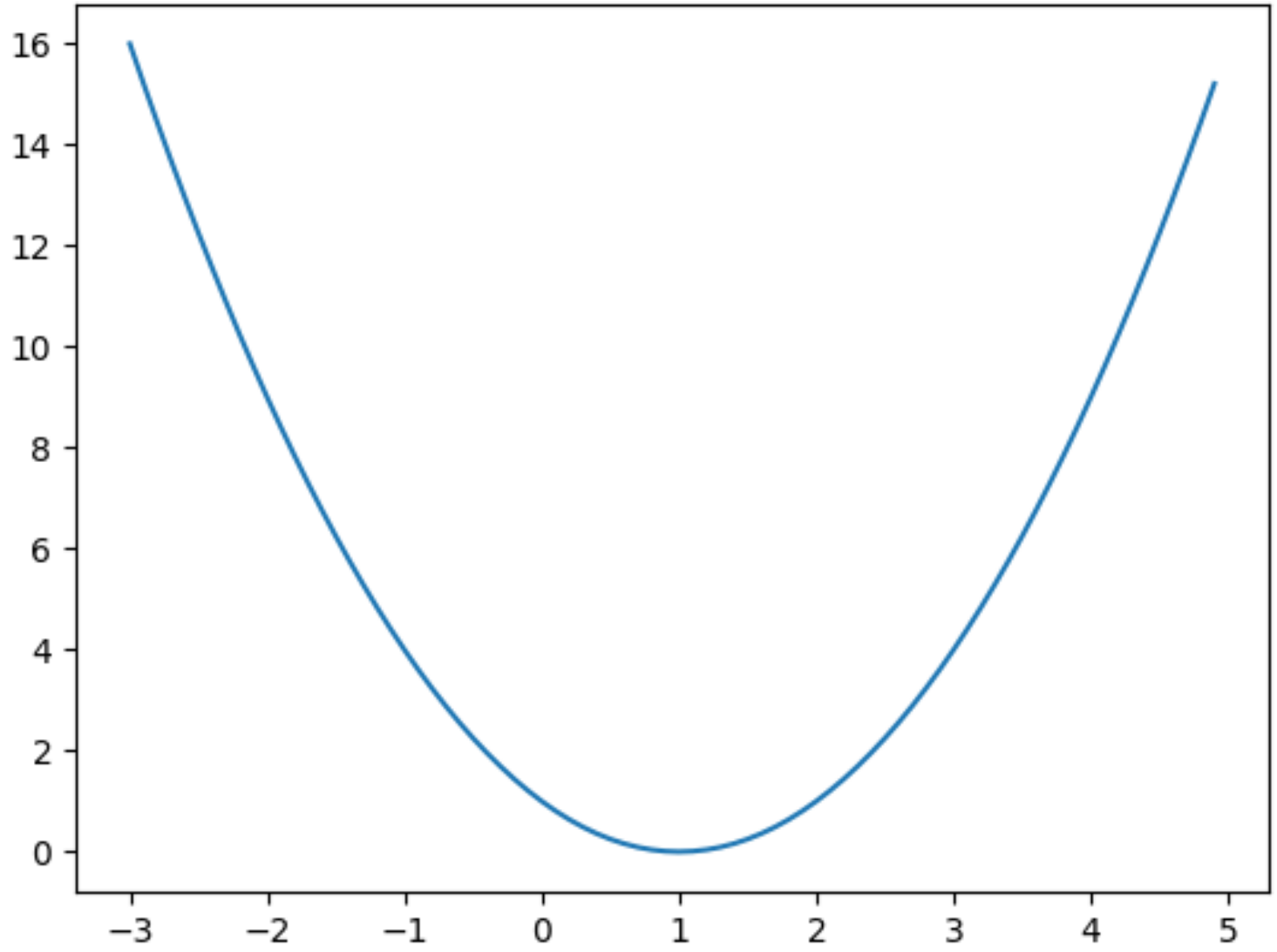
- 기울기가 큼 → bad! → big penalty(아주 힘들다) → big update(w)
- 기울기가 작음 → not bad! → small penalty(많이 힘들지 않다) → small update(w)
- 기울기 0 → great! → no penalty → no update(w) → learning ended!

우리 마음 속의 cost(error, loss) function

‘좋다’, ‘나쁘다’를 느끼게 하는 기저 그래프

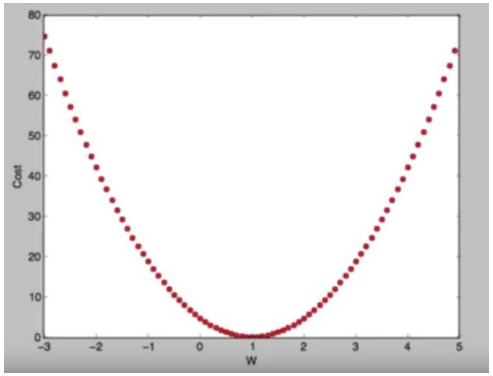
- 좋다.
  - 열심히 공부해서 알게 되니 기분이 좋다.
  - 낚시가 너무 재미있다.
  - 물건 훔치니 기분이 짜릿하다.
- 나쁘다.
  - 많이 틀리니 기분이 나쁘다.
  - 과식하니 속이 쓰리다.
  - 지렁이를 밟았다. 기분이 별로이다.

스트레스

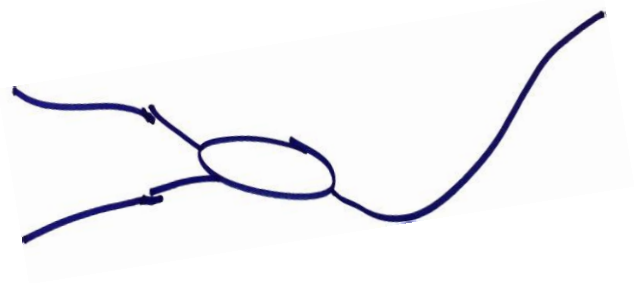


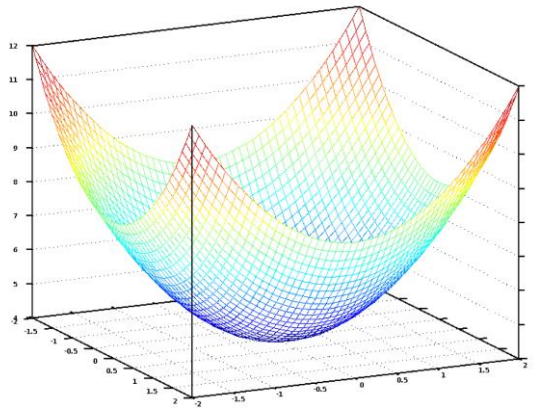
일

Cost(error) graph



convex function





convex function