

C++语言程序设计

实验

王焦乐

哈尔滨工业大学（深圳）

机电工程与自动化学院

邮箱: **wangjiaole@hit.edu.cn**

实验三：矩阵

实验内容

- 编写矩阵类，实现矩阵初始化、求逆、转置、访问等基本功能
- 基于运算符重载，实现矩阵的加减乘幂、输入输出的操作

运行效果

- 调用不同的构造函数建立不同的矩阵
- 测试矩阵的运算等操作

实验三：矩阵

class Matrix_4x4

- 矩阵为 4×4 ，数据类型为double
- 默认构造函数，初始化矩阵为单位阵
- 拷贝构造函数
- 带参数构造函数，可以用一个 4×4 的二维数组初始化
- 重载 加(+), 减(-), 乘(*), 幂次(^), 输入, 输出 等操作
- 重载 = 操作, 可以实现矩阵间赋值, 或者二维数组向矩阵赋值
- 重载 [], 实现矩阵元素双下标访问 (该功能已经给出实现代码);
- 实现求逆功能, 转置功能, 求行列式功能

实验三：矩阵

```
class Matrix_4x4
{
private:
    double matrix[4][4];
public:
    //默认构造函数，初始化矩阵为单位阵
    //带参数构造函数，用一个4x4的二维数组初始化
    //拷贝构造函数
    //重载 = 运算符，参数为矩阵对象
    //重载 = 运算符，参数为一个4x4的二维数组
    // 重载算术运算符 + - *
    // 重载 ^ 运算符为矩阵的i次幂（如果i为负数，如何处理？）
    // 重载 [ ] 运算符，实现双下标方式访问矩阵元素（该功能已经实现，无需自己写）
    const double * operator[] (const int i) const {return matrix[i];}
    double * operator[] (const int i)      {return matrix[i];}
    // 重载输入<< 和输出 >>
    Matrix_4x4 inverse(); //矩阵求逆，不改变当前矩阵值，返回逆矩阵
    Matrix_4x4 transpose(); //矩阵转置，不改变当前矩阵值，返回转置矩阵
};
```

实验三：矩阵

```
{  
    double m[4][4]={ {1,2,3,4},{8,6,7,9},{4,10,-4,12},{-13,14,45,28}};
```

```
    Matrix_4x4 a;  
    Matrix_4x4 b(a);  
    Matrix_4x4 c(m);  
    Matrix_4x4 d;  
    for (int i=0;i<4;i++)
```

测试构造函数

```
    {  
        for (int j=0;j<4;j++)  
            d[i][j]=m[i][j];  
    }
```

测试下标重载

```
    cout<<"a : "<<a<<endl;  
    cout<<"b(a) : "<<b<<endl;  
    cout<<"c(m) : "<<c<<endl;  
    cout<<"d : "<<d<<endl;
```

测试输入输出

```
    d=a+c;  
    cout<<"d=a+c : "<<d<<endl;
```

```
    d=d-a;  
    cout<<"d=d-a : "<<d<<endl;
```

测试运算符重载

```
    d=d*d.inverse();  
    cout<<"d=d*d.inverse() : "<<d<<endl;
```

```
    d=a^3;  
    cout<<"d=a^3 : "<<a<<endl;
```

测试转置、求逆等运算

```
    d=c.transpose();  
    cout<<"d=c.transpose() : "<<d<<endl<<"c : "<<c;
```

测试示例

大家可以
自己设计
测试用例,
展示所有
功能均能
正常运行

实验三：矩阵

class Matrix_4x4

```
>> a
```

```
a =
```

1	2	3	5
6	3	2	1
4	3	5	2
6	1	3	8

```
>> a^3
```

```
ans =
```

653	340	553	795
624	316	490	652
748	406	622	794
1106	518	878	1318

```
>> a^(-2)
```

```
ans =
```

0.0886	0.0059	-0.0293	-0.0349
0.0902	0.2542	-0.1604	-0.0828
-0.1647	-0.2360	0.2220	0.0839
0.0045	0.0531	-0.0579	0.0120

```
>>
```

幂次运算
结果参考

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

将矩阵 E 化为 A^{-1}

判断 $A[0][0]$
是否为0

A

0	2	0	1
3	3	2	1
3	2	4	0
2	2	1	1

E

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

将矩阵 E 化为 A^{-1}

第一行与第
二行交换

A

3	3	2	1
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1

E

0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

将矩阵 E 化为 A^{-1}

将 $A[0][0]$
转换为1

A

1	1	0.67	0.33
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1

E

0	0.33	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

将矩阵 E 化为 A^{-1}

将 $A[j][0]$

$(j=2,3,4)$

转换为0

A

1	1	0.67	0.33
0	2	0	1
0	-1	2	-1
0	0	-0.33	0.33

0	0.33	0	0
1	0	0	0
0	-1	1	0
0	-0.67	0	1

E

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

根据 $A[i][i]$ 重
复上述过程

将矩阵 E 化为 A^{-1}

E	1	0	0	0	-0.67	0.67	-0.33	1.11022e-016	A ⁻¹
	0	1	0	0	0.33	1.67	-0.33	-2	
	0	0	1	0	0.33	-1.33	0.67	1	
	0	0	0	1	0.33	-3.33	0.67	4	

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

将矩阵 E 化为 A^{-1}

- 算法流程：
 1. 判断对角方向的元素是否为0
 2. 将对角位置转换为1
 3. 将该列非对角位置转换为0

实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。

由 $A[1][1]$ 至 $A[4][1]$ 判断第一列的
最大元素，通过交换行放到主对角线
上

0	2	0	1
3	3	2	1
3	2	4	0
2	2	1	1

注意：每次交换需要进行一次变号

3	3	2	1
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1

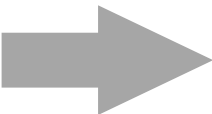
实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。

根据 $A[j][k] = A[j][k] - A[i][k] * A[j][i] / A[i][i]$ ，
将每一列下三角转化为0

3	3	2	1
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1



3	3	2	1
0	2	0	1
0	-1	2	-1
0	0	-0.33	0.33

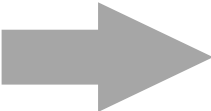
实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。

由 $A[1][1]$ 至 $A[3][1]$ 判断最大值，重复上述流程

3	3	2	1
0	2	0	1
0	-1	2	-1
0	0	-0.33	0.33



3	3	2	1
0	2	0	1
0	0	2	-0.5
0	0	-0.33	0.33

实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。

最终转化为上
三角形矩阵

3	3	2	1
0	2	0	1
0	0	2	-0.5
0	0	0	0.25

实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。
- 算法流程：
 1. 判断每列的最大元素，通过交换行放到主对角线
 2. 根据 $A[j][k] = A[j][k] - A[i][k] * A[j][i] / A[i][i]$ ，将每一列下三角转化为0