중간 과제물 안내

확률의 이해 과목은 **중간 과제물로 중간고사를 대체합**니다.

제출기한은 아래와 같습니다.

제출기한(정시) : 3월 25일(월) 9:00부터 4월14일(일) 23:59까지

(연장) : 4월 16일(화) 9:00부터 4월 17일(수) 23:59까지

연장 제출기간에 제출하는 경우 총점을 80%로 하여 채점하고 있고 **연장 제출기한 이후에는 제출이 불가**하니 일정을 지켜 주시기 바랍니다.

제출 방법은 온라인 활동 과제에서와같이 결과를 캡처하시거나 답안을 작성하셔서 한글, 워드 파일 등으로 내시면 됩니다. 제출 가능한 파일의 크기에 제한이 있고 임시 파일을 한글에 붙여넣으시는 경우 캡처하신 내용이 정상적으로 나타나지 않아 불이익을 당하실 수 있으므로 캡처하신 그림 파일은 jpg 등 용량이 작은 형태로 변환하여 PC에 한 번 저장하신 후 붙여넣으시는 것을 권장합니다.

시스템에서 표절 여부를 점검하고 있으며 이를 감안하여 채점하고 있습니다. 과제물과 관련하여 추가적인 판단이 필요한 경우 추가 대면(영상 이용) 시험을 볼 수도 있습니다.

확률의 이해 중간고사 과제

□ 각 계산 문제의 경우 답만 쓰지 말고 풀이 과정을 과제에 반드시 포함해야 합니다. 그리고 스스로 작성해야 합니다.

1. 확률을 빈도론, 고전적, 공리적으로 정의하고, 이들을 비교하여 기술하시오.(10점)

- 빈도론적 정의 : 확률적 실험을 반복적으로 시행할 경우 상대도수는 대수의 법칙에따라 특정 값에 수렴하게 된다. 이를 바탕으로 확률을 정의한 것을 빈도론적 정의라고 한다.
- 고전적 정의 : 발생될 모든 사건이 동일하게 일어난다고 가정하고 경우의 수를 기반으로 확률을 정의한 것을 고전적 정의라고 한다.
- 공리적 정의 : 사건들이 만들어 내는 추상적 공간을 가정하고 측도의 공리들을 정의해서 이 정의로부터 측도를 확률로 정의한 것을 공리적 정의라 한다.

2. 10개의 상품 중 3개의 상품이 불량품이다. 이 중에서 2개의 상품을 구입했을 때 다음 확률을 구하시오.(20점)

(1) 구입 상품 중 불량품이 하나도 없는 경우의 확률

사건 A : 불량품이 하나도 없는 사건

제품 구입의 모든 경우의 수 : 10C2 = (10*9)/(2*1) = 45

모두 불량품인 경우의 수 : 7C2 = (7*6)/(2*1) = 21

P(A) = 7C3/10C3 = 21/45 = 7/15

답 : 7/15

(2) 구입 상품 중 불량품이 적어도 하나 있는 경우의 확률

P(A 의 여사건) = 1- 7/15 = 8/15

답 : 8/15

3. 주사위를 던져서 '짝수가 나오는 사건'과 '3의 배수가 나오는 사건'의 확률을 각각 구하고 두 사건이 독립인지 아닌지 밝히시오.(20점)

짝수가 나오는 사건 A : {2,4,6}, $P(A) = 3/6 = 1/2$

3의 배수가 나오는 사건 B : {3,6}, $P(B) = 2/6 = 1/3$

두 사건이 독립일 경우 $P(A \cap B) = P(A)*P(B)$

A&B : {6} , $P(A \cap B)= 1/6$

$P(A)*P(B) = 1/2 * 1/3 = 1/6$

따라서, $P(A \cap B) = P(A)*P(B)$이므로 **두 사건은 독립**이다.

4. 어떤 질병 A에 의한 1년간 사망률이 0.002이다. 우연히 모인 1,000명의 사람 중 연간 1명 이하가 그 질병에 의해 사망할 확률과 사망자 수의 기댓값을 분포가정을 달리하여 구하고 이를 비교하시오(30점).

(1) 이항분포를 이용하여 연간 1명 이하가 질병 A에 의해 사망할 확률과 기댓값을 구하시오.

$\lambda = n*p = 1000*0.002 = 2$

이항분포의 확률질량함수 : P(X = x) = nCxP^x(1-p)^n-x

$P(x \leq 1) = P(x=0)+p(x=1)$

- $P(x=0) = 1000C0 * (0.002)^0 * (1-0.002)^{1000-0}$

$= 1000!/0!(1000-0) * 1 * (0.998)^{1000}$

$= 1 * 1 * (0.998)^{1000}$

$\fallingdotseq 0.1350$

- $P(x=1) = 1000C1 * (0.002) * (1-0.002)^{1000-1}$

$= 1000!/(1! * 999!) * 0.002 * 0.998^{999}$

$= 1000 * 0.002 * 0.1353$

$\fallingdotseq 0.2706$

따라서 $P(x \leq 1) = P(x=0)+p(x=1) \fallingdotseq 0.1350 + 0.2706 \fallingdotseq$ ***0.4056***

$E(x) = P(x = 0) * 0 + P(x = 1) *1$

$E(x) = P(x = 1) \fallingdotseq$ ***0.2706***

답 : 사망할 확률 약 40%, 기대값 0.2706

(2) 포아송분포를 이용하여 연간 1명 이하가 질병 A에 의해 사망할 확률과 기댓값을 구하시오.

$\lambda = n*p = 1000*0.002 = 2$

포아송 분포의 확률질량함수 : $P(X = x) = (e^{-\lambda} * \lambda^x)/x!$

$P(x \leq 1) = P(x=0)+p(x=1)$

- $P(x=0) = e^{-2} * 2^0 / 0!$ ≒ 0.1350

- $P(x=1) = e^{-2} * 2^1 / 1!$ ≒ 0.2706

따라서 $P(x \leq 1) = P(x=0)+p(x=1)$ ≒ $0.1350 + 0.2706$ ≒ ***0.4056***

$E(x) = P(x = 0) * 0 + P(x = 1) *1$

$E(x) = \lambda$ ≒ ***2***

* 사망할 확률 : 약 40% 기대값 : 2

(3) (1)과 (2)의 결과를 비교하시오.

이항 분포의 사망할 확률과 포아송분포의 사망할 확률은 약 40%로 동일하나 이항 분포의 기대값은 0.2706이며 포아송분포의 기대값은 2로 차이가 있다.

5. 전체 인구의 2%가 어느 질병을 앓고 있다고 한다. 이 질병을 검진하기 위해 사용되고 있는 어느 진단 시약으로 조사한 결과, 질병에 걸린 사람 중 99%는 양성 반응을 보이고, 질병에 걸리지 않은 사람 중 98%는 음성 반응을 보인다. 다음 확률을 구하시오.(20점)

D = 질병에 걸린 사건

D^c = 질병에 걸리지 않은 사건

$T+$ = 진단 검사 결과가 양성 반응인 사건

$T-$ = 진단 검사 결과가 음성 반응인 사건

$P(D) = 0.02$	$P(D^c) = 0.98$
$P(T+ \mid D) = 0.99$,	$P(T- \mid D) = 0.01$
$P(T- \mid D^c) = 0.98$	$P(T+ \mid D^c) = 0.02$

(1) 어떤 사람의 진단 검사 결과가 양성 반응일 때, 이 사람이 질병에 걸렸을 확률은?

$P(D \mid T+) = P(D \cap T+) / P(T+)$

$= P(T+ \mid D) * P(D) / \{P(T+ \mid D)*P(D) + P(T+ \mid D^c)*P(D^c)\}$

$= (0.99*0.02)/(0.99*0.02 + 0.02*0.98) = 0.0198/0.0394$

답 약50%

(2) 어떤 사람의 진단 검사 결과가 음성 반응일 때, 이 사람이 질병에 걸리지 않았을 확률은?

$P(D^c \mid T-) = P(D^c \cap T-) / P(T-)$

$= P(T- \mid D^c) * P(D^c) / \{P(T- \mid D)*P(D) + P(T- \mid D^c)*P(D^c)\}$

$= (0.98*0.98)/(0.01*0.02 + 0.98*0.98) = 0.9604/0.9606$

답 약 99%