

확률의 이해 과제물

□ 각 계산 문제의 경우 답만 쓰지 말고 풀이 과정을 과제에 반드시 포함해야 합니다.

그리고 스스로 작성해야 합니다.

1. 어떤 암 치료법의 치유 성공률은 0.5이고, 서로 독립적인 10명을 치유했다. 다음 질문에 답하십시오. (25점)

(1) 5명이 치유되었을 확률을 구하십시오.

치유된 사람의 수 X 는 다음의 이항분포를 따른다.

$$X \sim B(10, 0.5)$$

$$P(X=5) = {}^{10}C_5 (0.5)^5 \cdot (0.5)^5 = 252/1024 = 0.24609375$$

5명이 치유될 확률 : **약 0.2461**

답 : **약 0.2461**

(2) 치유자수의 평균(기댓값)과 분산을 구하십시오.

치유자수의 평균은 $E(X) = 10 \cdot 0.5 = 5.0$ 이다.

치유자수의 분산은 $\text{Var}(X) = 10 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = 2.5$ 이다.

답 : **평균 5.0, 분산 2.5**

2. 1년간 위암으로 사망할 확률은 0.0002이다. 우연히 모인 500명의 사람 중에서 1년간 위암에 걸려서 사망한 사람을 X 라 할 때 다음 물음을 답하시오. (25점)

(1) 두 명 이상이 위암에 걸려서 사망할 확률을 이항분포를 이용하여 구하시오.

$$X \sim B(500, 0.0002)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

$$P(X=0) = {}^{500}C_0 * 0.0002^0 * (1-0.0002)^{500} = (0.9998)^{500} = \text{약 } 0.9048$$

$$P(X=1) = {}^{500}C_1 * 0.0002^1 * (1-0.0002)^{499} = \text{약 } 0.0905$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 0.9048 - 0.0905 = \mathbf{0.0047}$$

(2) 1년간 위암에 걸려서 사망한 사람의 기댓값과 분산을 이항분포를 이용하여 구하시오. $\lambda = np = 0.1$

$$\text{기댓값 : } E(X) = np = 500 * 0.0002 = \mathbf{0.1}$$

$$\text{분산 : } \text{Var}(X) = np(1-p) = 0.1 * 0.9998 = \mathbf{0.09998}$$

(3) 두 명 이상이 위암에 걸려서 사망할 확률을 포아송분포를 이용하여 구하시오.

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} * e^{-\lambda}$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

$$P(X=0) = \frac{0.1^0}{0!} * e^{-0.1} = e^{-0.1} = 0.9048$$

$$P(X=1) = \frac{0.1^1}{1!} * e^{-0.1} = 0.1e^{-0.1} = 0.0905$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 0.9048 - 0.0905 = \mathbf{0.0047}$$

(4) 1년간 위암에 걸려서 사망한 사람의 기댓값과 분산을 포아송분포를 이용하여 구하시오.

$$\text{기댓값 : } E(X) = \lambda = \mathbf{0.1}, \text{ 분산: } \text{Var}(X) = \lambda = \mathbf{0.1}$$

3. 확률변수 X 가 연속형 균등분포 $U(2,10)$ 를 따르는 경우 다음 물음에 답하시오.(25점)

(1) X 의 확률밀도함수와 누적확률분포의 그래프를 구하시오.

- 확률밀도함수

$$f(x) = 1/(b-a), a \leq x \leq b \text{ 에서 } a=2, b=10 \text{ 이므로 } f(x) = 1/8, 2 \leq x \leq 10$$

즉, 구간 2~10 사이에서 1/8의 값을 가지며 나머지 구간에서는 0이다.

- 누적확률분포

$$f(x) = 0, x < a$$

즉, $x < 2$ 구간에서 0의 값을 가진다.

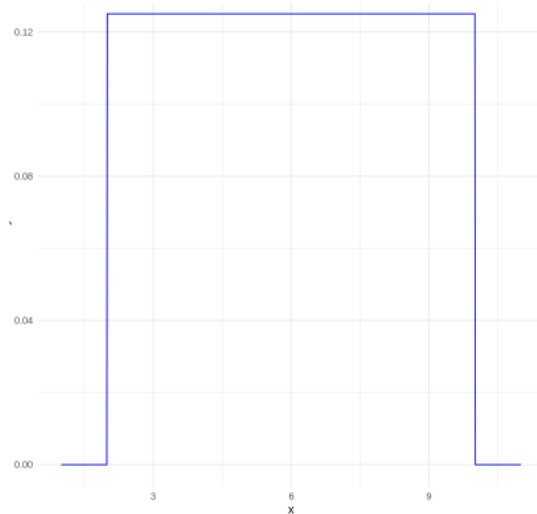
$$f(x) = (x-a)/(b-a) = (x-2)/8, 2 \leq x \leq 10$$

즉, $2 \leq x \leq 10$ 구간에서 $(x-2)/8$

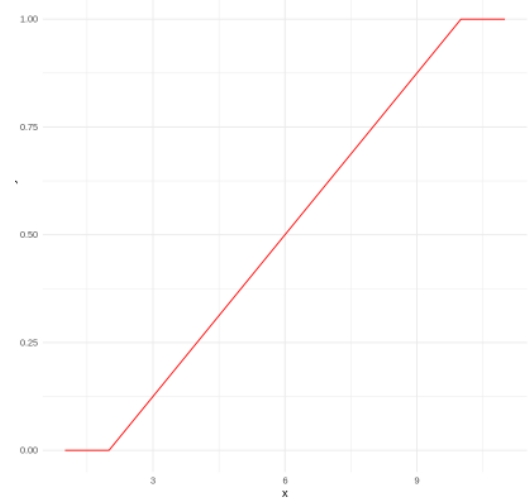
$$f(x) = 1, x > 10$$

즉, $x > 10$ 구간에서 1의 값을 지닌다.

- 확률밀도함수



- 누적확률분포



(2) X 가 6보다 크고 8보다 작을 확률을 구하시오.

$$P(6 < X < 8) = F(8) - F(6)$$

$$F(8) = 8-2/8, F(6) = 6-2/8$$

$$P(6 < X < 8) = F(8) - F(6) = 2/8 = \mathbf{0.25}$$

(3) X의 기댓값을 구하시오.

연속형 균등분포 $U(a,b)$ 의 기댓값 $E(X) = a+b/2$

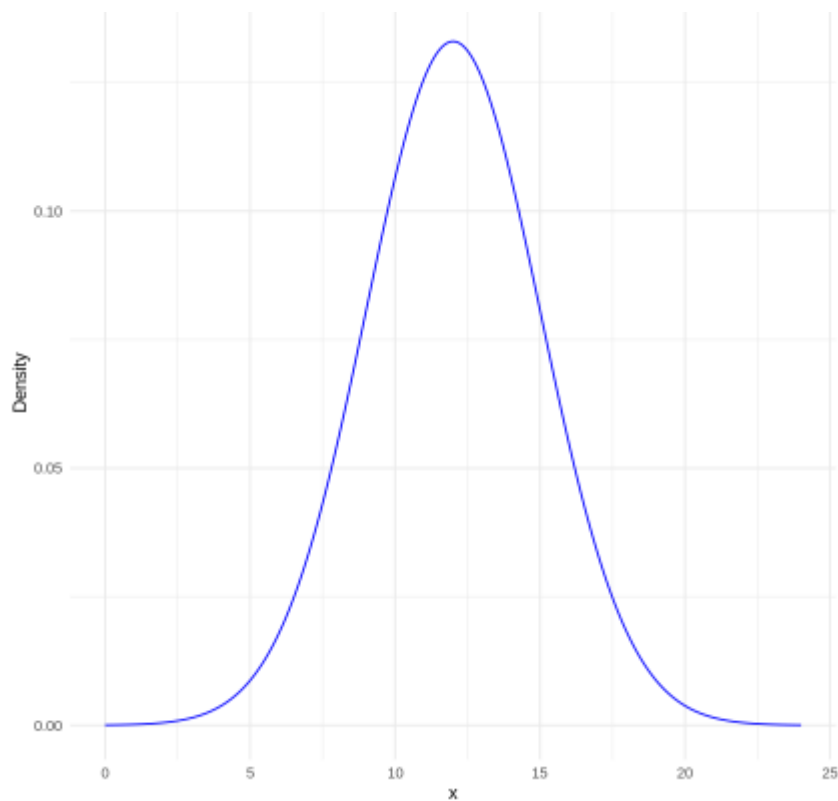
$$E(X) = (2+10)/2 = 6$$

4. 확률변수 X가 정규분포 $N(12, 3^2)$ 을 따를 때 다음 물음에 답하시오. (25점)

(1) X의 확률밀도함수의 그래프를 구하시오.

$$\mu=12 \sigma=3 \text{므로 } f(x)=\{1 / \sqrt{2 * \pi * 3^2}\}^{-(x-12)^2/18}$$

$$f(x) = \{1/ (3\sqrt{2} \pi) \}^{-(x-12)^2/18}$$



(2) X가 6보다 크고 7보다 작을 확률을 구하시오.

$$Z = (X - \mu) / \sigma$$

$$Z_6 = (6 - 12) / 3 = -2 \quad \text{표준 정규분포표상 : 0.0228}$$

$$Z_7 = (7 - 12) / 3 = -5/3 \approx -1.67 \quad \text{표준 정규분포표상 : 0.0475}$$

$$P(6 < X < 7) = P(Z_6 < Z < Z_7) = P(-2 < Z < -5/3)$$

$$P(Z < -5/3) - P(-2 < Z) = 0.0475 - 0.0228 = 0.0247$$

답 : **0.0247**