

07강

알고리즘과 자료구조

몬테카를로 시뮬레이션

서울과학기술대학교 신일훈 교수

학습목표



- 1 몬테카를로 시뮬레이션의 개념을 이해한다.
- 2 몬테카를로 시뮬레이션을 활용하여 주사위 문제를 해결할 수 있다.
- 3 몬테카를로 시뮬레이션을 활용하여 원주율 및 적분 등을 계산할 수 있다.
- 4 몬테카를로 시뮬레이션을 활용하여 knapsack 문제를 해결할 수 있다.



몬테카를로 시뮬레이션 개념

1. 몬테카를로 시뮬레이션 개념

■ 몬테카를로 시뮬레이션 개념

- 목적: 특정 이벤트가 발생할 확률을 계산
- 방법: randomness에 기반하여 시뮬레이션을 설계.
시뮬레이션을 여러 번 수행하여 이벤트 발생 횟수를 계수
$$\text{prob} = \text{counts} / \text{tries}$$
- 장점: 충분한 시도를 통해, 수학적으로 계산이 어려운 문제도 해결 가능
 - 포커 게임 확률
 - 생일이 같을 확률
 - 원주율 계산
 - ...



주사위

2. 주사위

■ 주사위를 굴렀을 때 1이 나올 확률은?

- 방법1: 수학적으로 확률을 계산할 수 있다.
 - 이 경우에는 간단함. 하지만 계산이 어려운 문제들도 있음.
- 방법2: 시뮬레이션을 수행하여 확률 계산
 - $(10\text{이 나온 회수}) / (\text{전체 시도 회수})$
 - 문제는 정확성.
 - 정확성을 높이려면 일단 randomness가 전제되어야 함.
 - 많이 시도해야 함.

2. 주사위

- 주사위를 굴렀을 때 1이 나올 확률은?

의사코드

```
def rollDice():  
    num = randint(1, 6)    #generate an integer between 1 and 6  
    return num
```

2. 주사위

■ 주사위를 굴렀을 때 10이 나올 확률은?

의사코드

```
def calDiceProb(tries, target) :  
    count = 0  
    for i in range(tries):  
        num = rollDice()  
        if (num == target) :  
            count += 1  
    return (count/tries)
```


2. 주사위

❑ 주사위를 굴렀을 때 1이 나올 확률은?

파이썬 코드

```
import random  
  
def rollDice():  
    num = random.randint(1, 6)  
    return num
```

2. 주사위

- 주사위를 굴렀을 때 10이 나올 확률은?

파이썬 코드

```
def calDiceProb(tries, target) :  
    count = 0  
    for i in range(tries):  
        num = rollDice()  
        if (num == target) :  
            count += 1  
    return (count/tries)
```

2. 주사위

- 주사위를 굴렀을 때 1이 나올 확률은?

파이썬 코드

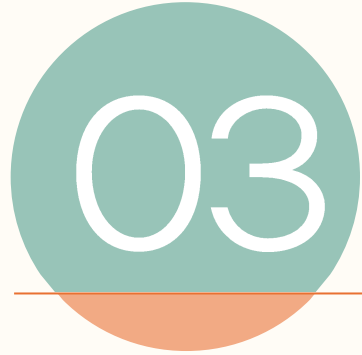
```
print(calDiceProb(100, 1))  
print(calDiceProb(1000, 1))  
print(calDiceProb(10000, 1))  
print(calDiceProb(100000, 1))
```

2. 주사위

주사위를 굴렀을 때 10이 나올 확률은?

파이썬 코드 실행

```
In [109]: runfile('D:/data/재정/주식소스/stock/result/
untitled3.py', wdir='D:/data/재정/주식소스/stock/result')
0.18
0.151
0.17
0.16675
```



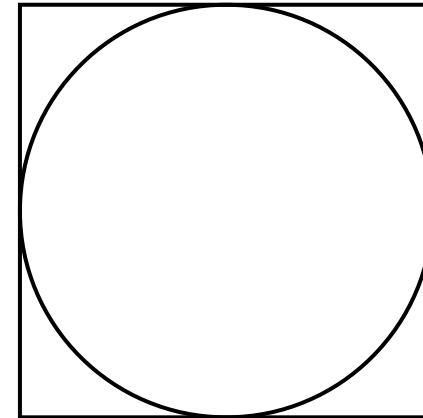
원주율 계산

3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

아이디어

- 한 변 2인 정사각형과 그 안에 내접한 반지름이 1인 원
- 정사각형 넓이 = $2 * 2 = 4$
- 원의 넓이 = $\pi * r * r = \pi$
- 반지름이 1인 원의 넓이를 어떻게 구할까?



3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

아이디어

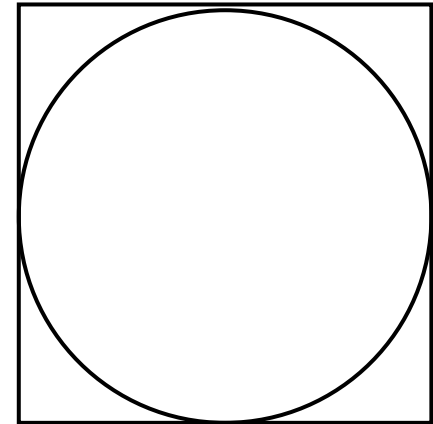
1. 정사각형의 넓이를 이용하여 원의 넓이를 구하자.

2. 넓이는 점들의 집합이다.

- 무작위로 굉장히 많은 점을 찍는다면,

- 정사각형 안의 점의 개수 : 원 안의 점의 개수 = 정사각형의 넓이 : 원의 넓이

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{원의 넓이}(\pi) &= (\text{원 안의 점의 개수} * \text{정사각형의 넓이}) / \text{정사각형 안의 점의 개수} \\ &= (\text{원 안의 점의 개수} * 4) / \text{정사각형 안의 점의 개수} \end{aligned}$$



3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

아이디어

1. 정사각형의 넓이를 이용하여 원의 넓이를 구하자.

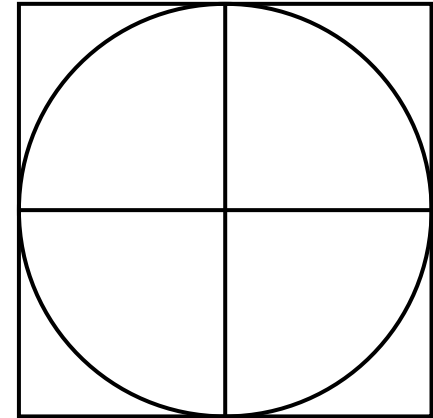
2. 넓이는 점들의 집합이다.

- 무작위로 굉장히 많은 점을 찍는다면,

- 정사각형 안의 점의 개수 : 원 안의 점의 개수 = 정사각형의 넓이 : 원의 넓이

=> 원의 넓이(π) = (원 안의 점의 개수 * 4) / 정사각형 안의 점의 개수

= (부채꼴 안의 점의 개수 * 4) / 작은 정사각형 안의 점의 개수



3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

아이디어

1. 정사각형의 넓이를 이용하여 원의 넓이를 구하자.

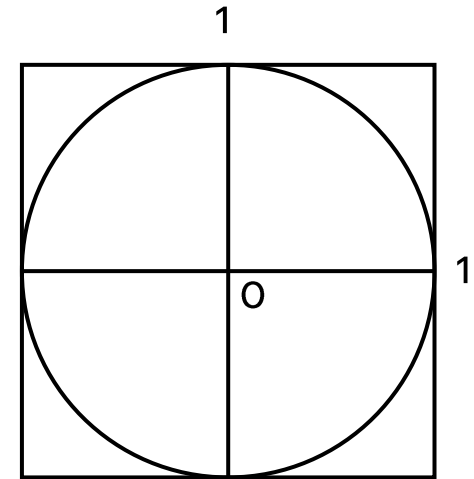
2. 넓이는 점들의 집합이다.

- 무작위로 굉장히 많은 점을 찍는다면,

- 정사각형 안의 점의 개수 : 원 안의 점의 개수 = 정사각형의 넓이 : 원의 넓이

=> 원의 넓이(π) = (원 안의 점의 개수 * 4) / 정사각형 안의 점의 개수

= (부채꼴 안의 점의 개수 * 4) / 작은 정사각형 안의 점의 개수

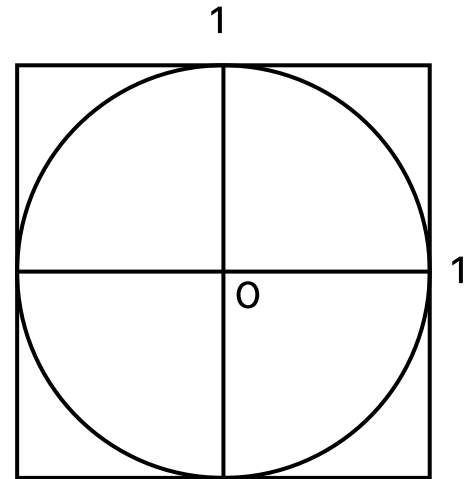


3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

아이디어

- 무작위로 점을 찍는 것을 시뮬레이션으로 표현?
 - 0~1 사이의 난수 발생 => 점의 x좌표
 - 0~1 사이의 난수 발생 => 점의 y좌표
- 점이 부채꼴 안에 있는지를 어떻게 판단?
 - 원점에서 점까지의 거리가 1이하이면 부채꼴 안에 있음.



3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

의사코드

```
def calPI(tries):  
    insideCnt = 0  
    for i in range(tries):  
        x = random(0, 1) # generate a random number between 0~1  
        y = random(0, 1)  
        dist = sqrt(x*x + y*y) # calculate the distance from the origin  
        if (dist <= 1):  
            insideCnt += 1  
    return (4*insideCnt/tries)
```

3. 원주율 계산

- 원주율(π)를 계산하시오.

파이썬 코드

```
import random
def calPI(tries = 10000):
    insideCnt = 0
    for i in range(tries):
        x = random.random()
        y = random.random()
```

3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

파이썬 코드

```
import random
def calPi(tries = 10000):
    insideCnt = 0
    for i in range(tries):
        x = random.random()
        y = random.random()
```

```
        dist = (x*x + y*y)**0.5
        if (dist <= 1):
            insideCnt += 1
    return (4*insideCnt/tries)
```

3. 원주율 계산

- 원주율(π)를 계산하시오.

파이썬 코드

```
print(calPI(10))  
print(calPI(100))  
print(calPI(1000))  
print(calPI(10000))  
print(calPI(100000))  
print(calPI(1000000))
```

3. 원주율 계산

■ 원주율(π)를 계산하시오.

파이썬 코드 실행

```
In [113]: runfile('D:/data/lecture/  
파이썬으로 배우는 자료구조와 알고리즘/code/알고리즘/untitled1.py',  
wdir='D:/data/lecture/파이썬으로 배우는 자료구조와 알고리즘/code/  
알고리즘')  
2.8  
2.92  
3.104  
3.128  
3.15008  
3.14192
```



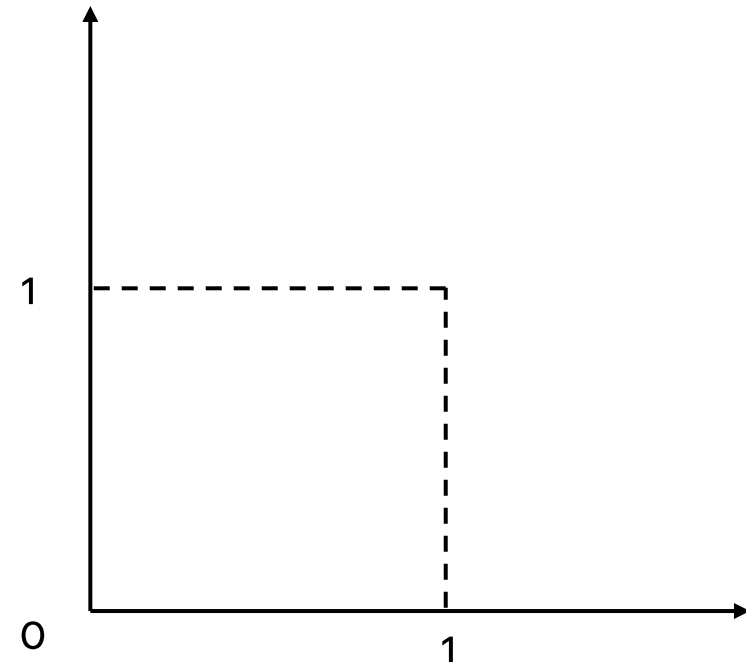
적분값 구하기

4. 적분값 구하기

■ $y = x * x$ 을 0부터 1까지 적분한 값을 계산하시오.

아이디어

- 빗금친 넓이가 구하고자 하는 적분값이다.

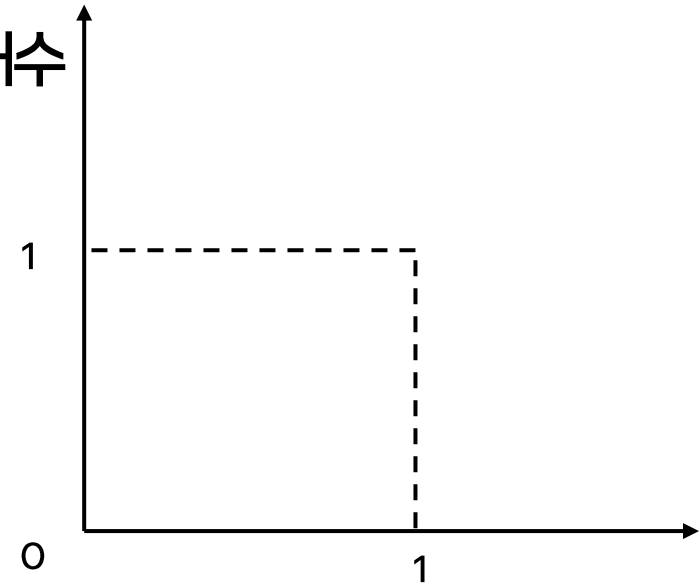


4. 적분값 구하기

■ $y = x * x$ 을 0부터 1까지 적분한 값을 계산하시오.

아이디어

- 정사각형의 넓이 : 빗금 넓이 = 정사각형안의 점의 개수 : 빗금안의 점의 개수
- 빗금 넓이 = 빗금안의 점의 개수 / 정사각형안의 점의 개수

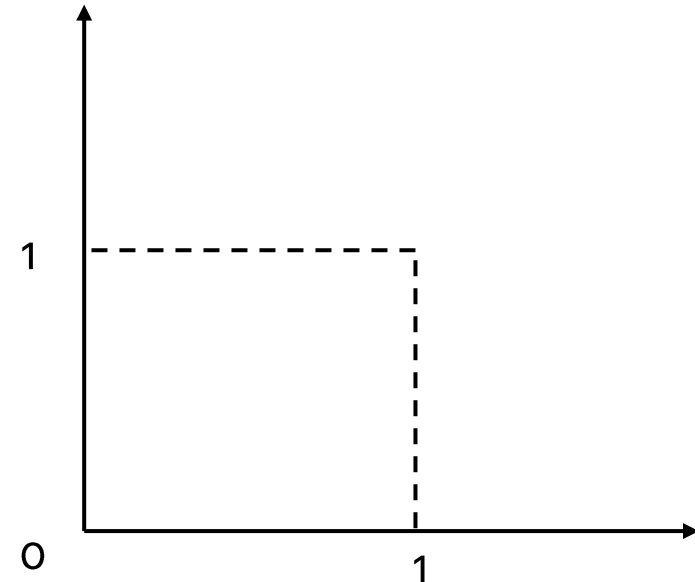


4. 적분값 구하기

■ $y = x * x$ 을 0부터 1까지 적분한 값을 계산하시오.

아이디어

- 점을 찍는 행위
 - 0~1 사이의 두 개의 난수 발생 $\Rightarrow (x, y)$ 좌표
 - 빗금 영역 안에 있는 지의 판단
 - if ($y \leq x * x$) \Rightarrow 빗금 영역 안에 있음.



4. 적분값 구하기

- $y = x * x$ 을 0부터 1까지 적분한 값을 계산하시오.

의사코드

```
def calIntegral(tries):  
    insideCnt = 0  
    for i in range(tries):  
        x = random(0, 1)    # generate a random number between 0~1  
        y = random(0, 1)  
        if (y <= x * x):  
            insideCnt += 1  
    return (insideCnt/tries)
```

4. 적분값 구하기

- $y = x * x$ 을 0부터 1까지 적분한 값을 계산하시오.

파이썬코드

```
import random
def calIntegral(tries = 10000):
    insideCnt = 0
    for i in range(tries):
        x = random.random()
        y = random.random()
        if (y <= x * x):
            insideCnt += 1
    return (insideCnt/tries)
```

4. 적분값 구하기

- $y = x * x$ 을 0부터 1까지 적분한 값을 계산하시오.

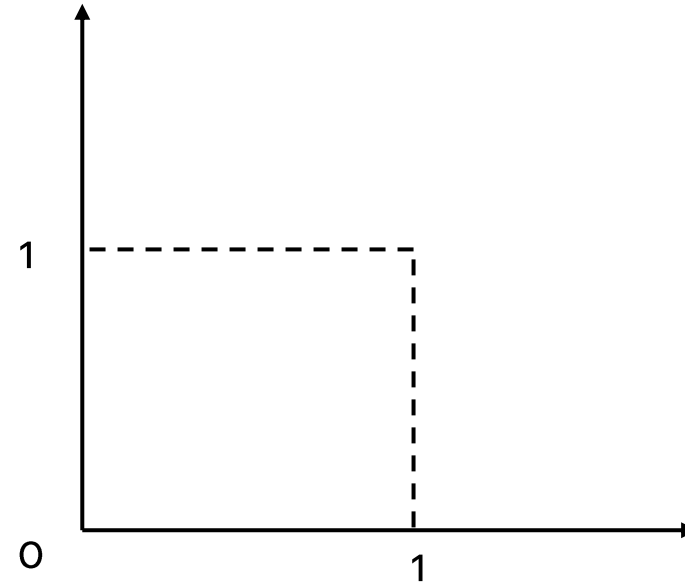
파이썬코드

```
print(calIntegral(10))  
print(calIntegral(100))  
print(calIntegral(1000))  
print(calIntegral(10000))  
print(calIntegral(100000))  
print(calIntegral(1000000))
```

4. 적분값 구하기

파이썬 코드 실행

```
0.3  
0.26  
0.321  
0.3338  
0.33658  
0.333659
```





Knapsack

5. Knapsack

- 배낭에 넣을 수 있는 최대 무게: W , N 개의 물건 (value, weight)
배낭에 넣을 수 있으면서 가치의 총합을 최대로 하는 물건의 조합을 구하시오.

아이디어

`names = ['A', 'B', 'C', 'D', 'E'], values = [10, 30, 20, 14, 23]`

`weights = [5, 8, 3, 7, 9], max_weight = 20`

5. Knapsack

아이디어

names = ['A', 'B', 'C', 'D', 'E'], values = [10, 30, 20, 14, 23]
weights = [5, 8, 3, 7, 9], max_weight = 20

- 각 아이템의 포함 여부를 임의로 결정 (using random 함수)
 - 단, 아이템을 포함했을 시, 최대 무게를 초과하면 해당 아이템은 포함하지 않음
- 여러 번 시도해서 그 중 최적의 케이스를 최적값으로 간주하자.

5. Knapsack

아이디어

- try1 : 가치의 총합을 계산하고 최대값을 이 값으로 초기화.
선택된 아이템들을 솔루션으로 기억.
- try2 : 가치의 총합을 계산하고 최대값과 비교하여, 최대값보다 가치의 총합이 크면,
가치의 총합을 최대값으로 저장
선택된 아이템들을 솔루션으로 기억.
- 충분히 반복
- 최대값과 선택된 아이템 반환

5. Knapsack

의사코드

```
def findBestCaseMontecarlo(items, max_weight, tries):  
    max_value = 0  
    best_chosen_items = []  
    best_weight = 0  
    for i in range(tries):  
        (value, weight, chosen_items) = select_items(items, max_weight)  
        if (value > max_value) :  
            max_value = value  
            best_weight = weight  
            best_chosen_items = list(chosen_items)  
    return (max_value, best_weight, best_chosen_items)
```

5. Knapsack

의사코드

```
def select_items(items, max_weight):  
    value = 0; weight = 0  
    chosen_items = []  
    for item in items:  
        if (weight + item.weight <= max_weight) :  
            roll = randint(1, 100)  
            if (roll % 2 == 0):  
                chosen_items.append(item.name)  
                weight += item.weight  
                value += item.value  
    return (value, weight, chosen_item)
```

5. Knapsack

파이썬코드

```
import random

class Item(object):

    def __init__(self, name, value, weight):

        self.name = name

        self.value = value

        self.weight = weight
```

5. Knapsack

파이썬코드

```
class Knapsack(object):  
    def __init__(self, names, values, weights, max_weight):        #0이0템들을생성함  
        self.items = []  
        self.max_weight = max_weight  
        for i in range(len(names)) :  
            item = Item(names[i], values[i], weights[i])  
            self.items.append(item)
```

5. Knapsack

파이썬코드

```
class Knapsack(object):  
    def findBestCaseMontecarlo(self, tries=10000):  
        max_value = 0  
        best_chosen_items = []  
        best_weight = 0
```


5. Knapsack

파이썬코드

```
for i in range(tries):  
    (value, weight, chosen_items) = self.select_items()  
    if (value > max_value) :  
        max_value = value  
        best_weight = weight  
        best_chosen_items = list(chosen_items)  
return (max_value, best_weight, best_chosen_items)
```

5. Knapsack

파이썬코드

```
class Knapsack(object):  
    ...  
    def select_items(self):  
        value = 0; weight = 0  
        chosen_items = []
```

5. Knapsack

파이썬코드

```
for item in self.items:
    if (weight + item.weight <= self.max_weight) :
        roll = random.randint(1, 100)
        if (roll % 2 == 0):
            chosen_items.append(item.name)
            weight += item.weight
            value += item.value
return (value, weight, chosen_items)
```

5. Knapsack

파이썬코드

```
names = ['A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'H']
values = [10, 30, 20, 14, 23, 11, 15, 18]
weights = [5, 8, 3, 7, 9, 2, 6, 1]
max_weight = 20
knapsack = Knapsack(names, values, weights, max_weight)
(value, weight, items) = knapsack.findBestCaseMontecarlo(100)
print(value, weight, items)
```

5. Knapsack

파이썬 코드 실행

```
In [114]: runfile('D:/data/
lecture/
파이썬으로 배우는 자료구조와 알고리즘/
code/알고리즘/untitled1.py',
wdir='D:/data/lecture/
파이썬으로 배우는 자료구조와 알고리즘/
code/알고리즘')
94 20 ['B', 'C', 'F', 'G', 'H']
```

정리하기

- ✓ 몬테카를로 시뮬레이션의 개념
- ✓ 다양한 주사위 문제 해결
- ✓ 원주율 및 적분 계산
- ✓ knapsack 문제 해결

08강

다음 시간 안내▶▶▶

자료구조개요 및 연결리스트