[대학기초수학]

7차시 | 평면좌표

정 세 윤 교수

한국방송통신대학교 프라임칼리지

오늘의 목표

- 수직선과 평면좌표의 관계를 이해한다.
- 두 점 사이의 거리를 계산한다.
- 선분의 내분점과 외분점을 이해한다.
- 삼각형의 성질을 평면좌표로 증명한다.

목차

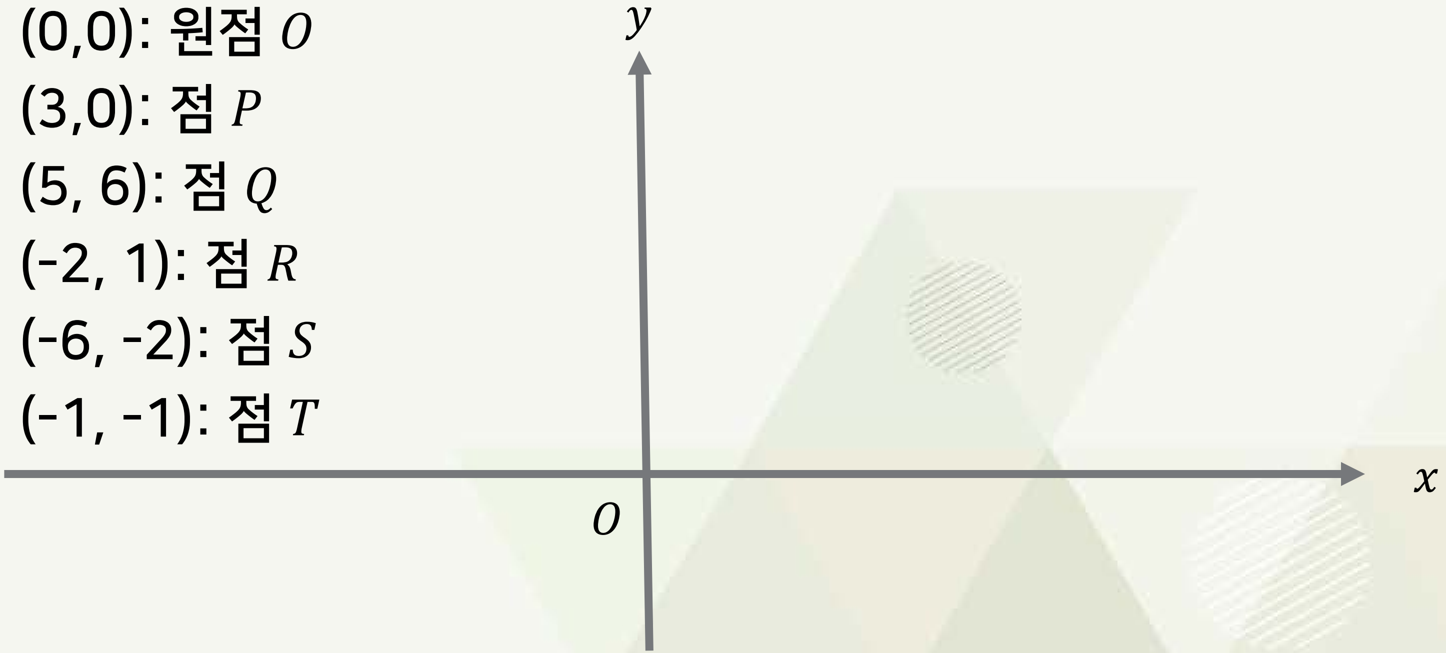
1 수직선과 평면좌표

1.1 좌표의 도입

- 수직선 위의 점: 실수
  - 수직선의 연속성: 실수의 '연속성'
    - 0: 원점 O
    - 3: 점 P
    - 5: 점 Q
    - -2: 점 R
    - -6: 점 S

1.1 좌표의 도입

- 평면좌표: 직교하는 두 수직선수
  - 평면좌표 위의 점: 두 실수의 순서쌍
    - (0,0): 원점 O
    - (3,0): 점 P
    - (5, 6): 점 Q
    - (-2, 1): 점 R
    - (-6, -2): 점 S
    - (-1, -1): 점 T



1.2 두 점 사이의 거리

◆ 수직선에서 두 점 사이의 거리

- 수직선 위 두 점: $A(x_a)$, $B(x_b)$
  - 두 점 사이의 거리 = 선분 $\overline{AB}$의 길이 = $|x_a - x_b|$
  - 0: 원점 O
  - 3: 점 P
  - 5: 점 Q
  - -2: 점 R
  - -6: 점 S

1.2 두 점 사이의 거리

◆ 평면좌표에서 두 점 사이의 거리

- 평면좌표 위 두 점: $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$
  - 두 점 사이의 거리 = 선분 $\overline{AB}$의 길이 = $\sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$

1.2 두 점 사이의 거리

- 두 점 사이의 거리 예제 1
  - 수직선 위 두 점 사이의 거리
    - $A(10), B(4)$
    - $A(-3), B(6)$
  - 평면 위 두 점 사이의 거리
    - $A(3, 2), B(7, 5)$
    - $A(-2, -3), B(4, 5)$

1.2 두 점 사이의 거리

두 점 사이의 거리 예제 2

- 두 점 $A(m^2, m)$, $B(1, -m)$ 사이의 거리가 2일 때, m의 값?
- 두 점 $A(2, 1)$, $B(4, 3)$로부터 같은 거리에 있는 y축 위의 점?

2 내분점과 외분점

2.1 내분점의 정의와 성질

◆ 수직선에서 선분의 내분점

- 선분 $\overline{AB}$ 위에 점 P가 존재
  - 점 P가 선분 $\overline{AB}$를 내분한다;
  - 점 P는 선분 $\overline{AB}$의 내분점이다;
  - $\overline{PA}:\overline{PB} = m:n \Rightarrow$ 점 P가 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 내분한다;
- $A(a)$, $B(b)$로 이루어진 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 내분하는 점 P

2.1 내분점의 정의와 성질

- 수직선에서 선분의 내분점 예제 1
  - $A(a), B(b)$로 이루어진 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 내분하는 점 P
  - $A(a), B(b)$로 이루어진 선분 $\overline{AB}$의 중점 M

2.1 내분점의 정의와 성질

- 수직선에서 선분의 내분점 예제 2
  - $O(0), A(6)$로 이루어진 선분 $\overline{OA}$를 각각 $1:2$, $2:1$로 내분하는 점 P와 점 Q, 선분 $\overline{OA}$의 중점 M

2.1 내분점의 정의와 성질

◆ 평면에서 선분의 내분점

- 선분 $\overline{AB}$위에 점 P가 존재
  - 점 P가 선분 $\overline{AB}$를 내분한다; 점 P는 선분 $\overline{AB}$의 내분점이다;
  - $\overline{PA}:\overline{PB} = m:n \Rightarrow$ 점 P가 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 내분한다;
- $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$인 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 내분하는 점 P

2.1 내분점의 정의와 성질

- 평면에서 선분의 내분점 예제 1
  - $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b)$인 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 내분하는 점 P
  - $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b)$인 선분 $\overline{AB}$의 중점 M

2.1 내분점의 정의와 성질

- 평면에서 선분의 내분점 예제 2
  - 네 점 $A(0, a), B(b, 2), C(4, 1), D(3, 4)$을 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이려면?

2.2 외분점의 정의와 성질

◆ 수직선에서 선분의 외분점

- 선분 $\overline{AB}$의 연장선 위에 점 Q가 존재
  - $\overline{QA}:\overline{QB} = m:n \Rightarrow$ 점 Q가 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 외분한다;
- $A(a)$, $B(b)$로 이루어진 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 외분하는 점 Q

2.2 외분점의 정의와 성질

◆ 평면에서 선분의 외분점

- 선분 $\overline{AB}$의 연장선 위에 점 Q가 존재
  - $\overline{QA}:\overline{QB} = m:n \Rightarrow$ 점 Q가 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 외분한다;
- $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$인 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 외분하는 점 Q

2.2 외분점의 정의와 성질

외분점의 정의와 성질 예제

- $A(a), B(b)$로 이루어진 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 외분하는 점 Q

- $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b)$인 선분 $\overline{AB}$를 $m:n$으로 외분하는 점 Q

3 삼각형의 성질

3. 삼각형의 무게중심

◆ 무게중심(centroid)

- 도형을 이루는 모든 점의 산술평균
- 도형을 균일한 재료로 만들었을 때, 균형이 맞춰지는 점

◆ 삼각형의 무게중심

- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$인 삼각형 ABC의 무게중심
  - 각 점과 마주보는 변의 중점을 이은 선분(중선)들의 교점
  - 특징: 삼각형의 무게중심은 중선을 2:1로 내분

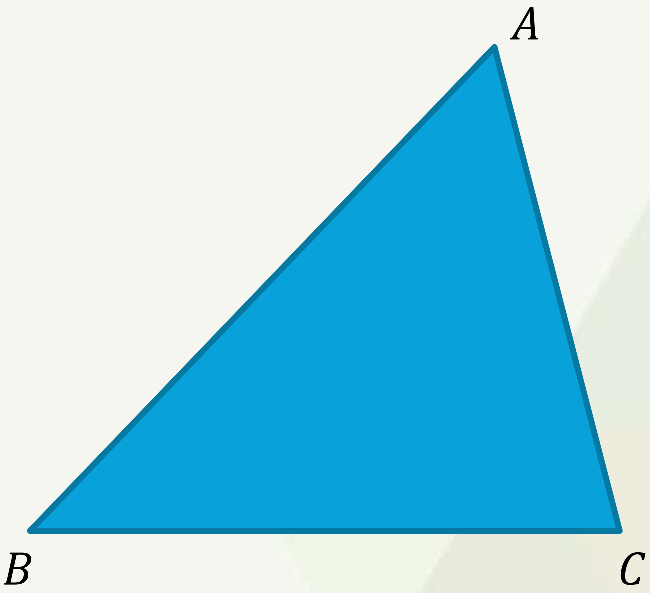
3. 삼각형의 무게중심

◆삼각형의 무게중심 예제

- $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$인 삼각형 ABC의 무게중심

3.1 파푸스의 중선정리

◆ 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때
$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2) = 2(AM^2 + CM^2)$$



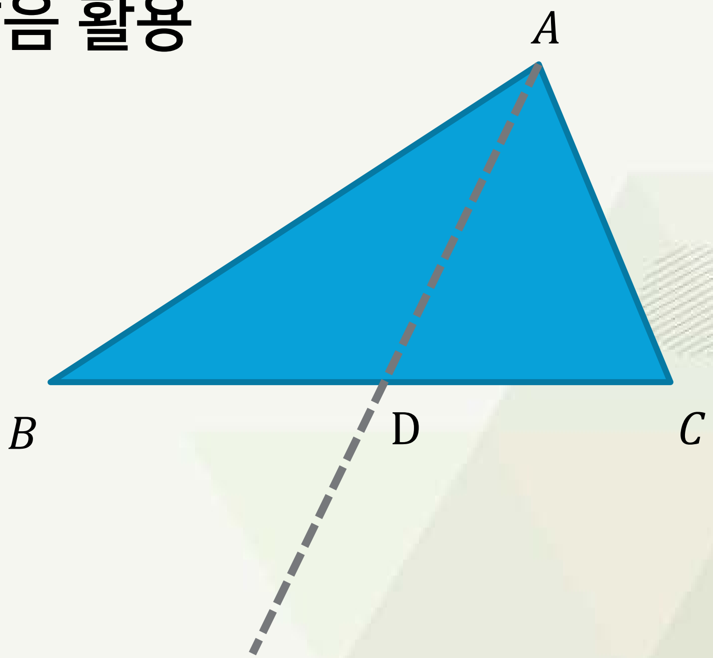
3.1 파푸스의 중선정리

- 파푸스의 중선정리 증명
  - 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때,

$$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

3.2 각 이등분선의 정리

- 삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $AB: AC = BD: CD$
  - 삼각형의 닮음 활용



3.2 각 이등분선의 정리

- 각 이등분선의 정리 예제
  - $A(1,4)$, $B(4,8)$, $C(9,10)$인 삼각형 ABC에서, $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점 D의 좌표

정리하기

- 수평 방향 수직선의 원점에
  수직 방향 수직선이 추가된 평면좌표
- 두 점 사이의 거리와 내분점/외분점
- 중선정리와 각 이등분선의 정리

강의를 마쳤습니다.

수고하셨습니다.