

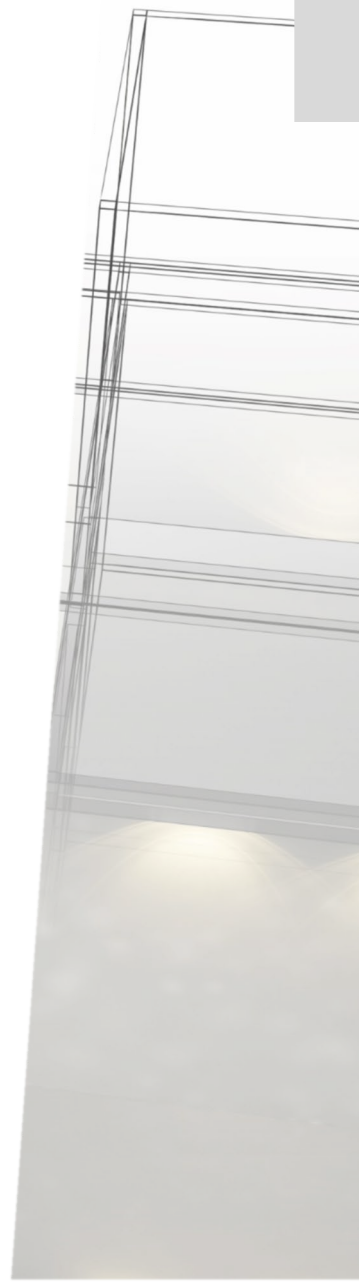
이산형 확률분포 1



통계·데이터과학과
이금희 교수

학습목표

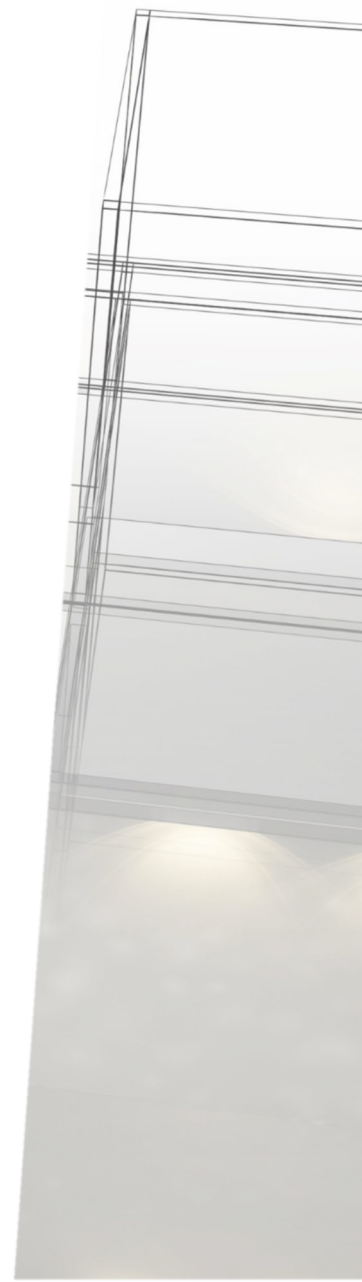
1. 이산형 균등분포를 이해할 수 있다.
2. 베르누이 분포를 이해할 수 있다.
3. 이항분포를 이해할 수 있다.



01

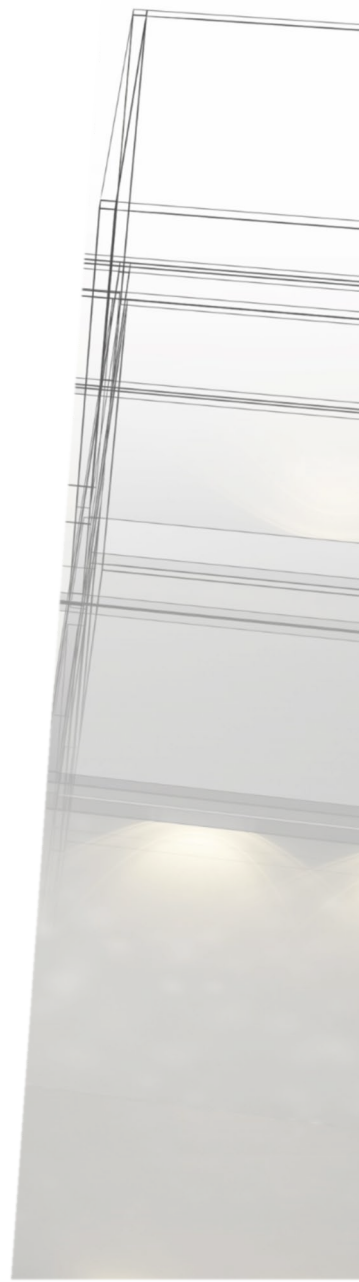
7강 이산형 확률분포 1

이산형 확률변수



이산형 확률변수

- ◆ 셀 수 있는 값을 가지는 확률변수
- ◆ 확률분포는 확률질량함수로 표현



이산형 확률분포

분포 이름	확률질량함수	기댓값	분산
이산형 균등분포 DU(n)	$f(x) = \frac{1}{n},$ $x = 1, 2, \dots, n$	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{(n+1)(n-1)}{12}$
베르누이 분포 Ber(p)	$f(x) = p^x(1-p)^{1-x},$ $x = 0, 1$	p	$p(1-p)$
이항분포 B(n, p)	$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x},$ $x = 0, 1, 2, \dots, n$	np	$np(1-p)$
포아송 분포 Poisson(λ)	$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!},$ $x = 0, 1, 2, \dots (\lambda > 0)$	λ	λ

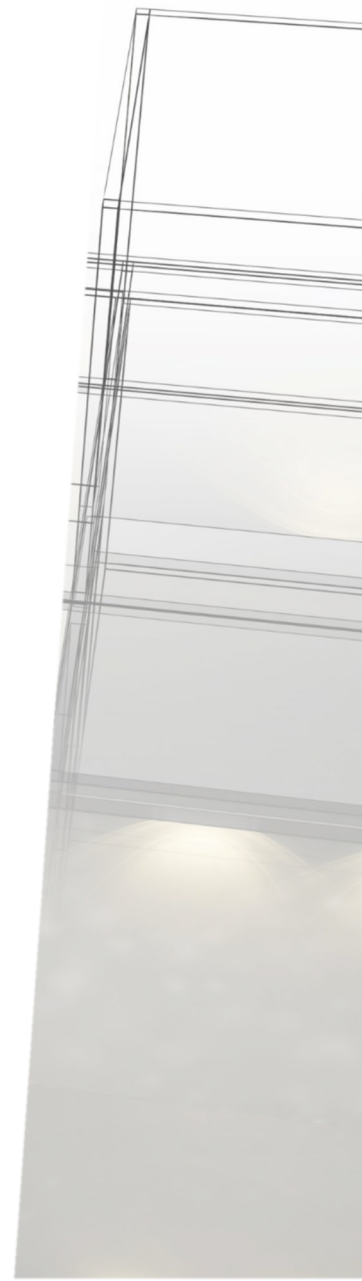
이산형 확률분포

분포 이름	확률질량함수	기댓값	분산
초기하분포 HYP(n, D, N)	$f(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}},$ $x = 1, 2, \dots, n$	$\frac{nD}{N}$	$\frac{nD}{N} \left(\frac{(N-D)(N-n)}{N(N-1)} \right)$
기하분포 Geometric(p)	$f(x) = p(1-p)^x,$ $x = 0, 1, 2, \dots$	$\frac{(1-p)}{p}$	$\frac{(1-p)}{p^2}$
음이항분포 NB(r, p)	$f(x) = \binom{r+x-1}{x} p^r (1-p)^x,$ $x = 0, 1, 2, \dots$	$\frac{r(1-p)}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$

02

7강 이산형 확률분포 1

이산형 균등분포



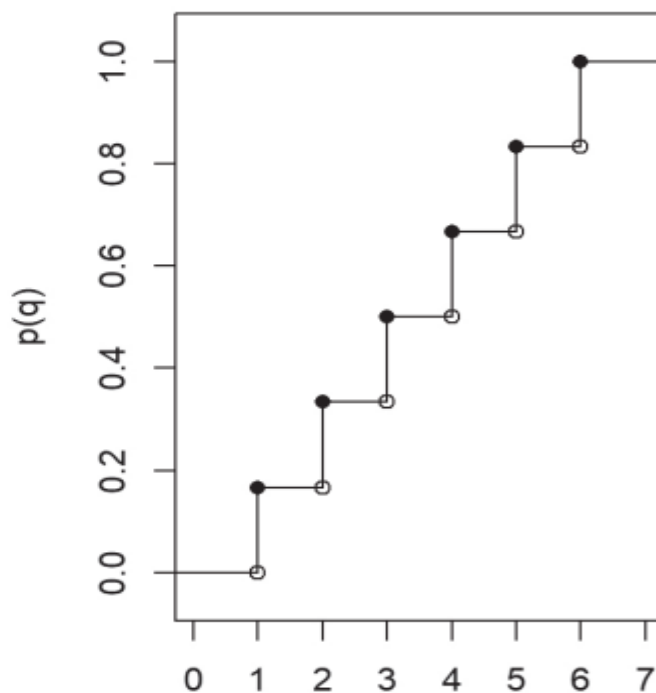
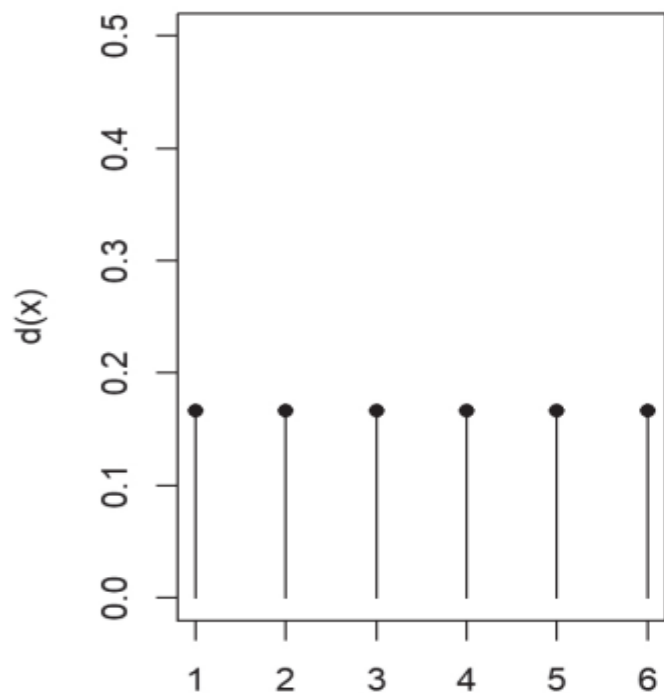
이산형 균등분포의 확률질량함수

- ◆ 이산형 확률변수 값의 확률이 모두 같을 때 분포

$$P(X = x_i) = \frac{1}{n}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

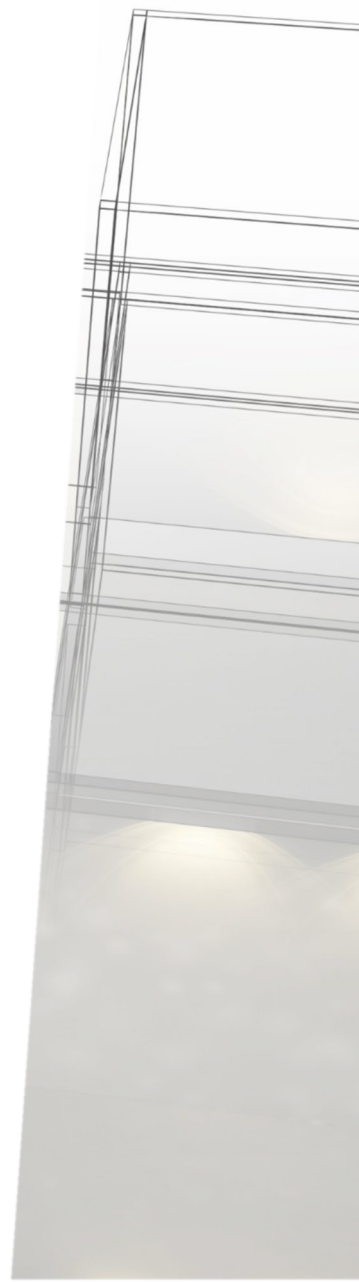
이산형 균등분포의 확률질량함수

◆ 이산형 균등분포의 확률질량함수와 누적분포함수



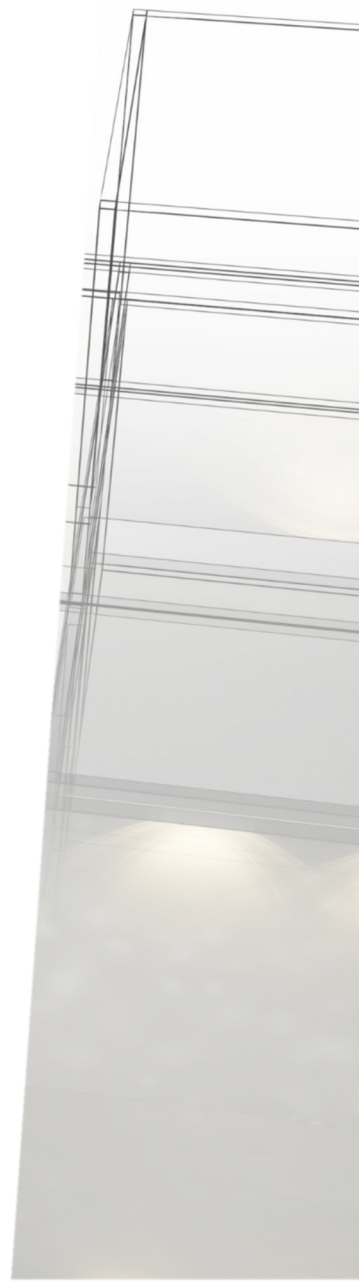
이산형 균등분포의 기댓값

$$\blacklozenge E(X) = \frac{n+1}{2}$$



이산형 균등분포의 분산

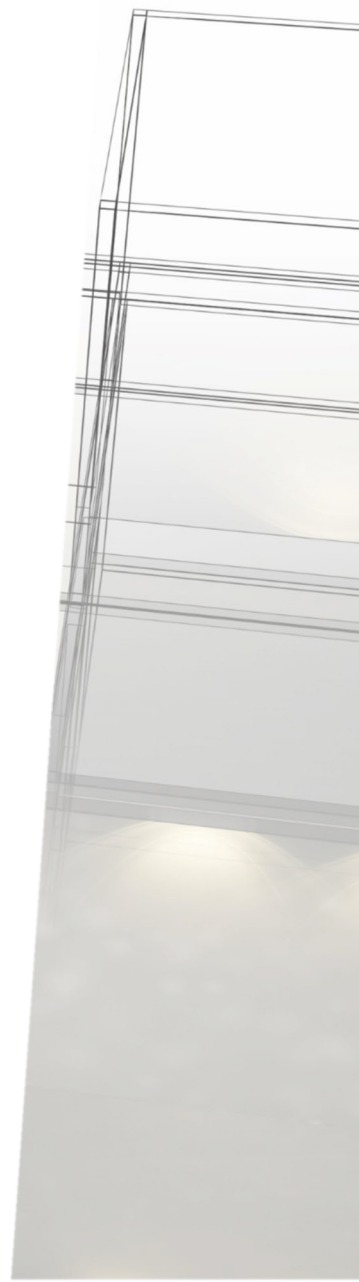
$$\blacklozenge \text{Var}(X) = \frac{n^2 - 1}{12}$$



이산형 균등분포의 예

예

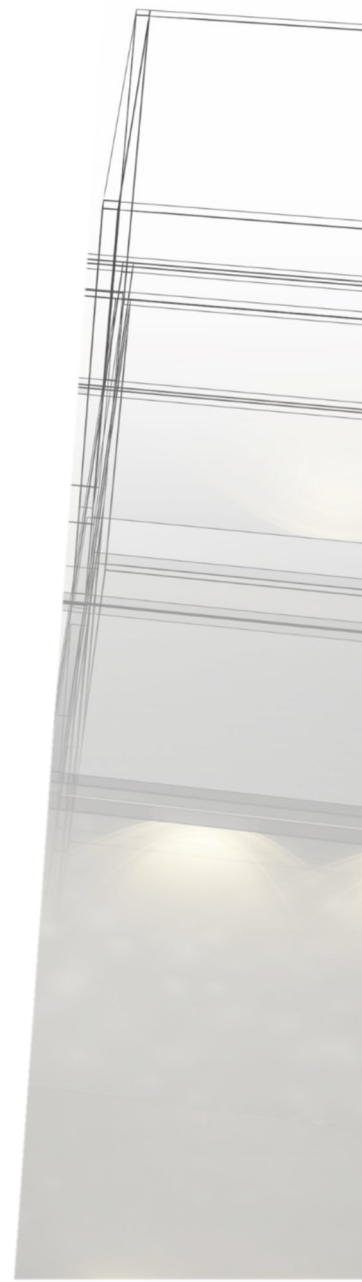
주사위 값(X)의 분포와 기댓값, 분산은?



03

7강 이산형 확률분포 1

베르누이 분포



베르누이(Bernoulli) 시행

- ◆ 실험이 오직 두 가지 서로 배반적인 사건만을 가질 때의 시행

(예) 동전의 앞면과 뒷면, 양품과 불량품



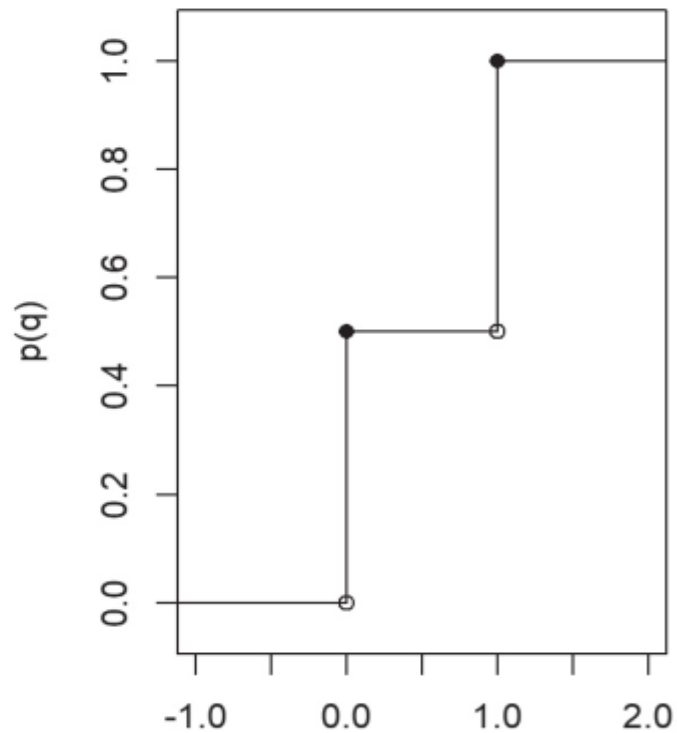
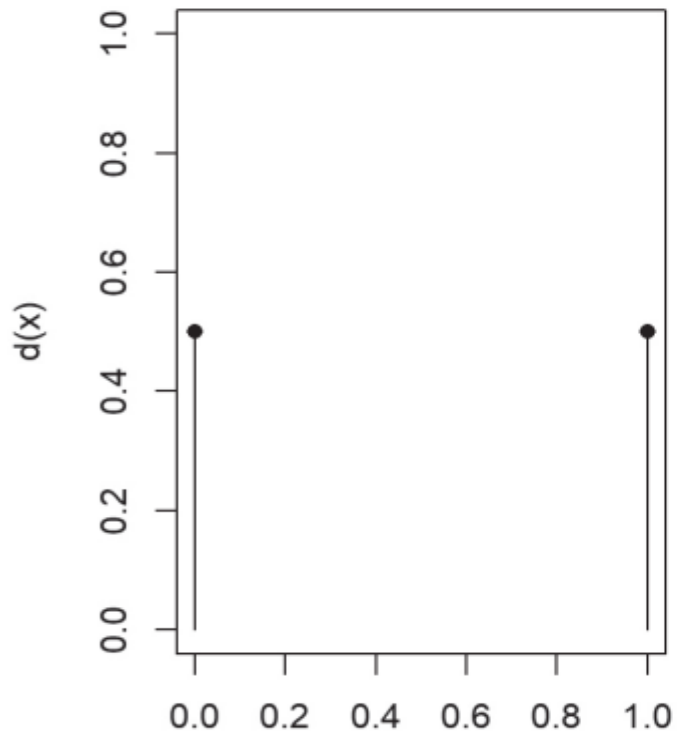
베르누이 분포의 확률질량함수

◆ 베르누이 분포 : 베르누이 시행의 분포

$$P(X = x) = p^x (1 - p)^{1-x} \quad x = 0, 1$$

베르누이 분포의 확률질량함수

◆ 베르누이 분포의 확률질량함수와 누적분포함수



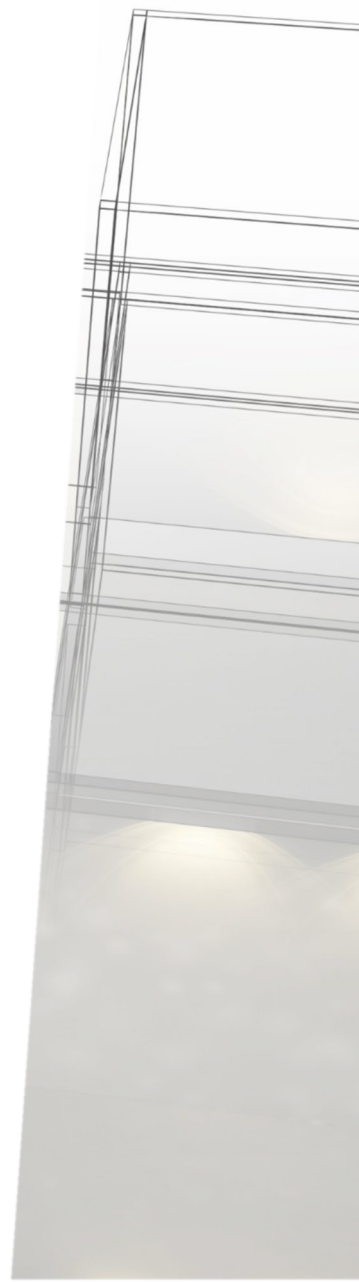
베르누이 분포의 기댓값과 분산

◆ 기댓값과 분산

$$E(X) = p, \quad \text{Var}(X) = p(1 - p)$$

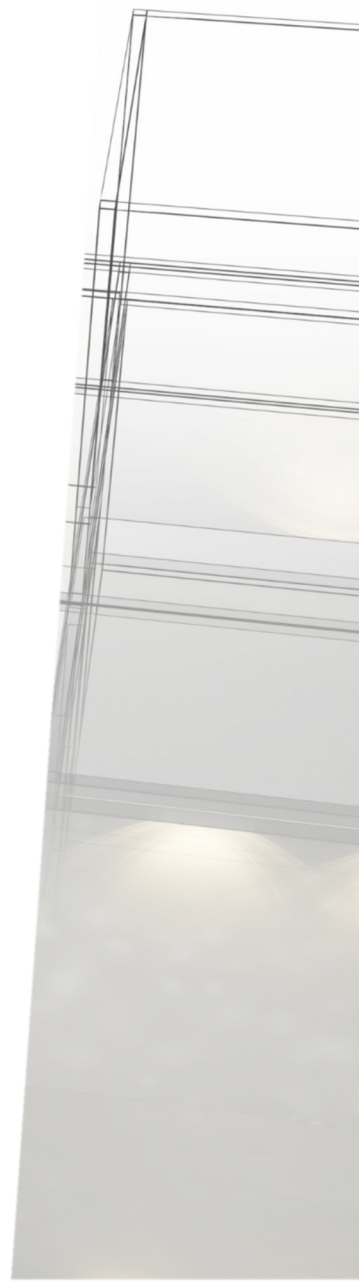
베르누이 분포의 기댓값

◆ $E(X) = p$ 의 증명



베르누이 분포의 분산

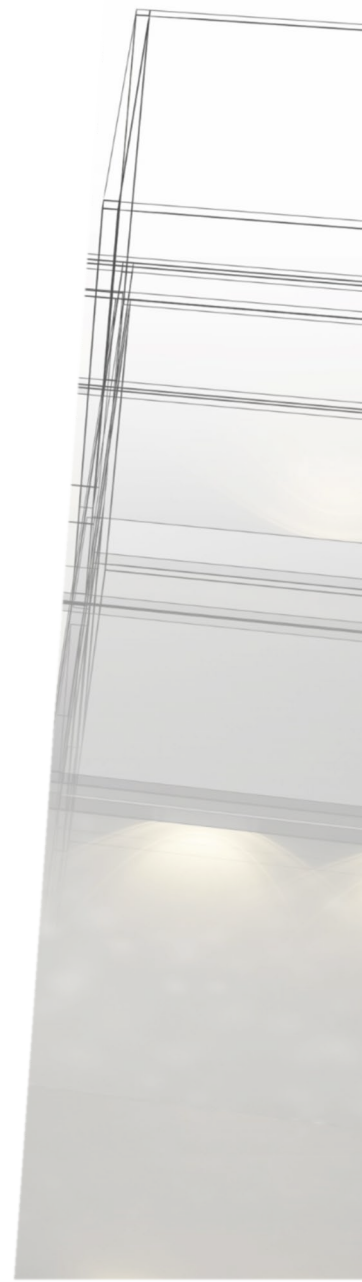
◆ $Var(X) = p(1 - p)$ 의 증명



04

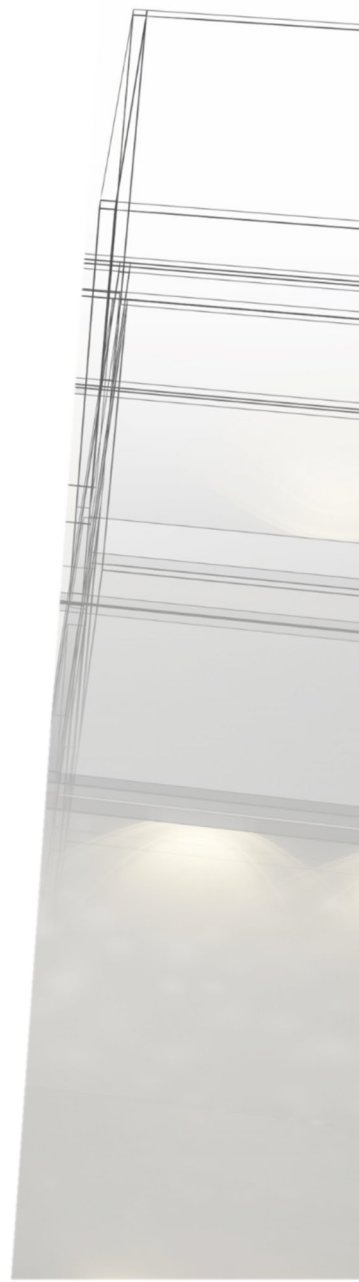
7강 이산형 확률분포 2

이항 분포



베르누이 시행과 이항분포

- ◆ 이항분포 : 베르누이 시행을 독립적으로 여러 번 시행한 후 성공(실패) 횟수의 분포



이항분포의 예

예

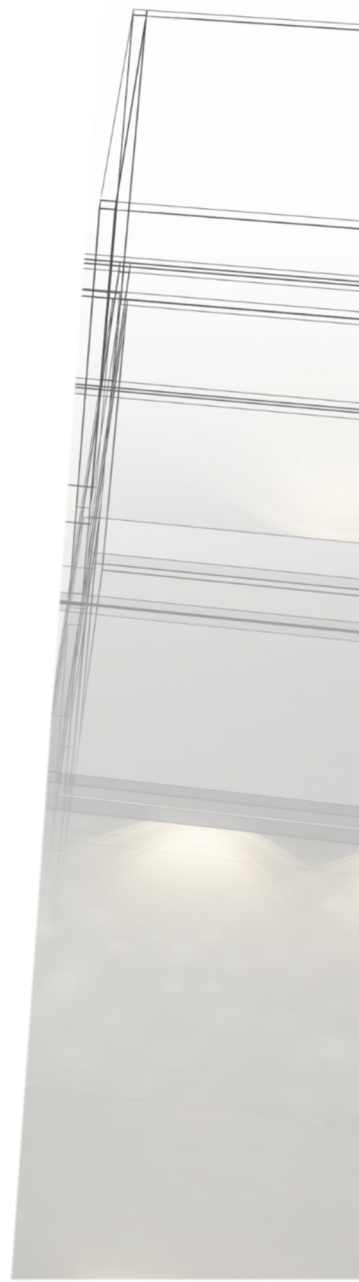
불량률이 5%인 제품을 3개 뽑아서 불량품
이 0~3개일 확률은?



이항분포의 예

예

불량률이 5%인 제품을 3개 뽑아서 불량품
이 0~3개일 확률은?



이항분포의 예

예

불량률이 5%인 제품을 3개 뽑아서 불량품
수의 확률분포는?

X	0	1	2	3	합
$P(X)$	${}_3C_0 \left(\frac{5}{100}\right)^0 \left(\frac{95}{100}\right)^3$	${}_3C_1 \frac{5}{100} \left(\frac{95}{100}\right)^2$	${}_3C_2 \left(\frac{5}{100}\right)^2 \frac{95}{100}$	${}_3C_3 \left(\frac{5}{100}\right)^3 \left(\frac{95}{100}\right)^0$	1

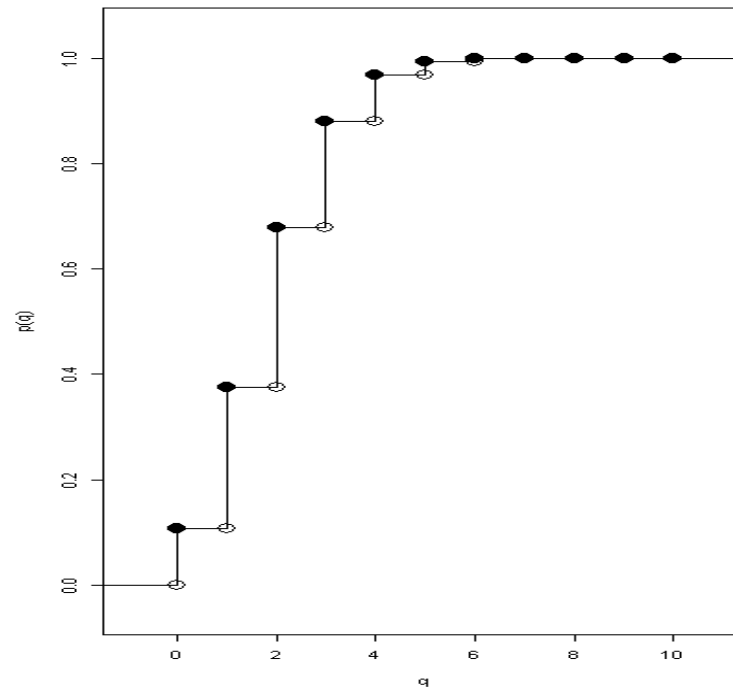
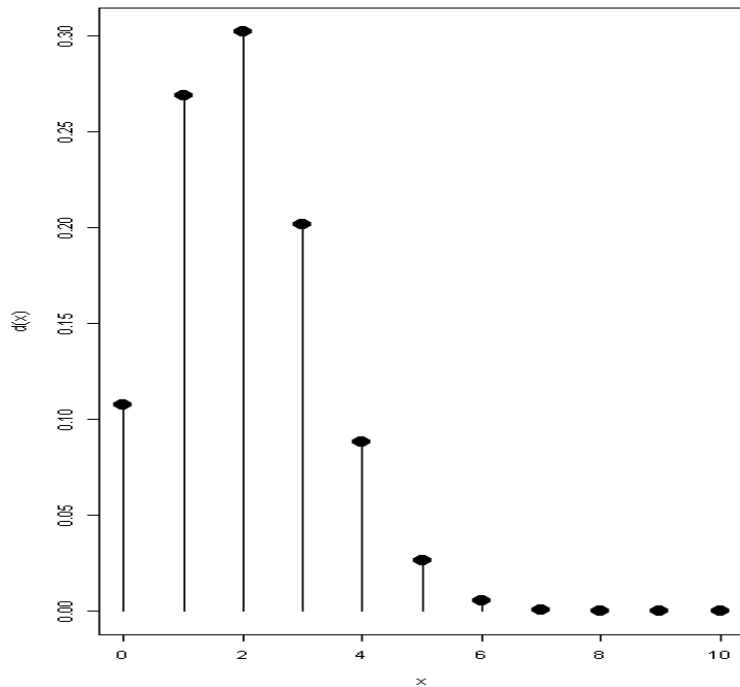
이항분포의 확률질량함수

◆ 성공률 p , 시행횟수 n , 성공횟수 X 의 확률분포

$$P(X = x) = {}_n C_x p^x (1 - p)^{n-x}$$
$$x = 0, 1, \dots, n$$

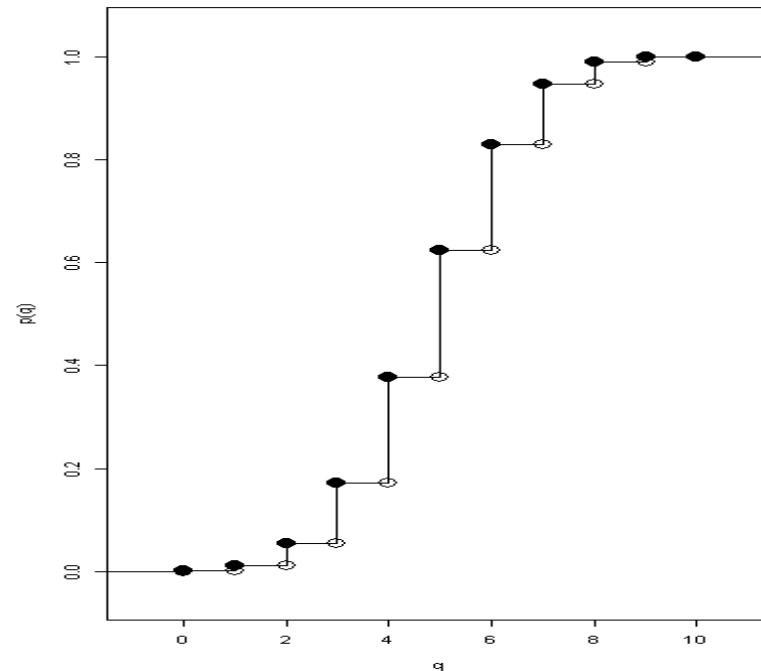
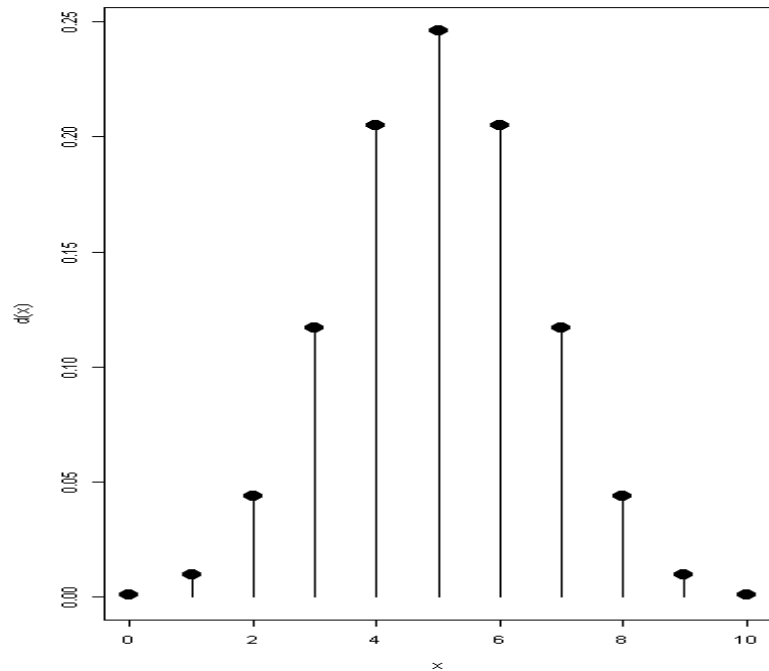
성공률에 따른 이항분포

◆ $B(10, 0.2)$



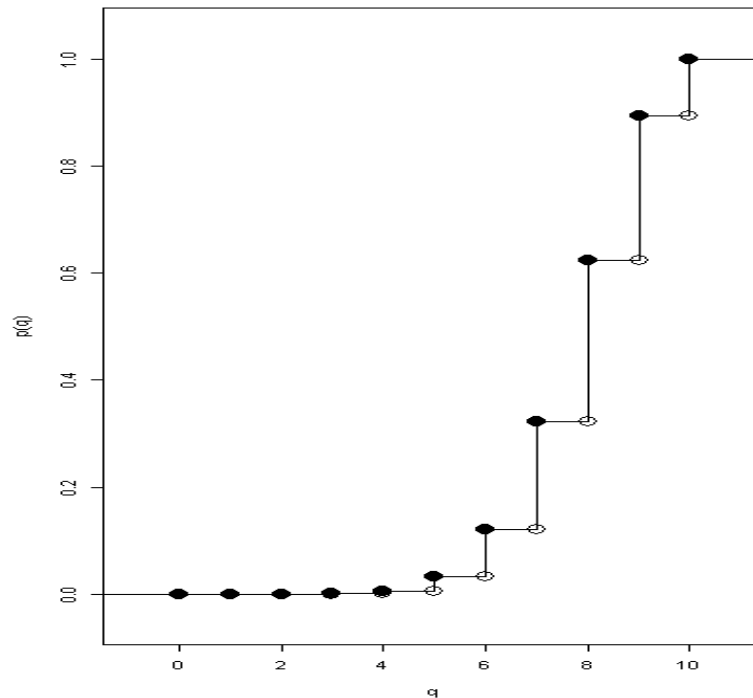
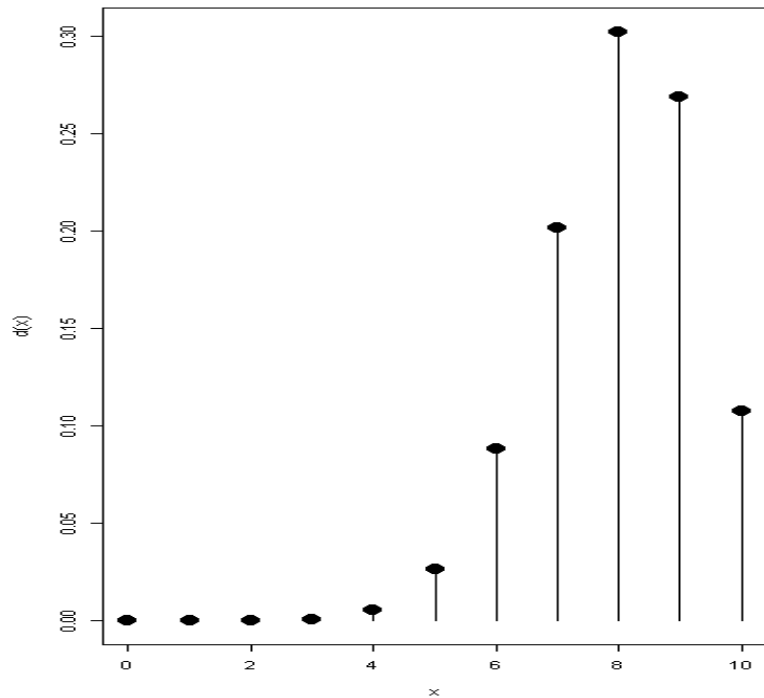
성공률에 따른 이항분포

◆ $B(10, 0.5)$

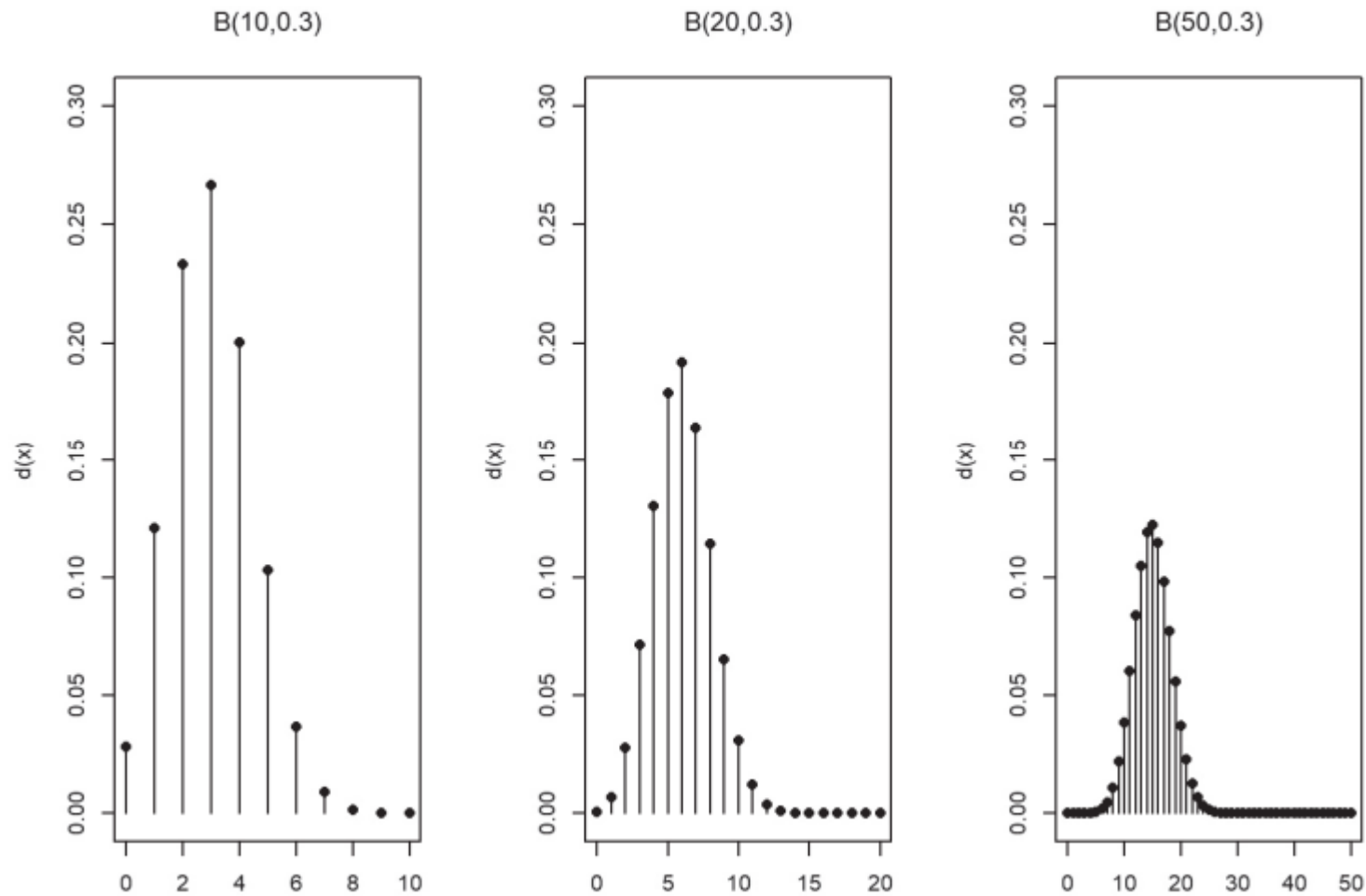


성공률에 따른 이항분포

◆ $B(10, 0.8)$



시행횟수에 따른 이항분포



이항분포의 예

예

$X \sim B(n, p)$ 표본공간에서의 확률이 1임을 증명

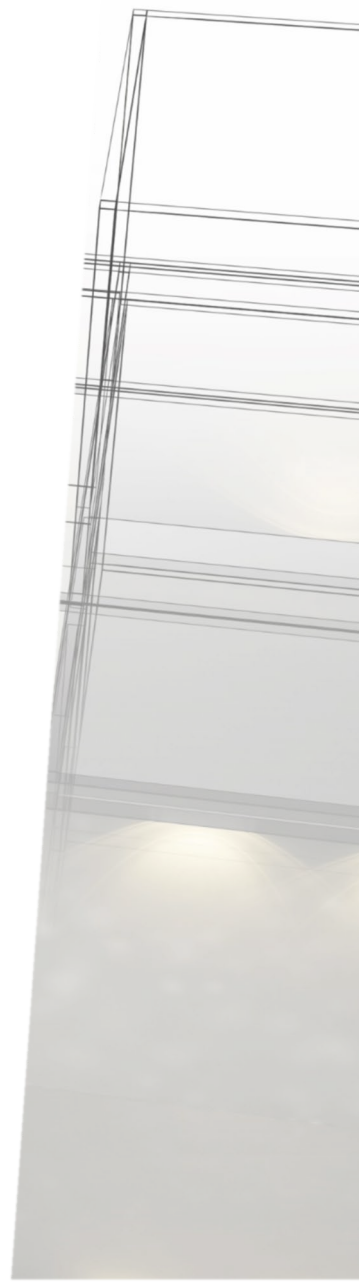


이항분포의 예

예

아들과 딸을 낳을 확률이 0.5이고 서로 독립

(1) 아이 3명 낳을 때 두 명의 딸을 낳을 확률은?

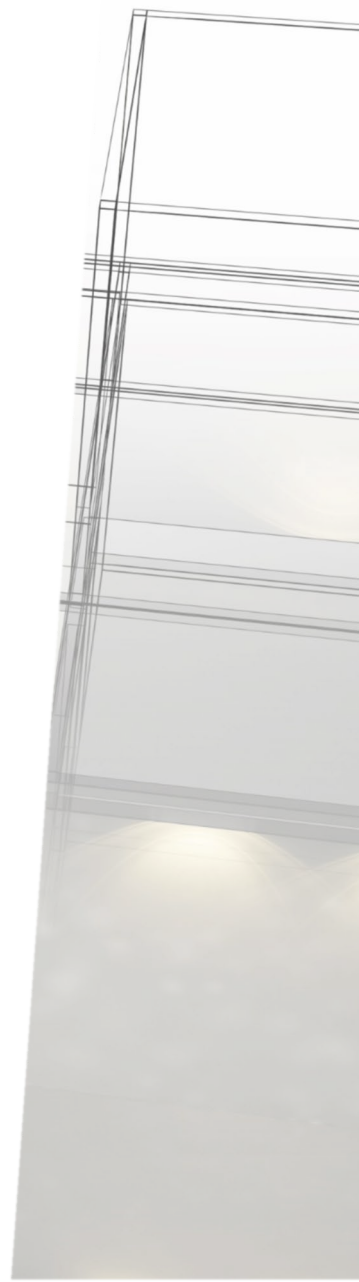


이항분포의 예

예

아들과 딸을 낳을 확률이 0.5이고 서로 독립

(2) 아이 3명 낳을 때 적어도 한 명의 딸을 낳을 확률은?

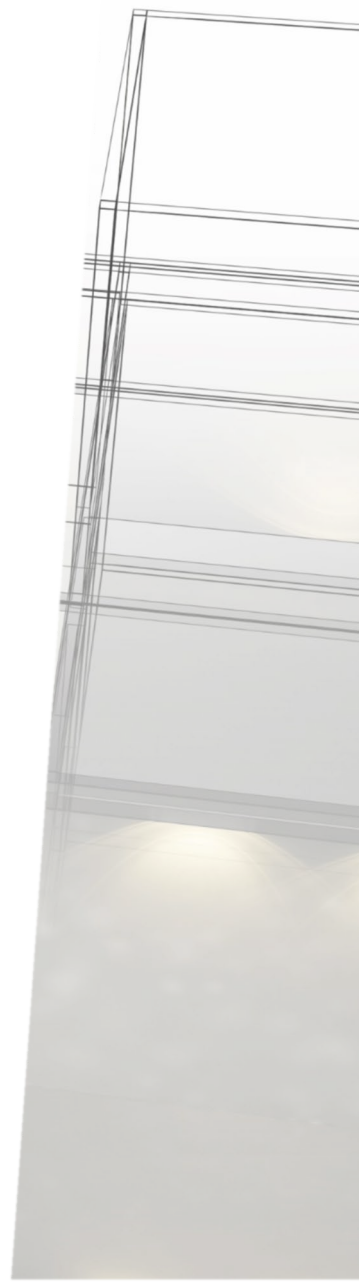


이항분포의 예

예

아들과 딸을 낳을 확률이 0.5이고 서로 독립

(3) 아이 2명 낳았는데 세 번째 아이가 딸일 확률은?



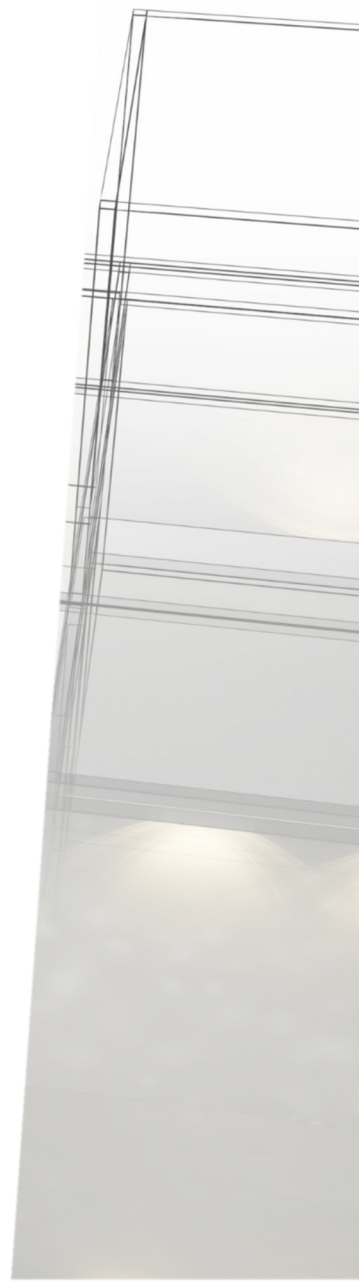
이항분포의 기댓값과 분산

◆ 기댓값과 분산

$$E = np$$
$$Var(X) = np(1 - p)$$

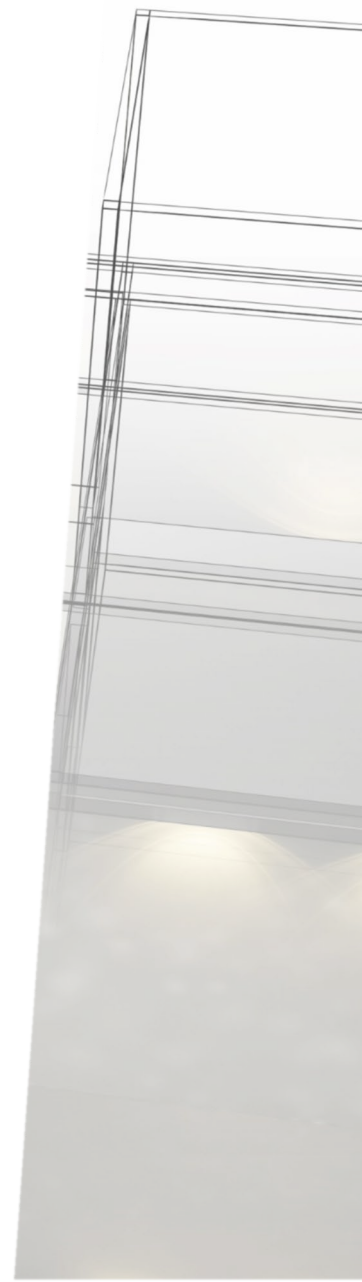
이항분포의 기댓값

◆ $E(X) = np$ 의 증명



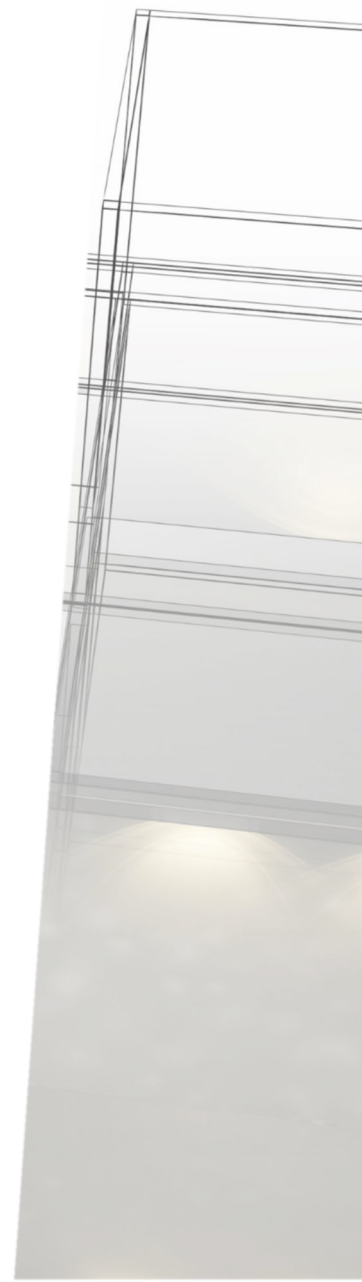
이항분포의 분산

◆ $Var(X) = np(1 - p)$ 의 증명



이항분포의 분산

◆ $Var(X) = np(1 - p)$ 의 증명

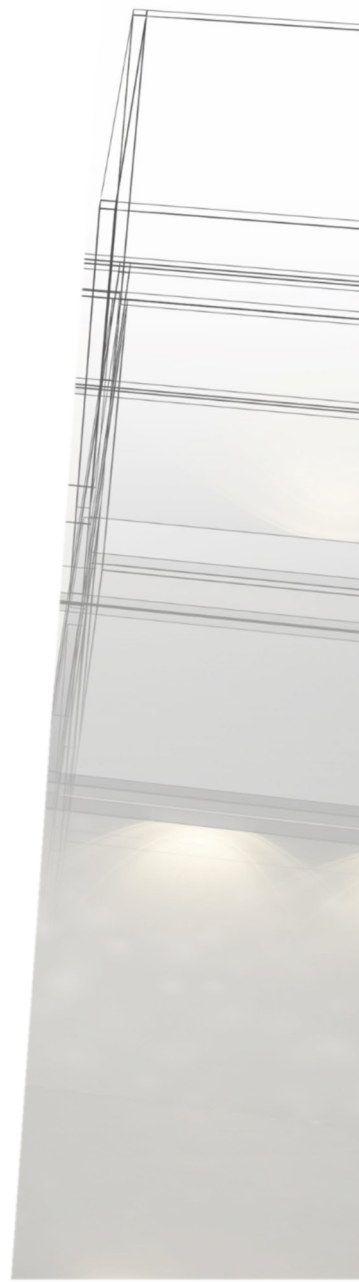


이항분포의 예

예

시험의 합격률 0.4이며 서로 독립적인 5명
시험 응시

(1) 한 명이 합격할 확률은?

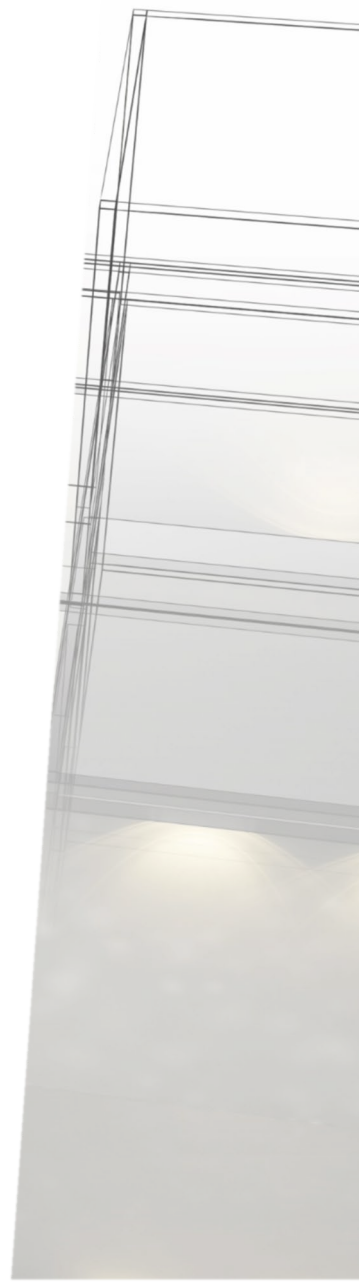


이항분포의 예

예

시험의 합격률 0.4이며 서로 독립적인 5명
시험 응시

(2) 합격자 수의 평균(기댓값)은?

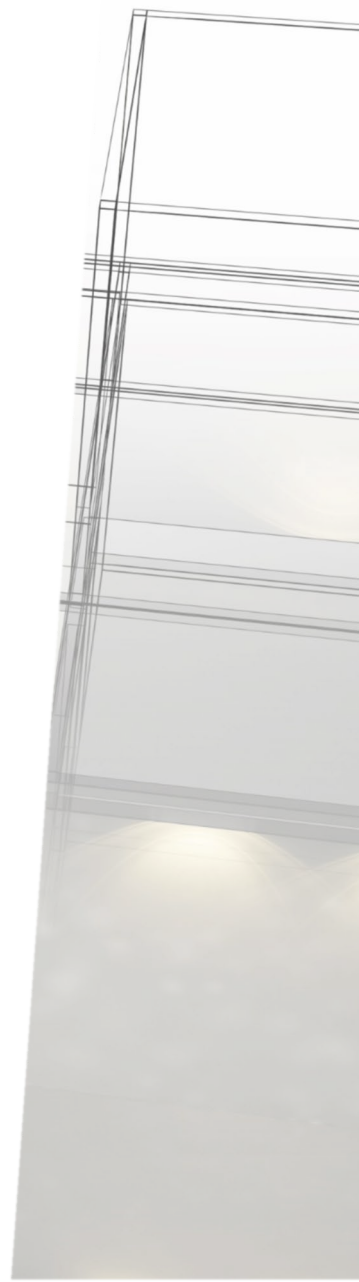


이항분포의 예

예

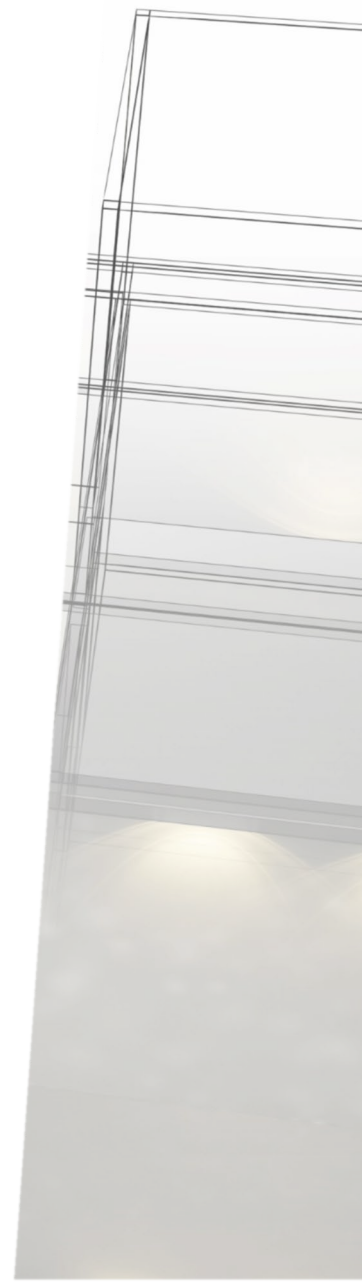
시험의 합격률 0.4이며 서로 독립적인 5명
시험 응시

(3) 합격자 수의 분산은?



이항분포의 특징

◆ $X_1, X_2, \dots, X_n \sim \text{Ber}(p)$ 독립 $\rightarrow \sum_{i=1}^n X_i \sim B(n, p)$



학습정리

- 이산형 균등분포는 이산형 확률변수가 그 값이 유한 개이며 각 값에서의 확률이 모두 같을 때의 분포이다.
- 베르누이 분포는 한 실험이 두 배반적 사건으로 구분될 때 한 사건발생 여부의 확률분포이다.
- 이항분포는 베르누이 시행이 독립적으로 이루어 졌을 때의 성공횟수(실패횟수)의 분포이다.

수고하셨습니다.

07

강

이산형 확률분포 1

08

강

이산형 확률분포 2

