Espaço Amostral, Resultados e Eventos

Introdução

- Imagine as seguintes situações:
  - João vai passar um fim de semana no Rio de Janeiro e quer saber se, na sua bagagem, precisa levar o guarda–chuva.
  - Liga a TV, dá uma olhada no informe meteorológico do noticiário, e observa que haverá céu encoberto com possíveis chuvas.
  - Como ele acredita no que diz a "moça do tempo", conclui que há uma probabilidade grande de chover.
  - Embora não tenha condições de quantificar essa probabilidade, João opta por levar o guarda-chuva.

Introdução

- Situação B

  - Maria deseja fazer uma cirurgia plástica com um famoso cirurgião da cidade, o Dr. Pedro

  - Antes de tomar a decisão de se submeter a essa intervenção, Maria gostaria de saber a chance de ser bem sucedida.

Introdução

- Situação C

  - Luisa quer se inscrever num concurso, no qual será examinada sobre um tópico a ser sorteado de uma lista de dez.
  - Ela conhece muito bem o conteúdo de três desses tópicos, porém é absolutamente ignorante nos tópicos restantes.
  - Ela deseja saber quão grande é a sua chance de ser aprovada.

Alguma semelhança entre elas??

Introdução

- Em todos esses casos:
  - O interesse é conhecer a probabilidade de um dado evento ocorrer
  - E tomar uma decisão: levar ou não o guarda-chuva, fazer ou não a cirurgia plástica, inscrever-se ou não no concurso.

Introdução

- Ainda mais:

  - João só sabe que há grande probabilidade de chover porque o informe do tempo prognosticou chuva.
  - Maria pode ter um valor estimativo para a probabilidade de sucesso na sua cirurgia plástica, mas será apenas uma aproximação.
  - Luisa parece ser a única capaz de quantificar exatamente a probabilidade de ser bem sucedida na prova do concurso

Introdução

- Em alguns casos, existem modelos determinísticos para descrever as situações
- Porém, nestes casos, é impossível determinar com exatidão o resultado do experimento
  - Sabemos quais são os possíveis resultados, mas não podemos precisar qual deles será obtido
- Para esses casos, utilizamos um modelo probabilístico ou estocástico

Experimento aleatório

- Experimento aleatório: procedimento que, ao ser repetido sob as mesmas condições, pode fornecer resultados diferentes. Características:
  - Ele pode ser realizado quantas vezes desejarmos, sob condições essencialmente iguais
  - O resultado do experimento não pode ser determinado 'a priori', mas o conjunto de todos os resultados pode ser especificado

Experimento aleatório

- O experimento apresenta a condição de regularidade estatística: quando o número de observações é muito grande, a frequência relativa de um particular resultado se aproxima de um valor constante
- Com base na regularidade estatística, podemos associar a cada resultado uma medida de confiança na ocorrência desse resultado, probabilidade

Experimento aleatório

- Exemplos
  1. Resultado no lançamento de um dado;
  2. Hábito de fumar de um estudante sorteado em sala de aula;
  3. Condições climáticas do próximo domingo;
  4. Taxa de inflação do próximo mês;
  5. Tipo sanguíneo de um habitante escolhido ao acaso.

Espaço Amostral

- **Espaço Amostral (Ω):** conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

- O espaço amostral pode ser finito ou infinito

- Os espaços amostrais são de três tipos :
  - Finitos
  - Infinitos Enumeráveis: infinito porém conseguimos enumerar as possibilidades
  - Infinitos Não-Enumeráveis

Espaço Amostral

- Exemplos
  1. Lançamento de um dado.
     $$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
  2. Exame de sangue (tipo sangüíneo)
     $$\Omega = \{A, B, AB, O\}$$
  3. Hábito de fumar.
     $$\Omega = \{\text{Fumante}, \text{Não fumante}\}$$
  4. No lançamento de uma moeda, o numero de lançamentos até a obtenção da primeira cara
     $$\Omega = \{1, 2, 3, \ldots\}$$
  5. Tempo de duração de uma lâmpada.
     $$\Omega = \{t : t \geq 0\}$$

Qual dos espaços são finitos, infinitos enumeráveis e infinitos não enumeráveis?

Eventos

- Evento: é um subconjunto do espaço amostral Ω (calcular probabilidade)

  - *Geralmente é representado por uma letra maiúscula: A, B, C, etc..*

  - *Eventos especiais*
    - $\emptyset$ (conjunto vazio): *evento impossível*
    - Ω: *próprio espaço amostral*

Classificação de Eventos

- Evento Simples
  - Eventos que são formados por um único elemento do espaço amostral
- Evento certo
  - Um evento certo que vai acontecer
  - Ao lançarmos um dado é certo que a face que ficará para cima, terá um número divisor de 720. Este é um evento certo, pois $720 = 6! = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1$, obviamente qualquer um dos números da face de um dado é um divisor de 720, pois 720 é o produto de todos eles.
  - O conjunto $A = \{ 2, 3, 5, 6, 4, 1 \}$ representa um evento certo pois ele possui todos os elementos do espaço amostral $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

Classificação de eventos

- Evento impossível
  - No lançamento conjunto de dois dados qual é a possibilidade de a soma dos números contidos nas duas faces para cima, ser igual a 15?
  - Este é um **evento impossível**, pois o valor máximo que podemos obter é igual a doze. Podemos representá-lo por A = ∅, ou ainda por A = {}.
- Eventos oriundos de operaçoes
  - Evento União
  - Evento Interseção
  - Eventos mutuamente exclusivos
  - Evento complementar

Eventos

- Exemplo: Lançamento de um dado.
  - Espaço amostral: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - O evento A = {os números pares} $A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega$
    - Se o resultado for 2, 4 ou 6, o evento A ocorreu
    - Se o resultado for 1, 3 ou 5, o evento A não ocorreu
  - O evento B = {número maior que 3} $B = \{4, 5, 6\} \subset \Omega$
  - O evento C ={número 1} $C = \{1\} \subset \Omega$

Operações com Eventos

- Sejam A e B dois eventos de um espaço amostral.

- $A \cup B$: *união dos eventos A e B.*
  - Representa a ocorrência de pelo menos um dos eventos, A ou B.

- $A \cap B$: *interseção dos eventos A e B.*
  - Representa a ocorrência simultânea dos eventos A e B.

Operações com Eventos

- A e B são disjuntos ou mutuamente exclusivos quando não têm elementos em comum, isto é,

$$A \cap B = \varnothing$$

- A e B são complementares se sua interseção é vazia e sua união é o espaço amostral, isto é,

$$A \cap B = \varnothing \quad \text{e} \quad A \cup B = \Omega$$

- O complementar de A é representado por A^c.

Exemplo: Lançamento de um dado

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- Eventos: $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ e $C = \{1\}$

1. sair uma face par e maior que 3
$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$
2. sair uma face par e face 1
$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \varnothing$$
3. sair uma face par ou maior que 3
$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$
4. sair uma face par ou face 1
$$A \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{1\} = \{1, 2, 4, 6\}$$
5. não sair face par
$$A^C = \{1, 3, 5\}$$

Exercícios

- Para cada um dos casos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e conte seus elementos
  1. Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas
  2. Uma urna contém 10 bolas azuis e 10vermelhas com mesmas dimensões. Três bolas são selecionadas ao acaso, com reposição e as cores são anotadas
  3. Dois dados são lançados simultaneamente e estamos interessados na soma das faces observadas
  4. Em uma cidade, famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma
  5. Uma máquina produz 20 peças por hora, escolhe-se um instante qualquer e observa-se o número de peças defeituosas na próxima hora