# Inteligencja obliczeniowa - Reguły asocjacyjne

Grzegorz Madejski

2021/22

#### Przykład

Załóżmy, że mamy bazę danych z 10 transakcjami w sklepie. Co kupowali klienci?

| T1  | {masło, chleb}               |
|-----|------------------------------|
| T2  | {chleb, ser}                 |
| T3  | {masło, chleb, ser}          |
| T4  | {piwo, czipsy}               |
| T5  | {chleb, piwo}                |
| T6  | {chleb, piwo, czipsy}        |
| T7  | {masło, chleb, piwo, czipsy} |
| T8  | {chleb, piwo, czipsy}        |
| T9  | {masło, chleb, ser, piwo}    |
| T10 | {masło, chleb, piwo, czipsy} |

#### Przykład

Załóżmy, że mamy bazę danych z 10 transakcjami w sklepie. Co kupowali klienci?

|     | masło | chleb | ser   | piwo  | czipsy |
|-----|-------|-------|-------|-------|--------|
| T1  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE | FALSE  |
| T2  | FALSE | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| T3  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| T4  | FALSE | FALSE | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T5  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | FALSE  |
| T6  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T7  | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T8  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T9  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE  |
| T10 | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |

#### Przykład

| T1  | {masło, chleb}               |
|-----|------------------------------|
| T2  | {chleb, ser}                 |
| T3  | {masło, chleb, ser}          |
| T4  | {piwo, czipsy}               |
| T5  | {chleb, piwo}                |
| T6  | {chleb, piwo, czipsy}        |
| T7  | {masło, chleb, piwo, czipsy} |
| T8  | {chleb, piwo, czipsy}        |
| T9  | {masło, chleb, ser, piwo}    |
| T10 | {masło, chleb, piwo, czipsy} |

|     | masło | chleb | ser   | piwo  | czipsy |
|-----|-------|-------|-------|-------|--------|
| T1  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE | FALSE  |
| T2  | FALSE | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| T3  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| T4  | FALSE | FALSE | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T5  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | FALSE  |
| T6  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T7  | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T8  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T9  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE  |
| T10 | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |

Przykładowa reguła asocjacyjna: "Jeśli klient kupuje masło i chleb, to kupuje też ser". Matematycznie:  $\{\text{masło}, \text{chleb}\} \rightarrow \{\text{ser}\}\ (\text{dla drugiej tabeli: } \{\text{masło}=\text{TRUE}\}, \text{chleb}=\text{TRUE}\} \rightarrow \{\text{ser}=\text{TRUE}\})$ 

IO - Associations

# Definicje

- Pozycje/produkty/przedmioty (ang. items) opsiują dostepne towary:  $I = \{i_1, ..., i_n\}$ .
- Baza transakcji T składa się z itemsetów T<sub>i</sub> czyli zbiorów zakupionych towarów.
- Itemset to dowolny podzbiór I.
- k-itemset to podzbiór I o k elementach.
- Reguła (asocjacyjna) to para  $A \rightarrow B$ , gdzie A i B to itemsety.

#### Ocena zbiorów i reguł

 Możemy zmierzyć częstość wystepowania zbiorów (itemsetów) w bazie danych. Taką częstość nazywamy wsparciem (ang. support) i obliczamy wg wzoru:

$$supp(A) = \frac{\text{liczba transakcji z A jako podzbiorem}}{\text{wielkość bazy danych T}}$$

 Możemy zmierzyć prawdziwość reguł asocjacyjnych. Nazywamy to wiarygodnością lub ufnością (ang. confidence) i obliczamy wg wzoru:

$$conf(A \rightarrow B) = \frac{supp(A \cup B)}{supp(A)}$$

 Jeśli pytamy o wsparcie dla reguły, to chodzi o wsparcie zbioru sumującego obie strony:

$$supp(A \rightarrow B) = supp(A \cup B)$$

#### Zadanie

#### Zadanie 1

Dla podanej bazy danych podaj wsparcie i wiarygność reguł:  $\{chleb\} \rightarrow \{piwo,czipsy\}$   $\{piwo\} \rightarrow \{czipsy\}$   $\{czipsy\} \rightarrow \{piwo\}$   $\{masło, ser\} \rightarrow \{chleb\}$ 

|                                | 11                     | {masło, chleb}            |  |  |  |
|--------------------------------|------------------------|---------------------------|--|--|--|
|                                | T2 {chleb, ser}        |                           |  |  |  |
|                                | T3 {masło, chleb, ser} |                           |  |  |  |
|                                | T4                     | {piwo, czipsy}            |  |  |  |
| T5 {chleb, piwo}               |                        |                           |  |  |  |
| T6 {chleb, piwo, czipsy}       |                        |                           |  |  |  |
| T7 {masło, chleb, piwo, czipsy |                        |                           |  |  |  |
| T8 {chleb, piwo, czipsy}       |                        | {chleb, piwo, czipsy}     |  |  |  |
| T9 {masło, chleb, ser, piwo}   |                        | {masło, chleb, ser, piwo} |  |  |  |
| T10 {masło, chleb, piwo, czips |                        |                           |  |  |  |

|     | masło | chleb | ser   | piwo  | czipsy |
|-----|-------|-------|-------|-------|--------|
| T1  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE | FALSE  |
| T2  | FALSE | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| Т3  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| T4  | FALSE | FALSE | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T5  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | FALSE  |
| T6  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T7  | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T8  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| Т9  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE  |
| T10 | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |

#### Sprzedaż

W supermarketach, po zeskanowaniu kodów kreskowych, produkty z każdego kupna są zapisane w bazie danych. Sprzedawca może sprawdzić jakie produkty są kupowane razem i dopasować do tego strategię marketingową (zestawy w promocyjnej cenie, rozmieszczenie produktów w sklepie). Angielski termin: market basket analysis.



#### Rekomendacje

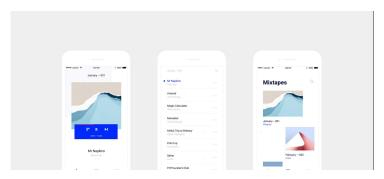
Serwisy z materiałami multimedialnymi (np. Youtube, Netflix, Spotify) mogą zbierać dane o twojej aktywności w serwisie, szukać wzorców twojego zachowania i układać reguły asocjacyjne, które będą ci rekomendowały najbardziej pasujące materiały.



Źródło obrazka: https://laptrinhx.com/how-does-netflix-know-what-movies-you-II-enjoy-2163869420/

### Projektowanie UI

Twórcy serwisów czy aplikacji mogą zbierać dane o aktywności użytkowników: gdzie klikają, do jakich menu wchodzą, gdzie scrollują. W ten sposób, mogą ulepszyć interfejs.



Źródło obrazka: https://xd.adobe.com/ideas/process/ui-design/4-golden-rules-ui-design/

### Medycyna

Lekarze mogą szukać zależności pomiędzy wyśtępowaniem różnych symptomamów chorobowych, pomiędzy chorobami, symptomami a chorobami i lekami a chorobami. Takie techniki wspomagają wiedzę lekarzy na temat choroby.

# Algorytm dla zbiorów częstych - pseudokod

```
function APRIORI(T, supp<sub>min</sub>)
    Freq_1 \leftarrow \{t \in I: supp(t) \geqslant supp_{min}\}
    k \leftarrow 2
    while Freq_{k-1} \neq \emptyset:
          Cand_k \leftarrow APRIORI-GEN(Freq_{k-1}, k)
          Freq_k \leftarrow \{t \in Cand_k : supp(t) \ge supp_{min}\}
          k \leftarrow k + 1
    return Freq_1 \cup \cdots \cup Freq_k
function APRIORI-GEN(Freq_{k-1}, k)
    Cand_{\nu} \leftarrow \emptyset
    for all x, y \in Freq_{k-1}
          if x \neq y and x[1:k-2] = y[1:k-2]
                z \leftarrow x \cup v
                 if (u \subset z \text{ for all } u \in Freq_{k-1})
                       Cand_{\iota} \leftarrow Cand_{\iota} \cup z
    return Cand
```

#### Algorytm dla zbiorów częstych - objaśnienia

#### Algorytm APRIORI:

- wyszukuje zbiory częste (minimalny support) o wielkości jeden (Freq<sub>1</sub>).
- Na podstawie Freq<sub>1</sub> generuje dobrych kandydatów (Cand<sub>2</sub>) o wielkości 2
- Z kandydatów Cand<sub>2</sub> wybiera zbiory częste tworząc zbiór Freq<sub>2</sub>.
- Na podstawie Freq<sub>2</sub> generuje dobrych kandydatów (Cand<sub>3</sub>) o wielkości 3.
- Z kandydatów Cand<sub>3</sub> wybiera zbiory częste tworząc zbiór Freg<sub>3</sub>.
- Itd. ...
- Działa tak długo, aż wyczerpie możliwości tworzenia nowych zbiorów.

### Algorytm dla zbiorów częstych - przykład działania

Zakładamy, że  $supp_{min} = 50\%$  (3 wystąpienia).

| $T_i$ | zakupy |   |   |   |   |
|-------|--------|---|---|---|---|
| 10    | А      | С |   | Т | W |
| 20    |        | C | D |   | W |
| 30    | Α      | C |   | Т | W |
| 40    | Α      | C | D |   | W |
| 50    | Α      | C | D | Т | W |
| 60    |        | C | D | Т |   |

| 150                   | częste podzbiory    |
|-----------------------|---------------------|
| $F_1$                 | A, C, D, T, W       |
| $C_2$                 | AC, AD,             |
| $F_2$                 | AC, AT, AW, CD, CT, |
|                       | CW, DW, TW          |
| <i>C</i> <sub>3</sub> | ACT, ACW, ATW, CDW  |
|                       | CDT, CTW            |
| $\overline{F_3}$      | ACT, ACW, ATW, CDW  |
|                       | CTW                 |
| C <sub>4</sub>        | ACTW···             |

### Algorytm dla zbiorów częstych - objaśnienia

Funkcja APRIORI-GEN służy do wyłonienia dobrych kandydatów na zbiory częste o wielkości k ( $Cand_k$ ), mając do dyspozycji zbiory częste o wielkości k-1 ( $Freq_{k-1}$ ). Funkcja:

• wybiera pary x, y ze zbioru  $Freq_{k-1}$  takie, żeby itemy zgadzały się na pierwszych k-2 miejscach. Nastepnie  $t_{qczy}$  takie pary. Przykład:

$$Freq_{k-1} = \{AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE\}$$

$$Cand_k = \{ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE\}$$

• następnie wycina (ang. pruning) ze zbioru  $Cand_k$  wszystkie elementy, których wszystkie podzbiory wielkości k-1 nie należą do  $Freq_{k-1}$ .

$$Cand_k = \{ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE\}$$

$$Cand_k = \{ABC, ABD, ABE\}$$



# Algorytm do generowania reguł - objaśnienia

Mając zbiory częste możemy generować reguły. Reguły mają zadaną minimalną wiarygodność *conf<sub>min</sub>*. Algorytm opiszemy słownie:

 Rozpatrujemy wszystkie możliwe zbiory częste o długości większej równej 2:

$$f \in Freq_2 \cup Freq_3 \cup ... \cup Freq_{|I|}$$

• Dla danego zbioru f rozpatrujemy wszystkie możliwe podzbiory właściwe  $h \subset f$ ,  $h \neq \emptyset$ ,  $h \neq f$  tworząc reguły:

$$(f-h) \rightarrow h$$

- jeśli dana reguła ma wiarygodność conf<sub>min</sub> lub większą to jest wyświetlana, w przyciwnym wypadku odrzucana
- Powyższą procedurę można zoptymalizować: jęsli wiemy, że  $AB \to CD$  jest wiarygodna, to  $ABC \to D$  i  $ABD \to C$  również są.

#### Zadanie

#### Zadanie 2

Dla podanej bazy danych zasymuluj działanie algorytmu Apriori do generowania zbiorów częstych. Wypisując po kolei zawartość zbiorów Freq<sub>1</sub>, Cand<sub>2</sub>, Freq<sub>2</sub>, Cand<sub>3</sub>, Freq<sub>3</sub>, Cand<sub>4</sub>, Freq<sub>4</sub>, Cand<sub>5</sub>, Freq<sub>5</sub>. Przyjmij minimalne wsparcie supp<sub>min</sub> = 50%.

| T1  | {masło, chleb}               |
|-----|------------------------------|
| T2  | {chleb, ser}                 |
| T3  | {masło, chleb, ser}          |
| T4  | {piwo, czipsy}               |
| T5  | {chleb, piwo}                |
| T6  | {chleb, piwo, czipsy}        |
| T7  | {masło, chleb, piwo, czipsy} |
| T8  | {chleb, piwo, czipsy}        |
| T9  | {masło, chleb, ser, piwo}    |
| T10 | {masło, chleb, piwo, czipsy} |
|     |                              |

| _   |       |       |       |       |        |
|-----|-------|-------|-------|-------|--------|
|     | masło | chleb | ser   | piwo  | czipsy |
| T1  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE | FALSE  |
| T2  | FALSE | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| Т3  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE | FALSE  |
| T4  | FALSE | FALSE | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T5  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | FALSE  |
| T6  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T7  | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| T8  | FALSE | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |
| Т9  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | TRUE  | FALSE  |
| T10 | TRUE  | TRUE  | FALSE | TRUE  | TRUE   |

Następnie podaj wszystkie reguły asocjacyjne o minimalnej wiarygodności conf<sub>min</sub>= 60% i minimalnej długości 3 (itemsety wielkości 3,4,5).