

**Міністерство освіти і науки України**  
**Національний технічний університет України**  
**“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”**  
**Факультет інформатики та обчислювальної техніки**  
  
**Кафедра інформатики та програмної інженерії**

**Звіт**  
з лабораторної роботи №3  
за темою: “Розв'язання транспортної ЗЛП методом потенціалів”  
з дисципліни “Методи оптимізації та прийняття рішень”

**Виконав**

студент 4 курсу  
кафедри ІІІ ФІОТ  
групи ІІ-91  
Кочев Г.Г.

**Перевірила**

Ромашкевич Я.О.

**Київ - 2023**

# 1 ЗАВДАННЯ

Розв'язати транспортну задачу лінійного програмування (ТЗЛП) методом потенціалів. Задано матрицю транспортних витрат  $C = [c_{ij}]$ , ( $i = 1...4, j = 1...4$ ),  $A = [a_i]$  ( $i = 1...4$ ) – обсяги продукції в пунктах виробництва,  $B = [b_j]$  ( $j = 1...4$ ) – обсяги продукції в пунктах споживання.

1. Знайти початковий допустимий базисний розв'язок (ДБР) методом північно-західного кута. Для початкового ДБР навести значення змінних задачі та значення цільової функції.

2. Розв'язати задачу методом потенціалів, починаючи із отриманого початкового ДБР.

## 2 ПАРАМЕТРИ ЗГІДНО НОМЕРУ ВАРІАНТА

варіант  
12

$C =$		4	9	2	2	$a_i$
		7	2	8	9	5
		2	1	2	9	5
		2	2	2	6	1
$b_j$		9	8	2	4	12

## 3 ЗНАХОДЖЕННЯ ПОЧАТКОВОГО ДБР МЕТОДОМ ПІВНІЧНО-ЗАХІДНОГО КУТА

Початкова таблиця допустимого базисного розв'язку:

Виробник/споживач

	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4	Обсяги виробництва
Виробник 1	4	9	2	2	5
Виробник 2	7	2	8	9	5
Виробник 3	2	1	2	9	1
Виробник 4	2	2	2	6	12
Обсяги споживання	9	8	2	4	

Перевірка умови балансу:

$$A = 9+8+2+4=23$$

$$B = 5+5+1+12=23$$

$A = B$ , задача збалансована.

Далі наведено покроковий пошук ДБР методом північно-західного кута.

Крок 1:

Виробник/споживач

	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4	Обсяги виробництва
Виробник 1	4	9	2	2	5
Виробник 2	7	2	8	9	5
Виробник 3	2	1	2	9	1
Виробник 4	2	2	2	6	12
Обсяги споживання	4	8	2	4	

Крок 2:

Виробник/споживач

	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4	Обсяги виробництва
Виробник 1	4	9	2	2	5
Виробник 2	7	2	8	9	1
Виробник 3	2	1	2	9	1
Виробник 4	2	2	2	6	12
Обсяги споживання	4	8	2	4	

Крок 3:

Виробник/споживач

	Споживач 1		Споживач 2		Споживач 3		Споживач 4		Обсяги виробництва
Виробник 1		4		9		2		2	5
	5								
Виробник 2		7		2		8		9	1
	4		1						
Виробник 3		2		1		2		9	1
Виробник 4		2		2		2		6	12
Обсяги споживання	4		7		2		4		

Крок 4:

Виробник/споживач

	Споживач 1		Споживач 2		Споживач 3		Споживач 4		Обсяги виробництва
Виробник 1		4		9		2		2	5
	5								
Виробник 2		7		2		8		9	1
	4		1						
Виробник 3		2		1		2		9	1
			1						
Виробник 4		2		2		2		6	12
Обсяги споживання	4		6		2		4		

Крок 5:

Виробник/споживач

	Споживач 1		Споживач 2		Споживач 3		Споживач 4		Обсяги виробництва
Виробник 1		4		9		2		2	5
	5								
Виробник 2		7		2		8		9	1
	4		1						
Виробник 3		2		1		2		9	1
			1						
Виробник 4		2		2		2		6	6
			6						

Обсяги споживання

4	6	2	4
---	---	---	---

Крок 6:

Виробник/споживач

	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4	Обсяги виробництва
Виробник 1	4	9	2	2	5
Виробник 2	7	2	8	9	1
Виробник 3	2	1	2	9	1
Виробник 4	2	2	2	6	4
Обсяги споживання	4	6	2	4	

Крок 7:

Виробник/споживач

	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4	Обсяги виробництва
Виробник 1	4	9	2	2	5
Виробник 2	7	2	8	9	1
Виробник 3	2	1	2	9	1
Виробник 4	2	2	2	6	4
Обсяги споживання	4	6	2	4	

На 7 кроці був отриманий початковий ДБР, що містить такі базисні змінні:

$$x_{11}=5, x_{21}=4, x_{22}=1, x_{32}=1, x_{42}=6, x_{43}=2, x_{44}=4.$$

Кількість базисних змінних 7, як і повинно бути згідно виразу  $m + n - 1 = 7$ , де  $m$  та  $n$  – кількість виробників та споживачів.

Значення цільової функції:

$$Z = 5*4+4*7+1*2+1*1+6*2+2*2+4*6=91.$$

#### 4 РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ МЕТОДОМ ПОТЕНЦІАЛІВ

Для розв'язання методом потенціалів потрібно спочатку розрахувати потенціали для поточного ДБР, присвоївши одному з них значення 0, наприклад  $u_1 = 0$ , далі розраховувати потенціали за формулою  $v_j = c_{ij} - u_i$ , де  $v$  та  $u$  – потенціали, а  $c$  – значення матриці витрат. Наприклад  $v_1 = 4 - 0 = 4$ .

Далі розраховуємо відносні базисні оцінки за формулою  $\Delta_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$  і записуємо їх зліва зверху кожної клітинки змінної, якщо є від'ємні оцінки (виділені сірим), то рішення неоптимальне, і треба знайти змінну з найменшою оцінкою (виділена червоним) і починаючи з неї побудувати компенсаційний цикл, щоб ввести цю змінну в базис. Якщо в клітинці змінної в циклі стоїть +, то змінна збільшується на дельту, якщо мінус – то зменшується. Дельтою буде найменше значення змінної в циклі, біля якої стоїть -, воно виділене голубим, цикл виділено оранжевим.

Ітерація 1:

Потенціали u/v		4		-1		-1		3
0	0	4	10	9	3	2	-1	2
	5							
3	0	7	0	2	6	8	3	9
	4	-	1	+				
2	-4	2	0	1	1	2	4	9
			1					
3	-5	2	0	2	0	2	0	6
		+	6	-	2		4	

Оскільки є від'ємні відносні оцінки, то рішення неоптимальне, введемо в базис змінну з найменшою відносною оцінкою,  $x_{41}$ .

Щоб визначити яка змінна буде виведена з базису побудовано компенсаційний цикл, в ньому обрана змінна з найменшим значенням  $x_{21} = 4$  та знаком -, ця змінна буде значенням  $\Delta$ , яке буде додано до змінних в циклі з

знаком +, та віднято від змінних з знаком -. Відповідно значення введеної в базис змінної  $x_{41}=4$ .

Ітерація 2:

Для ДБР з попередньої ітерації перераховуються значення змінних в компенсаторному циклі, перераховуються потенціали та базисні оцінки і якщо потрібно будується компенсаторний цикл для введення нової змінної в базис.

Потенціали $u/v$		4		4		4		8
0	0	4	5	9	-2	2	-6	2
	5	-						+
-2	5	7	0	2	6	8	3	9
			5					
-3	1	2	0	1	1	2	4	9
			1					
-2	0	2	0	2	0	2	0	6
	4	+	2		2		4	-

Оскільки є від'ємні відносні оцінки, то рішення неоптимальне, введемо в базис змінну з найменшою відносною оцінкою,  $x_{14}$ .

Щоб визначити яка змінна буде виведена з базису побудовано компенсаторний цикл, в ньому обрана змінна з найменшим значенням  $x_{44} = 4$  та знаком -, ця змінна буде значенням  $\Delta$ , яке буде додано до змінних в циклі з знаком +, та віднято від змінних з знаком -. Відповідно значення введеної в базис змінної  $x_{14}=4$ .

Ітерація 3:

Для ДБР з попередньої ітерації перераховуються значення змінних в компенсаторному циклі, перераховуються потенціали та базисні оцінки і якщо потрібно будується компенсаторний цикл для введення нової змінної в базис.

Потенціали $u/v$		4		4		4		2
0	0	4	5	9	-2	2	0	2
	1	-				+	4	
-2	5	7	0	2	6	8	9	9
			5					
-3	1	2	0	1	1	2	10	9

			1				
-2	0	2	0	2	0	2	6
	8	+	2		2	-	

Оскільки є від'ємні відносні оцінки, то рішення неоптимальне, введемо в базис змінну з найменшою відносною оцінкою,  $x_{13}$ .

Щоб визначити яка змінна буде виведена з базису побудовано компенсаторний цикл, в ньому обрана змінна з найменшим значенням  $x_{11} = 1$  та знаком -, ця змінна буде значенням  $\Delta$ , яке буде додано до змінних в циклі з знаком +, та віднято від змінних з знаком -. Відповідно значення введеної в базис змінної  $x_{13} = 1$ .

Ітерація 4:

Для ДБР з попередньої ітерації перераховуються значення змінних в компенсаторному циклі, перераховуються потенціали та базисні оцінки і якщо потрібно будуватиметься компенсаторний цикл для введення нової змінної в базис.

Потенціали  $u/v$

		2		2		2		2
0	2	4	7	9	0	2	0	2
					1		4	
0	5	7	0	2	6	8	7	9
			5					
-1	1	2	0	1	1	2	8	9
			1					
0	0	2	0	2	0	2	4	6
	9		2		1			

Розрахувавши потенціали та відносні оцінки видно, що оскільки відносні оцінки не від'ємні, то рішення оптимальне.

До базисних змінних належать:

$x_{13}=1$ ,  $x_{14}=4$ ,  $x_{22}=5$ ,  $x_{32}=1$ ,  $x_{41}=9$ ,  $x_{42}=2$ ,  $x_{43}=1$ . Інші змінні небазисні, тому їх значення рівне 0.

Оптимальне значення цільової функції:

$$Z^{opt} = 1*2 + 4*2 + 5*2 + 1*1 + 9*2 + 2*2 + 1*2 = 45$$