

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт
з лабораторної роботи №2
за темою: “Методи розв'язання ЗЛП”
з дисципліни “Методи оптимізації та прийняття рішень”

Виконав

студент 4 курсу
кафедри ІІІ ФІОТ
групи ІІІ-91
Кочев Г.Г.

Перевірила

Ромашкевич Я.О.

Київ - 2023

1 ЗАВДАННЯ

Вирішити ЗЛП наведену в математичній постановці завдання трьома способами.

- Спосіб 1. Засобами Excel (надбудова «Пошук розв'язку», метод розв'язання – симплекс-метод).
- Спосіб 2. Графічний метод розв'язання ЗЛП.
- Спосіб 3. Симплекс-метод.

2 МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ЗГІДНО НОМЕРУ ВАРІАНТА

Варіант 12.

$$Z = 4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$- 6x_1 + 6x_2 \leq 18 \quad (1)$$

$$4x_1 + 1x_2 \leq 29 \quad (2)$$

$$x_2 \leq 7 \quad (3)$$

$$x_1 \leq 7 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

3 СПОСІБ 1. ЗАСОБАМИ EXCEL

1	Змінні										
2	варіант 12	обмеження	a	b	c						
3		(1)	-6	6	18						
4		(2)	4	1	29						
5		(3)	0	1	7						
6		(4)	1	0	7						
7		Цільова функція	d1	d2							
8		коефіцієнти	4	4							
9											
10	Цільова функція										
11	$Z=4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$										
12	Обмеження										
13	$-6x_1+6x_2 \leq 18$	(1)									
14	$4x_1+ 1x_2 \leq 29$	(2)									
15	$x_2 \leq 7$	(3)									
16	$x_1 \leq 7$	(4)									
17											
18											
19											
20											
21											

Рисунок 1 – Аркуш Excel із відображенням вхідних значень

1	Змінні						Змінні				
2	варіант 12	обмеження	a	b	c		X1	X2			
3		(1)	-6	6	18		0	0			
4		(2)	4	1	29						
5		(3)	0	1	7						
6		(4)	1	0	7						
7		Цільова функція	d1	d2							
8		коефіцієнти	4	4							
9											
10	Цільова функція										
11	$Z=4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$										
12	Обмеження										
13	$-6x_1+6x_2 \leq 18$	(1)									
14	$4x_1+ 1x_2 \leq 29$	(2)									
15	$x_2 \leq 7$	(3)									
16	$x_1 \leq 7$	(4)									
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											

Рисунок 2 – Аркуш Excel із відображенням формул

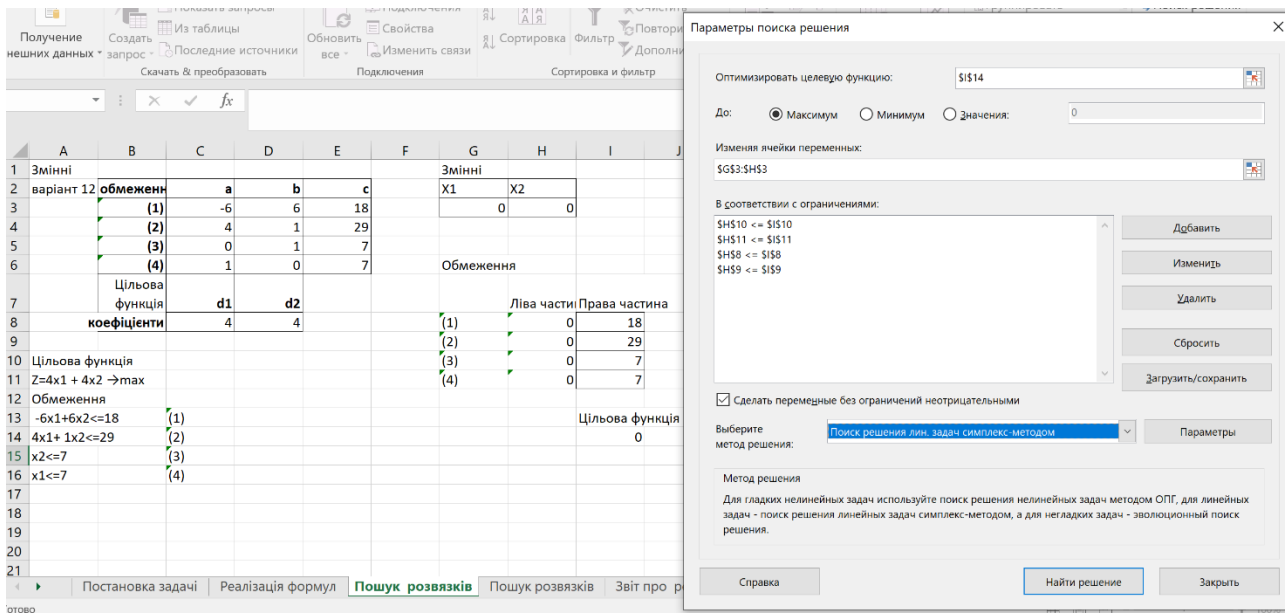


Рисунок 3 – Скріншот вікна пошуку із встановленими параметрами пошуку

1	2	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										
26										
27										
28										
29										
30										
31										
32										
33										

Рисунок 4 – Аркуш звіту, сформованого Excel «Звіт про результати»

4. (ГРАФІЧНИЙ МЕТОД) ГРАФІЧНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗЛП ІЗ ПОЗНАЧЕННЯМИ

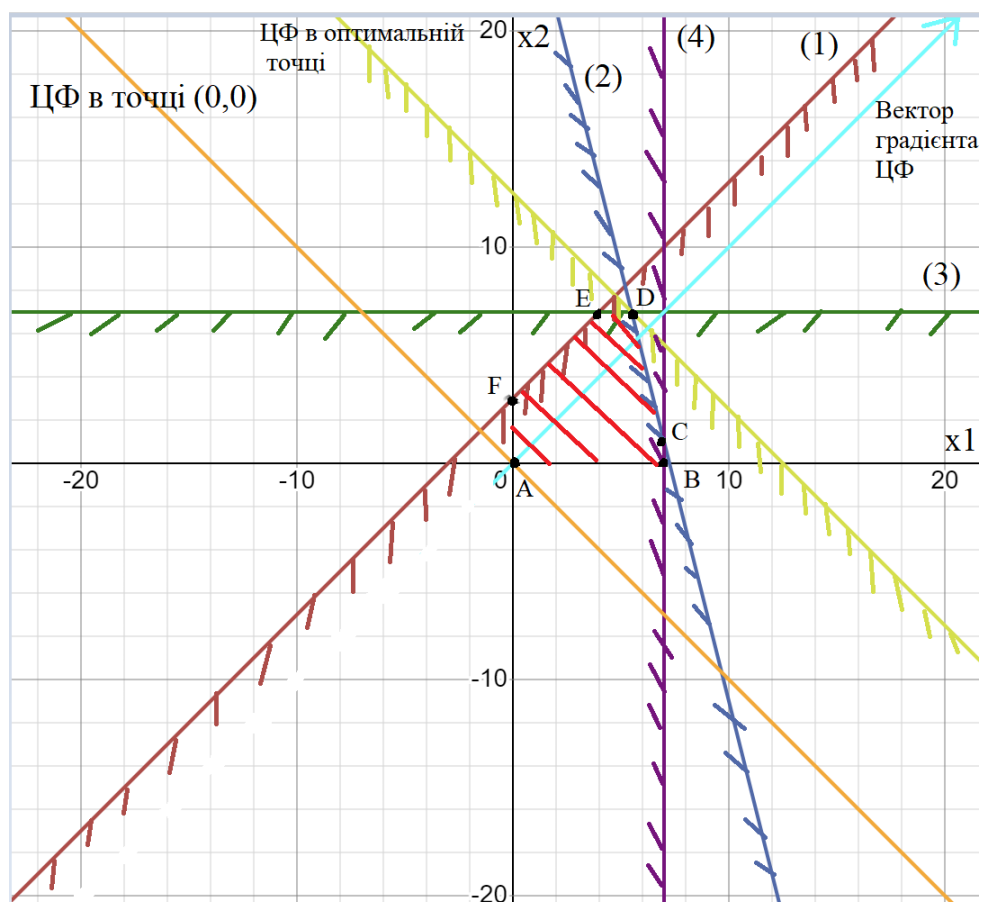


Рисунок 5 – Графічне розв'язання ЗЛП. Номера обмежень підписані числами в дужках біля прямих, півплощини, задані цим обмеженням визначені штриховкою. Заштрихована червоним ділянка є областю допустимих розв'язків.

Областю допустимих розв'язків є шестикутник ABCDEF, заштрихований червоним. Рухаючи пряму, що описує цільову функцію в напрямку вектора градієнта було знайдено оптимальний розв'язок, який знаходиться в точці D, що має координати (5.5, 7).

В цій точці цільова функція має значення $4 \cdot 5.5 + 4 \cdot 7 = 50$, що співпадає з рішенням за допомогою Excel.

5. (СИМПЛЕКС-МЕТОД)

ЗЛП в канонічній формі:

$$Z = 4x_1 + 4x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4 \rightarrow \max$$

$$- 6x_1 + 6x_2 + s_1 = 18 \quad (1)$$

$$4x_1 + 1x_2 + s_2 = 29 \quad (2)$$

$$x_2 + s_3 = 7 \quad (3)$$

$$x_1 + s_4 = 7 \quad (4)$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0$$

Для знаходження початкового ДБР візьмемо змінні s_1, s_2, s_3, s_4 як базисні, x_1, x_2 як небазисні, на основі цього ДБР створюємо початкову симплекс-таблицю.

Початкова симплекс-таблиця:

	x1	x2	s1	s2	s3	s4	P
Z	-4	-4	0	0	0	0	0
s1	-6	6	1	0	0	0	18
s2	4	1	0	1	0	0	29
s3	0	1	0	0	1	0	7
s4	1	0	0	0	0	1	7

Оскільки дві компоненти вектора відносних оцінок від'ємні (-4, -4), то поточний розв'язок неоптимальний.

Поточний розв'язок відповідає вершині А ОДР задачі, зображений на рисунку 5.

В змінних x_1 та x_2 однакові відносні оцінки, тому для введення в базис виберемо довільну вершину, наприклад x_2 .

Для визначення того, яка змінна буде виведена з базису, поділимо всі значення в стовпчику Р на відповідні додатні ненульові значення в стовпчику змінної, яку ми вводимо в базис, і вибрати змінну, для якої значення в рядку буде найменшим:

$$s1 \rightarrow \frac{18}{6} = 3,$$

$$s2 \rightarrow \frac{29}{1} = 29,$$

$$s3 \rightarrow \frac{7}{1} = 7$$

Найменше значення має $s1$, отже виводимо її з базису.

Ітерація 1

Побудуємо симплекс-таблицю для наступної ітерації, колонки базисних змінних виділені зеленим, позиція провідного елементу з попередньої ітерації(який був використаний для перерахунку симплекс таблиці методом квадрату) відмічена червоним:

	x1	x2	s1	s2	s3	s4	P
Z	-8	0	2/3	0	0	0	12
x2	-1	1	1/6	0	0	0	3
s2	5	0	-1/6	1	0	0	26

s3	1	0	-1/6	0	1	0	4
s4	1	0	0	0	0	1	7

Оскільки одна з компонент вектора відносних оцінок від'ємна $x_1 = -8$, то поточний розв'язок неоптимальний.

Поточний розв'язок відповідає вершині F ОДР задачі, зображений на рисунку 6, шлях показано чорною стрілкою.

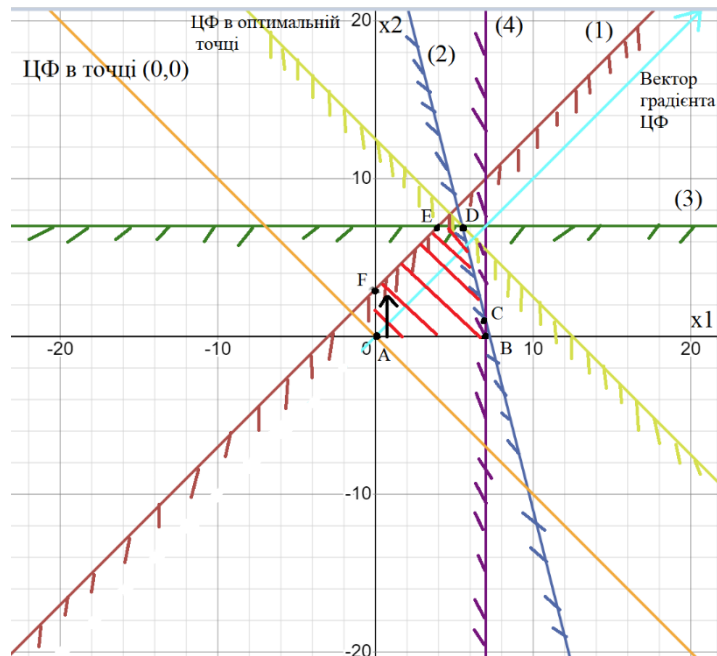


Рисунок 6 – Шлях від вершини А, що відповідає ДБР1, до вершини F, що відповідає ДБР2, зображений чорною стрілкою

Є лише одна змінна, x_1 з від'ємною відносною оцінкою, тому вводимо її в базис.

Для визначення того, яка змінна буде виведена з базису, поділимо всі значення в стовпчику Р на відповідні додатні ненульові значення в стовпчику змінної, яку ми вводимо в базис, і вибрати змінну, для якої значення в рядку буде найменшим:

$$s_2 \rightarrow \frac{26}{5} = 5.2,$$

$$s_3 \rightarrow \frac{4}{1} = 4,$$

$$s_4 \rightarrow \frac{7}{1} = 7$$

Найменше значення має s_3 , отже виводимо її з базису.

Ітерація 2

Побудуємо симплекс-таблицю для наступної ітерації, колонки базисних змінних виділені зеленим, позиція провідного елементу з попередньої

ітерації(який був використаний для перерахунку симплекс таблиці методом квадрату) відмічена червоним:

	x1	x2	s1	s2	s3	s4	P
Z	0	0	-2/3	0	8	0	44
x2	0	1	0	0	1	0	7
s2	0	0	2/3	1	-5	0	6
x1	1	0	-1/6	0	1	0	4
s4	0	0	1/6	0	-1	1	3

Оскільки одна з компонент вектора відносних оцінок від'ємна $s1 = -2/3$, то поточний розв'язок неоптимальний.

Поточний розв'язок відповідає вершині E ОДР задачі, зображений на рисунку 7, шлях показано чорною стрілкою.

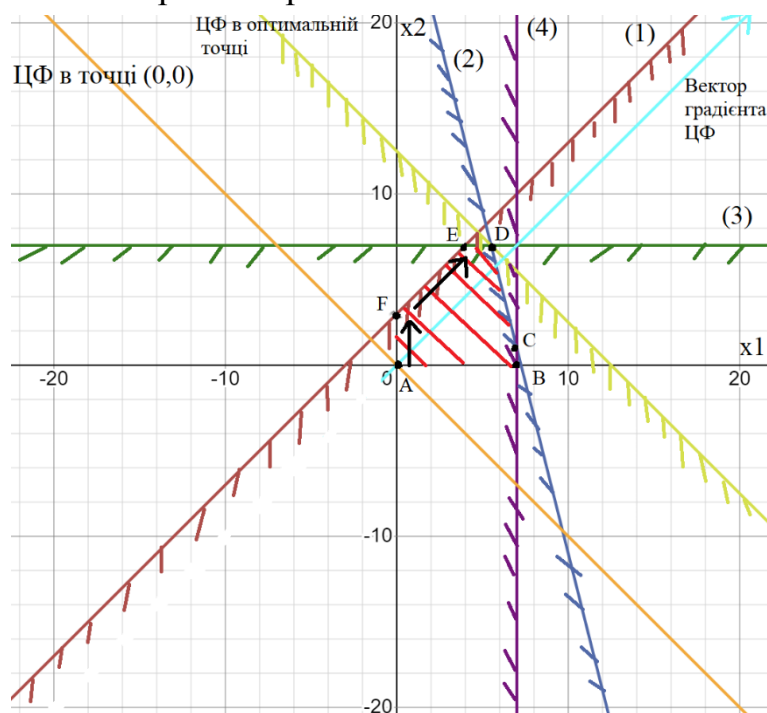


Рисунок 7 – Шлях від вершини F, що відповідає ДБР2, до вершини E, що відповідає ДБР3, зображений чорною стрілкою

Є лише одна змінна, $s1$ з від'ємною відносною оцінкою, тому вводимо її в базис.

Для визначення того, яка змінна буде виведена з базису, поділимо всі значення в стовпчику P на відповідні додатні ненульові значення в стовпчику змінної, яку ми вводимо в базис, і вибрати змінну, для якої значення в рядку буде найменшим:

$$s2 \rightarrow \frac{6}{2/3} = 9,$$

$$s4 \rightarrow \frac{3}{1/6} = 18$$

Найменше значення має $s2$, отже виводимо її з базису.

Ітерація 3

Побудуємо симплекс-таблицю для наступної ітерації, колонки базисних змінних виділені зеленим, позиція провідного елементу з попередньої ітерації(який був використаний для перерахунку симплекс таблиці методом квадрату) відмічена червоним:

	x1	x2	s1	s2	s3	s4	P
Z	0	0	0	1	3	0	50
x2	0	1	0	0	1	0	7
s1	0	0	1	3/2	-15/2	0	9
x1	1	0	0	1/4	-1/4	0	11/2
s4	0	0	0	-1/4	1/4	1	3/2

Всі компоненти вектора відносних оцінок додатні, отже поточний розв'язок оптимальний.

Поточний розв'язок відповідає вершині D ОДР задачі, зображений на рисунку 8, шлях від початкової вершини А (ДБР1) до оптимальної вершини D(ДБР4) показано чорними стрілками.

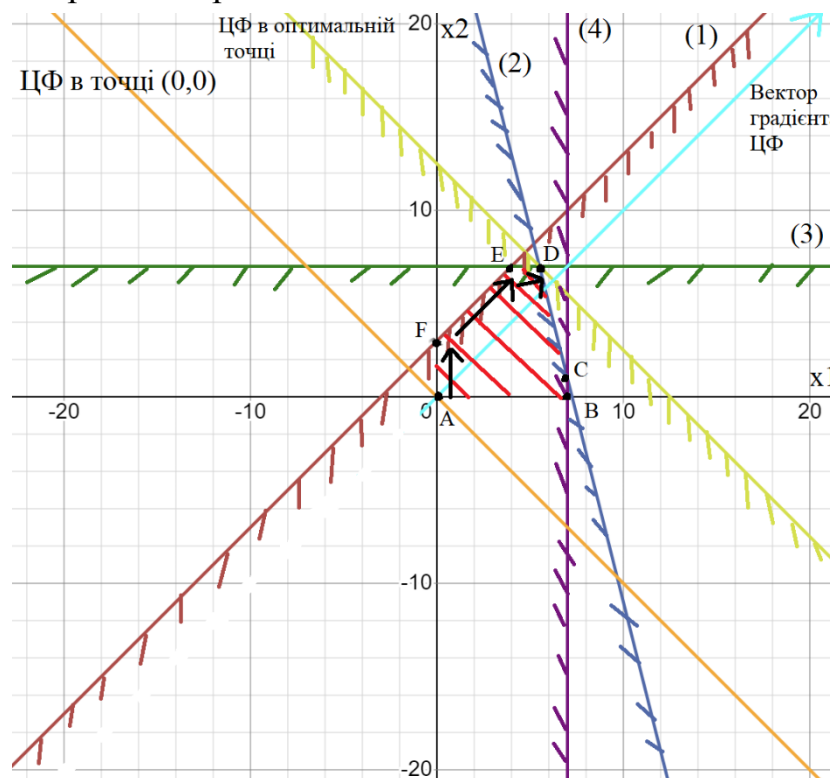


Рисунок 8 – Шлях від вершини А, що відповідає ДБР1, до вершини F, що відповідає ДБР2, від вершини F до вершини Е, що відповідає ДБР3, та від вершини Е до вершини D(ДБР4), що є оптимальною точкою, зображений чорною стрілкою

Оптимальним розв'язком є ДБР4 = (5.5, 7, 9, 0, 0, 1.5),
 $x_1 = 5.5$, $x_2 = 7$, $s_1 = 9$, $s_4 = 1.5$, $s_2 = s_3 = 0$.

Оптимальним значенням цільової функції відповідно є $Z=50$, при $x_1=5.5$, $x_2=7$, що підтверджується отриманими за допомогою двох попередніх методів результатами.