

第34組

112502026 邵川祐

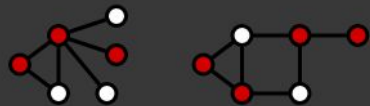
量子退火期中專案

題目要求

Vertex Cover Problem

圖的覆蓋是一個頂點的集合，使圖中的每一條邊都至少連結該集合中的一個頂點。尋找最小的頂點覆蓋的問題稱為頂點覆蓋問題 (Vertex cover)，它是一個NP完全問題。假設有一無向圖 $G = (V, E)$ ，其中 V 為頂點集合， E 為邊集合。頂點覆蓋是指從 V 中選出一個子集 $C \subseteq V$ ，使得圖中每條邊 $e = (u, v)$ 至少有一個端點屬於 C 。也就是說，對於所有邊 $(u, v) \in E$ ，必有 $u \in C$ 或 $v \in C$ (或兩者皆屬)。

下圖是兩個頂點覆蓋問題的範例，紅點表示對於該圖來說的某個頂點覆蓋集合。QUBO 的目標是求使用最少個頂點形成一個頂點覆蓋集。



QUBO 公式

QUBO 模型轉換

設 $x_i = 1$ 表示選擇第 i 個節點。

 目標函數（越少點越好）：

$$H_{objective} = \sum_i x_i$$

! 限制條件（邊需被覆蓋）：

$$H_{constraint} = \sum_{(i,j) \in E} (1 - x_i)(1 - x_j)$$

 QUBO 組合：

$$H = A \cdot H_{constraint} + B \cdot H_{objective}$$

其中：

- A ：懲罰項係數（需夠大）
- B ：目標權重（可固定為 1）

實驗結果 - keller4.mis

```
A = 3.0    #約束權重（對不合法邊的懲罰）  
B = 1.0    #目標權重（最小化選取節點數）
```

主要透過更改懲罰權重(A值)找出合法、穩定、準確度高的集合。

```
↔ 找到的覆蓋集大小: 160  
   覆蓋頂點集合: [1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,  
   Hamiltonian Energy: 160.0  
   是否為合法覆蓋集: True
```

(覆蓋頂點集合並未完全顯示, 僅擷取一小部分)

實驗結果 - keller5.mis

A = 8.0

B = 1.0



找到的覆蓋集大小: 751

覆蓋頂點集合: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15,

Hamiltonian Energy: 751.0

是否為合法覆蓋集: True

實驗結果 - keller6.mis

A = 18.0

B = 1.0



找到的覆蓋集大小: 3318

覆蓋頂點集合: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,

Hamiltonian Energy: 3318.0

是否為合法覆蓋集: True

實驗結果 - p_hat300-1.mis

A = 5.0

B = 1.0



找到的覆蓋集大小: 292

覆蓋頂點集合: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,

Hamiltonian Energy: 292.0

是否為合法覆蓋集: True

實驗結果 - p_hat700-1.mis

A = 8.0

B = 1.0



找到的覆蓋集大小: 689

覆蓋頂點集合: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,

Hamiltonian Energy: 689.0

是否為合法覆蓋集: True

實驗結果 - p_hat1500-1.mis

```
A = 12.0  
B = 1.0
```



找到的覆蓋集大小: 1490

覆蓋頂點集合: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,

Hamiltonian Energy: 1490.0

是否為合法覆蓋集: True

結論與心得

這次專案是我第一次接觸量子退火相關的應用，一開始對於QUBO模型的概念不是很熟悉，花了一些時間理解怎麼把頂點覆蓋問題轉換成數學公式，以及每個懲罰項的意義。實作過程中，我學到了如何調整權重參數，讓解變得合法並更接近最佳解。

另外，雖然使用的是模擬退火器，而不是實體的量子退火機，但這次經驗也讓我對量子計算的實際應用有了更深的認識。我覺得把傳統圖論問題轉成 QUBO 再用退火演算法求解的過程很有趣，也打破了我對演算法只靠暴力解的印象。

雖然過程中遇到一些困難，例如：參數調整、執行時間長、資料格式處理等，但整體來說是很有收穫的一次學習經驗，也激起我對未來其他最佳化方法的興趣。