

Lógica Difusa

Daniela Cuesta - Paola Peralta Flores - Mariuxi Tenesaca

Es una lógica multivaluada que permite representar matemáticamente la incertidumbre y la vaguedad, proporcionando herramientas formales para su tratamiento.

Básicamente, cualquier problema del mundo puede resolverse como dado un conjunto de variables de entrada, obtener un valor adecuado de variables de salida. La lógica difusa permite establecer este mapeo de una forma adecuada, atendiendo a criterios de significado (y no de precisión).

Características

El Principio de Incompatibilidad dice que la descripción del comportamiento de un sistema complejo no puede realizarse de forma absolutamente precisa.

- *Representación de la información imprecisa:* Se emplea la Teoría de conjuntos difusos. Se describen los sistemas complejos en sus relaciones entrada-salida mediante proposiciones condicionales (Si-Entonces) de manera que las variables de entrada y salida quedan ligadas.
- *Inferencia sobre información imprecisa:* Introduce la Regla Composicional de Inferencia para combinar la información y obtener nuevos hechos.

Se pueden describir las principales características esenciales de la lógica difusa y los sistemas difusos:

1. Se puede formular el conocimiento humano de una forma sistemática, y puede incluirse en sistemas de ingeniería.
2. El conocimiento se interpreta como restricciones difusas sobre variables. Los sistemas difusos sirven para la definición de sistemas cuyo modelo exacto es difícil de obtener.
3. La inferencia puede verse como un proceso de propagación de estas restricciones difusas.
4. Se utiliza en sistemas de ayuda a la decisión, permite obtener decisiones con valores incompletos (incierto).

Los sistemas difusos son recomendados en problemas complejos donde no existe un modelo matemático simple asociado y en procesos de comportamiento no lineal.

Aplicaciones

El uso de conocimiento experto permite la automatización de tareas. Los sistemas basados en lógica difusa son fáciles de diseñar, modificar y mantener. Pese a la pérdida de precisión, la reducción de tiempo de desarrollo y mantenimiento es muy relevante para su uso industrial. Otro factor a tener en cuenta es que el control difuso permite diseñar soluciones de alta calidad que eviten las patentes existentes en otros sistemas de control.

Conjuntos Difusos

Es una clase en la que hay una progresión gradual desde la pertenencia al conjunto hasta la no pertenencia. Es decir, es un conjunto con límites difusos. En la teoría clásica de conjuntos crisp se define como:

$$f_C(x) = \begin{cases} 1 & \text{cuando } x \in C \\ 0 & \text{cuando } x \notin C \end{cases}$$

Operaciones

Las tres operaciones básicas pueden generalizarse de varias formas en conjuntos difusos. Cuando se restringe el rango de pertenencia al conjunto $[0, 1]$, estas operaciones “estándar” se comportan de igual modo que las operaciones sobre conjuntos crisp.

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{A}}(x) &= 1 - \mu_A(x) \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \\ \mu_{A \cup B}(x) &= \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \end{aligned}$$

Unión

La forma generalizada es T-conorma, debe satisfacer los axiomas $a, b, c \in [0, 1]$:

- Elemento Neutro: $(a, 0) = a$
- Conmutatividad: $(a, b) = (b, a)$
- Monotonicidad: Si $a \leq c$ y $b \leq d$ entonces $(a, b) \leq (c, d)$
- Asociatividad: $((a, b), c) = (a, (b, c))$

Intersección

La forma generalizada se denomina T-norma, satisface los siguientes axiomas $a, b, c \in [0, 1]$

- Elemento unidad: $T(a, 1) = a$
- Conmutatividad: $T(a, b) = T(b, a)$
- Monotonicidad: Si $a \leq c$ y $b \leq d$ entonces $T(a, b) \leq T(c, d)$
- Asociatividad: $T(T(a, b), c) = T(a, T(b, c))$

Complemento

El complemento A de un conjunto difuso A , se denota por cA ; está definido por una función del tipo $c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Tiene que satisfacer los siguientes axiomas:

- Condiciones límite o frontera: $c(0) = 1$ y $c(1) = 0$.
- Monotonicidad: $a, b \in [0, 1]$ si $a < b$ entonces $c(a) > c(b)$.
- c es una función continua.
- c es involutiva a $[0, 1]$ tenemos $c(c(a)) = a$.

Propiedades

Los conjuntos Crisp y los difusos tienen las mismas propiedades

- Conmutativa: $A \cap B = B \cap A$
- Asociativa: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- Distributiva: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- Idempotencia: $A \cap A = A$ y $A \cup A = A$
- Involución: $\neg(\neg A) = A$
- Transitiva: If $(A \cap B) \cap (B \cap C)$ then $A \cap C = 1$
- Leyes de Morgan: $\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$ y $\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$

NOTA La lógica difusa proporciona un mecanismo de inferencia que permite la simulación de procesos de razonamiento humano en sistemas basados en el conocimiento. La teoría de la lógica difusa proporciona un marco matemático para modelar la incertidumbre en los procesos cognitivos humanos de una manera que puede ser manejada por computadoras.