Regresión lineal simple y múltiple: Capítulos 2 y 3 de An Introduction to Statistical Learning

Maria Isabel Chuya - Nataly Quintanilla

Capítulo 2

Aprendizaje Estadístico

Esencialmente, el aprendizaje estadístico se refiere a un conjunto de métodos para estimar f (función), posiblemente involucrando múltiples variables de entrada.

Hay dos razones principales para estimar f:

- Predicción
- Inferencia.

Predicción

El conjunto de entrada X está fácilmente disponible, pero la salida Y no.

Yˆ = ˆf(X)

- ˆf representa nuestra estimación para f.
- Yˆ representa la predicción resultante para Y.

Inferencia

Y se puede predecir usando el cálculo de f, e Y denota la predicción resultante de Y.

Para comprender la relación entre Y y X1,…,Xp, f debe estimarse, pero no necesariamente predecirse para Y. En este caso, ˆf no puede considerarse una caja negra, ya que debe conocerse su forma exacta.

¿Cómo estimamar f?

Se observa un conjunto de n puntos de datos distintos. Estas observaciones se definen datos de entrenamiento que se usarn para entrenar o aprender el método de estimación, por ejemplo, nuestros datos de entrenamiento consisten en {(x1,y1),(x2,y2),...,(xn,yn) } , donde xi =(xi1,xi2,...,xip)T.

El objetivo es aplicar técnicas de aprendizaje estadístico a los datos de entrenamiento para estimar una función desconocida f.

En general, la mayoría de los métodos de aprendizaje estadístico para esta tarea se pueden caracterizar como paramétricos o no paramétricos.

Métodos paramétricos:

Los métodos paramétricos implican un planteamiento basado en modelos de dos pasos.

1. Hacer una suposición sobre la forma funcional de f.

2. Seleccionar el modelo, procedimiento que utilice los datos de entrenamiento para ajustar o entrenar el modelo.

Métodos no paramétricos:

Los métodos no paramétricos no hacen suposiciones explícitas sobre la forma funcional de f. Buscan estimaciones de f que estén lo más cerca posible de los puntos de datos, pero que no sean demasiado gruesas o irregulares.

Aprendizaje supervisado frente a aprendizaje no supervisado

El aprendizaje supervisado la mayoria de problemas puede pertenecer a una de estas dos categorías: **supervisados o no supervisados**.

Problemas de regresión frente a problemas de clasificación

Las variables se pueden clasificar como cuantitativas o cualitativas, también conocidas como categóricas. Las variables cuantitativas toman valores numéricos, mientras que las variables cualitativas toman valores de diferentes categorías.

Un problema con una variable de respuesta cuantitativa se denomina problema de regresión, mientras que un problema con una variable de respuesta cualitativa se denomina problema de clasificación. Sin embargo, la distinción no siempre es clara, ya que ciertos métodos, como la regresión logística, pueden usarse en ambos casos.

Evaluación de la precisión de los modelos

Elegir el mejor método puede ser uno de los mayores desafíos al poner en práctica el aprendizaje estadístico.

Medición de la calidad del ajuste

Para evaluar el rendimiento de un método de aprendizaje estadístico en un conjunto de datos dado, necesitamos una forma de medir qué tan bien sus predicciones se ajustan realmente a los datos observados. Esto significa que necesitamos determinar qué tan cerca está el valor de respuesta esperado de una observación dada del valor de respuesta real de esa observación.

El equilibrio entre sesgo y varianza

La varianza se refiere a cuánto cambiaría f^ si se usara un conjunto de datos de entrenamiento diferente para evaluarlo. Sin embargo, pequeños cambios en los datos de entrenamiento pueden generar grandes cambios en f si el método tiene una varianza alta. En general, los métodos estadísticos más flexibles marcan una mayor diferencia.

El entorno de clasificación

Se logra un equilibrio entre el sesgo y la varianza, y dado que los yi ya no son cuantitativos, se trasladan a la configuración categórica con solo unos pocos cambios.

1. El clasificador de Bayes

Se puede demostrar que, dado un valor predicho, asignar cada observación a la clase más probable usando un clasificador muy simple reduce, en promedio, la tasa de error de una prueba dada. Los clasificadores bayesianos producen el nivel de error más bajo posible en la evidencia, denominado índice de error bayesiano. Este clasificador muy simple se llama clasificador bayesiano. En problemas de clasificación binaria con solo dos posibles valores de respuesta, ya sea clase 1 o clase 2.

2. K-Nearest Neighbors

Los clasificadores bayesianos son buenos para predecir respuestas cualitativas, pero en realidad no conocemos la distribución condicional de Y dada X, por lo que no se puede calcular. Como tal, es un estándar de oro inalcanzable contra el cual se pueden comparar otros métodos. Tanto en la regresión como en la clasificación, elegir el nivel correcto de flexibilidad es fundamental para el éxito de cualquier método de aprendizaje estadístico. La compensación entre el sesgo y la varianza implica lograr un equilibrio, lo que puede ser difícil debido a la forma de U del error de prueba.

Capítulo 3

Regresion Lineal

La regresión lineal es una herramienta útil para predecir una respuesta cuantitativa

Regresión lineal simple

La regresión lineal simple se utiliza para predecir de forma simple la respuesta cuantitativa Y en función de una única variable predictora X. *Función Relación lineal:* $Y \quad 0 + \ 1X$

- Estimación de los coeficientes
- Evaluación de la precisión de las estimaciones de los coeficientes
- Evaluación de la precisión del modelo

Residual Standard Error

R2 Statistic

Regresión lineal múltiple

Una opción es ejecutar tres regresiones lineales simples separadas, cada una con un medio publicitario diferente como variable de predicción. Sin embargo, el enfoque de ajustar un modelo de regresión lineal simple separado para cada predictor no es del todo satisfactorio. En lugar de ajustar un modelo de regresión lineal simple separado para cada predictor, es mejor extender el modelo de regresión lineal simple para ajustar directamente varios predictores. Podemos hacer esto proporcionando coeficientes de pendiente separados para cada predictor en un solo modelo.

Estimación de los coeficientes de regresión

Algunas cuestiones importantes

1. ¿Existe una relación entre la respuesta y los predictores?
2. Decidir las variables importantes
3. Ajuste del modelo
4. Predicciones

Predictores cualitativos

Hay varios predictores cuantitativos: edad, tarjetas, educación, ingresos, límite y calificación.

- Predictores con sólo dos niveles
- Predictores cualitativos con más de dos niveles

Extensiones del modelo lineal

Los modelos de regresión lineal estándar brindan resultados interpretables y funcionan muy bien para muchos problemas del mundo real. Sin embargo, hace varias suposiciones muy fuertes que a menudo se violan en la práctica. Dos suposiciones clave establecen que la relación entre los predictores y la respuesta es aditiva y lineal. El supuesto de aditividad significa que la relación entre el predictor Xj y la respuesta Y es independiente de los valores de los otros predictores.

- Eliminación del supuesto aditivo
- Relaciones no lineales

Problemas potenciales

Surgen muchos problemas al ajustar un modelo de regresión lineal a un conjunto de datos dado. Los más comunes son los siguientes:

1. No linealidad de las relaciones respuesta-predictor.
2. Correlación de los términos de error.
3. Varianza no constante de los términos de error.
4. Valores atípicos.
5. Puntos de alto apalancamiento.
6. Colinealidad.

Comparación de la regresión lineal con K-Nearest Neighbors

El enfoque paramétrico tiene ventajas como la interpretación sencilla de los coeficientes y un fácil ajuste. También tienen el inconveniente de hacer fuertes suposiciones sobre la estructura de f(X). El enfoque paramétrico podría no tener éxito si esta forma difiere significativamente de la realidad. Sin embargo, los métodos no paramétricos claramente no asumen una forma paramétrica de f(X), lo que les da una gama más amplia de opciones.

La regresión K-vecino más cercano, también conocida como regresión KNN, es una de las técnicas no paramétricas más sencillas y conocidas. La técnica determina los puntos de entrenamiento K que son más similares al punto predicho x0 y calcula f(x0) como la media de las respuestas de entrenamiento en esos puntos.

Lab: Regresión lineal

Librerías

La función library( ), se utiliza para cargar bibliotecas, o grupos de funciones.

```
library(MASS)
library(ISLR2)
```

```
Attaching package: 'ISLR2'


The following object is masked from 'package:MASS':

    Boston
```

Regresión lineal simple

```
head(Boston)
```

```
     crim zn indus chas   nox    rm  age    dis rad tax ptratio lstat medv
1 0.00632 18  2.31    0 0.538 6.575 65.2 4.0900   1 296    15.3  4.98 24.0
2 0.02731  0  7.07    0 0.469 6.421 78.9 4.9671   2 242    17.8  9.14 21.6
3 0.02729  0  7.07    0 0.469 7.185 61.1 4.9671   2 242    17.8  4.03 34.7
4 0.03237  0  2.18    0 0.458 6.998 45.8 6.0622   3 222    18.7  2.94 33.4
5 0.06905  0  2.18    0 0.458 7.147 54.2 6.0622   3 222    18.7  5.33 36.2
6 0.02985  0  2.18    0 0.458 6.430 58.7 6.0622   3 222    18.7  5.21 28.7
```

La función lm( ), sirve para ajustar un modelo de regresión lineal simple

```
lm.fit <- lm(medv ~ lstat , data = Boston)
attach (Boston)
lm.fit <- lm(medv ~ lstat)
```

Regresión lineal

Si usamos lm.fit, obtendremos información básica del modelo; sin embargo, el summary( ), para información más detallada

```r
lm.fit
```

```
Call:
lm(formula = medv ~ lstat)

Coefficients:
(Intercept)        lstat
      34.55        -0.95
```

```r
summary(lm.fit)
```

```
Call:
lm(formula = medv ~ lstat)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-15.168  -3.990  -1.318   2.034  24.500

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 34.55384    0.56263   61.41   <2e-16 ***
lstat       -0.95005    0.03873  -24.53   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.216 on 504 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5441,    Adjusted R-squared:  0.5432
F-statistic: 601.6 on 1 and 504 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

La función names( ), sirve para encontrar otras piezas de información en el almacenamiento de lm.fit

```r
names(lm.fit)
```

```
 [1] "coefficients"  "residuals"     "effects"       "rank"
 [5] "fitted.values" "assign"        "qr"            "df.residual"
 [9] "xlevels"       "call"          "terms"         "model"
```

Podemos ocupar el extractor de funciones “coef( )” para acceder a ellos.

```
coef(lm.fit)
```

```
(Intercept)       lstat 
 34.5538409  -0.9500494 
```

La función confint( ), sirve para obtener intervalos de confianza para coeficientes estimados

```
confint(lm.fit)
```

```
                2.5 %     97.5 %
(Intercept) 33.448457 35.6592247
lstat       -1.026148 -0.8739505
```

La función predict( ), sirve para producir intervalos de confianza e intervalos de predicción.

```
predict(lm.fit, data.frame(lstat= (c(5, 10, 15))), interval = "confidence")
```

```
       fit      lwr      upr
1 29.80359 29.00741 30.59978
2 25.05335 24.47413 25.63256
3 20.30310 19.73159 20.87461
```

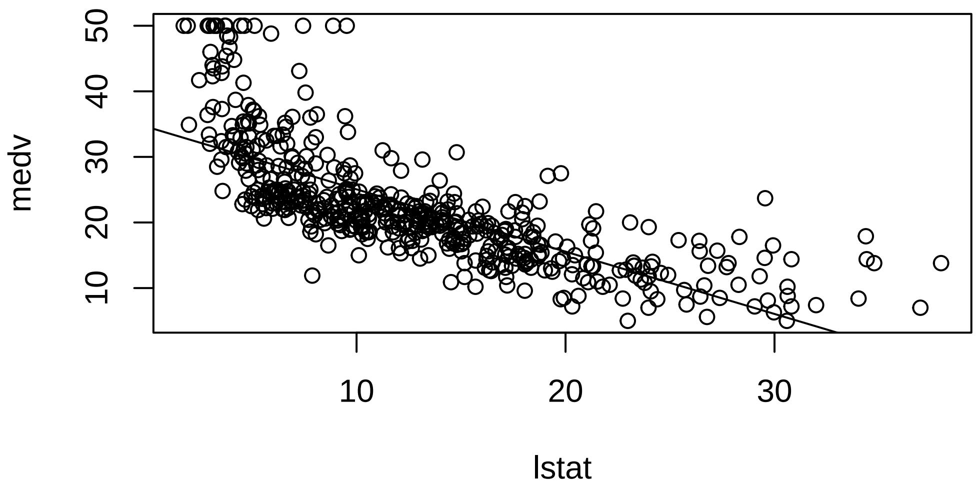
```
predict(lm.fit, data.frame(lstat= (c(5, 10, 15))), interval = "prediction")
```

```
       fit       lwr      upr
1 29.80359 17.565675 42.04151
2 25.05335 12.827626 37.27907
3 20.30310  8.077742 32.52846
```

Para obtener un intervalo de confianza para las estimaciones de los coeficientes, podemos usar abline( ).

La función abline( ), dibuja una línea.

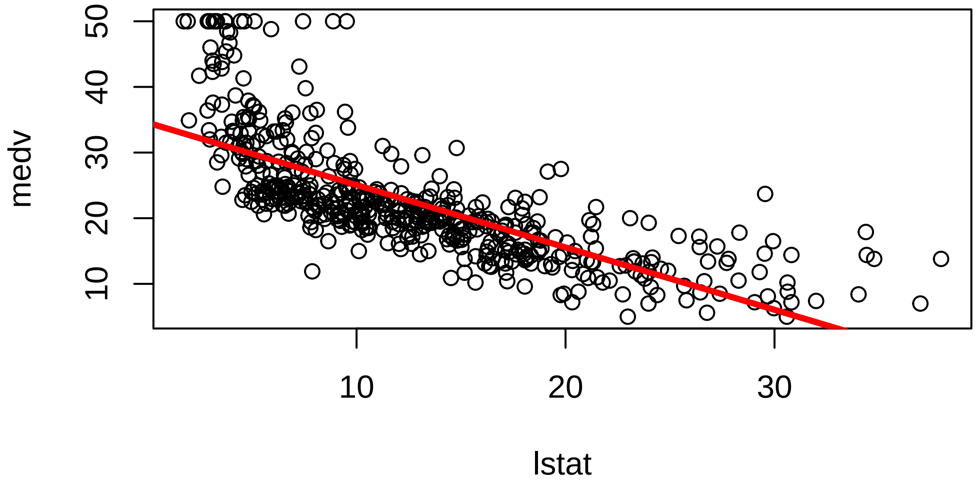
```
plot(lstat, medv)
abline(lm.fit)
```



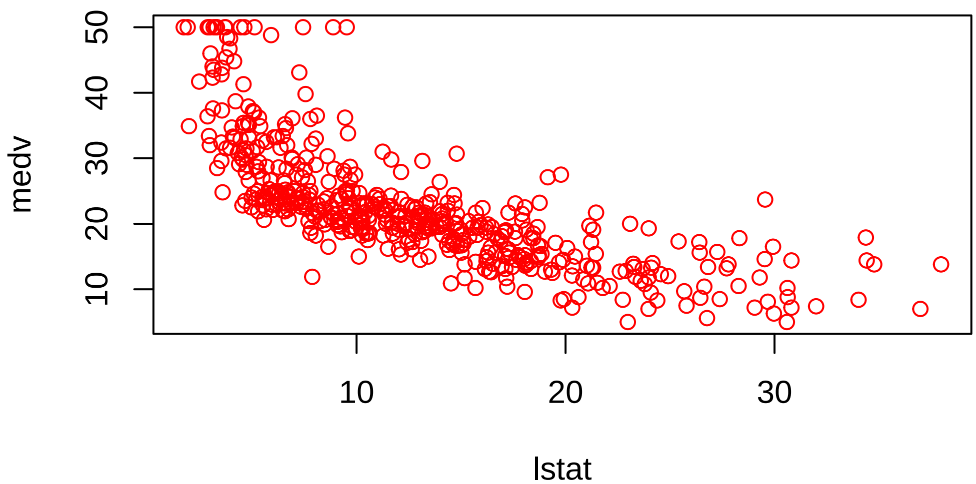
la función abline(a, b), sirve para dibujar una línea con intercepción a y pendiente b. El comando lwd hace que el ancho de la regresión lineal aunmente según el número que se determine.

“pch” crea diferentes símbolos de trazado.

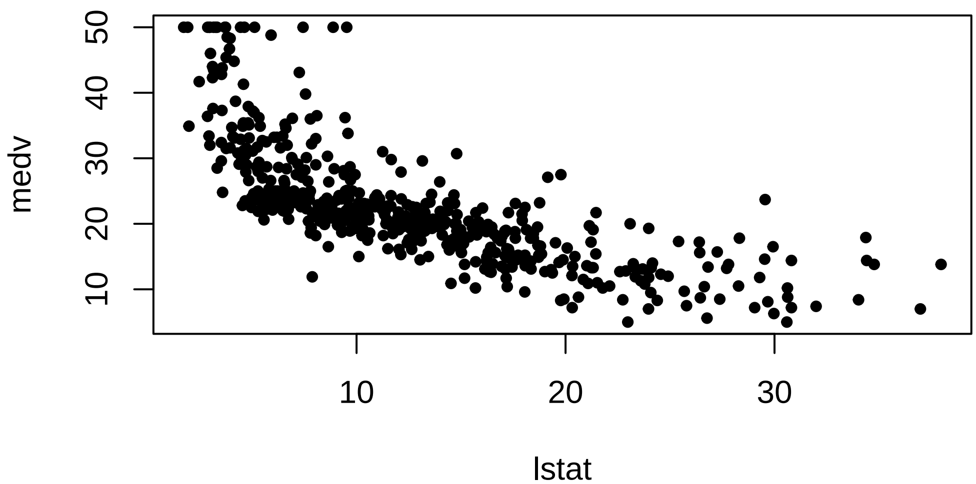
```
plot(lstat, medv)
abline (lm.fit, lwd = 3)
abline (lm.fit, lwd = 3, col = "red" )
```



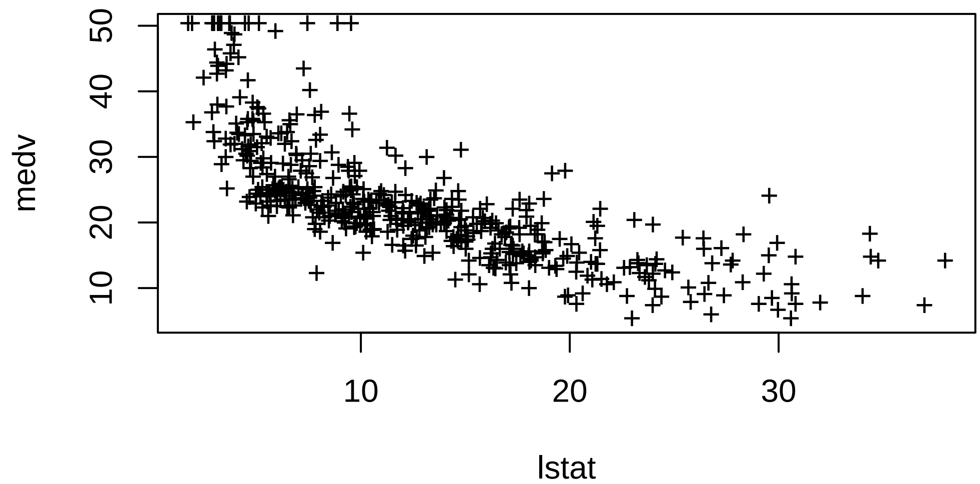

```
plot (lstat , medv , col = " red ")
```



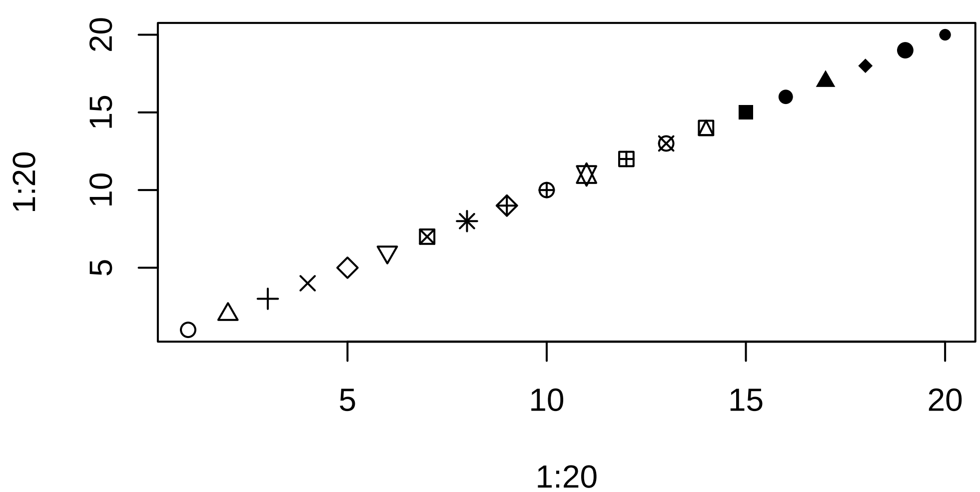
```
plot (lstat , medv , pch = 20)
```




```
plot (lstat , medv , pch = "+")
```

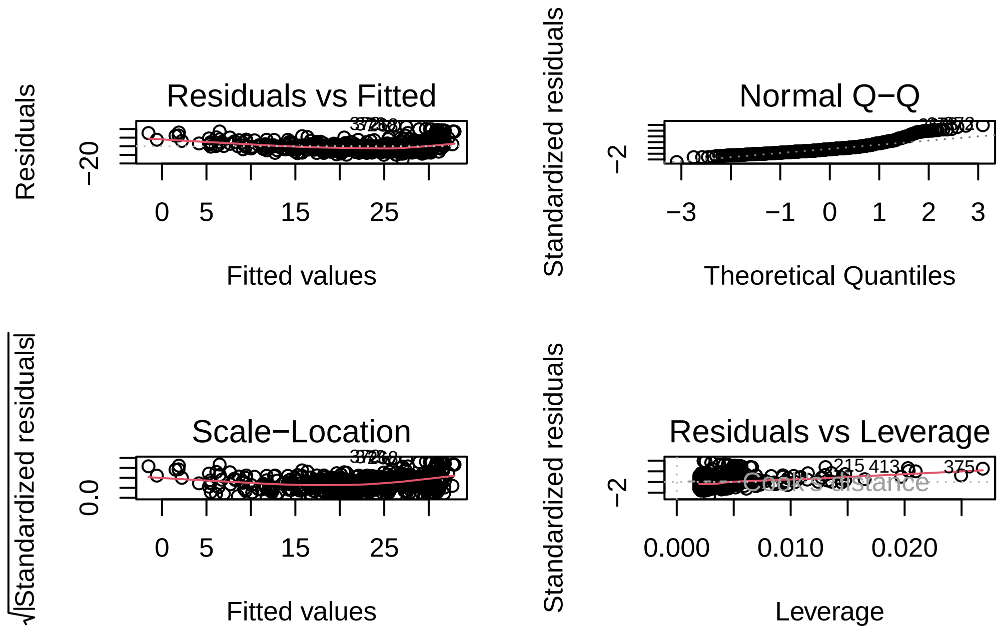



```
plot (1:20, 1:20, pch = 1:20)
```



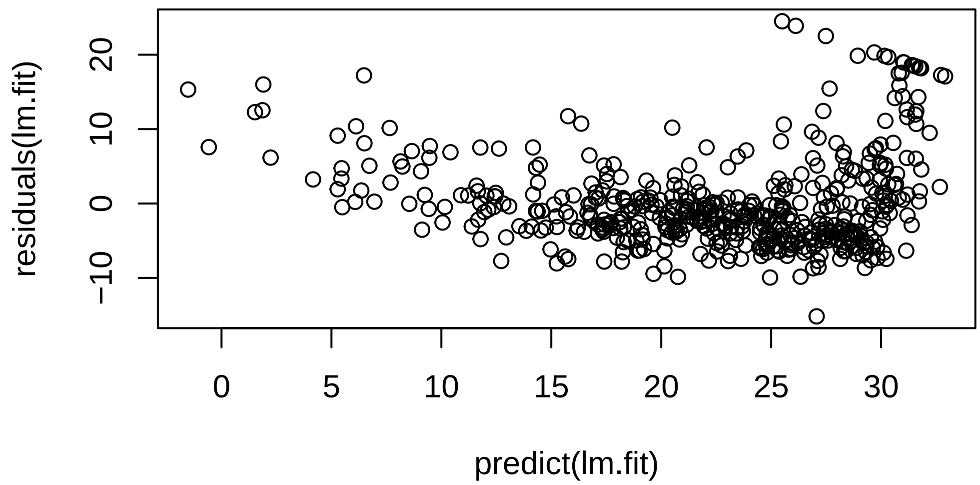
Las funciones par( ), mfrow( ) sirven para mostrar cuatro gráficos juntos.

```
par (mfrow = c(2, 2))
plot (lm.fit)
```

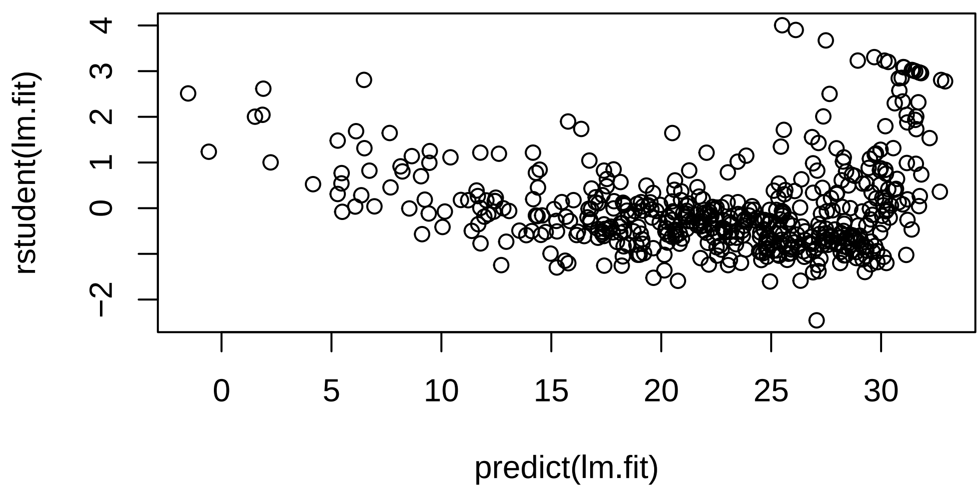


La función residuals( ), sirve para calcular los residuos de un ajuste de regresión lineal, mientras que la función rstudent( ), devolverá los residuos estudentizados.

```
plot(predict(lm.fit), residuals(lm.fit))
```

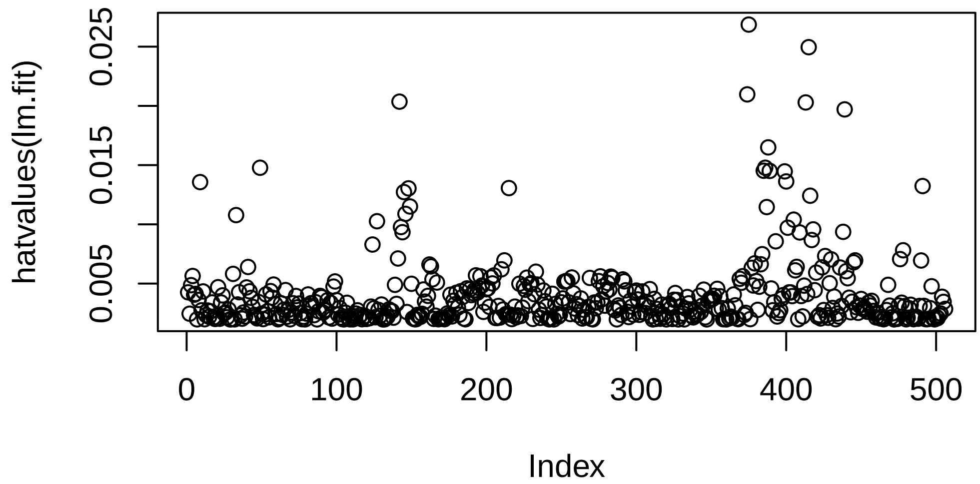



```
plot(predict(lm.fit), rstudent(lm.fit))
```



La función hatvalues( ), puede calcular cualquier número de predictores. La función "which.max" identifica el índice del elemento más grande de un vector.

```
plot(hatvalues(lm.fit))
```




```
which.max(hatvalues(lm.fit))
```

```
375
375
```

Regresión lineal múltiple

La función lm( ), sirve para ajustar un modelo de regresión lineal múltiple usando mínimos cuadrados.

```
lm.fit <- lm(medv ~ lstat + age , data = Boston)
summary (lm.fit)
```

```
Call:
```

```
lm(formula = medv ~ lstat + age, data = Boston)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-15.981  -3.978  -1.283   1.968  23.158 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 33.22276    0.73085  45.458  < 2e-16 ***
lstat       -1.03207    0.04819 -21.416  < 2e-16 ***
age          0.03454    0.01223   2.826  0.00491 ** 
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.173 on 503 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5513,    Adjusted R-squared:  0.5495 
F-statistic:   309 on 2 and 503 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

En lugar de escribir todas las variables podemos utilizar la siguiente abreviatura.

```
lm.fit <- lm(medv ~ ., data = Boston)
summary (lm.fit)
```

```
Call:
lm(formula = medv ~ ., data = Boston)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-15.1304  -2.7673  -0.5814   1.9414  26.2526 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  41.617270   4.936039   8.431 3.79e-16 ***
crim         -0.121389   0.033000  -3.678 0.000261 ***
zn            0.046963   0.013879   3.384 0.000772 ***
indus         0.013468   0.062145   0.217 0.828520    
chas          2.839993   0.870007   3.264 0.001173 ** 
nox         -18.758022   3.851355  -4.870 1.50e-06 ***
rm            3.658119   0.420246   8.705  < 2e-16 ***
age           0.003611   0.013329   0.271 0.786595    
dis          -1.490754   0.201623  -7.394 6.17e-13 ***
```

```
rad           0.289405   0.066908   4.325 1.84e-05 ***
tax          -0.012682   0.003801  -3.337 0.000912 ***
ptratio      -0.937533   0.132206  -7.091 4.63e-12 ***
lstat        -0.552019   0.050659 -10.897  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.798 on 493 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7343,    Adjusted R-squared:  0.7278
F-statistic: 113.5 on 12 and 493 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

La función vif( ), puede utilizarse para calcular los factores de inflación de la varianza, además debe instalarse el package "car".

```
library (car)
```

```
Loading required package: carData
```

```
vif (lm.fit)
```

```
    crim       zn    indus     chas      nox       rm      age      dis
1.767486 2.298459 3.987181 1.071168 4.369093 1.912532 3.088232 3.954037
     rad      tax  ptratio    lstat
7.445301 9.002158 1.797060 2.870777
```

Regresión lineal

Ejecutar una regresión lineal excluyendo un predictor, en este caso sería la edad.

```
lm.fit1 <- lm(medv ~ . - age , data = Boston)
summary (lm.fit1)
```

```
Call:
lm(formula = medv ~ . - age, data = Boston)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-15.1851  -2.7330  -0.6116   1.8555  26.3838
```

```
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  41.525128   4.919684   8.441 3.52e-16 ***
crim         -0.121426   0.032969  -3.683 0.000256 ***
zn            0.046512   0.013766   3.379 0.000785 ***
indus         0.013451   0.062086   0.217 0.828577    
chas          2.852773   0.867912   3.287 0.001085 ** 
nox         -18.485070   3.713714  -4.978 8.91e-07 ***
rm            3.681070   0.411230   8.951  < 2e-16 ***
dis          -1.506777   0.192570  -7.825 3.12e-14 ***
rad           0.287940   0.066627   4.322 1.87e-05 ***
tax          -0.012653   0.003796  -3.333 0.000923 ***
ptratio      -0.934649   0.131653  -7.099 4.39e-12 ***
lstat        -0.547409   0.047669 -11.483  < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.794 on 494 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7343,    Adjusted R-squared:  0.7284 
F-statistic: 124.1 on 11 and 494 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Tambien se puede utilizar la función update( ).

```r
lm.fit1 <- update (lm.fit , ~ . - age)
```

Términos de interacción

```r
summary (lm(medv ~ lstat * age , data = Boston))
```

```
Call:
lm(formula = medv ~ lstat * age, data = Boston)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-15.806  -4.045  -1.333   2.085  27.552 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
```

```
(Intercept) 36.0885359  1.4698355  24.553  < 2e-16 ***
lstat       -1.3921168  0.1674555  -8.313 8.78e-16 ***
age         -0.0007209  0.0198792  -0.036   0.9711
lstat:age    0.0041560  0.0018518   2.244   0.0252 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.149 on 502 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5557,    Adjusted R-squared:  0.5531
F-statistic: 209.3 on 3 and 502 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Transformaciones no lineales de los predictores

Lm( ) puede acomodar transformaciones no lineales de los predictores, la función I( ), el uso estándar en R (poner un exponencial de 2).

```
lm.fit2 <- lm(medv ~ lstat + I(lstat^2))
summary (lm.fit2)
```

```
Call:
lm(formula = medv ~ lstat + I(lstat^2))

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-15.2834  -3.8313  -0.5295   2.3095  25.4148

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 42.862007   0.872084   49.15   <2e-16 ***
lstat       -2.332821   0.123803  -18.84   <2e-16 ***
I(lstat^2)   0.043547   0.003745   11.63   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.524 on 503 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6407,    Adjusted R-squared:  0.6393
F-statistic: 448.5 on 2 and 503 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

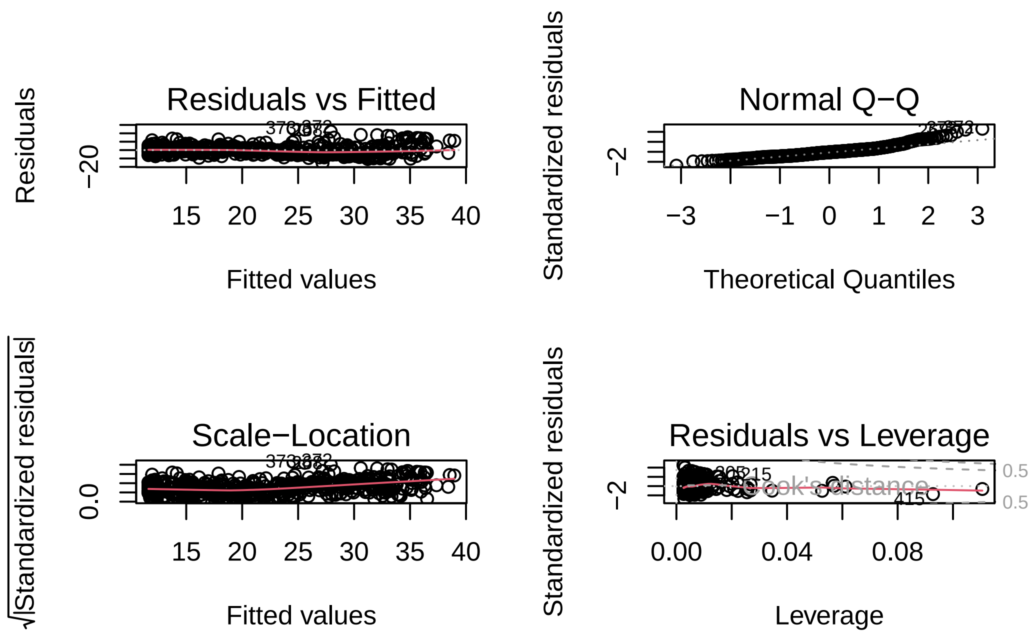
La función anova( ), realiza una prueba de hipótesis comparando los dos modelos.

```r
lm.fit <- lm(medv ~ lstat)
anova (lm.fit , lm.fit2)
```

```
Analysis of Variance Table

Model 1: medv ~ lstat
Model 2: medv ~ lstat + I(lstat^2)
  Res.Df   RSS Df Sum of Sq     F    Pr(>F)
1    504 19472
2    503 15347  1    4125.1 135.2 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
par (mfrow = c(2, 2))
plot (lm.fit2)
```



Para crear un ajuste cúbico, podemos incluir un predictor de la forma I(x^3), para un mejor enfoque podemos utilizar la función poly( ), que crea un polinomio dentro del lm( ).

```r
lm.fit5 <- lm(medv ~ poly (lstat , 5))
summary (lm.fit5)
```

```

Call:
lm(formula = medv ~ poly(lstat, 5))

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-13.5433  -3.1039  -0.7052   2.0844  27.1153 

Coefficients:
                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)       22.5328     0.2318  97.197  < 2e-16 ***
poly(lstat, 5)1 -152.4595     5.2148 -29.236  < 2e-16 ***
poly(lstat, 5)2   64.2272     5.2148  12.316  < 2e-16 ***
poly(lstat, 5)3  -27.0511     5.2148  -5.187 3.10e-07 ***
poly(lstat, 5)4   25.4517     5.2148   4.881 1.42e-06 ***
poly(lstat, 5)5  -19.2524     5.2148  -3.692 0.000247 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.215 on 500 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6817,	Adjusted R-squared:  0.6785 
F-statistic: 214.2 on 5 and 500 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Realizamos la transformación de un registro.

```r
summary (lm(medv ~ log(rm), data = Boston))
```

```

Call:
lm(formula = medv ~ log(rm), data = Boston)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-19.487  -2.875  -0.104   2.837  39.816 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
```

```
(Intercept)  -76.488      5.028  -15.21   <2e-16 ***
log(rm)       54.055      2.739   19.73   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.915 on 504 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4358,    Adjusted R-squared:  0.4347
F-statistic: 389.3 on 1 and 504 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Predictores cualitativos

Los Caarseats( ) forman parte del ISRL2, los datos incluyen predictores cualitativos como "Shelveloc", un indicador de la calidad de la ubicación de las estanterías.

```
head (Carseats)
```

```
  Sales CompPrice Income Advertising Population Price ShelveLoc Age Education
1  9.50       138     73          11        276   120       Bad  42        17
2 11.22       111     48          16        260    83      Good  65        10
3 10.06       113     35          10        269    80    Medium  59        12
4  7.40       117    100           4        466    97    Medium  55        14
5  4.15       141     64           3        340   128       Bad  38        13
6 10.81       124    113          13        501    72       Bad  78        16
  Urban  US
1   Yes Yes
2   Yes Yes
3   Yes Yes
4   Yes Yes
5   Yes  No
6    No Yes
```

```
lm.fit <- lm(Sales ~ . + Income:Advertising + Price:Age ,
data = Carseats)
summary (lm.fit)
```

```
Call:
lm(formula = Sales ~ . + Income:Advertising + Price:Age, data = Carseats)

Residuals:
```

```
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.9208 -0.7503  0.0177  0.6754  3.3413

Coefficients:
                     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)         6.5755654  1.0087470   6.519 2.22e-10 ***
CompPrice           0.0929371  0.0041183  22.567  < 2e-16 ***
Income              0.0108940  0.0026044   4.183 3.57e-05 ***
Advertising         0.0702462  0.0226091   3.107 0.002030 **
Population          0.0001592  0.0003679   0.433 0.665330
Price              -0.1008064  0.0074399 -13.549  < 2e-16 ***
ShelveLocGood       4.8486762  0.1528378  31.724  < 2e-16 ***
ShelveLocMedium     1.9532620  0.1257682  15.531  < 2e-16 ***
Age                -0.0579466  0.0159506  -3.633 0.000318 ***
Education          -0.0208525  0.0196131  -1.063 0.288361
UrbanYes            0.1401597  0.1124019   1.247 0.213171
USYes              -0.1575571  0.1489234  -1.058 0.290729
Income:Advertising  0.0007510  0.0002784   2.698 0.007290 **
Price:Age           0.0001068  0.0001333   0.801 0.423812
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.011 on 386 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8761,    Adjusted R-squared:  0.8719
F-statistic:   210 on 13 and 386 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

La función contrasts( ), devuelve la codificación que R usa para las variables ficticias.

```
attach (Carseats)
contrasts (ShelveLoc)
```

```
       Good Medium
Bad       0      0
Good      1      0
Medium    0      1
```

Funciones de escritura

Cargamos las librerías, con el Enter podemos ingresar muchos comandos y finalmente R informará que no se puede introducir más comandos.

```
LoadLibraries <- function () {
+ library (ISLR2)
+ library (MASS)
+ print ("The libraries have been loaded .")}
```

Ahora si escribimos la función LoadLibraries, R nos dirá que hay en la función.

```
LoadLibraries
```

```
function () {
+ library (ISLR2)
+ library (MASS)
+ print ("The libraries have been loaded .")}
```

```
  function() {
  library(ISLR2)
  library(MASS)
  print("The libraries have been loaded.")
}
```

```
function() {
  library(ISLR2)
  library(MASS)
  print("The libraries have been loaded.")
}
```