

## Contents

|   |                       |    |
|---|-----------------------|----|
| 1 | Tipologia Esercizio 1 | 2  |
| 2 | Tipologia Esercizio 2 | 8  |
| 3 | Tipologia Esercizio 3 | 14 |
| 4 | Tipologia Esercizio 4 | 18 |
| 5 | Tipologia Esercizio 5 | 23 |
| 6 | Tipologia Esercizio 6 | 33 |
| 7 | Tipologia Esercizio 7 | 33 |
| 8 | Tipologia Esercizio 8 | 33 |

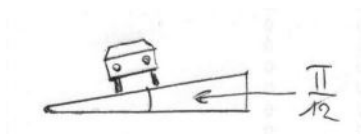
## 1 Tipologia Esercizio 1

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

- Caduta di un corpo da fermo
- Moto proiettile
- Moto Circolare Uniforme

### Tema d'Esame di Gennaio 2015

Calcolare il minimo coefficiente di attrito statico tra asfalto e pneumatico in modo tale che un'auto che pesa  $100kg$  riesca a percorrere una curva di raggio  $850m$  a  $60km/h$  senza sbandare



### Tema d'Esame di Febbraio 2015

Calcolare la velocità massima alla quale un'automobile di  $1t$  può percorrere una curva di raggio  $900m$  e inclinata di  $\pi/12$  sapendo che il coefficiente di attrito statico tra asfalto e pneumatico è  $0.5$

### Tema d'Esame di Giugno 2015

Calcolare il minimo coefficiente di attrito statico tra un corpo di massa  $3kg$  e il piano inclinato sui cui è appoggiato in modo che inclinando il piano di  $45^\circ$  il corpo rimanga fermo

### Tema d'Esame di Luglio 2015

Un elicottero vola orizzontalmente a  $200km/h$  e a una quota di  $500m$  lancia un carico che deve toccare terra in un punto ben preciso. Trascurando la resistenza dell'aria a quale distanza orizzontale dal bersaglio l'equipaggio deve effettuare il lancio?

### Tema d'Esame di Luglio 2015

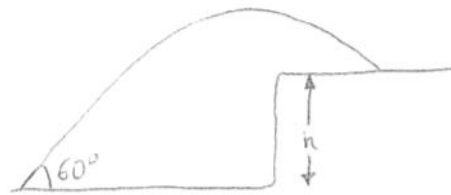
Calcolare l'angolo massimo a cui si può inclinare un piano su cui è appoggiato un corpo di massa  $5kg$  per cui il corpo rimane fermo. Il coefficiente di attrito statico tra un corpo è  $0.9$ .

### Tema d'Esame di Gennaio 2016

Un'automobile a trazione anteriore accelera costantemente da  $0 km/h$  a  $99 km/h$  in  $12 s$  lungo una strada piana. Calcolare il minimo coefficiente d'attrito necessario tra la strada e i pneumatici affinché le ruote non slittino.

### Tema d'Esame di Febbraio 2016

Una pietra viene lanciata verso un terrapieno di altezza  $H$  con velocità iniziale di  $42.0 \text{ m/s}$  e ad un angolo  $\theta$  di  $60^\circ$  rispetto al suolo. La pietra cade sul terrapieno dopo  $5.5\text{s}$  dal lancio. Trovare l'altezza  $H$  del terrapieno



**Soluzione:**  $y = 51.827m$

**Procedimento:**

Scompongo la velocità  $v_0$  sull'asse  $y$

$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) = 42m/s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 36.373m/s$$

Calcolo con la formula del moto uniformemente accelerato la distanza percorsa sull'asse  $y$

$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$y = 0m + 36.373m/s \cdot 5.5s - \frac{1}{2} \cdot 9.81m/s^2 \cdot (5.5s)^2 = 200.051m - 148.225m = 51.827m$$

### Tema d'Esame di Giugno 2016

Calcolare la velocità massima a cui un'auto che pesa  $1000 \text{ kg}$  riesce a percorrere una curva di raggio  $85 \text{ m}$  senza sbandare sapendo che il coefficiente d'attrito tra pneumatico e asfalto è  $0.7$

### Tema d'Esame di Luglio 2016

Una pallina viene lanciata come in figura con una velocità iniziale di 15 m/s e un angolo  $\theta$  di  $60^\circ$ . Dopo quanto tempo atterrerà su un ripiano di altezza  $h = 4$  m?



**Soluzione:**  $x_2 = 2.29 \text{ m}$

**Procedimento:**

Scompongo la velocità  $v_0$  sull'asse  $y$

$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) = 15 \text{ m/s} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12.99 \text{ m/s}$$

Calcolo con la formula del moto uniformemente accelerato i tempi con il quale la pallina raggiunge l'altezza pari a 4 m

$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$
$$4 \text{ m} = 0 \text{ m} + 12.99 \text{ m/s} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$
$$4.905 t^2 - 12.99 t + 4$$

$$\Delta = 12.99^2 - 4 \cdot 4.905 \cdot 4 = 90.26$$

$$t_{1,2} = \frac{12.99 \pm \sqrt{90.26}}{2 \cdot 4.905} = t_1 = 0.356 \quad t_2 = 2.29$$

Consideriamo  $t_2$  perchè è il momento in cui tocca la terrazza, ossia a 2.29 s

### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Una sferetta metallica viene lanciata verticalmente verso l'alto con modulo della velocità  $v_0 = 14m/s$  da una terrazza alta  $y_0 = 22.4m$  rispetto al suolo. Si calcoli la velocità di arrivo al suolo.

**Soluzione:**  $v = 25.21m/s$

**Procedimento:**

Lanciando la pallina dalla terrazza voglio ottenere l'altezza massima raggiunta dalla pallina

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$
$$h = \frac{(14m/s)^2}{2 \cdot 9.81m/s^2} = \frac{196m^2/s^2}{19.62m/s^2} = 9.99m \quad \text{a cui va sommato } y_0$$
$$h_{max} = 9.99m + 22.4m = 32.39m$$

Avendo ottenuto l'altezza massima basta calcolare la velocità di un corpo fermo

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81m/s^2 \cdot 32.39m} = 25.21m/s$$

### Tema d'Esame di Febbraio 2017

Un punto materiale si muove su una circonferenza di raggio  $r = 1m$  con moto uniformemente accelerato. Al tempo  $t_0 = 0$  il punto ha una velocità  $v_0 = 0.1m/s$ . Dopo un tempo  $t_1 = 2s$  ha percorso uno spazio  $s_1 = 40cm$ . Si calcoli il modulo dell'accelerazione a al tempo  $t_2 = 4s$

**Soluzione:**  $a = 0.27m/s^2$

**Procedimento:**

Calcolo l'accelerazione tangenziale utilizzando la formula del moto uniformemente accelerato

$$\Delta s = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot t_1^2$$
$$0.4m = 0.1m/s \cdot 2s + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot 4s^2 \quad a_t = \frac{2 \cdot 0.2m}{4s^2} = 0.1m/s^2$$

Calcolo la velocità al tempo  $t_2$

$$v_1 = v_0 + a_t(t_1 - t_0) = 0.1m/s + 0.2m/s = 0.3m/s$$

$$v_2 = v_1 + a_t(t_2 - t_1) = 0.3m/s + 0.2m/s = 0.5m/s$$

Calcolo l'accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(0.5m/s)^2}{1m} = 0.25m/s^2$$

Il modulo della accelerazione è da:

$$a_{tot} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = \sqrt{(0.25m/s^2)^2 + (0.1m/s^2)^2} = 0.27m/s^2$$

### Tema d'Esame di Giugno 2017

Un'elicottero vola orizzontalmente a  $180km/h$  e a una quota di  $500m$  lancia un carico che deve toccare terra in un punto ben preciso. Trascurando la resistenza dell'aria, a quale distanza orizzontale dal bersaglio l'equipaggio deve effettuare il lancio?

**Soluzione:**  $d = 504.8m$

**Procedimento:**

Sapendo che  $v = \frac{d}{t}$  se trovassimo il tempo impiegato per cadere dai  $500m$  tramite le formule inverse ricaveremmo la distanza percorsa

Tramite la formula del moto uniformemente accelerato scompongo la distanza percorsa sull'asse  $x$ :

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$500m = 0m + 0m/s \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9.81m/s^2 \cdot t^2$$

$$\text{Ossia} \quad 4.905m/s^2 \cdot t^2 = 500m \quad t = \sqrt{101.937s^2} = 10.096s$$

$$\text{Quindi } d = v \cdot t = \left(\frac{180000m}{3600s}\right) \cdot 10.096s = 50m/s \cdot 10.096s = 504.8m$$

### Tema d'Esame di Settembre 2017

Un punto materiale si muove su una circonferenza di raggio  $r = 0.1m$  con moto uniformemente accelerato. Al tempo  $t_0 = 0$  il punto ha una velocità  $v_0 = 0.2m/s$ . Dopo un tempo  $t_1 = 1s$  ha percorso uno spazio  $s_1 = 4cm$ . Si calcoli il modulo dell'accelerazione  $a$  al tempo  $t_2 = 4s$ .

**Soluzione:**  $a = 11.67m/s^2$

**Procedimento:**

Calcolo l'accelerazione tangenziale utilizzando la formula del moto uniformemente accelerato

$$\Delta s = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot t_1^2$$

$$0.04m = 0.2m/s \cdot 1s + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot 1s^2 \quad a_t = \frac{-0.16m \cdot 2}{1s^2} = -0.32m/s^2$$

Calcolo la velocità al tempo  $t_2$

$$v_2 = v_0 + a_t(t_2 - t_0) = 0.2m/s - 0.32m/s^2 \cdot 4s = -1.08m/s$$

Calcolo l'accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(-1.08m/s)^2}{0.1m} = 11.664m/s^2$$

Il modulo della accelerazione è da:

$$a_{tot} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = \sqrt{(11.664m/s^2)^2 + (-0.32m/s^2)^2} = 11.668m/s^2$$

### Tema d'Esame di Gennaio 2018

Un pallavolista effettua un servizio al salto e colpisce la palla orizzontalmente. A quale altezza minima deve colpire la palla perché questa arrivi nel campo avversario passando a fil di rete, se la velocità del servizio è  $90.0\text{km/h}$ , la rete è alta  $2.43\text{m}$  e si trova a  $9.00\text{m}$  di distanza

**Soluzione:**  $h_{tot} = 3.065\text{m}$

**Procedimento:**

Troviamo il tempo necessario affinché distanza percorsa dalla palla sia  $9\text{m}$

$$90\text{km/h} = \frac{90000\text{m}}{3600\text{s}} = 25\text{m/s}$$

$$v = \frac{d}{t} \quad t = \frac{d}{v} = \frac{9\text{m}}{25\text{m/s}} = 0.36\text{s}$$

Troviamo la distanza percorsa sull'asse  $y$  in  $0.36\text{s}$  in caduta libera da fermo

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad h = \frac{v^2 \cdot g}{2} = \frac{(0.36\text{s})^2 \cdot 9.81\text{m/s}^2}{2} = 0.635\text{m}$$

Sommo l'altezza della rete all'altezza percorsa in  $0.36\text{s}$

$$h_{tot} = h_{rete} + h_{0.36} = 2.43\text{m} + 0.635\text{m} = 3.065\text{m}$$

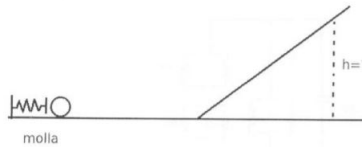
## 2 Tipologia Esercizio 2

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

- Piano Inclinato

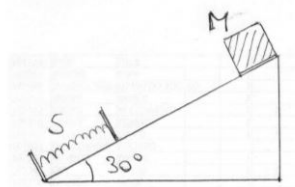
### Tema d'Esame di Gennaio 2015

Una molla con costante elastica  $k = 130\text{N/cm}$  viene compressa di  $10\text{cm}$  prima di lanciare una pallina di massa  $40\text{g}$  verso un piano inclinato. Qual'è l'altezza massima dal suolo che raggiunge la pallina?



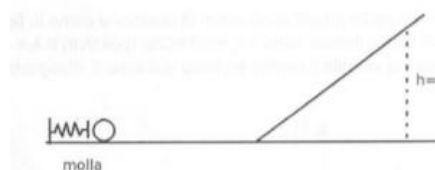
### Tema d'Esame di Febbraio 2015

Una molla ideale può essere compressa di  $1.0\text{m}$  da una forza di  $100\text{N}$ . La stessa molla è posta alla fine di un piano inclinato liscio (senza attrito) che forma un angolo di  $30^\circ$  con l'orizzontale. Una massa  $M$  di  $10\text{kg}$  viene lasciata cadere da ferma dal vertice del piano inclinato e si arresta momentaneamente dopo aver compresso la molla di  $2.0\text{m}$ . Qual'è la velocità della massa un attimo prima di toccare la molla?



### Tema d'Esame di Giugno 2015

Una molla con costante elastica  $75 = 75\text{N/cm}$  viene compressa di  $20\text{cm}$  prima di lanciare una pallina ( $m = 80\text{g}$ ) verso un piano inclinato. Qual'è l'altezza massima dal suolo che raggiunge la pallina?





### Tema d'Esame di Luglio 2015

Una pallina ( $m = 100g$ ) viene lanciata con velocità di  $2km/h$  da un punto su un piano orizzontale alla sommità di un piano inclinato alto  $120cm$ . Quando la pallina scende dal piano incontra una molla con costante elastica  $k = 1N/cm$ . Di quanto si comprime la molla per fermare la pallina?



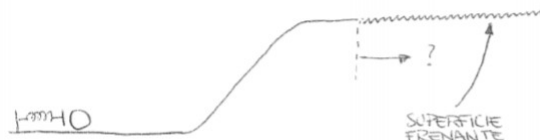
### Tema d'Esame di Gennaio 2016

Una molla viene compressa di  $17\text{ cm}$  prima di lanciare una palla verso un piano inclinato senza attrito. La palla ha massa  $1\text{ kg}$  e il piano inclinato ha un'altezza  $H=1.28\text{ m}$ . Quanto vale la costante elastica della molla affinché la palla arrivi con una velocità di  $4\text{ m/s}$  in cima al piano ?



### Tema d'Esame di Febbraio 2016

Una palla di massa  $250g$  è lanciata da una molla con costante elastica  $63N/m$  compressa di  $45cm$ . La palla viaggia attraverso un piano inclinato alto  $72cm$ . Una volta arrivata in cima al piano inclinato la palla incontra una superficie piatta frenante. Il coefficiente d'attrito dinamico palla-superficie è di  $\mu = 0.42$ . Che distanza percorre la palla sulla superficie frenante prima di fermarsi?



**Soluzione:**  $s = 4.477m$

#### Procedimento:

Trasformare le unità di misura:

$$\Delta x = 45cm = 0.45m$$

$$h = 72cm = 0.72m$$

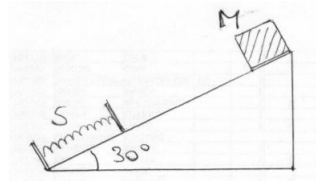
Impostando il seguente sistema, considerando come punto A la molla, il punto B il punto immediatamente dopo il piano inclinato e il punto C dove la palla si fermerà sul piano scabro.

$$\begin{cases} U_{El,A} = U_B + K_B \\ U_B + K_B = U_C + L_a \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6.378J = 1.766J + 0.125kg \cdot v^2 \\ 0.125kg \cdot v^2 = 103N \cdot \Delta s \end{cases} = \begin{cases} v^2 = 36.896m^2/s^2 \\ \Delta s = 4.477m \end{cases}$$

### Tema d'Esame di Giugno 2016

Una molla ideale può essere compressa di  $1.0m$  da una forza di  $100N$ . La stessa molla è posta alla fine di un piano inclinato con attrito (coefficiente  $0.2$ ) che forma un angolo di  $30^\circ$  con l'orizzontale. Una massa  $M$  di  $10kg$  viene lasciata cadere da ferma dal vertice del piano inclinato e si arresta momentaneamente dopo aver compresso la molla di  $2.0m$ . Qual'è la velocità della massa un attimo prima di toccare la molla?



**Soluzione:**  $s = 6.324m/s$

#### Procedimento:

Trasformare le unità di misura:

$$\Delta x = 45cm = 0.45m$$

$$h = 72cm = 0.72m$$

Impostando il seguente sistema, considerando come punto A la molla, il punto B dove parte il corpo.

È conveniente ribaltare la struttura del problema per dire che la massa parte dalla molla e arriva nel punto B con velocità 0.

$$\begin{cases} U_{El,A} - L_a = U_B \\ K_A - L_a = U_B \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot h \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot h \end{cases}$$

**Nota:** con la seconda equazione del sistema ipotizziamo che a prescindere della forza con cui sia stata spinta dalla molla, la velocità necessaria che serve per spingere un corpo su una superficie scabra dovrà essere uguale a tale forza.

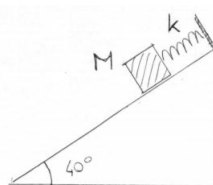
A questo punto basta solamente eguagliare:

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad 200J = 5kg \cdot v^2 \quad v = \sqrt{40m^2/s^2} = 6.324m/s$$

**Nota:** Questo ragionamento è valido solamente se si ipotizza che la molla posta sul piano inclinato sia stata compressa fino all'origine, (banalmente che abbia energia potenziale  $m \cdot g \cdot h$  nulla nel punto A).

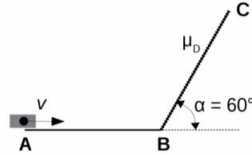
### Tema d'Esame di Luglio 2016

La molla della figura ha una costante elastica  $k = 120 \frac{N}{m}$  e una lunghezza a riposo di  $45cm$ . Quando un blocco di massa  $M$  viene attaccato alla molla l'estensione di equilibrio della molla è  $60cm$ . Il piano inclinato è liscio(senza attrito) e forma un angolo di  $40^\circ$  con l'orizzontale. Se la massa viene tirata leggermente verso il basso e viene rilasciata, qual è il periodo di oscillazione?



### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Un disco metallico viene lanciato con velocità  $v$  nel punto A del tratto AB, di lunghezza  $l = 4m$ , in modo che percorra tale tratto e poi il tratto BC, di lunghezza uguale al precedente e inclinato di un angolo  $\alpha = 60^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il tratto AB è senza attrito, mentre tra il disco e il tratto BC vi è attrito ( $\mu_D = 0.6$ ). Quanto vale  $v$  se il disco arriva in C con velocità nulla?



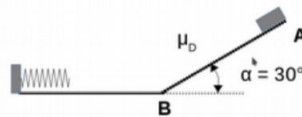
### Tema d'Esame di Febbraio 2017

Nel sistema in figura la molla ha una costante elastica di  $1.20N/cm$ . Il piano sul quale si muove la pallina è inclinato di  $10.0^\circ$  rispetto all'orizzontale. La molla viene inizialmente compressa di  $5.00cm$ . Si calcoli la velocità che raggiunge una pallina di massa  $100g$  quando la molla viene rilasciata. Si trascuri ogni attrito e la massa della molla.



### Tema d'Esame di Giugno 2017

Un blocco metallico di massa  $m = 0.5kg$ , partendo da fermo, viene lasciato scivolare lungo un piano inclinato con un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale e con un coefficiente di attrito dinamico  $\mu_D = 0.25$ . Dopo aver percorso il tratto AB del piano inclinato lungo  $85cm$ , il blocco raggiunge una superficie orizzontale, priva di attrito, sulla quale è posta una molla ( $k = 35N/m$ ). Il blocco urta la molla e la comprime. Qual'è la compressione massima della molla?



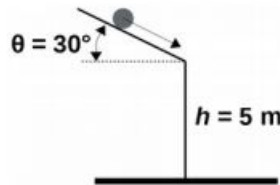
### Tema d'Esame di Luglio 2017

Una molla con costante elastica  $77.61N/cm$ , viene compressa prima di lanciare una palla verso un piano inclinato. La palla ha massa  $1kg$  e il piano inclinato è alto  $H = 4.36m$ . Quanto deve essere compressa la molla affinché la palla arrivi con una velocità di  $15m/s$  in cima al piano?



### Tema d'Esame di Settembre 2017

Una pallina abbandona un piano inclinato ( $\theta = 30^\circ$ ) da un'altezza pari a  $5m$  e tocca il suolo dopo  $0,8s$ . Si determini il modulo della velocità con cui abbandona il piano inclinato.



**Soluzione:**  $v_0 = 4.65m/s$

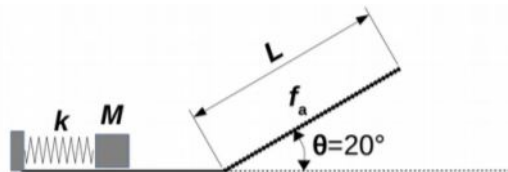
**Procedimento:**

Poichè il piano è privo di attrito possiamo utilizzare la formula del moto rettilineo uniformemente accelerato.

$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$
$$5m = 0 + v_{0,y} \cdot 0.8s + \frac{1}{2} \cdot 9.81m/s^2 \cdot (0.8s)^2 \quad v_{0,y} = \frac{5m - 3.14m}{0.8s} = 2.325m/s$$
$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \quad v_0 = \frac{v_{0,y}}{\sin(\alpha)} = \frac{2.325m/s}{0.5} = 4.65m/s$$

### Tema d'Esame di Gennaio 2018

Una massa  $M = 100g$  viene lanciata con un sistema come quello in figura. Se la costante elastica della molla è  $k = 500N/m$ , quale deve essere la sua compressione perché la massa  $M$  raggiunga un'altezza massima  $h = 2.00m$  da terra. Il tratto inclinato forma un angolo  $\theta = 20.0^\circ$  con il terreno, è lungo  $L = 50.0cm$  e ha un coefficiente di attrito  $f = 0.10$



**Soluzione:**  $\Delta x = 0.09m$

**Procedimento:**

Trasformare le unità di misura:

$$m = 100g = 0.1kg$$

$$\Delta s = 50cm = 0.5m$$

Impostando il seguente sistema, considerando come punto A la molla ed il punto B al punto di massima altezza (in cui si ferma).

$$U_{El,A} - L_a = U_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot h$$

$$250N/m \cdot \Delta x^2 = 0.046J + 1.962J \quad \Delta x = \sqrt{\frac{2.008J}{250N/m}} = \sqrt{0.008m^2} = 0.09m$$

**Nota:** Questo esercizio in questo appello aveva dei dati sbagliati, pertanto una soluzione di questo genere sarebbe stata considerata valida nonostante non risolveva il problema (si trasformava in un moto proiettile)

### 3 Tipologia Esercizio 3

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

- Gravitazione

#### Tema d'Esame di Gennaio 2015

Calcolare il valore dell'accelerazione di gravità alla superficie del pianeta Venere, sapendo che la sua velocità di fuga vale  $10.36 km/s$  e il raggio è di  $6052 km$

**Soluzione:**  $a_{gLuna} = 8.86 m/s^2$

**Procedimento:**

Trasformare tutte le unità di misura secondo le convenzioni del Sistema Internazionale.

$$v_{fLuna} = 10.36 km/s = 10.36 \cdot 10^3 m/s$$

$$r_{luna} = 6052 km = 6052 \cdot 10^3 m$$

Sapendo che:

$$\begin{aligned} a_g &= \frac{M_{Luna} \cdot G}{r_{Luna}^2} & v_f &= \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{Luna}}{r_{luna}}} \\ G \cdot M_{Luna} &= \frac{v_{luna}^2 \cdot r_{luna}}{2} = \frac{(10.36 \cdot 10^3 m/s)^2 \cdot 6052 \cdot 10^3 m}{2} = 3.2478 \cdot 10^{14} m^3/s^2 \\ a_{gLuna} &= \frac{G \cdot M_{Luna}}{r_{luna}^2} = \frac{3.2478 \cdot 10^{14} m^3/s^2}{(6052 \cdot 10^3 m)^2} = 8.86 m/s^2 \end{aligned}$$

#### Tema d'Esame di Febbraio 2015

Calcolare il periodo di rotazione della Luna attorno alla Terra assumendo che percorra un'orbita circolare di raggio  $384000 km$ , conoscendo l'accelerazione di gravità sulla superficie della Terra,  $g = 9.8 m/s^2$  e il raggio della Terra  $6370 km$ .

**Soluzione:**  $T = 27d : 10h : 36min$

**Procedimento:**

Trasformare tutte le unità di misura secondo le convenzioni del Sistema Internazionale.

$$r_{orb} = 384000 km = 3.84 \cdot 10^8 m$$

$$r_{terra} = 6370 km = 6.370 \cdot 10^6 m$$

Sapendo che:

$$\begin{aligned} a_g &= \frac{M_{Terra} \cdot G}{r_{Terra}^2} & T^2 &= \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{orb}^3}{G \cdot M} \\ G \cdot M &= a_g \cdot r_t^2 = 9.8 m/s^2 \cdot (6.370 \cdot 10^6 m)^2 = 3.9765 \cdot 10^{14} m^3/s^2 \\ T &= \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{orb}^3}{G \cdot M}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (3.84 \cdot 10^8 m)^3}{3.9765 \cdot 10^{14} m^3/s^2}} = 5.6214 \cdot \sqrt{10^{12} s^2} = 2370960.041 s \\ &= 27d : 10h : 36min \end{aligned}$$

### Tema d'Esame di Giugno 2015

Qual'è la velocità di fuga da un asteroide (sferico) di raggio  $800km$  e per il quale l'accelerazione di gravità sulla superficie vale  $6m/s^2$ ?

**Soluzione:**  $v_f = 3098.386m/s$

**Procedimento:**

Trasformare tutte le unità di misura secondo le convenzioni del Sistema Internazionale.

$$r_{orb} = 384000km = 3.84 \cdot 10^8m$$

$$r_{terra} = 6370km = 6.370 \cdot 10^6m$$

Sapendo che:

$$a_g = \frac{M_{Asteroide} \cdot G}{r_{Asteroide}^2} \quad v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{Asteroide}}{r_{Asteroide}}}$$
$$v_f = \sqrt{2 \cdot a_g \cdot r_{Asteroide}} = \sqrt{2 \cdot 6m/s^2 \cdot 800000m} = \sqrt{9600000m^2/s^2} = 3098.386m/s$$

### Tema d'Esame di Luglio 2015

Calcolare il periodo orbitale del Telescopio Spaziale Hubble (HST), che compie orbite circolari intorno alla Terra alla quota di  $600km$ , il raggio della Terra è  $6378km$  e la massa  $5.98 \cdot 10^{24}kg$

**Soluzione:**  $T = 1h : 36min$

**Procedimento:**

Il raggio dell'orbita di HST è pari a:

$$r_{orb} = r_{terra} + d_{satellite} = 6378km + 600km = 6978km = 6978000m$$

Sapendo che:

$$v_c = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \quad T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v_c}$$
$$v_c = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11}Nm^2/kg^2 \cdot 5.98 \cdot 10^{25}kg}{6978000m}} = \sqrt{57160504} = 7560.45m/s$$
$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6978000m}{7560.45m/s} = 5.799.13s$$
$$1h : 36min$$

### Tema d'Esame di Gennaio 2016

Calcolare l'accelerazione centripeta di un satellite in orbita geostazionaria.  $M_{Terra} = 5.972 \cdot 10^{24}kg$ .

### Tema d'Esame di Giugno 2016

Sull'asse che unisce la terra con la luna (distanza terra-luna  $D_{TL} = 3.8 \cdot 10^8 m$ ), a quale distanza dal centro della terra ( $M_T = 6.0 \cdot 10^{24} kg$ ) la forza gravitazionale netta esercitata su un corpo di massa  $M$  è nulla? (massa Luna  $M_L = 7.4 \cdot 10^{22} kg$ )

**Soluzione:**  $F = 609.18 N$

**Procedimento:**

Trasformare tutte le unità di misura secondo le convenzioni del Sistema Internazionale.

$$d_{TL} = 3.8 \cdot 10^8 m$$

$$M_T = 6.0 \cdot 10^{24} kg$$

$$M_L = 7.4 \cdot 10^{22} kg$$

Sapendo che:

$$F = F_1 = F_2 = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2}$$

Sapendo che per esercitare forza gravitazionale nulla deve valere ( $M_C$  massa del corpo che si suppone in mezzo alle due traiettorie):

$$F_{TC} = \cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M_C}}{d_{TC}^2} = \cancel{G} \cdot \frac{M_L \cdot \cancel{M_C}}{d_{LC}^2} = F_{LC} \quad \frac{M_T}{M_L} = \frac{d_{TC}^2}{d_{LC}^2} = \frac{6.0 \cdot 10^{24} kg}{7.4 \cdot 10^{22} kg} = 81.08$$

Ricordando che:

$$d_{LC}^2 = (d_{TL} - d_{TC})^2$$

Sostituendo otteniamo:

$$d_{TC}^2 = 81.08 \cdot (d_{TL} - d_{TC})^2 = 81.08 \cdot (3.8 \cdot 10^8 m - d_{TC})^2$$

$$d_{TC}^2 = 81.08 \cdot (1.44 \cdot 10^{17} m^2 + d_{TC}^2 - 7.6 \cdot 10^8 m \cdot d_{TC})$$

$$80.08 \cdot d_{TC}^2 - 6.162 \cdot 10^{10} m \cdot d_{TC} + 1.170 \cdot 10^{19} m^2 = 0$$

$$\Delta = (6.162 \cdot 10^{10})^2 - (4 \cdot 81.08 \cdot 1.170 \cdot 10^{19}) = 2.48 \cdot 10^{18}$$

$$d_{TC1,TC2} = \frac{6.162 \cdot 10^{10} \pm \sqrt{2.48 \cdot 10^{18}}}{2 \cdot 80.08} =$$

$$d_{TC1} = 3.94 \cdot 10^8 m \quad d_{TC2} = 3.74 \cdot 10^8 m$$

### Tema d'Esame di Luglio 2016

Calcolare il peso in  $N$  di un astronauta sulla stazione spaziale quando questa orbita ad una quota di  $400 km$  sopra la superficie terrestre. La massa dell'astronauta è di  $70 kg$ . Il raggio della terra è  $6370 km$ .

### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Calcolare il periodo di un pendolo lungo  $2 m$  a  $50000 km$  dalla superficie della terra, sapendo che la massa e il raggio della terra sono  $5.97 \cdot 10^{24} kg$  e  $6371 km$  rispettivamente.



### Tema d'Esame di Febbraio 2017

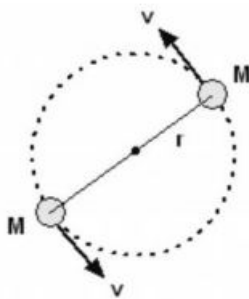
Il periodo di rotazione della luna intorno alla terra è  $T_L = 27.32$  giorni e la sua orbita è approssimativamente circolare di raggio  $d = 384400\text{km}$ . L'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre è  $g = 9.81\text{m/s}^2$ . Si valuti il raggio terrestre  $r_T$  utilizzando esclusivamente i dati precedenti (non usare nemmeno la costante gravitazionale  $G$ ).

### Tema d'Esame di Luglio 2017

Sull'asse che unisce la terra con la luna (distanza terra-luna  $D_{TL} = 3.8 \cdot 10^8\text{m}$ ), a quale distanza dal centro della terra ( $M_T = 6.0 \cdot 10^{24}\text{kg}$ ) la forza gravitazionale netta esercitata su un corpo di massa  $M$  è nulla? (massa Luna  $M_L = 7.4 \cdot 10^{22}\text{kg}$ )

### Tema d'Esame di Settembre 2017

Un sistema binario di stelle ruota circolarmente attorno al comune centro di massa a metà del segmento che le unisce. Ciò significa che la massa delle due stelle è uguale. Se la velocità orbitale di ciascuna di esse è  $v = 220\text{km/s}$  ed il periodo orbitale di ciascuna è 14.4 giorni, trovare la massa  $M$  di ciascuna stella.



### Tema d'Esame di Gennaio 2018

Una persona di massa  $70.0\text{kg}$  sta su una bilancia posta all'equatore sulla superficie di un pianeta (supposto perfettamente sferico e uniforme). Qual è il peso misurato dalla bilancia se il diametro del pianeta è il doppio di quello della terra, ma la sua densità media ed il suo periodo di rotazione sono gli stessi della terra? ( $M_T = 5.97 \cdot 10^{24}\text{kg}$ ,  $R_T = 6370\text{km}$ ,  $T_T = 24.0\text{h}$ )

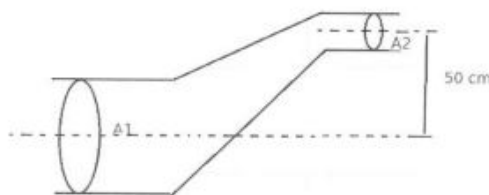
## 4 Tipologia Esercizio 4

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

- Fluidi

### Tema d'Esame di Gennaio 2015

Del propanolo, densità  $d = 803g/cm^3$  scorre attraverso un tubo orizzontale che si restringe come in figura e ha una variazione di quota di  $50cm$ . La sezione  $A_1 = 1.60 \cdot 10^3 m^2$  e  $A_2 = \frac{A_1}{2}$ . La differenza di pressione nel tubo tra il punto a sezione larga e il punto a sezione stretta è  $8240 Pa$ . Qual'è la portata del propanolo del tubo?

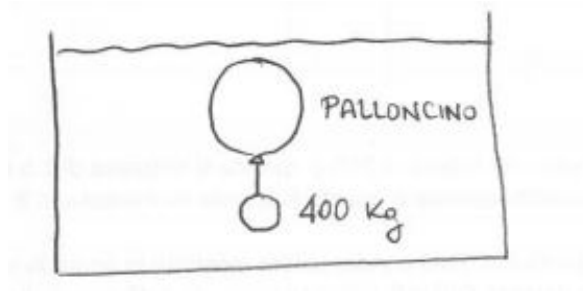


### Tema d'Esame di Febbraio 2015

Un rubinetto di sezione  $S = 1cm^2$  è inserito nel fondo di una (grande) cisterna aperta superiormente. Il livello dell'acqua nella cisterna è  $H = 4m$ . Il getto d'acqua uscente dal rubinetto è diretto verticalmente verso il basso. Trascurando tutti i possibili attriti, si determini la sezione  $Sh$  del getto d'acqua dopo che questo è sceso verso il basso di un tratto  $h = 20cm$ . (Poiché la cisterna è grande, si può assumere che il livello dell'acqua  $H$  resti costante).

### Tema d'Esame di Giugno 2015

Un corpo sferico di massa  $400kg$  è immerso in acqua ( $\rho_{H_2O} = 1000kg/m^3$ ) e il raggio del corpo è  $r = 0.1m$ . Il corpo viene appeso ad un palloncino pieno d'aria ( $\rho_{aria} = 1.2kg/m^3$ ). Calcolare il raggio minimo del palloncino per cui i due corpi non vadano a fondo (il palloncino è sferico e non ha massa).



**Soluzione:**  $F = 609.18N$

#### Procedimento:

$$r^2 = r_{terra} + d_{astronauta} = 6308km + 400km = 6770km = 6770000m$$

Sapendo che per rimanere stabile in acqua, la forza della spinta di Archimede dei due corpi deve essere uguale alla forza peso dei due corpi (P indica il palloncino e C indica il corpo):

$$F_{PP} + F_{PC} = F_{AP} + F_{AC}$$

$$F_{PC} = m \cdot g = 3924N$$

$$F_{PP} = m \cdot g = D_{aria} \cdot V \cdot g = 1.2kg/m^3 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot R_P^3}{3} \cdot 9.81m/s^2 = 49.31kg/m^2s^2 \cdot r_P^3$$

$$F_{AC} = D_{H_2O} \cdot V \cdot g = 1000kg/m^3 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot (0.1m)^3}{3} \cdot 9.81m/s^2 = 41.09N$$

$$F_{AP} = D_{H_2O} \cdot V \cdot g = 1000kg/m^3 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r_c^3}{3} \cdot 9.81m/s^2 = 41092.03kg/m^2s^2 \cdot r_P^3$$

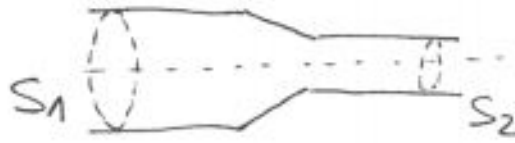
Sostituendo nell'equazione:

$$3924N + 49.31kg/m^2s^2 \cdot r_P^3 = 41092.03kg/m^2s^2 \cdot r_P^3 + 41.09N$$

$$r_P = \sqrt[3]{\frac{3882.91N}{41042.72kg/m^2s^2}} = \sqrt[3]{0.0946m^3} = 0.456m$$

### Tema d'Esame di Luglio 2015

In un tubo orizzontale che presenta sezioni  $S_1 = 10\text{cm}^2$  e  $S_2 = 5\text{cm}^2$  scorre dell'acqua (densità  $1\text{g/cm}^3$ ) con una portata  $Q = 0.82\text{kg/s}$ . Determinare la differenza di pressione esistente tra le due sezioni.



**Soluzione:**  $\Delta p = 1.008\text{Pa}$

#### Procedimento:

Conversioni

$$\rho_{\text{acqua}} = 1\text{g/cm}^3 = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-6}} \text{kg/m}^3 = 1 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$$

$$Q = 0.82\text{kg/s} = \frac{Q}{\rho} = \frac{0.82\text{kg/s}}{1 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3} = 8.2 \cdot 10^{-4} \text{m}^3/\text{s}$$

$$S_1 = 10\text{cm}^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$$

$$S_2 = 5\text{cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$$

Sapendo che vale:

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \quad \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

Essendo entrambe le velocità incognite le ricaviamo da:

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{8.2 \cdot 10^{-4} \text{m}^3/\text{s}}{1 \cdot 10^{-3} \text{m}^2} = 0.82 \text{m/s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{8.2 \cdot 10^{-4} \text{m}^3/\text{s}}{5 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} = 1.64 \text{m/s}$$

Tornando alla formula di prima otteniamo che:

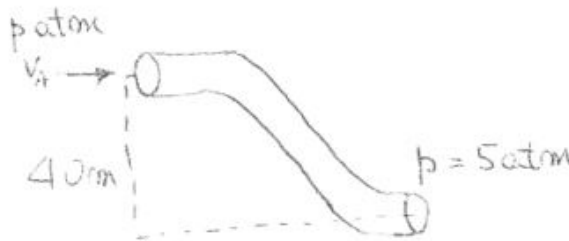
$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \text{kg/m}^3 \cdot ((1.64 \text{m/s})^2 - (0.82 \text{m/s})^2) = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \text{kg/m}^3 \cdot (2.01 \text{m}^2/\text{s}^2) = 1.008 \text{Pa}$$

### Tema d'Esame di Gennaio 2016

Una bottiglia (volume  $V_B = 1\text{L}$  e massa  $100\text{g}$ ) contiene  $50\text{atm}$  di  $\text{He}$  (gas perfetto) a temperatura ambiente. Calcolare la forza che bisogna esercitare verticalmente sulla bottiglia per tenerla completamente immersa in acqua. Massa atomica  $\text{He} = 6.64 \cdot 10^{-24}\text{g}$ , densità acqua  $1000\text{kg/m}^3$ .

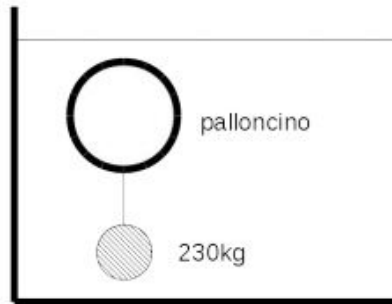
### Tema d'Esame di Febbraio 2016

Una conduttura di diametro costante scende da una montagna per un dislivello di  $40\text{m}$ . La pressione del fluido che scorre nella conduttura è di  $1\text{atm}$  nel punto più alto e  $5\text{atm}$  nel punto più basso. La velocità del fluido a monte è  $5\text{m/s}$ . Calcolare la densità del fluido.



### Tema d'Esame di Giugno 2016

Un corpo sferico di massa  $230\text{kg}$  è immerso in acqua ( $\rho_{H_2O} = 1000\text{kg}/\text{m}^3$ ). Il raggio del corpo è  $r = 0.07\text{m}$ . Il corpo viene appeso ad un palloncino pieno d'elio ( $\rho_{elio} = 0,17\text{kg}/\text{m}^3$ ). Calcolare il raggio minimo del palloncino per cui i due corpi non vadano a fondo; il palloncino è sferico e ha massa  $85\text{g}$ .



### Tema d'Esame di Luglio 2016

Un cilindro con un volume iniziale di 12 litri contiene  $23\text{g}$  di ossigeno (peso molecolare  $A = 32\text{g}/\text{mol}$ ) alla temperatura di  $25^\circ\text{C}$ . La temperatura viene portata a  $35^\circ\text{C}$  e il volume ridotto a 8.5 litri. Qual'è la pressione finale del gas? Si assuma che il gas si comporti come un gas perfetto.

### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Si ha la necessità di far fuoriuscire dell'acqua (densità  $1000\text{kg}/\text{m}^3$ ) contenuta all'interno di una siringa senza ago, posta in orizzontale, alla velocità di  $15\text{cm}/\text{s}$ . Stabilire quale differenza di pressione bisogna esercitare tra lo stantuffo e il beccuccio da cui fuoriesce il fluido, sapendo che il rapporto tra le due sezioni vale 20.

### Tema d'Esame di Febbraio 2017

Un torchio idraulico è costituito da due vasi cilindrici comunicanti tra loro e contenenti acqua, disposti verticalmente, di sezioni  $S_A = 2\text{dm}^2$  e  $S_B = 10\text{dm}^2$ , rispettivamente. Dentro i vasi possono scorrere, a tenuta e senza attrito, due pistoni  $A$  e  $B$  di masse  $m_A = 20\text{kg}$  e  $m_B = 150\text{kg}$ . Si calcoli la massa  $m$  del carico che si deve porre sul pistone  $A$  per ottenere livelli uguali nei due vasi.

### Tema d'Esame di Giugno 2017

L'impianto idrico di una casa ha una pompa in un pozzo con un tubo di uscita con raggio interno di  $6.3\text{mm}$ . Si assuma che la pompa possa mantenere una pressione relativa di  $410\text{kPa}$  nel tubo di uscita. Una doccia posta  $6.7\text{m}$  più in alto della pompa ha un erogatore con 36 fori, ciascuno di raggio  $0.33\text{mm}$ . Se il rubinetto della doccia è completamente aperto, a quale velocità esce l'acqua dalla doccia?

### Tema d'Esame di Luglio 2017

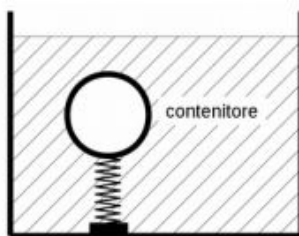
Una bottiglia (volume  $V_B = 2.0\text{L}$  e massa  $80\text{g}$ ) contiene  $40\text{atm}$  di  $\text{He}$  (gas perfetto) a temperatura ambiente. Calcolare la forza che bisogna esercitare verticalmente sulla bottiglia per tenerla completamente immersa in acqua. (Massa atomica  $\text{He} = 6,64 \cdot 10^{-24}\text{g}$ . Densità dell'acqua  $\rho = 1000\text{kg}/\text{m}^3$ )

### Tema d'Esame di Settembre 2017

Si ha una siringa piena di acqua (densità  $1000\text{kg/m}^3$ ). Il rapporto tra le sezioni dello stantuffo e del beccuccio è 2. Se si pone la siringa in posizione orizzontale sul bordo di un tavolo alto  $1\text{m}$ , a che distanza orizzontale dal bordo del tavolo il getto colpirà il pavimento, applicando una pressione di  $60\text{Pa}$  allo stantuffo.

### Tema d'Esame di Gennaio 2018

Sul fondo di una vasca piena d'acqua (densità  $1000\text{kg/m}^3$ ) è fissata una molla (massa e volume trascurabili, costante elastica  $3.00\text{N/cm}$ ) alla quale è attaccato un contenitore con volume  $5.00$  litri e di massa (a vuoto)  $200\text{g}$ . Se il contenitore è riempito con  $30.0\text{bar}$  di Xenon (gas perfetto con massa molare  $131\text{g/mole}$ ) a  $273\text{K}$ , di quanto si allunga la molla?



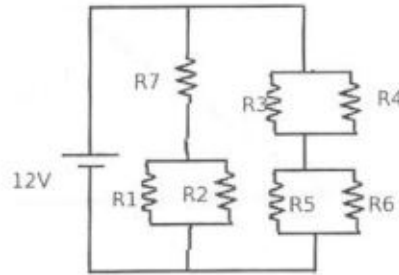
## 5 Tipologia Esercizio 5

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

- Circuiti

### Tema d'Esame di Gennaio 2015

Si determini la differenza di potenziali ai capi della resistenza  $R_4$  del circuito mostrato in figura. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di  $12V$  e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R_2 = 15\Omega$ ,  $R_3 = 40\Omega$ ,  $R_4 = 25\Omega$ ,  $R_5 = R_6 = 32\Omega$ ,  $R_1 = R_7 = 18\Omega$



**Soluzione:**  $V_4 = 5.85V$

#### Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{40\Omega \cdot 25\Omega}{40\Omega + 25\Omega} = 15.38\Omega$$

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{32\Omega \cdot 32\Omega}{32\Omega + 32\Omega} = 16\Omega$$

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18\Omega \cdot 15\Omega}{18\Omega + 15\Omega} = 8.18\Omega$$

$$R_{127} = R_{12} + R_7 = 8.18\Omega + 18\Omega = 26.18\Omega$$

$$R_{3456} = R_{34} + R_{56} = 15.38\Omega + 16\Omega = 31.38\Omega$$

$$R_{tot} = \frac{R_{127} \cdot R_{3456}}{R_{127} + R_{3456}} = \frac{26.18\Omega \cdot 31.38\Omega}{26.18\Omega + 31.38\Omega} = 14.23\Omega$$

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

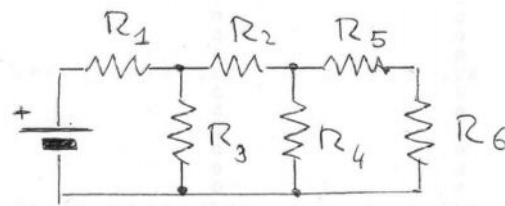
$$V_{tot} = V_{127} = V_{3456} = 12V$$

$$I_{3456} = \frac{V_{3456}}{R_{3456}} = 0.38A \quad I_{3456} = I_{34} = I_{56}$$

$$V_{34} = V_3 = V_4 = R_{34} \cdot I_{34} = 15.38\Omega \cdot 0.38A = 5.85V \quad V_{34} = V_3 = V_4$$

### Tema d'Esame di Febbraio 2015

Nel circuito in figura, la corrente attraverso  $R_6$  è  $i_6 = 1.40A$  e le resistenze sono  $R_1 = R_2 = R_3 = 2.0\Omega$ ,  $R_4 = 16.0\Omega$ ,  $R_5 = 8.0\Omega$ ,  $R_6 = 4.0\Omega$ . Qual'è la forza elettromotrice della batteria (ideale)?



**Soluzione:**  $V = 48.3V$

#### Procedimento:

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie proseguiamo semplificando le resistenze e aggiornando man mano corrente e tensione:

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 8\Omega + 4\Omega = 12\Omega$$

$$V_{56} = R_{56} \cdot I_6 = 16.8V$$

$$R_{456} = \frac{R_{56} \cdot R_4}{R_{56} + R_4} = \frac{12\Omega \cdot 16\Omega}{12\Omega + 16\Omega} = 6.85\Omega$$

$$I_{456} = \frac{V_{56}}{R_{456}} = \frac{16.8V}{6.85\Omega} = 2.45A$$

$$R_{2456} = R_2 + R_{456} = 2\Omega + 6.85\Omega = 8.85\Omega$$

$$V_{2456} = R_{2456} \cdot I_{456} = 8.85 \cdot 2.45A = 21.68V$$

$$R_{23456} = \frac{R_3 \cdot R_{2456}}{R_3 + R_{2456}} = \frac{2\Omega \cdot 8.85\Omega}{2\Omega + 8.85\Omega} = 1.63\Omega$$

$$I_{23456} = I_{tot} = \frac{V_{23456}}{R_{23456}} = \frac{21.68V}{1.63\Omega} = 13.3A$$

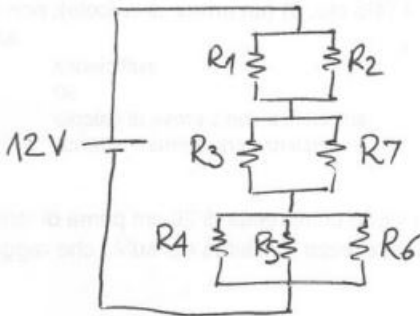
$$R_{tot} = R_1 + R_{23456} = 2\Omega + 1.63\Omega = 3.63\Omega$$

$$V = R_{tot} \cdot I_{tot} = 3.63\Omega \cdot 13.3A = 48.28V$$



### Tema d'Esame di Giugno 2015

Si determini la differenza di potenziali ai capi della resistenza  $R_4$  del circuito mostrato in figura. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di  $12V$  e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R_2 = 15\Omega$ ,  $R_3 = 40\Omega$ ,  $R_4 = 25\Omega$ ,  $R_5 = R_6 = 32\Omega$ ,  $R_1 = R_7 = 18\Omega$ .



**Soluzione:**  $V_4 = 3.85V$

#### Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18\Omega \cdot 15\Omega}{18\Omega + 15\Omega} = 8.18\Omega$$

$$R_{37} = \frac{R_3 \cdot R_7}{R_3 + R_7} = \frac{40\Omega \cdot 18\Omega}{40\Omega + 18\Omega} = 12.41\Omega$$

$$R_{456} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{32\Omega} + \frac{1}{32\Omega}} = 9.76\Omega$$

$$R_{tot} = R_{12} + R_{37} + R_{456} = 8.18\Omega + 12.41\Omega + 9.76\Omega = 30.35\Omega$$

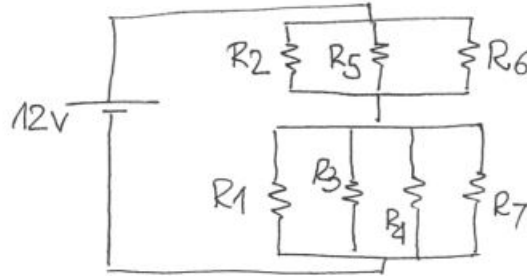
Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

$$I_{tot} = I_{12} = I_{37} = I_{456} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{30.35\Omega} = 0.395A$$

$$V_4 = V_5 = V_6 = R_{456} \cdot I_{tot} = 9.76\Omega \cdot 0.395A = 3.85V$$

### Tema d'Esame di Luglio 2015

Si determini la differenza di potenziale ai capi della resistenza  $R_4$  nel seguente circuito. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di  $12V$  e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R_2 = 15\Omega$ ,  $R_3 = 40\Omega$ ,  $R_4 = 25\Omega$ ,  $R_5 = R_6 = 32\Omega$ ,  $R_1 = R_7 = 18\Omega$



**Soluzione:**  $V_4 = 5.05V$

#### Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{256} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{15\Omega} + \frac{1}{32\Omega} + \frac{1}{32\Omega}} = 7.74\Omega$$

$$R_{1347} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}} = \frac{1}{\frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{18\Omega}} = 5.68\Omega$$

$$R_{tot} = 7.74\Omega + 5.68\Omega = 13.42\Omega$$

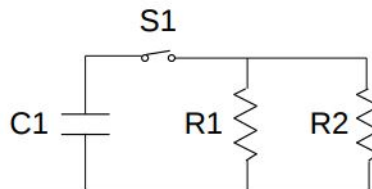
Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

$$I_{tot} = I_{256} = I_{1347} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{13.42\Omega} = 0.89A$$

$$V_4 = V_1 = V_3 = V_7 = R_{1237} \cdot I_{tot} = 5.68\Omega \cdot 0.89A = 5.05V$$

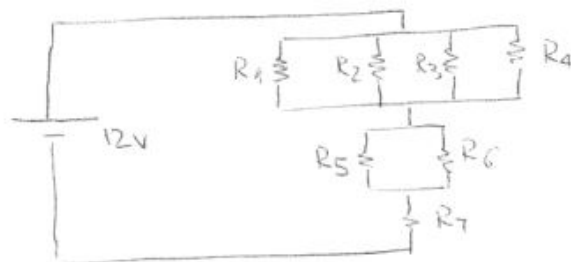
### Tema d'Esame di Gennaio 2016

Prima di chiudere l'interruttore  $S_1$ , la tensione ai capi del condensatore  $C_1$  è pari a  $12V$ . Determinare quanto tempo deve passare dalla chiusura dell'interruttore  $S_1$  perché la corrente che scorre in  $R_2$  diventi inferiore a  $10\mu A$ .  $R_1 = R_2 = 2k\Omega$ .  $C_1 = 1\mu F$ .



### Tema d'Esame di Febbraio 2016

Si determini la differenza di potenziale ai capi della resistenza  $R_4$  del circuito mostrato in figura. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di  $12V$  e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R_2 = 15\Omega$ ,  $R_3 = 40\Omega$ ,  $R_4 = 25\Omega$ ,  $R_5 = R_6 = 32\Omega$ ,  $R_1 = R_7 = 18\Omega$



**Soluzione:**  $V_4 = 1.60V$

#### Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{1234} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{15\Omega} + \frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{25\Omega}} = 5.34\Omega$$

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{32\Omega \cdot 32\Omega}{32\Omega + 32\Omega} = 16\Omega$$

$$R_{tot} = R_{1234} + R_{56} + R_7 = 5.34\Omega + 16\Omega + 18\Omega = 39.34\Omega$$

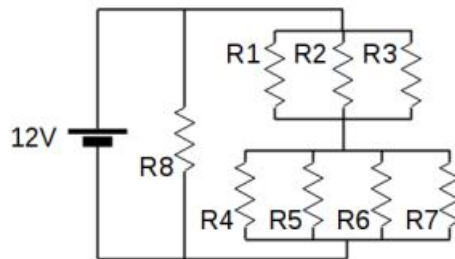
Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

$$I_{tot} = I_{1234} = I_{56} = I_7 = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{39.34\Omega} = 0.30A$$

$$V_4 = V_1 = V_2 = V_3 = R_{1234} \cdot I_{tot} = 5.34\Omega \cdot 0.30A = 1.60V$$

### Tema d'Esame di Giugno 2016

Se il generatore fornisce una differenza di potenziale di  $12V$ , qual'è la caduta di potenziale ai capi della resistenza  $R_5$ . Si considerino le resistenze  $R_1 = 35\Omega$ ,  $R_2 = 10\Omega$ ,  $R_3 = 24\Omega$ ,  $R_4 = 18\Omega$ ,  $R_5 = 30\Omega$ ,  $R_6 = 21\Omega$ ,  $R_7 = 17\Omega$ ,  $R_8 = 19\Omega$ .



**Soluzione:**  $V_5 = 5.60V$

**Procedimento:**

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{123} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{35\Omega} + \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{24\Omega}} = 5.87\Omega$$

$$R_{4567} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}} = \frac{1}{\frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{21\Omega} + \frac{1}{17\Omega}} = 5.12\Omega$$

$$R_{tot} = \frac{R_{1234567} \cdot R_8}{R_{1234567} + R_8} = 6.96\Omega$$

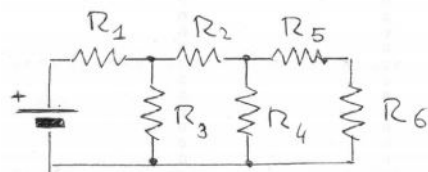
Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

$$I_{1234567} = \frac{V}{R_{1234567}} = \frac{12V}{10.98\Omega} = 1.09A$$

$$V_5 = V_4 = V_6 = V_7 = R_{4567} \cdot I_{1234567} = 5.12\Omega \cdot 1.09A = 5.60V$$

### Tema d'Esame di Luglio 2016

Nel circuito in figura, la corrente attraverso  $R_6$  è  $i_6 = 1.2A$  e le resistenze sono  $R_1 = R_2 = R_3 = 4.0\Omega$ ,  $R_4 = 10\Omega$ ,  $R_5 = 4.0\Omega$ ,  $R_6 = 2.0\Omega$ . Qual'è la forza elettromotrice della batteria (ideale)?



**Soluzione:**  $V = 37.445V$

#### Procedimento:

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie proseguiamo semplificando le resistenze e aggiornando man mano corrente e tensione:

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 4\Omega + 2\Omega = 6\Omega$$

$$V_{56} = R_{56} \cdot I_{56} = 6\Omega \cdot 1.2A = 7.2V$$

$$R_{456} = \frac{R_{56} \cdot R_4}{R_{56} + R_4} = \frac{6\Omega \cdot 10\Omega}{6\Omega + 10\Omega} = 3.75\Omega$$

$$I_{456} = \frac{V_{56}}{R_{456}} = \frac{7.2V}{3.75\Omega} = 1.92A$$

$$R_{2456} = R_2 + R_{456} = 4\Omega + 3.75\Omega = 7.75\Omega$$

$$V_{2456} = R_{2456} \cdot I_{456} = 7.75 \cdot 1.92A = 14.88V$$

$$R_{23456} = \frac{R_3 \cdot R_{2456}}{R_3 + R_{2456}} = \frac{4\Omega \cdot 7.75\Omega}{4\Omega + 7.75\Omega} = 2.64\Omega$$

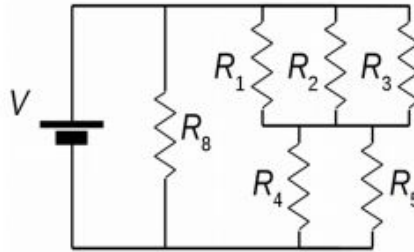
$$I_{23456} = I_{tot} = \frac{V_{23456}}{R_{23456}} = \frac{14.88V}{2.64\Omega} = 5.64A$$

$$R_{tot} = R_1 + R_{23456} = 4\Omega + 2.64\Omega = 6.64\Omega$$

$$V = R_{tot} \cdot I_{tot} = 6.64\Omega \cdot 5.64A = 37.45V$$

### Tema d'Esame di Febbraio 2017

Sapendo che la resistenza  $R_8$  è attraversata da una corrente  $i_8 = 0.20A$ , si calcoli la corrente che attraversa  $R_3$ . Si considerino le seguenti resistenze  $R_8 = 10\Omega, R_1 = R_2 = R_3 = 5.0\Omega, R_4 = 12\Omega, R_5 = 15\Omega$ .



**Soluzione:**  $I_3 = 0.08A$

#### Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{123} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{5\Omega}} = 1.67\Omega$$

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{12\Omega \cdot 15\Omega}{12\Omega + 15\Omega} = 6.67\Omega$$

$$R_{12345} = R_{123} + R_{45} = 1.67\Omega + 6.67\Omega = 8.34\Omega$$

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

$$V_{tot} = V_{12345} = V_8 = R_8 \cdot I_8 = 10\Omega \cdot 0.2A = 2V$$

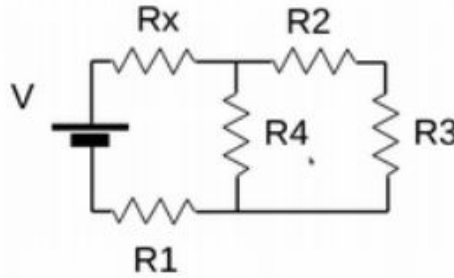
$$I_{12345} = I_{123} = I_{45} = \frac{V}{R_{12345}} = \frac{2V}{8.34\Omega} = 0.24A$$

$$V_{123} = R_{123} \cdot I_{12345} = 1.67\Omega \cdot 0.24A = 0.40V$$

$$I_3 = \frac{V_{123}}{R_3} = \frac{0.40V}{5\Omega} = 0.08A$$

### Tema d'Esame di Giugno 2017

Si determini il valore della resistenza  $R_x$  del circuito mostrato nella figura sotto a sinistra. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è  $3V$ , la corrente  $i_3$  che scorre nella resistenza  $R_3$  è pari a  $0.1A$  ed i valori delle altre resistenze nel circuito sono  $R_1 = R_2 = 5\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 10\Omega$ .



**Soluzione:**  $R_x = 1\Omega$

**Procedimento:**

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie proseguiamo semplificando le resistenze e aggiornando man mano corrente e tensione:

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 5\Omega + 10\Omega = 15\Omega$$

$$I_3 = I_2 = I_{23} = 0.1A$$

$$V_{23} = V_{234} = V_4 = R_{23} \cdot I_{23} = 15\Omega \cdot 0.1A = 1.5V$$

$$I_{234} = \frac{V_{234}}{R_{234}} = \frac{1.5V}{6\Omega} = 0.25A$$

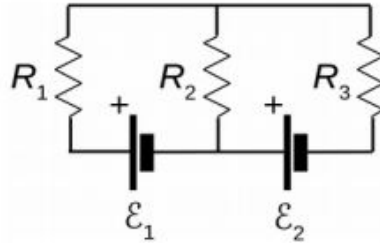
$$V_1 = R_1 \cdot I_{234} = 5\Omega \cdot 0.25A = 1.25V$$

$$V_x = V_{tot} - V_1 - V_{234} = 3V - 1.25V - 1.5V = 0.25V$$

$$R_x = \frac{V_x}{I_{234}} = \frac{0.25V}{0.25A} = 1\Omega$$

### Tema d'Esame di Settembre 2017

Trovare le correnti  $i_1, i_2, i_3$  nei tre rami del circuito qui sotto.  $R_1 = 4.0\Omega, R_2 = 6.0\Omega, R_3 = 3.0\Omega$  ed  $E_1 = 1.5V, E_2 = 3.0V$ .



**Soluzione:**  $R_x = 1\Omega$

#### Procedimento:

In questa tipologia di esercizio si deve impostare il sistema per poi trovare le rispettive correnti, per farlo bisogna stabilire arbitrariamente il verso della corrente di ogni maglia.

Nel nostro caso supporremo che la corrente viaggi in senso orario in entrambe le maglie.

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ \varepsilon_1 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 \\ \varepsilon_2 = -R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 \end{cases}$$

Risolviendo il sistema si otterranno i valori delle correnti.

$$\begin{aligned} \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 1.5 = 4 \cdot I_1 + 6 \cdot I_2 \\ 3 = -6 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 \end{cases} &= \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 1.5 = 4 \cdot I_2 + 4 \cdot I_3 + 6 \cdot I_2 \\ 3 = -6 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 \end{cases} \\ \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 1.5 = 10 \cdot I_2 + 4 \cdot I_3 \\ I_3 = \frac{3V + 6 \cdot I_2}{3} \end{cases} &= \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 1.5 = 10 \cdot I_2 + 4 \cdot (1 + 2 \cdot I_2) \\ 3 = -6 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 \end{cases} \\ \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_2 = -0.139 \\ I_3 = 1 + 2 \cdot I_2 \end{cases} &= \begin{cases} I_1 = -0.139 + I_3 \\ I_2 = -0.139 \\ I_3 = 0.722 \end{cases} \\ \begin{cases} I_1 = 0.583A \\ I_2 = -0.139A \\ I_3 = 0.722A \end{cases} & \end{aligned}$$



**6   Tipologia Esercizio 6**

**7   Tipologia Esercizio 7**

**8   Tipologia Esercizio 8**