# Contents

1	Tipologia Esercizio 1	2
2	Tipologia Esercizio 2	8
3	Tipologia Esercizio 3	14
4	Tipologia Esercizio 4	18
5	Tipologia Esercizio 5	22
6	Tipologia Esercizio 6	32
7	Tipologia Esercizio 7	32
8	Tipologia Esercizio 8	32

# 1 Tipologia Esercizio 1

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

- Caduta di un corpo da fermo
- Moto proiettile
- Moto Circolare Uniforme

#### Tema d'Esame di Gennaio 2015

Calcolare il minimo coefficente di attrito statico tra asfalto e pneumatico in modo tale che un'auto che pesa 100kg riesca a percorrere una curva di raggio 850m a 60km/h senza sbandare



#### Tema d'Esame di Febbraio 2015

Calcolare la velocità massima alla quale un'automobile di 1t può percorrere una curva di raggio 900m e inclinata di  $\pi/12$  sapendo che il coefficiente di attrito statico tra asfalto e pneumatico è 0.5

# Tema d'Esame di Giugno 2015

Calcolare il minimo coefficente di attrito statico tra un corpo di massa 3kg e il piano inclinato sui cui è appoggiato in modo che inclinando il piano di  $45^{\circ}$  il corpo rimanga fermo

## Tema d'Esame di Luglio 2015

Un elicottero vola orizzontalmente a 200km/h e a una quota di 500m lancia un carico che deve toccare terra in un punto ben preciso. Trascurando la resistenza dell'aria a quale distanza orizzontale dal bersaglio l'equipaggio deve effettuare il lancio?

# Tema d'Esame di Luglio 2015

Calcolare l'angolo massimo a cui si può inclinare un piano su cui è appoggiato un corpo di massa 5kg per cui il corpo rimane fermo. Il coefficente di attrito statico tra un corpo è 0.9.

## Tema d'Esame di Gennaio 2016

Un'automobile a trazione anteriore accelera costantemente da  $0~\rm km/h$  a  $99~\rm km/h$  in  $12~\rm s$  lungo una strada piana. Calcolare il minimo coefficiente d'attrito necessario tra la strada e i pneumatici affinché le ruote non slittino.

## Tema d'Esame di Febbraio 2016

Una pietra viene lanciata verso un terrapieno di altezza H con velocità iniziale di 42.0 m/s e ad un angolo  $\theta$  di 60° rispetto al suolo. La pietra cade sul terrapieno dopo 5.5s dal lancio. Trovare l'altezza H del terrapieno



Soluzione: y = 51.827m

## Procedimento:

Scompongo la velocità  $v_0$  sull'asse y

$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) = 42m/s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 36.373m/s$$

Calcolo con la formula del moto uniformemente accellerato la distanza percorsa sull'asse

$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$y = 0m + 36.373m/s \cdot 5.5s - \frac{1}{2} \cdot 9.81m/s^2 \cdot (5.5s)^2 = 200.051m - 148.225m = 51.827m$$

# Tema d'Esame di Giugno 2016

Calcolare la velocità massima a cui un'auto che pesa 1000 kg riesce a percorrere una curva di raggio 85 m senza sbandare sapendo che il coefficiente d'attrito tra penumatico e asfalto è 0.7

# Tema d'Esame di Luglio 2016

Una pallina viene lanciata come in figura con una velocità iniziale di 15 m/s e un angolo  $\theta$ di  $60^{\circ}$ . Dopo quanto tempo atterrerà su un ripiano di altezza h=4 m?



Soluzione:  $x_2 = 2.29sm$ 

#### Procedimento:

Scompongo la velocità 
$$v_0$$
 sull'asse  $y$  
$$v_{0,y}=v_0\cdot\sin(\alpha) = 15m/s\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 12.99m/s$$

Calcolo con la formula del moto uniformemente accellerato i tempi con il quale la pallina raggiunge l'altezza pari a 4m

$$\begin{array}{l} y = y_0 + v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ 4m = 0m + 12.99m/s \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9.81m/s^2 \cdot t^2 \\ 4.905t^2 - 12.99t + 4 \\ \Delta = 12.99^2 - 4 \cdot 4.905 \cdot 4 = 90.26 \\ t_{1,2} = \frac{12.99 \pm \sqrt{90.26}}{2 \cdot 4.905} = t_1 = 0.356 \quad t_2 = 2.29 \end{array}$$

Consideriamo  $t_2$  perchè è il momento in cui tocca la terrazza, ossia a 2.29s

#### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Una sferetta metallica viene lanciata verticalmente verso l'alto con modulo della velocità  $v_0 = 14m/s$  da una terrazza alta  $y_0 = 22.4m$  rispetto al suolo. Si calcoli la velocità di arrivo al suolo.

Soluzione: v = 25.21 m/s

#### Procedimento:

Lanciando la pallina dalla terrazza voglio ottenere l'altezza massima raggiunta dalla pallina

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$
  $h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$ 

$$\begin{array}{ll} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} & h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \\ h = \frac{(14m/s)^2}{2 \cdot 9.81m/s^2} = \frac{196m^2/s^2}{19.62m/s^2} = 9.99m & \text{a cui va sommato } y_0 \\ h_{max} = 9.99m + 22.4m = 32.39m \end{array}$$

$$h_{max} = 9.99m + 22.4m = 32.39m$$

Avendo ottenuto l'altezza massima basta calcolare la velocità di un corpo fermo

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 m/s^2 \cdot 33.39 m} = 25.21 m/s$$

## Tema d'Esame di Febbraio 2017

Un punto materiale si muove su una circonferenza di raggio r = 1m con moto uniformemente accelerato. Al tempo  $t_0 = 0$  il punto ha una velocità  $v_0 = 0.1 m/s$ . Dopo un tempo  $t_1 = 2s$ ha percorso uno spazio  $s_1 = 40cm$ . Si calcoli il modulo dell'accelerazione a al tempo  $t_2 = 4s$ 

**Soluzione:**  $a = 0.27 m/s^2$ 

## Procedimento:

Calcolo l'accellerazione tangenziale utilizzando la formula del moto uniformemente accellerato

$$\Delta s = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot t_1^2$$

$$\Delta s = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot t_1^2$$

$$0.4m = 0.1m/s \cdot 2s + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot 4s^2 \qquad a_t = \frac{2 \cdot 0.2m}{4s^2} = 0.1m/s^2$$

Calcolo la velocità al tempo  $t_2$ 

$$v_1 = v_0 + a_t(t_1 - t_0) = 0.1m/s + 0.2m/s = 0.3m/s$$

$$v_2 = v_1 + a_t(t_2 - t_1) = 0.3m/s + 0.2m/s = 0.5m/s$$

Calcolo l'accellerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(0.5m/s)^2}{1m} = 0.25m/s^2$$

cutodo l'accentratione contripeta
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(0.5m/s)^2}{1m} = 0.25m/s^2$$
 Il modulo della accellerazione è da: 
$$a_{tot} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = \sqrt{(0.25m/s^2)^2 + (0.1m/s^2)^2} = 0.27m/s^2$$

Un'elicottero vola orizzontalmente a 180km/h e a una quota di 500m lancia un carico che deve toccare terra in un punto ben preciso. Trascurando la resistenza dell'aria, a quale distanza orizzontale dal bersaglio l'equipaggio deve effettuare il lancio?

Soluzione: d = 504.8m

#### Procedimento:

Sapendo che  $v=\frac{d}{t}$  se trovassimo il tempo impiegato per cadere dai 500m tramite le formule inverse ricaveremmo la distanza percorsa

Tramite la formula del moto uniformemente accellerato scompongo la distanza percorsa sull'asse

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$500m = 0m + 0m/s \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9.81m/s^2 \cdot t^2$$

Ossia 
$$4.905m/s^2 \cdot t^2 = 500m \quad t = \sqrt{101.937s^2} = 10.096s$$

Quindi 
$$d = v \cdot t = (\frac{180000m}{3600s}) \cdot 10.096s = 50m/s \cdot 10.096s = 504.8m$$

#### Tema d'Esame di Settembre 2017

Un punto materiale si muove su una circonferenza di raggio r=0.1m con moto uniformemente accelerato. Al tempo  $t_0 = 0$  il punto ha una velocità  $v_0 = 0.2m/s$ . Dopo un tempo  $t_1 = 1s$ ha percorso uno spazio  $s_1 = 4cm$ . Si calcoli il modulo dell'accelerazione a al tempo  $t_2 = 4s$ .

**Soluzione:**  $a = 11.67 m/s^2$ 

## Procedimento:

Calcolo l'accellerazione tangenziale utilizzando la formula del moto uniformemente accellerato

$$\Delta s = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot t_1^2$$

Calcolo la velocità al tempo  $t_2$ 

$$v_2 = v_0 + a_t(t_2 - t_0) = 0.2m/s - 0.32m/s^2 \cdot 4s = -1.08m/s^2$$

Calcolo l'accellerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(-1.08m/s)^2}{0.1m} = 11.664m/s^2$$
  
Il modulo della accellerazione è da:

$$a_{tot} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = \sqrt{(11.664m/s^2)^2 + (-0.32m/s^2)^2} = 11.668m/s^2$$

# Tema d'Esame di Gennaio 2018

Un pallavolista effettua un servizio al salto e colpisce la palla orizzontalmente. A quale altezza minima deve colpire la palla perché questa arrivi nel campo avversario passando a fil di rete, se la velocità del servizio è 90.0km/h, la rete è alta 2.43m e si trova a 9.00m di distanza

Soluzione:  $h_{tot} = 3.065m$ 

#### Procedimento:

Troviamo il tempo necessario affinchè distanza percorsa dalla palla sia 9m

$$90km/h = \frac{90000m}{3600s} = 25m/s$$

$$v = \frac{d}{t}$$
  $t = \frac{d}{v} = \frac{9m}{25m/s} = 0.36s$ 

Troviamo il tempo necessario affinche distanza percorsa dalla palla sia 
$$9m$$
  $90km/h = \frac{90000m}{3600s} = 25m/s$   $v = \frac{d}{t}$   $t = \frac{d}{v} = \frac{9m}{25m/s} = 0.36s$  Troviamo la distanza percorsa sull'asse  $y$  in  $0.36s$  in caduta libera da fermo  $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$   $h = \frac{v^2 \cdot g}{2} = \frac{(0.36s)^2 \cdot 9.81m/s^2}{2} = 0.635m$ 

Sommo l'altezza della rete all'altezza percorsa in 0.36s

$$h_{tot} = h_{rete} + h_{0.36} = 2.43m + 0.635m = 3.065m$$

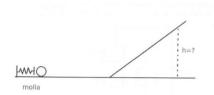
# 2 Tipologia Esercizio 2

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

• Piano Inclinato

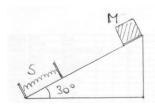
## Tema d'Esame di Gennaio 2015

Una molla con costante elastica k=130N/cm viene compressa di 10cm prima di lanciare una pallina di massa 40g verso un piano inclinato. Qual'è l'altezza massima dal suolo che raggiunge la pallina?



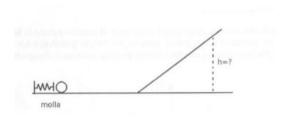
# Tema d'Esame di Febbraio 2015

Una molla ideale può essere compressa di 1.0m da una forza di 100N. La stessa molla è posta alla fine di un piano inclinato liscio (senza attrito) che forma un angolo di  $30^{\circ}$  con l'orizzontale. Una massa M di 10kg viene lasciata cadere da ferma dal vertice del piano inclinato e si arresta momentaneamente dopo aver compresso la molla di 2.0m. Qual'è la velocità della massa un attimo prima di toccare la molla?



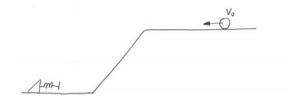
# Tema d'Esame di Giugno 2015

Una molla con costante elastica 75 = 75N/cm viene compressa di 20cm prima di lanciare una pallina (m = 80g) verso un piano inclinato. Qual'è l'altezza massima dal suolo che raggiunge la pallina?



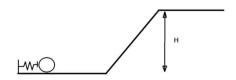
# Tema d'Esame di Luglio 2015

Una pallina (m = 100g) viene lanciata con velocità di 2km/h da un punto su un piano orizzontale alla sommità di un piano inclinato alto 120cm. Quando la pallina scende dal piano incontra una molla con costante elastica k = 1N/cm. Di quanto si comprime la molla per fermare la pallina?



# Tema d'Esame di Gennaio 2016

Una molla viene compressa di 17 cm prima di lanciare una palla verso un piano inclinato senza attrito. La palla ha massa 1kg e il piano inclinato ha un'altezza H=1.28 m. Quanto vale la costante elastica della molla affinché la palla arrivi con una velocità di 4 m/s in cima al piano?



#### Tema d'Esame di Febbraio 2016

Una palla di massa 250g è lanciata da una molla con costante elastica 63N/m compressa di 45cm. La palla viaggia attraverso un piano inclinato alto 72cm. Una volta arrivata in cima al piano inclinato la palla incontra una superficie piatta frenante. Il coefficente d'attrito dinamico palla-superficie è di m=0.42. Che distanza percorre la palla sulla superficie frenante prima di fermarsi?



Soluzione: s = 4.477m

#### Procedimento:

Trasformare le unità di misura:

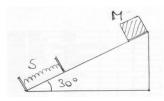
$$\Delta x = 45cm = 0.45m$$

$$h = 72cm = 0.72m$$

Impostando il seguente sistema, considerando come punto A la molla , il punto B il punto immediatamente dopo il piano inclinato e il punto C dove la palla si fermerà sul piano scabro.

$$\begin{cases} U_{El,A} = U_B + K_B \\ U_B + K_B = U_C + L_a \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s \end{cases}$$
$$\begin{cases} 6.378J = 1.766J + 0.125kg \cdot v^2 \\ 0.125kg \cdot v^2 = 103N \cdot \Delta s \end{cases} = \begin{cases} v^2 = 36.896m^2/s^2 \\ \Delta s = 4.477m \end{cases}$$

Una molla ideale può essere compressa di 1.0m da una forza di 100N. La stessa molla è posta alla fine di un piano inclinato con attrito (coefficiente 0.2) che forma un angolo di  $30^{\circ}$  con l'orizzontale. Una massa M di 10kg viene lasciata cadere da ferma dal vertice del piano inclinato e si arresta momentaneamente dopo aver compresso la molla di 2.0m. Qual'è la velocità della massa un attimo prima di toccare la molla?



Soluzione: s = 4.477m

#### **Procedimento:**

Trasformare le unità di misura:

 $\Delta x = 45cm = 0.45m$ 

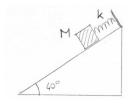
h = 72cm = 0.72m

Impostando il seguente sistema, considerando come punto A la molla , il punto B il punto immediatamente dopo il piano inclinato e il punto C dove la palla si fermerà sul piano scabro.

$$\begin{cases} U_{El,A} = U_B + K_B \\ U_B + K_B = U_C + L_a \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s \end{cases}$$
$$\begin{cases} 6.378J = 1.766J + 0.125kg \cdot v^2 \\ 0.125kg \cdot v^2 = 103N \cdot \Delta s \end{cases} = \begin{cases} v^2 = 36.896m^2/s^2 \\ \Delta s = 4.477m \end{cases}$$

# Tema d'Esame di Luglio 2016

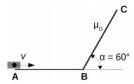
La molla della figura ha una costante elastica  $k=120\frac{N}{m}$  e una lunghezza a riposo di 45cm. Quando un blocco di massa M viene attaccato alla molla l'estensione di equilibrio della molla è 60cm. Il piano inclinato è liscio(senza attrito) e forma un angolo di 40° con l'orizzontale. Se la massa viene tirata leggermente verso il basso e viene rilasciata, qual è il periodo di oscillazione?



11

#### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Un disco metallico viene lanciato con velocità v nel punto A del tratto AB, di lunghezza l=4m, in modo che percorra tale tratto e poi il tratto BC, di lunghezza uguale al precedente e inclinato di un angolo  $\alpha=60^{\circ}$  rispetto all'orizzontale. Il tratto AB è senza attrito, mentre tra il disco e il tratto BC vi è attrito ( $\mu$ D = 0.6). Quanto vale v se il disco arriva in C con velocità nulla?



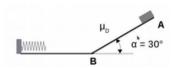
#### Tema d'Esame di Febbraio 2017

Nel sistema in figura la molla ha una costante elastica di 1.20N/cm. Il piano sul quale si muove la pallina è inclinato di  $10.0^{\circ}$  rispetto all'orizzontale. La molla viene inizialmente compressa di 5.00cm. Si calcoli la velocità che raggiunge una pallina di massa 100g quando la molla viene rilasciata. Si trascuri ogni attrito e la massa della molla.



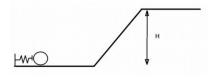
# Tema d'Esame di Giugno 2017

Un blocco metallico di massa m=0.5kg, partendo da fermo, viene lasciato scivolare lungo un piano inclinato con un angolo  $\alpha=30^\circ$  rispetto all'orizzontale e con un coefficiente di attrito dinamico  $\mu D=0.25$ . Dopo aver percorso il tratto AB del piano inclinato lungo 85cm, il blocco raggiunge una superficie orizzontale, priva di attrito, sulla quale è posta una molla (k=35N/m). Il blocco urta la molla e la comprime. Qual'è la compressione massima della molla?



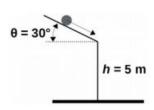
# Tema d'Esame di Luglio 2017

Una molla con costante elastica 77.61N/cm, viene compressa prima di lanciare una palla verso un piano inclinato. La palla ha massa 1kg e il piano inclinato è alto H=4.36m. Quanto deve essere compressa la molla affinché la palla arrivi con una velocità di 15m/s in cima al piano?



## Tema d'Esame di Settembre 2017

Una pallina abbandona un piano inclinato ( $\theta = 30^{\circ}$ ) da un'altezza pari a 5m e tocca il suolo dopo 0,8s. Si determini il modulo della velocità con cui abbandona il piano inclinato.



**Soluzione:**  $v_0 = 4.65 m/s$ 

#### **Procedimento:**

Poichè il piano è privo di attrito possiamo utilizzare la formula del moto rettiline uniformemente accellerato.

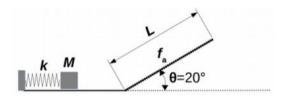
$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$5m = 0 + v_{0,y} \cdot 0.8s + \frac{1}{2} \cdot 9.81m/s^2 \cdot (0.8s)^2 \qquad v_{0,y} = \frac{5m - 3.14m}{0.8s} = 2.325m/s$$

$$v_{0,y} = v_0 \cdot sin(\alpha) \qquad v_0 = \frac{v_{0,y}}{sin(\alpha)} = \frac{2.325m/s}{0.5} = 4.65m/s$$

#### Tema d'Esame di Gennaio 2018

Una massa M=100g viene lanciata con un sistema come quello in figura. Se la costante elastica della molla è k=500N/m, quale deve essere la sua compressione perché la massa M raggiunga un'altezza massima h=2.00m da terra. Il tratto inclinato forma un angolo  $\theta=20.0^\circ$  con il terreno, è lungo L=50.0cm e ha un coefficiente di attrito f=0.10



Soluzione:  $\Delta x = 0.09m$ 

## Procedimento:

Trasformare le unità di misura:

$$m = 100g = 0.1kg$$
$$\Delta s = 50cm = 0.5m$$

Impostando il seguente sistema, considerando come punto A la molla ed il punto B al punto di masssima altezza (in cui si ferma).

$$\begin{array}{l} \text{Masssima areczza (in cut strictina).} \\ U_{El,A} - L_a = U_B \\ \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x^2 - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \Delta s = m \cdot g \cdot h \\ 250N/m \cdot \Delta x^2 = 0.046J + 1.962J \qquad \Delta x = \sqrt{\frac{2.008J}{250N/m}} = \sqrt{0.008m^2} = 0.09m \end{array}$$

Nota: Questo esercizio in questo appello aveva dei dati sbagliati, pertanto una soluzione di questo genere sarebbe stata considerata valida nonostante non risolva il problema (si trasformava in un moto proiettile)

13

# 3 Tipologia Esercizio 3

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

• Gravitazione

#### Tema d'Esame di Gennaio 2015

Calcolare il valore dell'accellerazione di gravità alla superfice del pianeta Venere, sapendo che la sua velocità di fuga vale 10.36km/s e il raggio è di 6052km

Soluzione:  $a_{gLuna} = 8.86 m/s^2$ 

#### Procedimento:

Trasformare tutte le unità di misura secondo le convenzioni del Sistema Internazionale.

$$v_{fLuna} = 10.36 km/s = 10.36 \cdot 10^3 m/s$$
  
 $v_{luna} = 6052 km = 6052 \cdot 10^3 m$ 

Sapendo che:

$$a_g = \frac{M_{Luna} \cdot G}{r_{Luna}^2} \qquad v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{Luna}}{r_{luna}}}$$

$$G \cdot M_{Luna} = \frac{v_{luna}^2 \cdot r_{luna}}{2} = \frac{(10.36 \cdot 10^3 m/s)^2 \cdot 6052 \cdot 10^3 m}{2} = 3.2478 \cdot 10^{14} m^3/s^2$$

$$a_{g_{Luna}} = \frac{G \cdot M_{Luna}}{r_{luna}^2} = \frac{3.2478 \cdot 10^{14} m^3/s^2}{(6052 \cdot 10^3 m)^2} = 8.86 m/s^2$$

#### Tema d'Esame di Febbraio 2015

Calcolare il periodo di rotazione della Luna attorno alla Terra assumendo che percorra un'orbita circolare di raggio 384000km, conoscendo l'accelerazione di gravità sulla superficie della Terra,  $g = 9.8m/s^2$  e il raggio della Terra 6370km.

**Soluzione:** T = 27d : 10h : 36min

## Procedimento:

Trasformare tutte le unità di misura secondo le convenzioni del Sistema Internazionale.

 $r_{orb} = 384000km = 3.84 \cdot 10^8 m$  $r_{terra} = 6370km = 6.370 \cdot 10^6 m$ 

Sapendo che:

$$a_g = \frac{M_{Terra} \cdot G}{r_{Terra}^2} \qquad T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{orb}^3}{G \cdot M}$$
 
$$G \cdot M = a_g \cdot r_t^2 = 9.8m/s^2 \cdot (6.370 \cdot 10^6 m)^2 = 3.9765 \cdot 10^{14} m^3/s^2$$
 
$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{orb}^3}{G \cdot M}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (3.84 \cdot 10^8 m)^3}{3.9765 \cdot 10^{14} m^3/s^2}} = 5.6214 \cdot \sqrt{10^{12} s^2} = 2370960.041s$$
 
$$= 27d : 10h : 36min$$

Qual'è la velocità di fuga da un asteroide (sferico) di raggio 800km e per il quale l'accellerazione di gravità sulla superfice vale  $6m/s^2$ ?

**Soluzione:**  $v_f = 3098.386 m/s$ 

#### Procedimento:

Trasformare tutte le unità di misura secondo le convenzioni del Sistema Internazionale.

 $r_{orb} = 384000km = 3.84 \cdot 10^8 m$ 

 $r_{terra} = 6370km = 6.370 \cdot 10^6 m$ 

Sapendo che:

$$a_g = \frac{M_{Asteroide} \cdot G}{r_{Asteroide}^2} \qquad v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{Asteroide}}{r_{Asteroide}}}$$
 
$$v_f = \sqrt{2 \cdot a_g \cdot r_{Asteroide}} = \sqrt{2 \cdot 6m/s^2 \cdot 800000m} = \sqrt{9600000m^2/s^2} = 3098.386m/s$$

## Tema d'Esame di Luglio 2015

Calcolare il periodo orbitale del Telescopio Spaziale Hubble (HST), che compie orbite circolari intorno alla Terra alla quota di 600km, il raggio della Terra è 6378km e la massa  $5.98 \cdot 10^{24}kg$ 

Soluzione: T = 1h : 36min

#### Procedimento:

Il raggio dell'orbita di HST è pari a:

 $r_{orb} = r_{terra} + d_{satellite} = 6378km + 600km = 6978km = 6978000m$ 

Sapendo che:

$$\begin{split} v_c &= \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \qquad T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v_c} \\ v_c &= \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2 \cdot 5.98 \cdot 10^{25} kg}{6978000m}} = \sqrt{57160504} = 7560.45 m/s \\ T &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 6978000m}{7560.45 m/s} = 5.799.13s \\ 1h: 36 min \end{split}$$

## Tema d'Esame di Gennaio 2016

Calcolare l'accelerazione centripeta di un satellite in orbita geostazionaria.  $M_{Terra} = 5.972 \cdot 10^{24} kg$ .

## Tema d'Esame di Giugno 2016

Sull'asse che unisce la terra con la luna (distanza terra-luna  $D_{TL}=3.8\cdot 10^8 m$ ), a quale distanza dal centro della terra ( $M_T=6.0\cdot 10^{24} kg$ ) la forza gravitazionale netta esercitata su un corpo di massa M è nulla? (massa Luna  $M_L=7.4\cdot 10^{22} kg$ )

## Tema d'Esame di Luglio 2016

Calcolare il peso in N di un astronauta sulla stazione spaziale quando questa orbita ad una quota di 400km sopra la superficie terrestre. La massa dell'astronauta è di 70kg. Il raggio della terra è 6370km.

Soluzione: F = 609.18N

## Procedimento:

$$r^2 = r_{terra} + d_{astronauta} = 6308km + 400km = 6770km = 6770000m$$

Sapendo che:

$$f = G \cdot \frac{M_T \cdot M_{astronauta}}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2 / kg^2 \cdot \frac{5.98 \cdot 10^{24} kg \cdot 70 kg}{(6770000m)^2} = 609.18N$$

#### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Calcolare il periodo di un pendolo lungo 2m a 50000km dalla superficie della terra, sapendo che la massa e il raggio della terra sono  $5.97 \cdot 10^{24} kg$  e 6371km rispettivamente.

## Tema d'Esame di Febbraio 2017

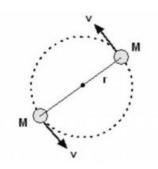
Il periodo di rotazione della luna intorno alla terra è  $T_L=27.32$  giorni e la sua orbita è approssimativamente circolare di raggio d=384400km. L'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre è  $g=9.81m/s^2$ . Si valuti il raggio terrestre  $r_T$  utilizzando esclusivamente i dati precedenti (non usare nemmeno la costante gravitazionale G).

# Tema d'Esame di Luglio 2017

Sull'asse che unisce la terra con la luna (distanza terra-luna  $D_{TL}=3.8\cdot 10^8 m$ ), a quale distanza dal centro della terra ( $M_T=6.0\cdot 10^{24} kg$ ) la forza gravitazionale netta esercitata su un corpo di massa M è nulla? (massa Luna  $M_L=7.4\cdot 10^{22} kg$ )

## Tema d'Esame di Settembre 2017

Un sistema binario di stelle ruota circolarmente attorno al comune centro di massa a metà del segmento che le unisce. Ciò significa che la massa delle due stelle è uguale. Se la velocità orbitale di ciascuna di esse è v=220km/s ed il periodo orbitale di ciascuna è 14.4 giorni, trovare la massa M di ciascuna stella.



# Tema d'Esame di Gennaio 2018

Una persona di massa 70.0kg sta su una bilancia posta all'equatore sulla superficie di un pianeta (supposto perfettamente sferico e uniforme). Qual è il peso misurato dalla bilancia se il diametro del pianeta è il doppio di quello della terra, ma la sua densità media ed il suo periodo di rotazione sono gli stessi della terra? ( $M_T=5.97\cdot 10^{24}kg, R_T=6370km, T_T=24.0h$ )

# 4 Tipologia Esercizio 4

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

• Fluidi

# Tema d'Esame di Gennaio 2015

Del propanolo, densità  $d=803g/cm^3$  scorre attraverso un tubo orizzontale che si restringe come in figura e ha una variazione di quota di 50cm. La sezione  $A1=1.60\cdot 10^3m^2$  e  $A2=\frac{A1}{2}$ . La differenza di pressione nel tubo tra il punto a sezione larga e il punto a sezione stretta è 8240Pa. Qual'è la portata del propanolo del tubo?

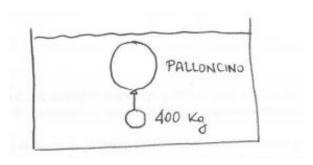


## Tema d'Esame di Febbraio 2015

Un rubinetto di sezione  $S=1cm^2$  è inserito nel fondo di una (grande) cisterna aperta superiormente. Il livello dell'acqua nella cisterna è H=4m. Il getto d'acqua uscente dal rubinetto è diretto verticalmente verso il basso. Trascurando tutti I possibili attriti, si determini la sezione Sh del getto d'acqua dopo che questo è sceso verso il basso di un tratto h=20cm. (Poiché la cisterna è grande, si può assumere che il livello dell'acqua H resti costante).

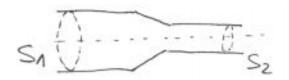
## Tema d'Esame di Giugno 2015

Un corpo sferico di massa 400kg è immerso in acqua  $(\rho_{H2O}=1000kg/m^3)$ e il raggio del corpo è r=0.1m. Il corpo viene appeso ad un palloncino piano d'aria  $(\rho_{aria}=1.2kg/m^3)$ . Calcolare il raggio minimo del palloncino per cui i due corpi non vadano a fondo (il palloncino è sferico e non ha massa).



## Tema d'Esame di Luglio 2015

In un tubo orizzontale che presenta sezioni  $S_1 = 10cm^3$  e  $S_2 = 5cm^3$  scorre dell'acqua (densità  $1q/cm^3$ ) con una portata Q=0.82kq/s. Determinare la differenza di pressione esistente tra le due sezioni.



Soluzione:  $\Delta p = 1.008Pa$ 

# **Procedimento:**

Conversioni

Conversion 
$$\rho_{acqua} = 1g/cm^3 = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-6}} kg/m^3 = 1 \cdot 10^3 kg/m^3$$

$$Q = 0.82kg/s = \frac{Q}{\rho} = \frac{0.82kg/s}{1 \cdot 10^3 kg/m^3} = 8.2 \cdot 10^{-4} m^3/s$$

$$S_1 = 10cm^2 = 1 \cdot 10^{-3}m^2$$
  
 $S_2 = 5cm^2 = 5 \cdot 10^{-4}m^2$ 

Sapendo che vale:

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$$

$$\begin{array}{l} A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \\ p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 & \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \\ \text{Essendo entrambe le velocità incognite le ricaviamo da:} \end{array}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{8.2 \cdot 10^{-4} m^3 / s}{1 \cdot 10^{-3} m^2} = 0.82 m / s$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{8.2 \cdot 10^{-4} m^3 / s}{5 \cdot 10^{-4} m^2} = 1.64 m / s$$

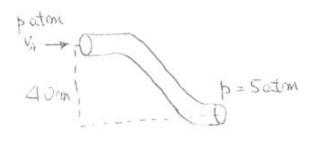
Essendo entrambe le velocità incognite le ricaviamo da: 
$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{8.2 \cdot 10^{-4} m^3/s}{1 \cdot 10^{-3} m^2} = 0.82 m/s$$
 
$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{8.2 \cdot 10^{-4} m^3/s}{5 \cdot 10^{-4} m^2} = 1.64 m/s$$
 Tornando alla formula di prima otteniamo che: 
$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot 10^3 kg/m^3 \cdot ((1.64 m/s)^2 - (0.82 m/s)^2) = \frac{1}{2} \cdot 10^3 kg/m^3 \cdot (2.01 m^2/s^2) = 1.008 Pa$$

## Tema d'Esame di Gennaio 2016

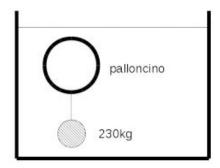
Una bottiglia (volume  $V_B = 1L$  e massa 100g) contiene 50atm di He (gas perfetto) a temperatura ambiente. Calcolare la forza che bisogna esercitare verticalmente sulla bottiglia per tenerla completamente immersa in acqua. Massa atomica  $He=6.64\cdot 10^{24} g$ . densità acqua  $1000kg/m^{3}$ .

# Tema d'Esame di Febbraio 2016

Una conduttura di diametro costante scende da una montagna per un dislivello di 40m. La pressione del fluido che scorre nella conduttura è di 1atm nel punto più alto e 5atm nel punto più basso. La velocità del fluido a monte è 5m/s. Calcolare la densità del fluido.



Un corpo sferico di massa 230kg è immerso in acqua ( $\rho_{H2O} = 1000kg/m^3$ ). Il raggio del corpo è r = 0.07m. il corpo viene appeso ad un palloncino pieno d'elio ( $\rho_{elio} = 0.17kg/m^3$ ) Calcolare il raggio minimo del palloncino per cui i due corpi non vadano a fondo; il palloncino è sferico e ha massa 85g.



# Tema d'Esame di Luglio 2016

Un cilindro con un volume iniziale di 12 litri contiene 23g di ossigeno (peso molecolare A = 32g/mol) alla temperatura di  $25^{\circ}C$ . La temperatura viene portata a  $35^{\circ}C$  e il volume ridotto a 8.5 litri. Qual'è la pressione finale del gas? Si assuma che il gas si comporti come un gas perfetto.

#### Tema d'Esame di Gennaio 2017

Si ha la necessità di far fuoriuscire dell'acqua (densità  $1000kg/m^3$ ) contenuta all'interno di una siringa senza ago, posta in orizzontale, alla velocità di 15cm/s. Stabilire quale differenza di pressione bisogna esercitare tra lo stantuffo e il beccuccio da cui fuoriesce il fluido, sapendo che il rapporto tra le due sezioni vale 20.

#### Tema d'Esame di Febbraio 2017

Un torchio idraulico è costituito da due vasi cilindrici comunicanti tra loro e contenenti acqua, disposti verticalmente, di sezioni  $S_A=2dm^2$  e  $S_B=10dm^2$ , rispettivamente. Dentro i vasi possono scorrere, a tenuta e senza attrito, due pistoni A e B di masse  $m_A=20kg$  e  $m_B=150kg$ . Si calcoli la massa m del carico che si deve porre sul pistone A per ottenere livelli uguali nei due vasi

## Tema d'Esame di Giugno 2017

L'impianto idrico di una casa ha una pompa in un pozzo con un tubo di uscita con raggio interno di 6.3mm. Si assuma che la pompa possa mantenere una pressione relativa di 410kPa nel tubo di uscita. Una doccia posta 6.7m più in alto della pompa ha un erogatore con 36 fori, ciascuno di raggio 0.33mm. Se il rubinetto della doccia è completamente aperto, a quale velocità esce l'acqua dalla doccia?

#### Tema d'Esame di Luglio 2017

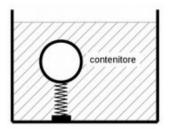
Una bottiglia (volume  $V_B=2.0L$  e massa 80g) contiene 40atm di He (gas perfetto) a temperatura ambiente. Calcolare la forza che bisogna esercitare verticalmente sulla bottiglia per tenerla completamente immersa in acqua. (Massa atomica  $He=6,64\cdot 10^{24}g$ . Densità dell'acqua  $\rho=1000kg/m^3$ )

## Tema d'Esame di Settembre 2017

Si ha una siringa piena di acqua (densità  $1000kg/m^3$ ). Il rapporto tra le sezioni dello stantuffo e del beccuccio è 2. Se si pone la siringa in posizione orizzontale sul bordo di un tavolo alto 1m, a che distanza orizzontale dal bordo del tavolo il getto colpirà il pavimento, applicando una pressione di 60Pa allo stantuffo.

## Tema d'Esame di Gennaio 2018

Sul fondo di una vasca piena d'acqua (densità  $1000kg/m^3$ ) è fissata una molla (massa e volume trascurabili, costante elastica 3.00N/cm) alla quale è attaccato un contenitore con volume 5.00 litri e di massa (a vuoto) 200g. Se il contenitore è riempito con 30.0bar di Xenon (gas perfetto con massa molare 131g/mole) a 273K, di quanto si allunga la molla?



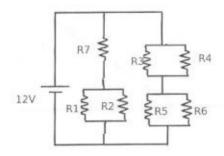
#### Tipologia Esercizio 5 5

In particolare verranno trattati gli esercizi riguardanti:

• Circuiti

## Tema d'Esame di Gennaio 2015

Si determini la differenza di potenziali ai capi della resistenza R4 del circuito mostrato in figura. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di 12V e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R2=15\Omega, R3=40\Omega, R4=25\Omega, R5=R6=32\Omega, R1=R7=18\Omega$ 



**Soluzione:**  $V_4 = 5.85V$ 

## Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

Semiphidization defice resistence.  $R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{40\Omega \cdot 25\Omega}{40\Omega + 25\Omega} = 15.38\Omega$   $R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{32\Omega \cdot 32\Omega}{32\Omega + 32\Omega} = 16\Omega$   $R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18\Omega \cdot 15\Omega}{18\Omega + 15\Omega} = 8.18\Omega$   $R_{127} = R_{12} + R_7 = 8.18\Omega + 18\Omega = 26.18\Omega$ 

 $R_{3456} = R_{34} + R_{56} = 15.38\Omega + 16\Omega = 31.38\Omega$   $R_{tot} = \frac{R_{127} \cdot R_{3456}}{R_{127} + R_{3456}} = \frac{26.18\Omega \cdot 31.38\Omega}{26.18\Omega + 31.38\Omega} = 14.23\Omega$ 

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in se-

 $\begin{array}{l} V_{tot} = V_{127} = V_{3456} = 12V \\ I_{3456} = \frac{V_{3456}}{R_{3456}} = 0.38A \qquad I_{3456} = I_{34} = I_{56} \\ V_{34} = V_3 = V_4 = R_{34} \cdot I_{34} = 15.38\Omega \cdot 0.38A = 5.85\Omega \qquad V_{34} = V_3 = V_4 \end{array}$ 

## Tema d'Esame di Febbraio 2015

Nel circuito in figura, la corrente attraverso R6 è  $i_6 = 1.40A$  e le resistenze sono  $R1 = R2 = R3 = 2.0\Omega, R4 = 16.0\Omega, R5 = 8.0\Omega, R6 = 4.0\Omega.$  Qual'è la forza elettromotrice della batteria (ideale)?



Soluzione: V = 48.3V

#### Procedimento:

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie proseguiamo semplificando le resistenze e aggiornando man mano corrente e tensione:

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 8\Omega + 4\Omega = 12\Omega$$

$$V_{56} = R_{56} \cdot I_6 = 16.8V$$

$$\begin{array}{l} R_{456} = \frac{R_{56} \cdot R_4}{R_{56} + R_4} = \frac{12\Omega \cdot 16\Omega}{12\Omega + 16\Omega} = 6.85\Omega \\ I_{456} = \frac{V_{56}}{R_{456}} = \frac{16.8V}{6.85\Omega} = 2.45A \end{array}$$

$$I_{456} = \frac{V_{56}}{R_{456}} = \frac{16.8V}{6.85\Omega} = 2.45A$$

$$\begin{split} R_{2456} &= R_2 + R_{456} = 2\Omega + 6.85\Omega = 8.85\Omega \\ V_{2456} &= R_{2456} \cdot I_{456} = 8.85 \cdot 2.45A = 21.68V \end{split}$$

$$V_{2456} = R_{2456} \cdot I_{456} = 8.85 \cdot 2.45A = 21.68V$$

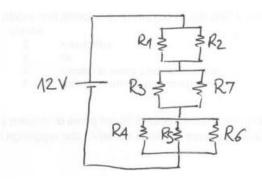
$$R_{23456} = \frac{R_3 \cdot R_{2456}}{R_3 + R_{2456}} = \frac{2\Omega \cdot 8.85\Omega}{2\Omega + 8.85\Omega} = 1.63\Omega$$

$$\begin{array}{l} I_{23456} = I_{tot} = \frac{V_{23456}}{R_{23456}} = \frac{21.68V}{1.63\Omega} = 13.3A \\ R_{tot} = R_1 + R_{23456} = 2\Omega + 1.63\Omega = 3.63\Omega \end{array}$$

$$R_{tot} = R_1 + R_{23456} = 2\Omega + 1.63\Omega = 3.63\Omega$$

$$V = R_{tot} \cdot I_{tot} = 3.63\Omega \cdot 13.3A = 48.28V$$

Si determini la differenza di potenziali ai capi della resistenza R4 del circuito mostrato in figura. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di 12V e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R2 = 15\Omega, R3 = 40\Omega, R4 = 25\Omega, R5 = R6 = 32\Omega, R1 = R7 = 18\Omega.$ 



**Soluzione:**  $V_4 = 3.85V$ 

## Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze: 
$$R_{12} - \frac{R_1 \cdot R_2}{180 \cdot 150} - 8.180$$

$$R_{37} = \frac{R_3 \cdot R_7}{R_3 \cdot R_7} = \frac{40\Omega \cdot 18\Omega}{40\Omega + 18\Omega} = 12.41\Omega$$

$$R_{456} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}} = 9.76\Omega$$

Semplificazione delle Resistenze: 
$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18\Omega \cdot 15\Omega}{18\Omega + 15\Omega} = 8.18\Omega$$

$$R_{37} = \frac{R_3 \cdot R_7}{R_3 + R_7} = \frac{40\Omega \cdot 18\Omega}{40\Omega + 18\Omega} = 12.41\Omega$$

$$R_{456} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{32\Omega} + \frac{1}{32\Omega}} = 9.76\Omega$$

$$R_{tot} = R_{12} + R_{34} + R_{456} = 8.18\Omega + 12.41\Omega + 9.76\Omega = 30.35\Omega$$

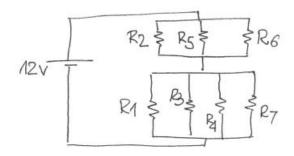
Riordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:  $I_{tot} = I_{12} = I_{34} = I_{456} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{30.35\Omega} = 0.395A$   $V_4 = V_5 = V_6 = R_{456} \cdot I_{tot} = 9.76\Omega \cdot 0.395A = 3.85V$ 

$$I_{tot} = I_{12} = I_{34} = I_{456} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{30.35\Omega} = 0.395A$$

$$V_4 = V_5 = V_6 = R_{456} \cdot I_{tot} = 9.76\Omega \cdot 0.395A = 3.85V$$

## Tema d'Esame di Luglio 2015

Si determini la differenza di potenziale ai capi della resistenza  $R_4$  nel seguente circuito. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di 12V e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R2 = 15\Omega$ ,  $R3 = 40\Omega$ ,  $R4 = 25\Omega$ ,  $R5 = R6 = 32\Omega$ ,  $R1 = R7 = 18\Omega$ 



**Soluzione:**  $V_4 = 5.05V$ 

## Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{256} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{15\Omega} + \frac{1}{32\Omega} + \frac{1}{32\Omega}} = 7.74\Omega$$

$$R_{1347} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}} = \frac{1}{\frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{18\Omega}} = 5.68\Omega$$

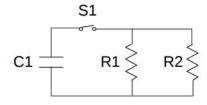
$$R_{tot} = 7.74\Omega + 5.68\Omega = 13.42\Omega$$

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

$$\begin{split} I_{tot} &= I_{256} = I_{1347} = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{13.42\Omega} = 0.89A \\ V_4 &= V_1 = V_3 = V_7 = R_{1237} \cdot I_{tot} = 5.68\Omega \cdot 0.89A = 5.05V \end{split}$$

# Tema d'Esame di Gennaio 2016

Prima di chiudere l'interruttore S1, la tensione ai capi del condensatore C1 è pari a 12V. Determinare quanto tempo deve passare dalla chiusura dell'interruttore S1 perché la corrente che scorre in R2 diventi inferiore a  $10\mu A$ .  $R1 = R2 = 2k\Omega$ .  $C1 = 1\mu F$ .



## Tema d'Esame di Febbraio 2016

Si determini la differenza di potenziale ai capi della resistenza R4 del circuito mostrato in figura. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è di 12V e i valori delle resistenze sono rispettivamente  $R2=15\Omega, R3=40\Omega, R4=25\Omega, R5=R6=32\Omega, R1=R7=18\Omega$ 



Soluzione:  $V_4 = 1.60V$ 

# Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{1234} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{15\Omega} + \frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{25\Omega}} = 5.34\Omega$$

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_1 + R_2} = \frac{32\Omega \cdot 32\Omega}{22\Omega + 22\Omega} = 16\Omega$$

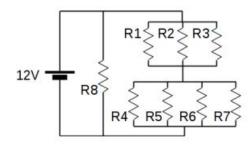
$$R_{tot} = R_{1234} + R_{56} + R_7 = 5.34\Omega + 16\Omega + 18\Omega = 39.34\Omega$$

 $\begin{array}{l} R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{32\Omega \cdot 32\Omega}{32\Omega + 32\Omega} = 16\Omega \\ R_{tot} = R_{1234} + R_{56} + R_7 = 5.34\Omega + 16\Omega + 18\Omega = 39.34\Omega \\ \text{Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:} \\ I_{tot} = I_{1234} = I_{56} = I_7 = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{39.34\Omega} = 0.30A \\ V_4 = V_1 = V_2 = V_3 = R_{1234} \cdot I_{tot} = 5.34\Omega \cdot 0.30A = 1.60V \end{array}$ 

$$I_{tot} = I_{1234} = I_{56} = I_7 = \frac{V}{R_{tot}} = \frac{12V}{39340} = 0.30A$$

$$V_4 = V_1 = V_2 = V_3 = R_{1234} \cdot I_{tot} = 5.34\Omega \cdot 0.30A = 1.60V$$

Se il generatore fornisce una differenza di potenziale di 12V, qual'è la caduta di potenziale ai capi della resistenza R5. Si considerino le resistenze  $R1 = 35\Omega, R2 = 10\Omega, R3 = 24\Omega, R4 =$  $18\Omega, R5 = 30\Omega, R6 = 21\Omega, R7 = 17\Omega, R8 = 19\Omega.$ 



Soluzione:  $V_5 = 5.60V$ 

## Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:
$$R_{123} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{35\Omega} + \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{24\Omega}} = 5.87\Omega$$

$$\begin{split} R_{4567} &= \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}} = \frac{1}{\frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{17\Omega}} = 5.12\Omega \\ R_{tot} &= \frac{R_{1234567} \cdot R_8}{R_{1234567} + R_8} = 6.96\Omega \\ \text{Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:} \\ I_{1234567} &= \frac{V}{R_{1234567}} = \frac{12V}{10.98\Omega} = 1.09A \\ V_5 &= V_4 = V_6 = V_7 = R_{4567} \cdot I_{1234567} = 5.12\Omega \cdot 1.09A = 5.60V \end{split}$$

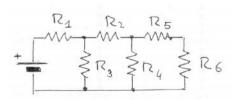
$$R_{tot} = \frac{R_{1234567} \cdot R_8}{R_{1234567} + R_8} = 6.96\Omega$$

$$I_{1234567} = \frac{V}{R_{1234567}} = \frac{12V}{10.980} = 1.09A$$

$$V_5 = V_4 = V_6 = V_7 = R_{4567}^{10.981} \cdot I_{1234567} = 5.12\Omega \cdot 1.09A = 5.60V$$

# Tema d'Esame di Luglio 2016

Nel circuito in figura, la corrente attraverso R6 è  $i_6 = 1.2A$  e le resistenze sono  $R1 = R2 = R3 = 4.0\Omega, R4 = 10\Omega, R5 = 4.0\Omega, R6 = 2.0\Omega$ . Qual'è la forza elettromotrice della batteria (ideale)?



Soluzione: V = 37.445V

## Procedimento:

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie proseguiamo semplificando le resistenze e aggiornando man mano corrente e tensione:

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 4\Omega + 2\Omega = 6\Omega$$

$$V_{56} = R_{56} \cdot I_{56} = 6\Omega \cdot 1.2A = 7.2V$$

$$R_{456} = \frac{R_{56} \cdot R_4}{R_{56} + R_4} = \frac{6\Omega \cdot 10\Omega}{6\Omega + 10\Omega} = 3.75\Omega$$

$$I_{456} = \frac{V_{56}}{R_{456}} = \frac{7.2V}{3.75\Omega} = 1.92A$$

$$R_{2456} = R_2 + R_{456} = 4\Omega + 3.75\Omega = 7.75\Omega$$
  
 $V_{2456} = R_{2456} \cdot I_{456} = 7.75 \cdot 1.92A = 14.88V$ 

$$V_{2456} = R_{2456} \cdot I_{456} = 7.75 \cdot 1.92A = 14.88V$$

$$R_{23456} = \frac{R_3 \cdot R_{2456}}{R_3 + R_{2456}} = \frac{4\Omega \cdot 7.75\Omega}{4\Omega + 7.75\Omega} = 2.64\Omega$$

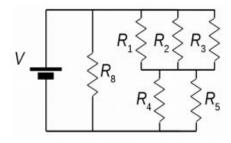
$$\begin{array}{l} I_{23456} = I_{tot} = \frac{V_{23456}}{R_{23456}} = \frac{14.88V}{2.64\Omega} = 5.64A \\ R_{tot} = R_1 + R_{23456} = 4\Omega + 2.64\Omega = 6.64\Omega \end{array}$$

$$R_{tot} = R_1 + R_{23456} = 4\Omega + 2.64\Omega = 6.64\Omega$$

$$V = R_{tot} \cdot I_{tot} = 6.64\Omega \cdot 5.64A = 37.45V$$

# Tema d'Esame di Febbraio 2017

Sapendo che la resistenza R8 è attraversata da una corrente  $i_8 = 0.20A$ , si calcoli la corrente che attraversa R3. Si considerino le seguenti resistenze  $R8=10\Omega, R1=R2=R3=$  $5.0\Omega, R4 = 12\Omega, R5 = 15\Omega.$ 



**Soluzione:**  $I_3 = 0.08A$ 

# Procedimento:

Semplificazione delle Resistenze:

$$R_{123} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{5\Omega}} = 1.67\Omega$$

$$\begin{array}{l} R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{12\Omega \cdot 15\Omega}{12\Omega + 15\Omega} = 6.67\Omega \\ R_{12345} = R_{123} + R_{45} = 6.67\Omega + 1.67\Omega = 8.34\Omega \end{array}$$

$$R_{12345} = R_{123} + R_{45} = 6.67\Omega + 1.67\Omega = 8.34\Omega$$

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie:

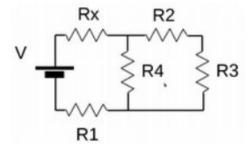
$$V_{tot} = V_{12345} = V_8 = R_8 \cdot I_8 = 10\Omega \cdot 0.2A = 2V$$

V<sub>tot</sub> = V<sub>12345</sub> = V<sub>8</sub> = R<sub>8</sub> · I<sub>8</sub> = 10Ω · 0.2A = 2V  
I<sub>12345</sub> = I<sub>123</sub> = I<sub>45</sub> = 
$$\frac{V}{R_{12345}}$$
 =  $\frac{2V}{8.34\Omega}$  = 0.24A  
V<sub>123</sub> = R<sub>123</sub> · I<sub>12345</sub> = 1.67Ω · 0.24A = 0.40V  
I<sub>3</sub> =  $\frac{V_{123}}{R_3}$  =  $\frac{0.40V}{5\Omega}$  = 0.08A

$$V_{123} = R_{123} \cdot I_{12345} = 1.67\Omega \cdot 0.24A = 0.40V$$

$$I_3 = \frac{V_{123}}{R_3} = \frac{0.40V}{5\Omega} = 0.08A$$

Si determini il valore della resistenza  $R_x$  del circuito mostrato nella figura sotto a sinistra. La differenza di potenziale fornita dalla batteria è 3V, la corrente  $i_3$  che scorre nella resistenza  $R_3$  è pari a 0.1A ed i valori delle altre resistenze nel circuito sono  $R_1 = R_2 = 5\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 10\Omega$ .



Soluzione:  $R_x = 1\Omega$ 

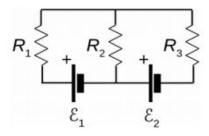
## Procedimento:

Ricordando che la tensione in parallelo non cambia, così come non cambia la corrente in serie proseguiamo semplificando le resistenze e aggiornando man mano corrente e tensione:

$$\begin{split} R_{23} &= R_2 + R_3 = 5\Omega + 10\Omega = 15\Omega \\ I_3 &= I_2 = I_{23} = 0.1A \\ V_{23} &= V_{234} = V_4 = R_{23} \cdot I_{23} = 15\Omega \cdot 0.1A = 1.5V \\ I_{234} &= \frac{V_{234}}{R_{234}} = \frac{1.5V}{6\Omega} = 0.25A \\ V_1 &= R_1 \cdot I_{234} = 5\Omega \cdot 0.25A = 1.25V \\ V_x &= V_{tot} - V_1 - V_{234} = 3V - 1.25V - 1.5V = 0.25V \\ R_x &= \frac{V_x}{I_{234}} = \frac{0.25V}{0.25A} = 1\Omega \end{split}$$

#### Tema d'Esame di Settembre 2017

Trovare le correnti  $i_1, i_2, i_3$  nei tre rami del circuito qui sotto.  $R1 = 4.0\Omega, R2 = 6.0\Omega, R3 = 3.0\Omega$  ed E1 = 1.5V, E2 = 3.0V.



Soluzione:  $R_x = 1\Omega$ 

#### Procedimento:

In questa tipologia di esercizio si deve impostare il sistema per poi trovare le rispettive correnti, per farlo bisogno stabilire arbitrariamente il verso della corrente di ogni maglia. Nel nostro caso supporremo che la corrente viaggi in senso orario in entrambe le maglie.

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ \varepsilon_1 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 \\ \varepsilon_2 = -R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si otterranno i valori delle correnti.

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 1.5 = 4 \cdot I_1 + 6 \cdot I_2 \\ 3 = -6 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 \end{cases} = \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 1.5 = 4 \cdot I_2 + 4 \cdot I_3 + 6 \cdot I_2 \\ 3 = -6 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_3 = \frac{3V + 6 \cdot I_2}{3} \end{cases} = \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 1.5 = 10 \cdot I_2 + 4 \cdot (1 + 2 \cdot I_2) \\ 3 = -6 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_2 = -0.139 \\ I_3 = 1 + 2 \cdot I_2 \end{cases} = \begin{cases} I_1 = I_2 - I_3 \\ I_3 = 0.722 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_2 - I_3 \\ I_3 = 0.722 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_2 - I_3 \\ I_2 = -0.139 \\ I_3 = 0.722 \end{cases}$$

- 6 Tipologia Esercizio 6
- 7 Tipologia Esercizio 7
- 8 Tipologia Esercizio 8