Formulario Fisica

Adrian Castro Alessandro Ferrenti

July 2018

1 Trigonometria

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$\cot(\alpha) = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$
$$\sin(\alpha)\cos(\alpha) = \sin(2\alpha)$$

2 Unità di misura

$$\text{Forza: } 1 \cdot N = 1 \cdot kg \cdot 1\frac{m}{s^2}$$

$$\text{Velocità: } 1 \cdot \frac{m}{s} = \begin{cases} 3.6 \cdot \frac{km}{h} \\ 1 \cdot \frac{km}{h} = \frac{1}{3.6} \cdot \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\text{Costante Elastica: } 1 \cdot k = 1 \cdot \frac{N}{m}$$

Lavoro/Energia:

$$1 \cdot J = 1 \cdot N \cdot 1 \cdot m = 1 \cdot kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

$$\text{Densità: } \begin{cases} 1 \cdot \rho = 1 \cdot \frac{kg}{m^3} \\ 1 \cdot \frac{kg}{m^3} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{g}{cm^3} \\ 1 \cdot \frac{cm}{cm^3} = 1000 \cdot \frac{kg}{m^3} \end{cases}$$

$$\text{Portata: } 1 \cdot Q = 1 \cdot \frac{m^3}{s}$$

3 Vettori

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = v \cdot \cos\alpha \\ v_y = v \cdot \sin\alpha \end{cases}$$
$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$
$$\theta = \arctan(\frac{v_y}{v_x})$$

4 Costanti

$$\text{Forza di gravità: } g_{Terra} = 9.81\frac{m}{s^2}$$

$$\text{Forza di gravità lunare: } g_{Luna} = 1.62\frac{m}{s^2}$$

5 Cinematica

5.1 Moto rettilineo

$$\text{Variazione di velocità: } \Delta v = v - v_0$$
$$\text{Tempo trascorso: } \Delta t = t - t_0$$
$$\text{Distanza percorsa: } \Delta s = |s - s_0|$$

5.2 Moto circolare uniforme

Nota bene: questo sistema si usa spesso e volentieri per il moto uniforme

$$\begin{cases} v = v_0 + a_t \\ s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

Accelerazione:

$$\begin{cases} a = g = 9.81 m/s^2 & \text{Caduta libera} \\ a = -g = -9.81 m/s^2 & \text{Lancio verso l'alto} \end{cases}$$

$$\text{Velocità: } v = v_0 + at$$
$$\text{Tempo: } t = \frac{v - v_0}{a}$$
$$\text{Accelerazione: } a = \frac{v - v_0}{t}$$
$$\text{Accelerazione: } a = \frac{2(s - s_0 - v_0 t)}{t^2}$$
$$\text{Velocità(senza t): } v = \sqrt{v_0^2 + 2a(s - s_0)}$$
$$\text{Posizione: } s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$\text{Posizione(senza a): } s = s_0 + \frac{v + v_0}{2}t$$
$$\text{Velocità(senza a): } v = \frac{2(s - s_0)}{t} - v_0$$

5.3 Moto parabolico

Nota bene: l'accelerazione(g)è negativa quando si presume di partire dal basso verso l'alto, perché la gravita agisce contro il movimento verticale. Al contrario, se ci troviamo in un movimento che parte dall'alto verso il basso, l'accelerazione(g)sarà positiva!

$$\text{Equazione parabola: } \begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\text{Equazione parabola: } y = \frac{v_x}{v_y}x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_x^2}x^2$$

$$\text{Velocità iniziale: } v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\text{Velocità iniziale: } \begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha = v_y\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha = v_x\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \end{cases}$$

$$\text{Velocità(tempo t): } \begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = v_0\sin\alpha - at \end{cases}$$

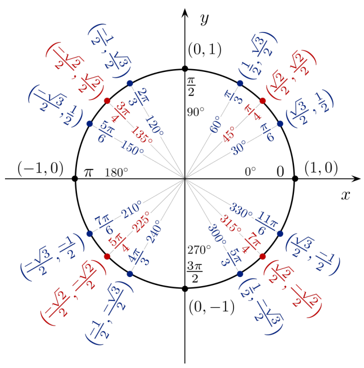
$$\text{Vertice: } \begin{cases} x_v = \frac{v_x v_y}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g} \\ y_v = \frac{v_y^2}{2g} \end{cases}$$

$$\text{Gittata: } \frac{v_x v_y}{\frac{1}{2}g} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{\frac{1}{2}g}$$

$$\text{Tempo di volo: } t = \frac{v_0\sin\alpha}{2g}$$

$$\text{Altezza massima: } y = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{2g}$$

5.4 Moto circolare



Grandezze	Lineari	Angolari
Posizione	s	θ
Velocità	v	ω
Accelerazione	a	α

Nota bene: come la tabella sopra ci indica, c'è una corrispondenza tra grandezze lineari e grandezza angolari.
Ciò significa che possiamo immaginare il punto che si muove sulla circonferenza come se si muovesse su una retta(la circonferenza *spiaccicata*), e di conseguenza utilizzare le formule del moto rettilineo per trovarne la posizione!

$$\text{Velocità: } v = v_0 + at$$
$$\text{Tempo: } t = \frac{v - v_0}{a}$$
$$\text{Accelerazione: } a = \frac{v - v_0}{t}$$
$$\text{Posizione: } s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t$$

5.4.1 Moto circolare uniforme

Nota bene: La velocità tangenziale(v) indica quanto velocemente il punto si sposta sulla circonferenza(r);
La velocità angolare(Ω) indica quanto velocemente cambia l'angolo(θ) che il punto forma

$$\text{Velocità: } v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = \omega r = \sqrt{a_c r}$$
$$\text{Raggio: } r = \frac{vT}{2\pi} = \frac{v}{\omega} = \frac{v^2}{a_c} = \frac{a_c}{\omega^2}$$
$$\text{Periodo: } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$
$$\text{Velocità angolare: } \omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{a_c}{r}}$$
$$\text{Accelerazione centripeta: } a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$
$$\text{Posizione angolare: } \theta = \frac{s - s_0}{r}$$

Legge oraria

$$\text{Posizione angolare: } \theta(t) = \theta_0 + \omega t$$
$$\text{Velocità angolare: } \omega = \frac{\theta - \theta_i}{t - t_i}$$

5.4.2 Moto circolare uniformemente accelerato(MCUA)

Nota bene: L'accelerazione centripeta($\vec{a}_c$) permette al punto di mantenere la propria traiettoria sulla circonferenza. Cambia il verso, ma non il modulo della velocità($\vec{v}$)
L'accelerazione tangenziale($\vec{a}_T$, perpendicolare a $\vec{a}_c$) invece fa variare il modulo della velocità($\vec{v}$), è **costante**.

L'accelerazione totale($\vec{a}_{tot}$) è la risultante delle accelerazioni precedenti

$$\text{Accelerazione totale: } \vec{a}_{tot} = \vec{a}_T + \vec{a}_c$$
$$\text{Accelerazione totale: } a_{tot} = \sqrt{a_T^2 + a_c^2}$$
$$\text{Accelerazione angolare: } \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$
$$\text{Accelerazione tangenziale: } a_T = \alpha \cdot r$$

Legge oraria

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 & \text{Posizione angolare} \\ \omega = \omega_0 + \alpha t & \text{Velocità angolare} \end{cases}$$

Velocità angolare(senza t):

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

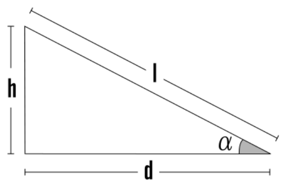
5.4.3 Esempio

Nota bene: per risolvere un problema del tipo: punto materiale con MCUA con $r = 1m$, $s_1 = 0.4m$, $t_1 = 2s$, $t_2 = 4s$, e $v_0 = 0.1\frac{m}{s}$ dove chiede modulo dell'accelerazione totale al tempo t_2(quindi $a_{tot(2)} = \sqrt{a_T^2 + a_{c(2)}^2}$) possiamo impostare il seguente sistema:

$$\begin{cases} a_{tot(2)} = \sqrt{a_T^2 + a_{c(2)}^2} \\ a_T = \frac{2(s - s_0 - v_0 t)}{t^2} \\ a_{c(2)} = \frac{v_2^2}{r} \\ v_2 = v_0 + a_T \cdot t_2 \end{cases}$$

6 Dinamica

6.1 Principi fondamentali



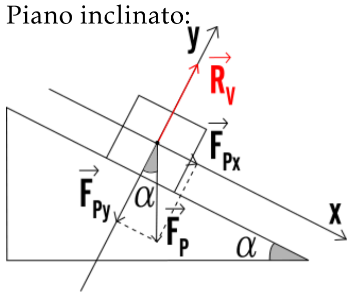
$$\text{Secondo principio: } \begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \\ m = \frac{\vec{F}}{a} \end{cases}$$
$$\text{Terzo principio: } \vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$
$$\alpha(\text{altezza, lunghezza}):\ \sin\alpha = \frac{h}{l}$$
$$\alpha(\text{base, lunghezza}):\ \cos\alpha = \frac{d}{l}$$
$$\alpha(\text{altezza, base}):\ \tan\alpha = \frac{h}{d}$$

6.2 Piano inclinato

$$F_{P,x} = F_P \sin(\alpha) = mg\sin(\alpha)$$
$$F_{P,y} = F_P \cos(\alpha) = mg\cos(\alpha)$$

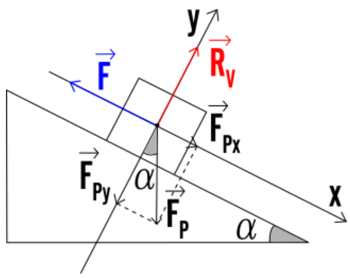
6.2.1 Piano inclinato senza attrito

Piano inclinato:



$$\text{Accelerazione : } \begin{cases} a_y = 0 \\ a_x = g\sin\alpha \end{cases}$$

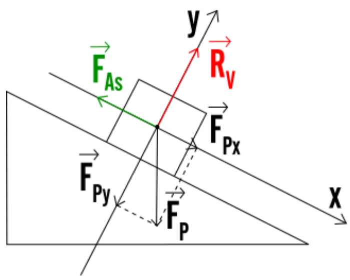
6.2.2 Piano inclinato con F verso l'alto



Nota bene: sull'asse y la forza(F)che spinge l'oggetto verso l'alto non fa cambiare niente. Ricordiamo che abbiamo scelto **il piano inclinato** come asse del nostro sistema di riferimento.

$$\text{Forza risultante: } F_{ris} = F_{P,x} - F$$
$$\text{Accelerazione: } a = \frac{F_{ris}}{m}$$
$$\begin{cases} F_{P,x} > F & \text{Corpo scende, } a \text{ positiva} \\ F_{P,x} < F & \text{Corpo sale, } a \text{ negativa} \end{cases}$$

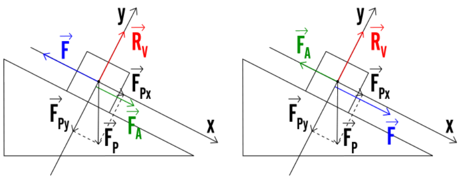
6.2.3 Piano inclinato con attrito



$$\text{Forza risultante: } F_{ris,x} = \sqrt{F_{P,x}^2 + F_{As}^2}$$

Nota bene: la forza d'attrito (F_A, attrito statico nell'immagine) ha verso opposto alla componente della forza peso sull'asse x($F_{P,x}$)

6.2.4 Piano inclinato con attrito e forza aggiuntiva



Primo caso: forza risultante($F_{ris,x}$)tutta concentrata lungo l'asse x: $F_{ris,x} = F - F_A - F_{P,x}$
Secondo caso: $F_{ris,x} = F + F_{P,x} - F_A$

6.2.5 Attrito Statico

Forza Attrito Statico:

$$F_{As} = \mu_s \cdot F_{\perp} = \mu_s \cdot F_{P,y} = \mu_s mg\cos(\alpha)$$

Accelerazione:

$$a = a_x = g\sin(\alpha) - \mu_s g\cos(\alpha)$$

Angolo critico per l'equilibrio:

$$\alpha = \arctan(\mu_s):$$

$$\begin{cases} \text{Scivola} & \text{Angoli } > \alpha \\ \text{Equilibrio} & \text{Angoli } <= \alpha \end{cases}$$

Attrito Statico per Equilibrio: $\mu_s = \tan(\alpha)$

Nota bene: affinché una macchina(su terreno piano, $\cos(\alpha) = 0$) non slitti, la Forza di Attrito Statico(F_{As}) deve essere uguale alla Forza($\vec{F}$) che la macchina esegue per andare avanti, quindi: $F_{As} = F \to \mu_s mg = ma \to \mu_s = \frac{a}{g}$

6.2.6 Attrito Dinamico

Nota bene: Per poter considerare il problema dal punto di vista dell'attrito dinamico(μ_d) il corpo deve essere già in movimento!

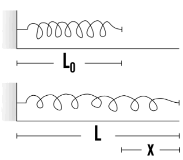
Forza Attrito Dinamico:

$$F_{Ad} = \mu_d \cdot F_{\perp} = \mu_d \cdot F_{P,y} = \mu_d mg\cos(\alpha)$$

Accelerazione:

$$a = a_x = g\sin(\alpha) - \mu_d g\cos(\alpha)$$

6.3 Molle e Forza Elastica



Lunghezza della molla a riposo: L_0

Elongazione: $x = L - L_0$

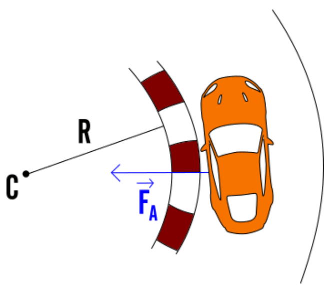
Legge di Hooke(Forza Elastica): $F_e = -kx$

6.4 Forza Centripeta

Nota bene: possiamo ricondurci alla forza centripeta(F_c) usando le formule per la forza($F = m \cdot a$) e l'accelerazione centripeta($a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$)! Utilizziamo queste formule per problemi come **macchine in un circuito di raggio** r **e coefficiente di attrito dinamico** μ_d **dove non deve slittare**.

$$\text{Forza centripeta: } F_c = m\frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

Nota bene: se vogliamo che un corpo rimanga nella sua traiettoria circolare, allora la la forza di accelerazione(F_a)deve essere uguale alla forza centripeta(F_c).



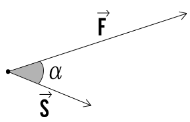
$$\text{Equivalenza: } F_a = F_c \to \mu_d g = \frac{v^2}{r}$$

$$\text{Coefficiente d'attrito minimo: } \mu = \frac{v^2}{g \cdot r}$$

$$\text{Velocità minima: } v = \sqrt{\mu_d \cdot g \cdot r}$$

6.5 Lavoro

Nota bene: il lavoro(F) è energia trasferita ad un corpo mediante le forze che agiscono su di esso.



$$\text{Lavoro: } L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos(\alpha)$$

6.6 Lavoro della forza peso

$$\text{Lavoro: } L = -mg(y_{finale} - y_{iniziale})$$

6.7 Lavoro della forza elastica

$$\text{Lavoro: } L = -\frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$$

Elongazione iniziale: $x_i = L_i - L_0$

Elongazione finale: $x_f = L_f - L_0$

Nota bene: nel caso di una molla a riposo($x_i = L_0 - L_0 = 0$)il lavoro(L) sarà sempre negativo, poiché la forza elastica della molla resiste all'elongazione.

$$\text{Lavoro: } L = -\frac{1}{2}k(x_f^2)$$

6.8 Energia

Nota bene: l'energia è una grandezza che esprime la capacità di un corpo/sistema di compiere un lavoro, indipendentemente dal fatto che il lavoro venga compiuto o meno. Si divide in: *cinetica*, *potenziale*, *meccanica*.

6.9 Energia Cinetica

Teorema Energia Cinetica: $L = \Delta K$

$$\text{Energia Cinetica: } K = \frac{1}{2}mv^2$$

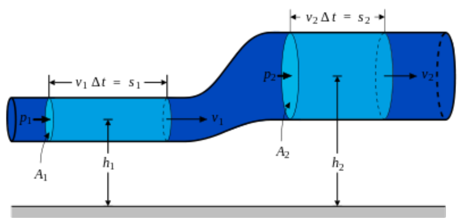
$$\text{Massa: } m = \frac{2K}{v^2}$$

$$\text{Velocità: } v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Variazione Energia Cinetica:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

7 Fluidodinamica



$$\text{Densità(massa volumica): } \rho = \frac{m}{V}$$

$$\text{Massa: } m = \rho V$$

$$\text{Volume: } V = \frac{m}{\rho}$$

Teorema di Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Equazione di Continuità(ideale):

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Equazione di Continuità(reale):

$$Q = \rho_1 v_1 S_1 = \rho_1 v_2 S_2$$

Velocità 1: $v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{S_2}{S_1} v_2$

Velocità 2: $v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{S_1}{S_2} v_1$

Sezione 1: $S_1 = \frac{v_2}{v_1} S_2$

Sezione 2: $S_2 = \frac{v_1}{v_2} S_1$

Differenza di pressione:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(\frac{Q^2}{S_2^2} - \frac{Q^2}{S_1^2})$$