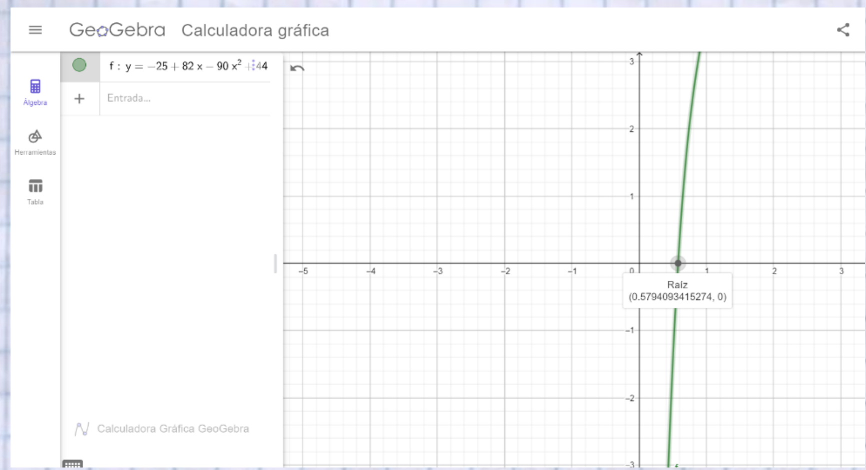
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE-L

Nombre: Ismael Simbaña
Fecha: 23-11-2021

Tarea 03

5.3 Determine las raíces reales de $f(x) = -25.182x - 90x^2 + 44x^3 - 8x^4 + 0{,}7x^5$.

a) Gráficamente



b) Usando el método de bisección para localizar la raíz más grande con $\varepsilon_s = 10\%$. Utilice como valores iniciales $x_i = 0{,}5$ y $x_u = 1.0$

$$x_r = (x_i + x_s)/2$$

iteración	x_i	x_r	x_s	Error
1	0,5	0,75	1.0	33.33%
2	0,5	0,625	0,75	20%
3	0,5	0,5625	0,625	11,11%
4	0,5625	0,59375	0,625	5,25%

#1 Evaluar x_i y x_s

$$f(0{,}5) = -25182(0{,}5) - 90(0{,}5)^2 + 44(0{,}5)^3 - 8(0{,}5)^4 + 0{,}7(0{,}5)^5$$
$$= -12608.478125$$

$$f(1) = -25182(1) - 90(1)^2 + 44(1)^3 - 8(1)^4 + (0{,}7)(1)^5 = -25235{,}300000$$

$$x_r = \frac{x_i + x_s}{2} = \frac{0{,}5 + 1}{2} = 0{,}75$$

$$\varepsilon_a = \left|\frac{0{,}75 - 0{,}5}{0{,}75}\right| \times 100 = 33.33\%$$

$i = 2 \qquad x_r = 0,75$

$f(0,75) = -25 + 32(0,75) - 90(0,75)^2 + 44(0,75)^3 - 8(0,75)^4 + (0,75)^5$

$f(0,75) = -1$

$\underset{0,5}{-} \qquad \underset{0,75}{-} \qquad \underset{1}{-}$

$$x_r = \frac{0,5 + 0,75}{2} = 0,625$$

$$e_r = \left| \frac{0,625 - 0,75}{0,625} \right| \times 100 = 20\%$$

$i = 3 \qquad x_r = 0,625$

$x_r = (0,625) \qquad f(0,625) = 2,072363$

$\underset{0,625}{-} \qquad \underset{0,6}{-} \qquad \underset{0,75}{-}$

$$x_r = \frac{0,625 + 0,5}{2} = 0,5625$$

$$e_r\% = \left| \frac{0,5625 - 0,5}{0,5625} \right| \times 100 = 11,11\%$$

$x_r = -0,281991$

$\underset{0,5}{-} \qquad \underset{0,5625}{-} \qquad \underset{0,625}{+}$

$x_i = 0,5625$
$x_s = 0,625$

$$x_r = \frac{0,5625 + 0,625}{2} = 0,54375$$

$$e_r\% = \left| \frac{0,54375 - 0,5625}{0,54375} \right| \times 100\% = 5,25\%$$

c) Realice el mismo estudio que en b) pero con el método de la regla falsa y $\varepsilon_s = 0,2\%$.

iteración	x_i	x_r	x_s	$\varepsilon_a\%$
1	0,5	0,642728	1	100%
2	0,5	0,888017	0,642728	9.3%
3	0,5	0,580136	0,588017	1,38%

$i=1 \quad f(x) = -25 + 82(x)^2 + 44x^3 - 8x^4 + 0,7x^5$

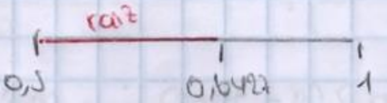
$f(0,5) = -1,478130$
$f(0,1) = 3,7$

$$x_r = \frac{1(-1,478130) - 0,5(3,7)}{-1,478130 - 3,7} = 0,642728$$

$$e\% = \left| \frac{0,642728 - 0}{0,642728} \right| \times 100\% = 100\%$$

$i=2. \quad x_r = 0,642728$

$f(0,642728) = 0,418740$



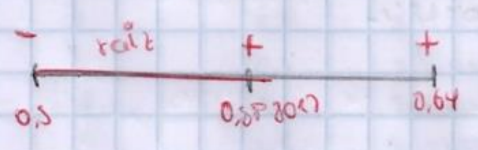
$x_i = 0,5 \qquad x_s = 0,642728$

$$x_r = \frac{0,642728(-1,478130) - 0,5(0,813740)}{-1,478130 - 0,418740} = 0,888017$$

$$e\% = \left| \frac{0,588017 - 0,642728}{0,588017} \right| \times 100 = 9,3\%$$

$i=3$

$f(0,588017) = 0,137286$



DÍA MES AÑO NOTA

"Tú debes ser el cambio que deseas ver en el mundo". Mahatma Gandhi

$$x_r = \frac{0,588017 \;(-1,478130) - 0,5\,(0,137286)}{-1,478130 - 0,137296} = 0,580536$$

$$e_r\% = \left| \frac{0,580536 - 0,642728}{0,580536} \right| = 1,28\%$$

$i = 4$

$f(0,580536) = 0,0182055$

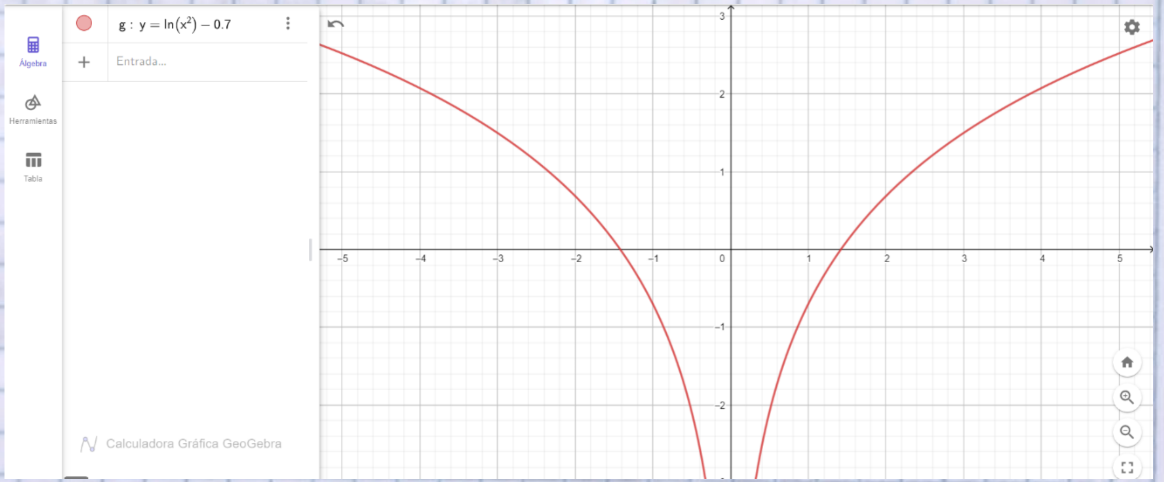
$$x_r = \frac{0,580536\,(-1,478130) - 0,5\,(0,0182055)}{-1,478130 - 0,0182055} = 0,579556$$

$x_i = 0,5$ $\qquad$ $x_s = 0,0182055$

$$e_r\% = \left| \frac{0,579556 - 0,580536}{0,579556} \right| \times 100 = 0,16\%$$

5.6. Determine la raíz real de $\ln x^2 = 0,7$.

a. Gráficamente



b. Empleando tres iteraciones en el método de la bisección con los valores iniciales $x_i = 0,5$ y $x_u = 2,0$.

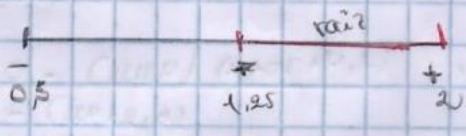
Iteración	x_i	x_r	x_s	e_r
1	0,5	1,25	2	100 %
2	1,25	1,625	2	23,07 %
3	1,25	1,4375	1,625	13 %
4	1,4375	1,531	1,625	6 %

$$x_s = \frac{x_i + x_u}{2} = \frac{0,5 + 2}{2} = 1,25$$

$$f(x_i) = f(0,5) = \ln(0,5^2) - 0,7 = -2.086294$$

$$f(x_s) = f(2) = \ln(2^2) - 0,7 = 0,686294$$

$$\frac{1,25 - 0}{1,25} \times 100 = 100\%$$



$i = 2$ $\quad x_r = 1,25$

$$f(x_r) = -0,253713$$

$$x_r = \frac{1,25 + 2}{2} = 1,625$$

$$e_r = \left| \frac{1,625 - 1,25}{1,625} \right| \times 100 = 23,07\%$$

"La educación y la cortesía abren todas las puertas" Thomas Carlyle

$i=3$ $x = 1{,}625$

$f(x) = \ln(1{,}625^2) - 0{,}7 = 0{,}271015$

$x_r = \frac{1{,}625 + 1{,}25}{2} = 1{,}4375$

$x_r = \frac{1{,}4375 - 1{,}625}{2} = 1{,}53125$

c) Método de la regla falsa

$x_i = 0{,}5$ $x_s = 2$

$f(x_i) = -0{,}21955$ $f(x_s) = 0{,}21955$

$x_r = \frac{(2)(0{,}21955) - 0{,}5(0{,}21955)}{(0{,}21955) - 0{,}21955}$

$x_r = 1{,}628707$ $f(x_r) = 0{,}44621$

$x_r = \frac{(1{,}628702)(0{,}21955) - (0{,}5)(0{,}44641)}{(0{,}21955) - 0{,}44621}$

$x_r = 1{,}497944$ $f(x_s) = 0{,}537209$

$x_r = \frac{(1{,}4970144)(0{,}21955) - 0{,}5(0{,}53720)}{(0{,}21955) - (0{,}537200)}$

$x_r = 1{,}448349$

iteración	x_i	x_r	x_s
1	0,5	1,628702	2
2	0,5	1,447014	1,628702
3	0,5	1,44839	1,497924

5.15 Por un canal trapezoidal fluye agua a una tasa de $Q = 20\ m^3/s$. La profundidad crítica y para dicho satisface la ecuación

$$0 = 1 - \frac{Q^2}{gA_c^3} B$$

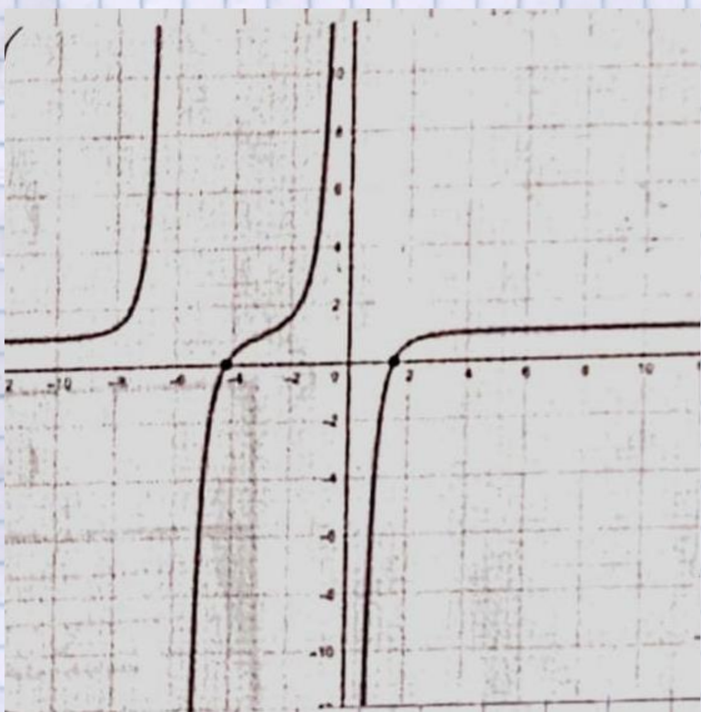
donde $g = 9.81\ m/s^2$, A_c = área de la sección transversal m^2 y B = ancho del canal de la superficie (m). Para este caso, el ancho y el área de la sección transversal se relacionan con la profundidad de por medio.

$$B = 3 + y \qquad A_c = 3y + y^2/2$$

Resuelva para la profundidad crítica el uso de métodos a) gráfico b) bisección y c) falsa posición. En los incisos b) y c) haga elecciones iniciales $x_l = 0.5$ $x_u = 2.5$ y ejecute iteraciones, hasta que el error aproximado caiga por debajo del 1%. O el número de iteraciones supere a 10.

$$y = x \qquad f(x) = 1 - \frac{20^2}{(9.81)\left(3x + \frac{x^2}{2}\right)^3} \cdot (3 + x)$$

a) Gráfico



b) Método de la bisección

$x_i = 0,5 \rightarrow f(0,5) = -32,29215$

$$f(y) = 1 - \frac{20^2}{9.81\left(3y + \frac{y^2}{2}\right)^3}(3+y)$$

$x_s = 2,5 \rightarrow f(2,5) = 0,842844$

$x_r = \frac{0,5 + 2,5}{2} = 1,5$ $\quad f(x_i) = -0,030946$ $\quad E_y = 100\%$

$x_r = \frac{1,5 + 2,5}{2} = 2$ $\quad f(x_i) = 0,601809$ $\quad E_y = \left|\frac{2 - 1,5}{2}\right| \times 100 = 25\%$

$x_r = \frac{1,5 + 2}{2} = 1,75$ $\quad f(x_i) = 0,37890$ $\quad E\% \left|\frac{1,75 - 2}{1,75}\right| \times 100 = 14.2\%$

$x_r = \frac{1,5 + 1,75}{2} = 1,625$ $\quad f(x_i) = 0,20642$ $\quad E\% = \left|\frac{1,625 - 1,75}{1,625}\right| \times 100 = 7,5\%$

$x_r = \frac{1,5 + 1,625}{2} = 1,5625$ $\quad f(x_i) = 0,092956$ $\quad E\% = \left|\frac{1,53125 - 1,5625}{1,5625}\right| = 4\%$

$x_r = \frac{1,5 + 1,5625}{2} = 1,53125$ $\quad f(x_i) = 0,036900$ $\quad E\% = \left|\frac{1,51625 - 1,5625}{1,5625}\right| \times 100 = 2\%$

$x_r = \frac{1,5 + 1,53125}{2} = 1,515625$ $\quad f(x_i) = 0,00338$ $\quad E\% \left|\frac{1,51625 - 1,53125}{1,51625}\right| \times 100 = 1,0\%$

$x_r = \frac{1,5 + 1,515625}{2} = 1,5078125$ $\quad f(x_i) = -0,018593$ $\quad E\% = \left|\frac{1,5078125 - 1,51625}{1,5078125}\right| \times 100 = 0,5\%$

iteración	x_i	x_r	x_s	E%
1	0,5	1,5	2,5	100%
2	1.5	2	2,5	25%
3	1.5	1,75	2	14%
4	1,5	1.625	1,75	7%
5	1,5	1,625	1,625	4%
6	1,5	1,53125	1,5625	2%
7	1,5	1,515625	1,53125	1%
8	1,5	1,507812	1,515625	0.5%

Día Mes Año NOTA

"Tú debes ser el cambio que deseas ver en el mundo". Mahatma Gandhi

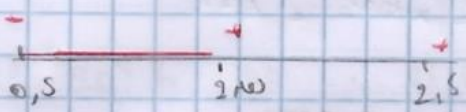
c) Método Regla Falsa

$x_i = 0,5 \qquad f(x_i) = -32,294516 \qquad x_s = 2,5 \qquad f(2,5) = 0,812841$

$$x_r = x_s - \frac{f(x_s)\,(x_i - x_s)}{f(x_i) - f(x_s)}$$

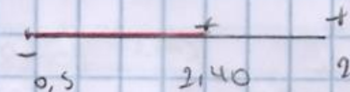
1) $x_r = 2,5 - \dfrac{(0,812841)(0,5-2,5)}{(-32,291516)-(0,812841)} = 2,450842$

$f(x_r) = 0,799686$



$E\% = 100\%$

2) $x_r = 2,45 - \dfrac{(0,799686)(0,5-2,45)}{(-32,291516)-(0,799686)} = 2,403747$

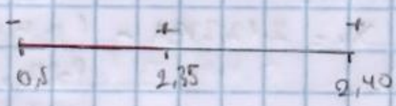


$f(x_i) = 0,786150$

$E\% = \left| \dfrac{2,402876 - 2,4508}{2,402876} \right| \times 100$

$E\% = 1,9\%$

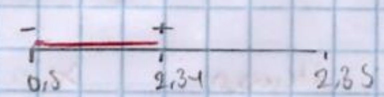
3) $x_r = 2,40 - \dfrac{(0,785676)(0,5-2,40)}{(-32,291516)-(0,785676)} = 2,358201$



$f(x_r) = 0,771845$

$E\% = \left| \dfrac{2,354864 - 2,402876}{2,354864} \right| \times 100 = 2\%$

4) $x_r = 2,35 - \dfrac{(0,771845)(0,5-2,358)}{(-32,291516)-(0,771845)} = 2,3415$



$f(x_r) = 0,756963$

$E\% = \left| \dfrac{2,34515 - 2,354864}{2,34515} \right| \times 100 = 1,7\%$

5) $x_r = 2,34515 - \dfrac{(0,75963)(0,5 - 2,34515)}{(-32,2915)-(0,756963)} = 2,272845$

$f(x_i) = 0,741267$

$E\% = \left| \dfrac{2,272845 - 2,34515}{2,272845} \right| \times 100\% \quad 1,5\%$

6) $x_r = 2{,}272845 - \dfrac{(0{,}741267)(0{,}5 - 2{,}272845)}{(-32{,}245146) - (0{,}741267)} = 2{,}233062$

$f(x_r) = 0{,}725305$ $\quad E\% = \left| \dfrac{2{,}233062 - 2{,}272845}{2{,}233062} \right| \times 100\% = 1{,}7$

7) $x_r = 2{,}233062 - \dfrac{(0{,}725302)(0{,}5 - 2{,}233062)}{(-32{,}245146) - (0{,}725302)} = 2{,}194991$

$f(x) = 0{,}708846$ $\quad E\% = \left| \dfrac{2{,}194991 - 2{,}233062}{2{,}194991} \right| \times 100\% = 1{,}7\%$

8) $x_r = 2{,}194991 - \dfrac{(0{,}708846)(0{,}5) - 2{,}194991)}{(-32{,}245146) - (0{,}708846)} = 2{,}158583$

$f(x_r) = 0{,}691422$ $\quad E\% = \left| \dfrac{2{,}158583 - 2{,}194991}{2{,}158583} \right| \times 100 = 1{,}6\%$

9) $x_r = 2{,}158586 - \dfrac{(0{,}708846)(0{,}5 - 2{,}158583)}{(-32{,}245146) - (0{,}708846)} = 2{,}123784$

$f(x_r) = 0{,}674567$ $\quad E\% = \left| \dfrac{2{,}123784 - 2{,}158583}{2{,}123784} \right| \times 100\% = 1{,}6\%$

10) $x_r = 2{,}123784 - \dfrac{(0{,}674567)(0{,}5 - 2{,}123784)}{(-32{,}245146) - (0{,}674567)} = 2{,}090562$

$f(x_r) = 0{,}656820$ $\quad E\% = \left| \dfrac{2{,}09562 - 2{,}123784}{-2{,}090562} \right| \times 100\% = 0{,}07\%$

iteración	x_i	x_r	x_s	Error
1	0,5	2,450842	2,5	100%
2	0,5	2,403742	2,45	19%
3	0,5	2,358301	2,40	2%
4	0,5	2,315115	2,35	15%
5	0,5	2,272845	2,31	15%
6	0,5	2,233062	2,27	17%
7	0,5	2,194991	2,23	17%
8	0,5	2,158583	2,19	16%
9	0,5	2,123784	2,15	16%
10	0,5	2,090562	2,13	7%

5.16. Suponga que el lector, quien está diseñando un tanque esférico, para almacenar agua para un poblado pequeño en un país en desarrollo. El volumen de líquido que puede contener se calcula con

$V = \pi h^2 \dfrac{[3R - h]}{3}$ donde V = volumen [m³] ; h = profundidad de agua en el tanque [m], y R = radio del tanque [m].

$30 = \pi h^2 \dfrac{[3(3) - h]}{3}$

$h^3 - 9h^2 + \dfrac{90}{\pi}$ ∴ $f(h) = h^3 - 9h^2 + 90/\pi$

h	f(h)
8,8	−7,427 F(0)
9	28,647 f(0)

$i = 0\ [8,8 ; 9]$

$h_0 = 8,603$ [m] $f[h_0] = -0,7347 < 0$ $h_0 = 0[8,603 ; 9]$

$i = 2 = 1, [8,603 ; 9]$

$h_1 = 8,603 + \dfrac{(-0,7347)(9 - 8,603)}{(-0,7347)(-28,647)}$ $f(h_1) = -0,06123 < 0$ ∴ $h_1 = 1[8,613 ; 9]$

$e\% = \left| \dfrac{8,163 - 8,603}{8,163} \right| \times 100\% = 0,1161$

$h_1 = 8,613$ [m]

$i = 3 = 2\ [8,163 ; 9]$

$h_2 = 8,6121 + \dfrac{[-0,06213)(9 - 8,613)}{(-0,06123) - (28,147)} = 8,6138$ m

$F(h_2) = -0,070204 < 0$ ∴ $h_2 = 0[8,6138 ; 9]$

$E\% = \left| \dfrac{8,6138 - 8,613}{8,6138} \right| \cdot 100\% = 0,00928\%$