# طراحی الگوریتم ها

## روش برنامه ریزی پویا

استاد درس:    مهدی جبل عاملی

سری فیبوناچی

1 1 2 3 5 8 13 ...

# سری فیبوناچی

1 1 2 3 5 8 13 ...

- الگوریتم بازگشتی

```
number Fib(n) {
    if n < 2 return 1;
    return Fib(n-1) + Fib(n-2); }
```

# سری فیبوناچی

1 1 2 3 5 8 13 ...

- الگوریتم بازگشتی

```
number Fib(n) {
    if n < 2 return 1;
    return Fib(n-1) + Fib(n-2); }
```

عمل اصلی جمع

اندازه ورودی n

$$\Rightarrow \begin{cases} T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1 \\ T(1) = T(2) = 0 \end{cases}$$

# سری فیبوناچی

1 1 2 3 5 8 13 ...

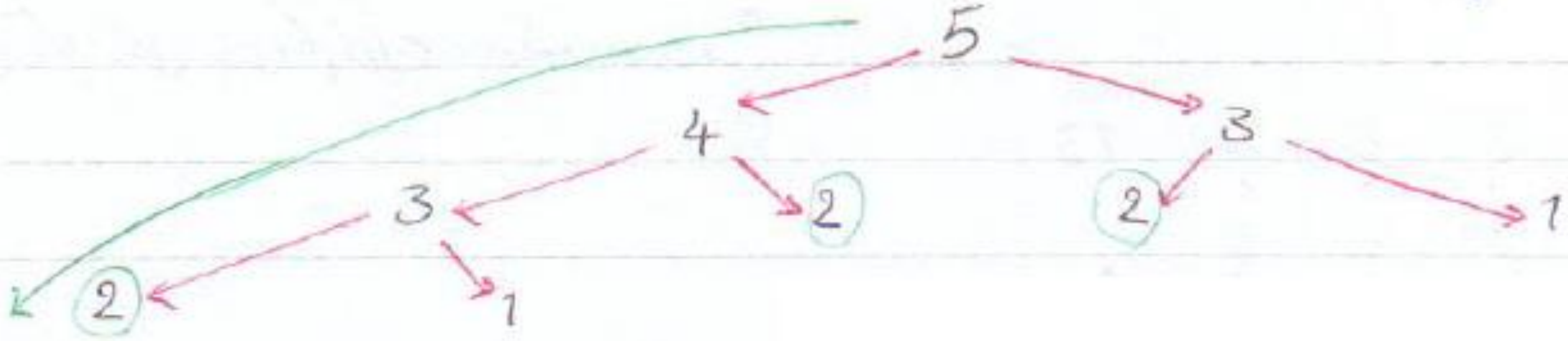
- الگوریتم بازگشتی

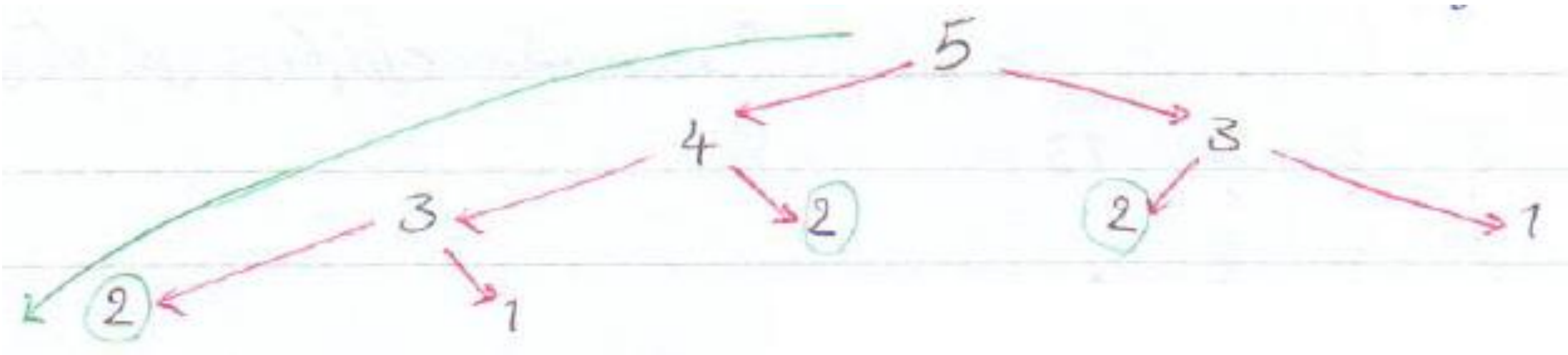
```
number Fib(n) {
    if n < 2 return 1;
    return Fib(n-1) + Fib(n-2); }
```

[illegible]
اندازه ورودی n

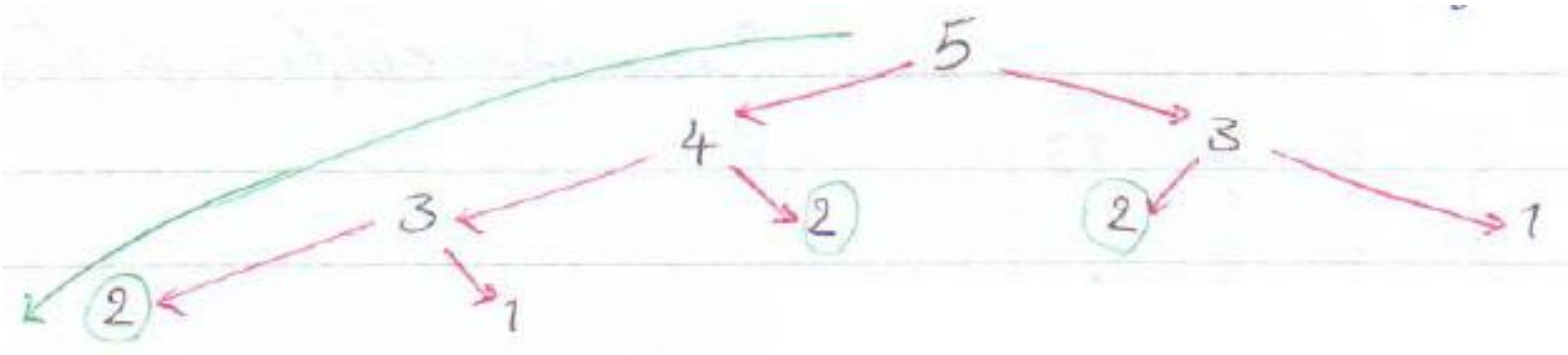
$$\Rightarrow \begin{cases} T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1 \\ T(1) = T(2) = 0 \end{cases}$$

زمان آن به صورت
توابع نمایی خواهد شد


5
4
3
3
2
1
2
2
1




- محاسبات تکراری !!!!!




- رفع مشکل:
- برنامه ریزی (برنامه نویسی) پویا Dynamic Programming

الگوی ۴

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | ... |

آرایه F

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | ... |

- الگوریتم سری فیبوناچی به روش برنامه نویسی پویا

```
number Fib-Dyn(n) {
    F(1) = F(2) = 1;
    for i=3 to n do
        F[i] = F[i-1] + F[i-2];
    return F[n]; }
```

آرایه F

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | ... |

- الگوریتم سری فیبوناچی به روش برنامه نویسی پویا

```
number Fib-Dyn(n) {
    F(1) = F(2) = 1;
    for i=3 to n do
        F[i] = F[i-1] + F[i-2];
    return F[n]; }
```

زمان اجرا $\Rightarrow T(n) = n-2$

آرایه F

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | ... |

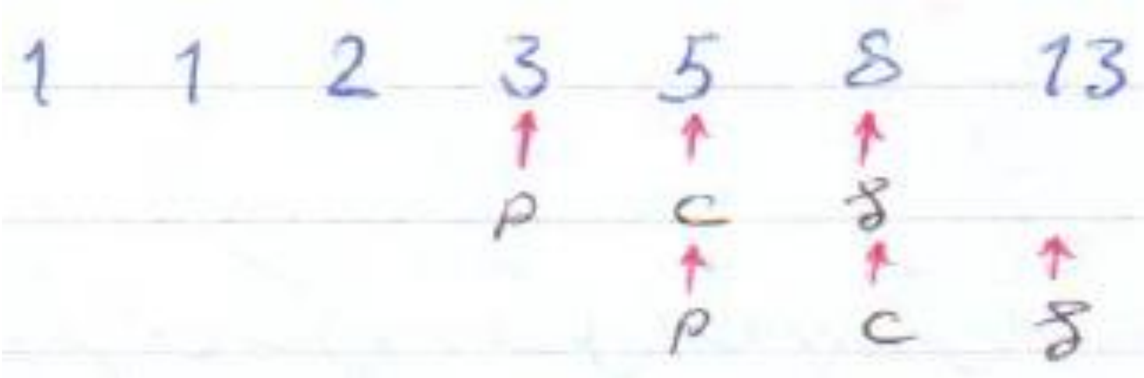
- الگوریتم سری فیبوناچی
به روش برنامه نویسی پویا

```
number Fib-Dyn(n) {
    F(1) = F(2) = 1;
    for i=3 to n do
        F[i] = F[i-1] + F[i-2];
    return F[n]; }
```

زمان اجرا $\Rightarrow T(n) = n-2$

مصرف حافظه؟؟؟

# بهبود مصرف حافظه



# بهبود مصرف حافظه

1 1 2 3 5 8 13

p c f

p c f

```
number Fib-Dyn (n) {
    p = c = 1 ;
    for i=3 to n do
    {     f = p + c ;
          p = c ;
          c = f ;      }
    return c ;   }
```

# بهبود مصرف حافظه

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 |
| | | | p | c | f | |
| | | | | p | c | f |

```
number Fib-Dyn (n) {
    p = c = 1;
    for i=3 to n do
    {       f = p + c;
            p = c;
            c = f;      }
    return c;   }
```

زمان اجرا $\Rightarrow T(n) = n-2$

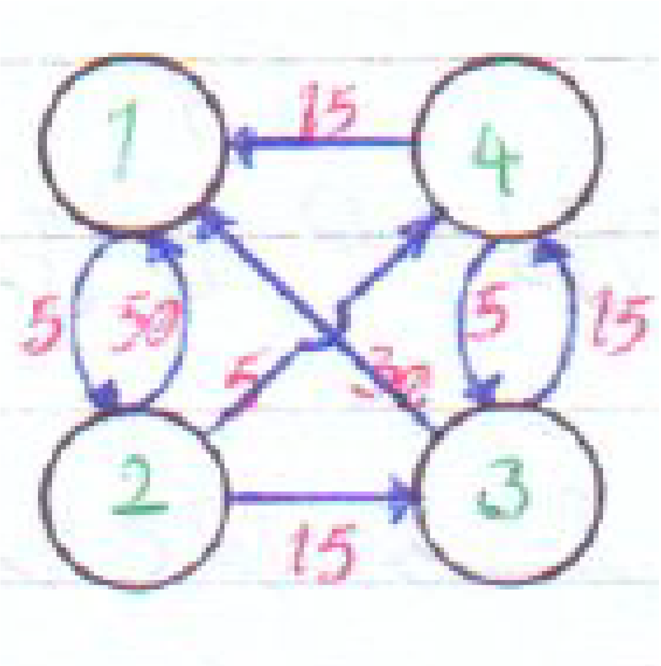
مصرف حافظه $\theta(1) \rightarrow$ ثابت

# تمرین

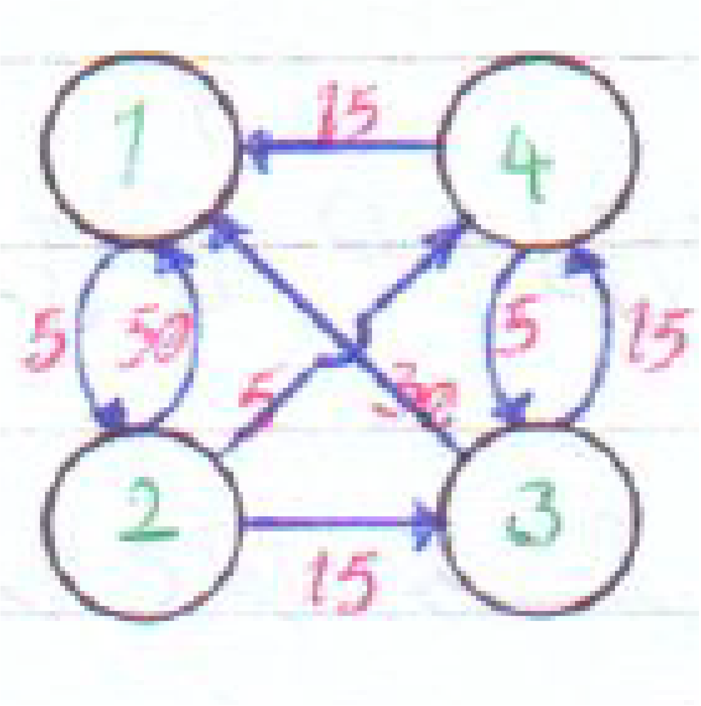
- برنامه سری فیبوناچی به صورت بازگشتی را به گونه ای بازنویسی کنید که تعداد محاسبات تکراری(اضافه) برای محاسبه جمله n ام را چاپ کند.

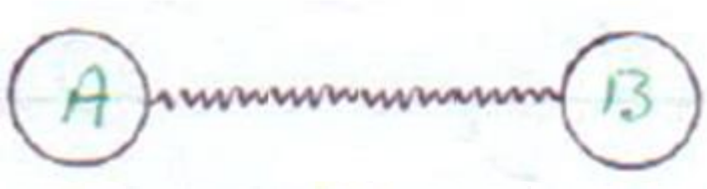
# کوتاه ترین مسیرها در گراف

# کوتاه ترین مسیرها در گراف

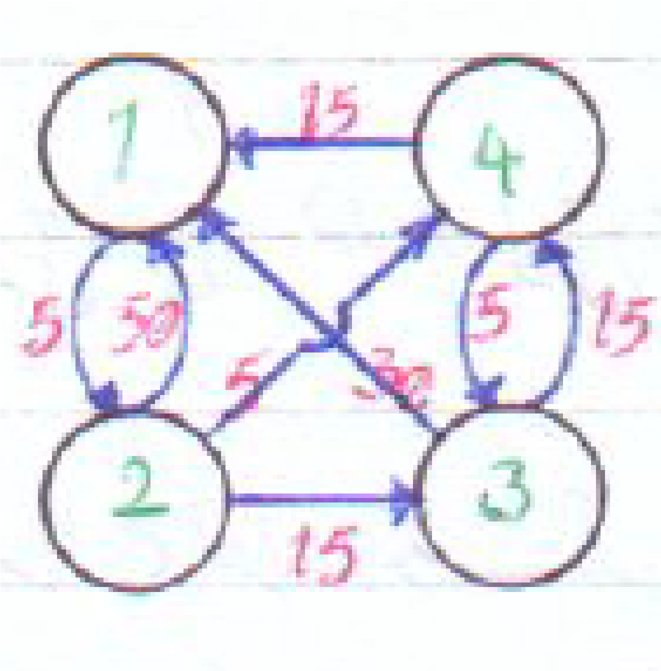


# کوتاه ترین مسیرها در گراف

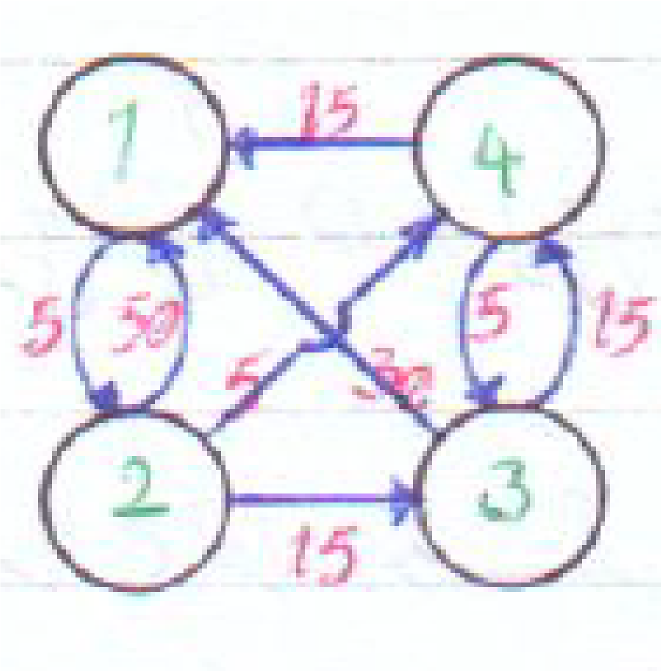


# کوتاه ترین مسیرها در گراف



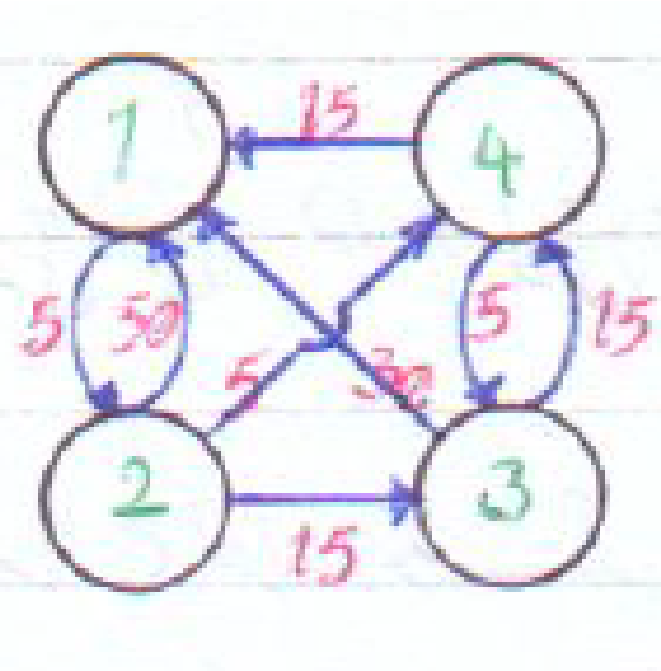

# کوتاه ترین مسیرها در گراف





پس در واقع در مرحله k اجازه داریم از گره‌های یک تا k استفاده کنیم و نه k تا گره

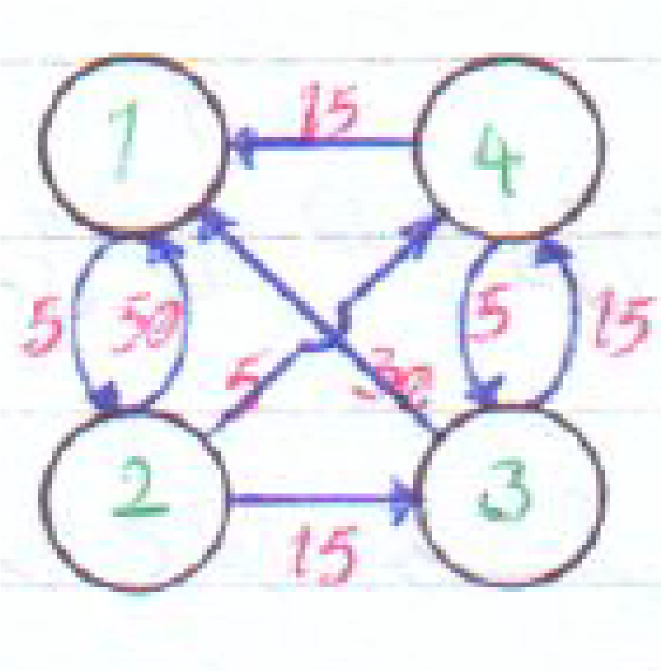
# کوتاه ترین مسیرها در گراف




D [i,j]


پس در واقع در مرحله k اجازه داریم از گره‌های
یک تا k استفاده کنیم و نه k تا باشد

# کوتاه ترین مسیرها در گراف

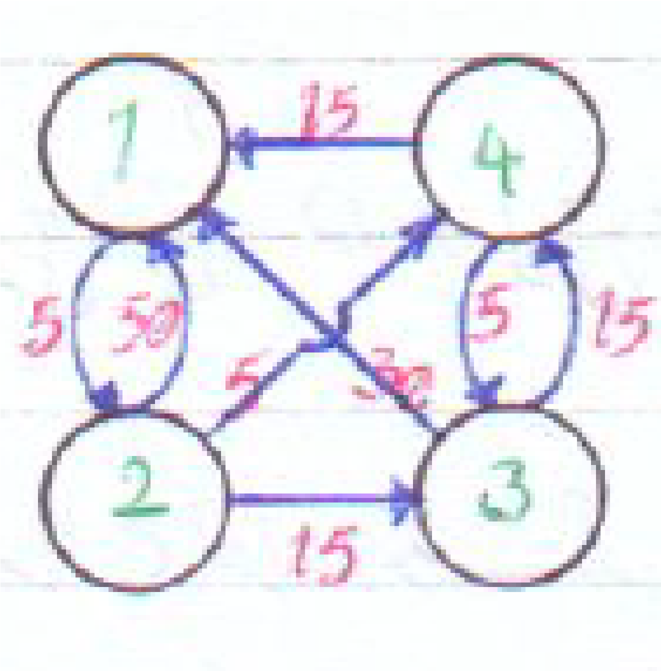



$D^k[i,j]$


پس در واقع در مرحله k اجازه داریم از گره‌های

یک تا k استفاده کنیم و نه k تا گره

# کوتاه ترین مسیرها در گراف





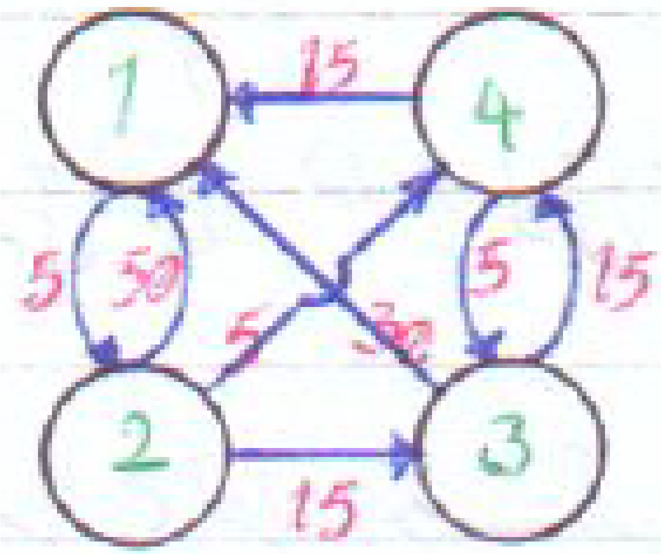


پس در واقع در مرحله k اجازه داریم از گره‌های

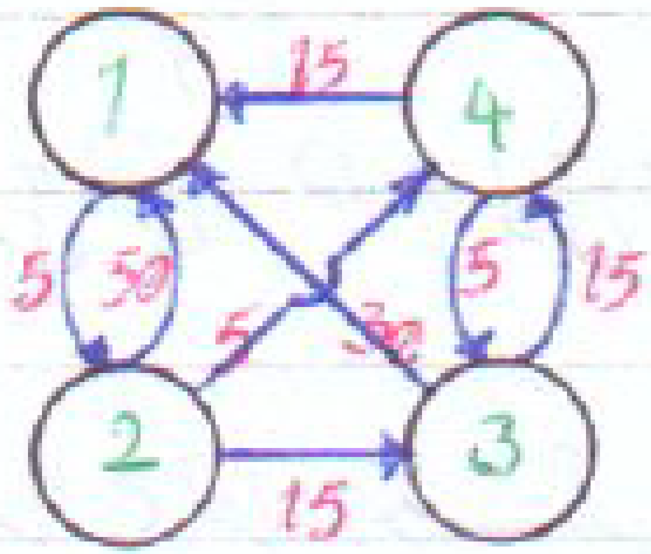
یک (1) تا k استفاده کنیم و نه k تا گره

$D^k[i,j]$

طول کوتاهترین مسیر از i تا j با کمک گره‌های یک (1) تا k

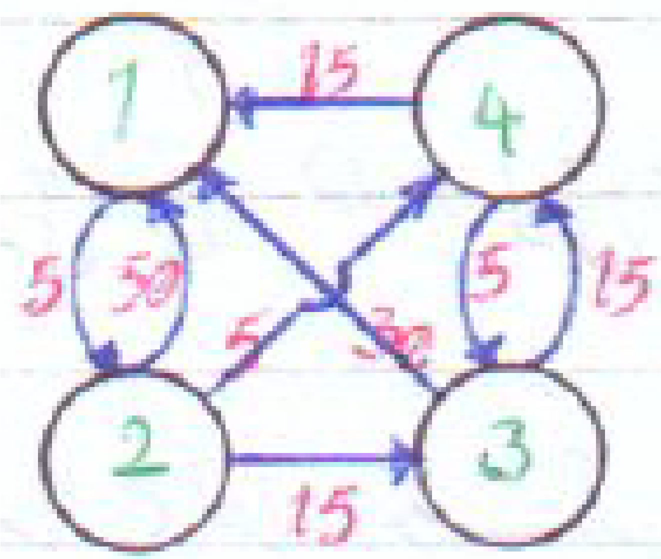



$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$



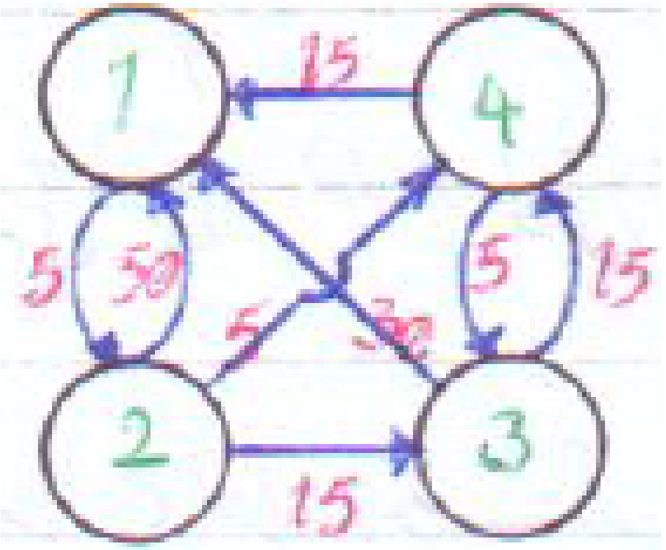

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$D^0 = L$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & & & \\ 30 & & & \\ 15 & & & \end{bmatrix}$$

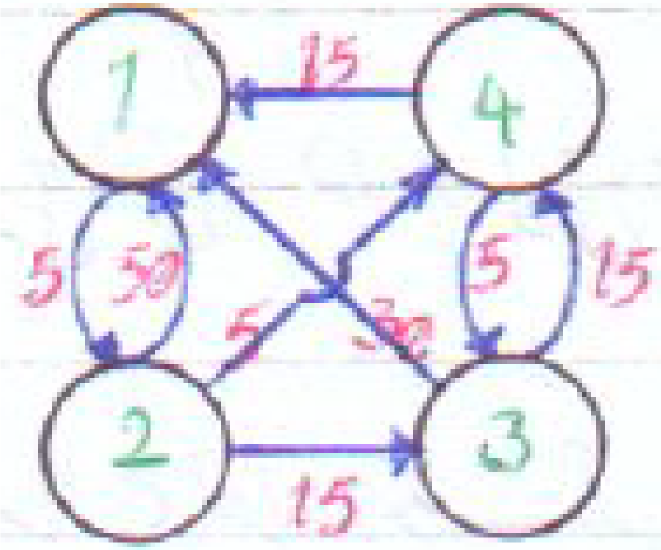
$$D^0 = L$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & & \\ 30 & & & \\ 15 & & & \end{bmatrix}$$

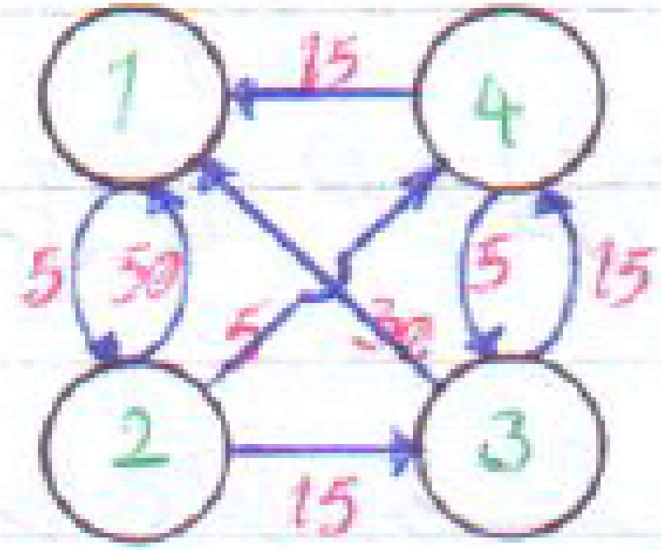
$D^0 = L$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$D^0 = L$

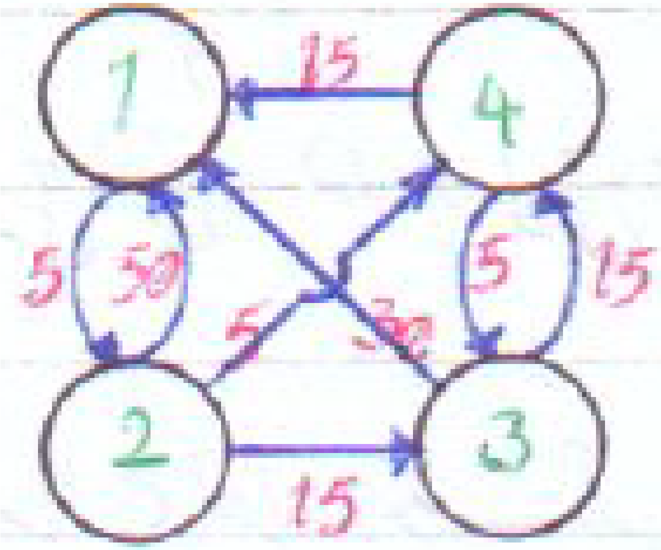



$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$



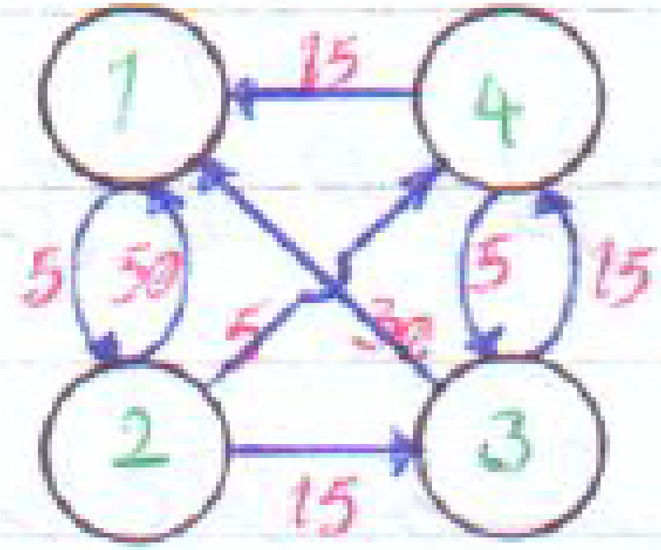

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

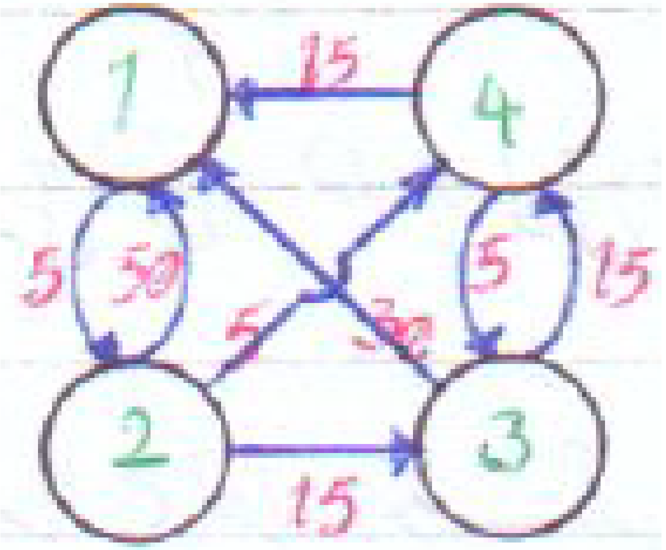
$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

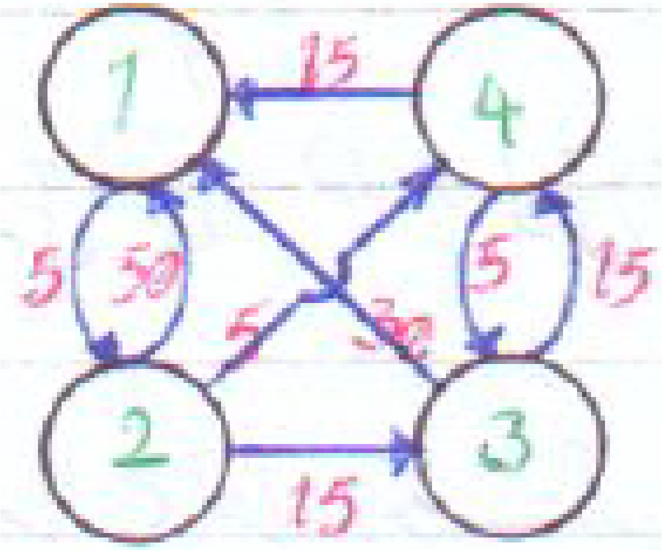



$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$D^0 = L$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad D^k[i,j] =$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

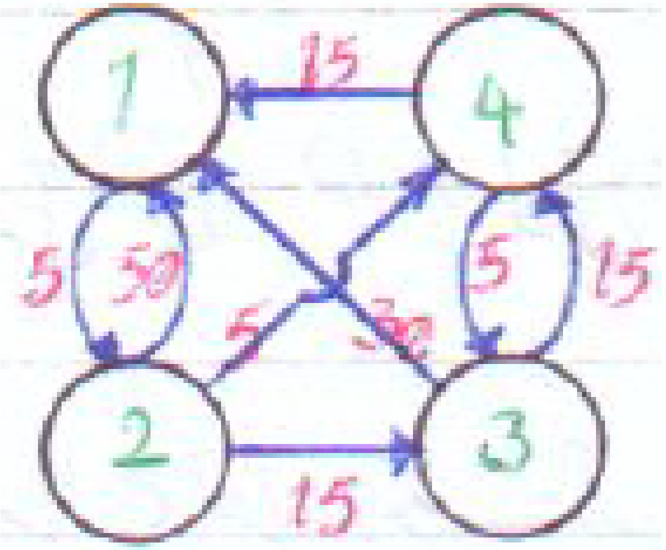
$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^k[i,j] = \quad D\ [i,k] + D\ [k,j]$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

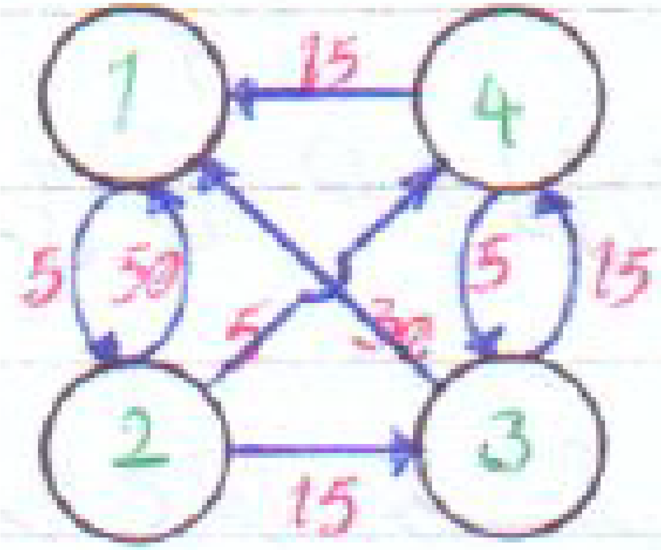
$D^0 = L$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^k[i,j] = \mathrm{Min}\{D\ [i,k] + D\ [k,j],\ D\ [i,j]\}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$D^0 = L$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^k[i,j] = \operatorname{Min}\left\{ D^{k-1}[i,k] + D^{k-1}[k,j],\ D^{k-1}[i,j] \right\}$$

```
Matrix Floyd (n, L[1..n, 1..n]) {
    D^0 = L ;
    for k=1 to n do
        for i=1 to n do
            for j=1 to n do
                D^k[i,j] = Min{ D^(k-1)[i,k] + D^(k-1)[k,j], D^(k-1)[i,j] }
    return D^n ; }
```

```
Matrix Floyd (n, L[1..n, 1..n]) {
    D^0 = L ;
    for k=1 to n do
        for i=1 to n do
            for j=1 to n do
                D^k[i,j] = Min{ D^{k-1}[i,k] + D^{k-1}[k,j] , D^{k-1}[i,j] }
    return D^n ; }
```

→ زمان : $T(n) = n^3$

```
Matrix Floyd (n, L[1..n, 1..n]) {
    D^0 = L ;
    for k=1 to n do                          → زمان اجرا : T(n) = n^3
        for i=1 to n do
            for j=1 to n do
                D^k[i,j] = Min{ D^(k-1)[i,k] + D^(k-1)[k,j] , D^(k-1)[i,j] }
    return D^n ; }
```

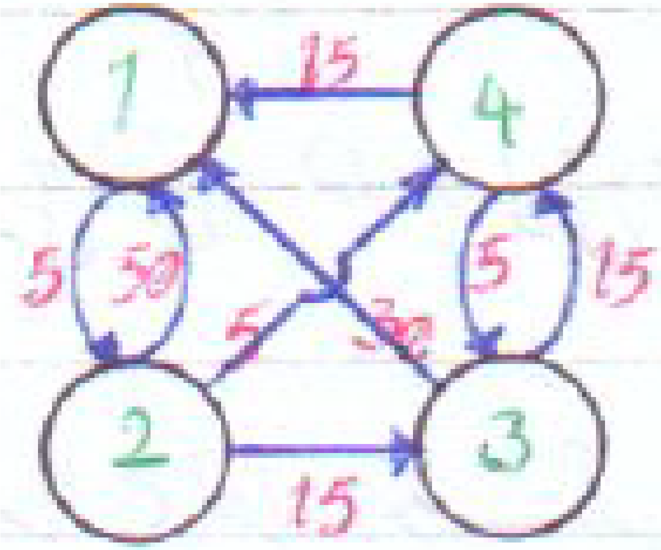
- مصرف حافظه فعلی: $(n+1)n^2$

```
Matrix Floyd (n, L[1..n, 1..n]) {
    D = L ;
    for k=1 to n do                         → زمان اجرا : T(n) = n^3
        for i=1 to n do
            for j=1 to n do
                D[i,j] = Min{D[i,k]+D[k,j], D[i,j]}
    return D ; }
```

- مصرف حافظه کاهش یافته: $n^2$

```
Matrix Floyd (n, L[1..n, 1..n]) {
    D = L ;
    for k=1 to n do                    → زمان اجرا : T(n) = n^3
        for i=1 to n do
            for j=1 to n do
                D[i,j] = Min{D[i,k]+D[k,j], D[i,j]}
    return D ; }
```

- مصرف حافظه کاهش یافته: $n^2$
- از کدام مسیر باید عبور کنیم؟؟؟؟؟




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

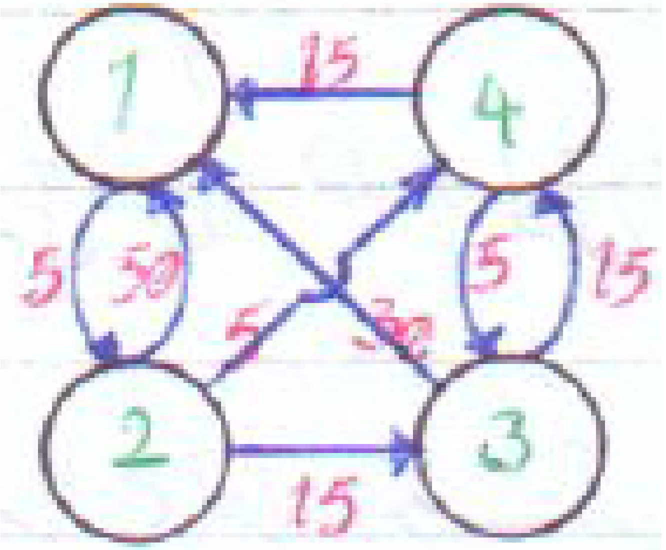
$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

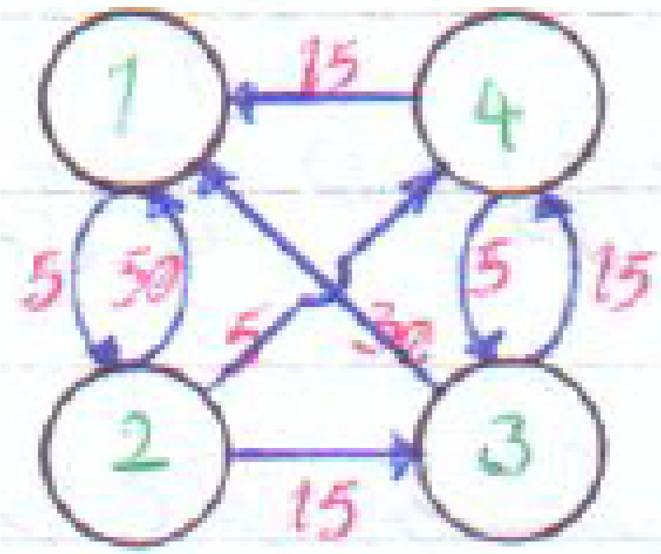
$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

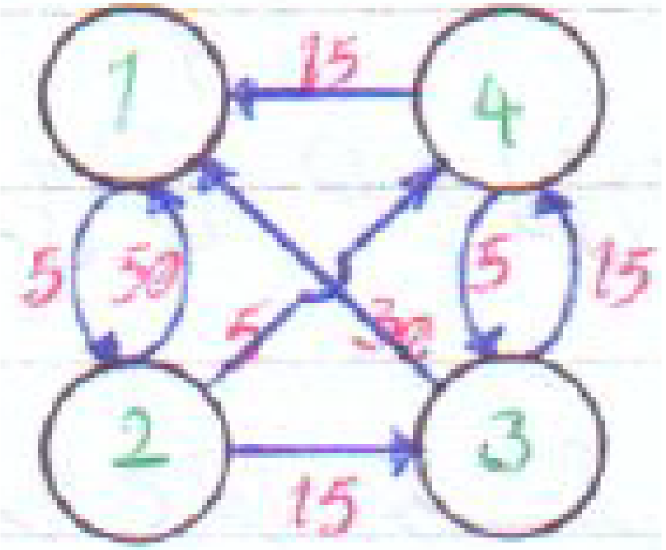
$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$D^0 = L$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



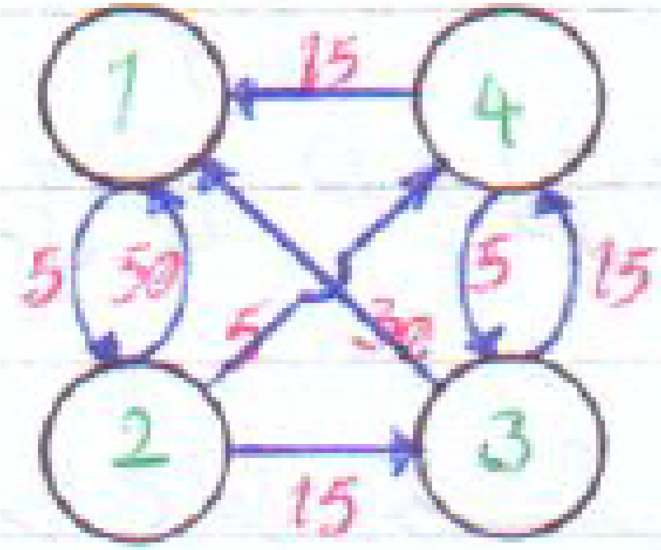

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

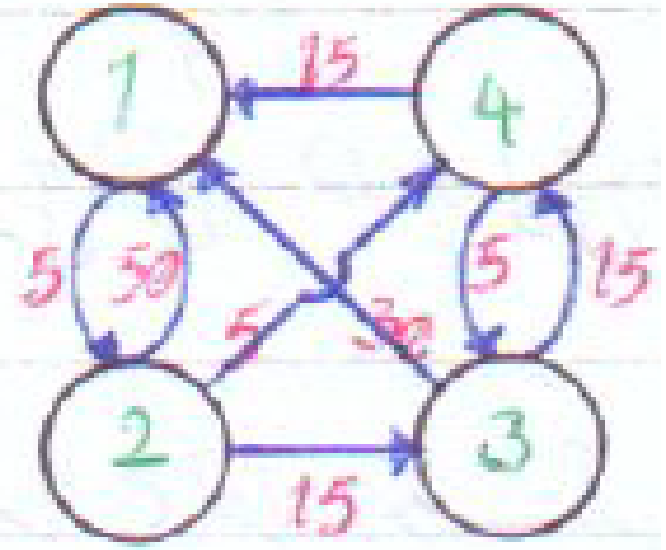
$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix},$$

$D^0 = L$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

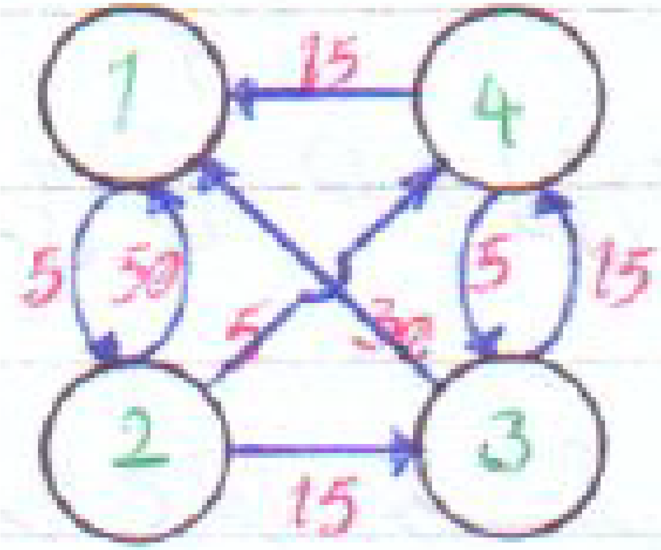
$D^0 = L$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^0 = L$$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

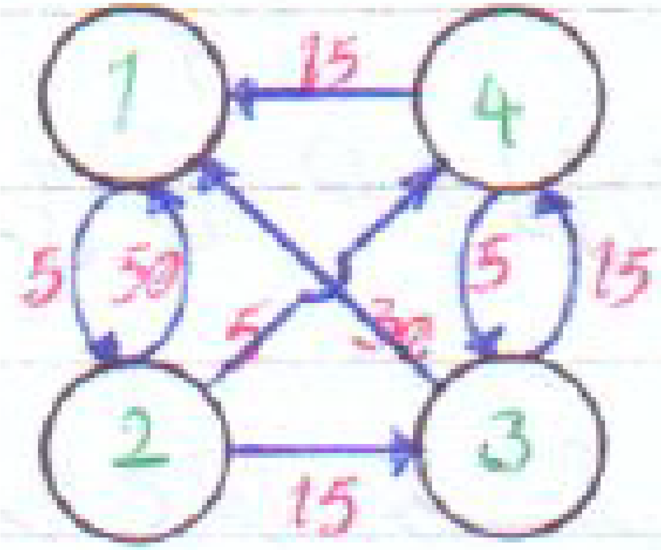
$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

- مسیر ۱ به ۳

$1 \longrightarrow \quad 3$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$D^0 = L$

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

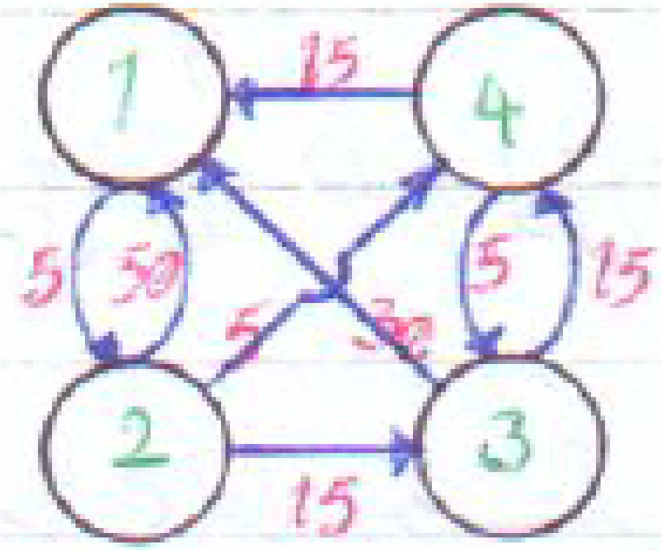
$$D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

- مسیر ۱ به ۳

$1 \to \quad 4 \to 3$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$




$$L = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & \infty & 0 & 15 \\ 15 & \infty & 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad D^1 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & \infty & \infty \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$D^0 = L$

• مسیر ۱ به ۳

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad D^4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 15 & 10 \\ 20 & 0 & 10 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$

$$D^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 20 & 10 \\ 45 & 0 & 15 & 5 \\ 30 & 35 & 0 & 15 \\ 15 & 20 & 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
Floyd (n, L[1..n, 1..n])
  D = L , P = ∅ ;
  for k = 1 to n do
      for i = 1 to n do
          for j = 1 to n do {
              if D[i,k] + D[k,j] < D[i,j]
                { D[i,j] = D[i,k] + D[k,j]
                  P[i,j] = k ; }
return D, P
}
```

# تمرین:

- الگوریتم فلوید را برای یک گراف دلخواه با ۵ راس اجرا نمایید و ماتریس های D و P را در هر مرحله مشخص نمایید. در پایان، از ماتریس P، مسیر بین دو راس دلخواه را پیدا کنید.

پایان