

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**  
**(БГТУ им. В.Г. Шухова)**



**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

**Лабораторная работа №2**

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков  
тема: «Преобразования КС-грамматик.»

Выполнил: ст. группы ПВ-223  
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:  
ст. пр. Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

**Лабораторная работа №2**  
**Преобразования КС-грамматик.**  
**Вариант 8**

**Цель работы:** изучить основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научиться применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.

**Задание:**

1.  $T \rightarrow abETP$
2.  $T \rightarrow aDE$
3.  $T \rightarrow D$
4.  $D \rightarrow DTA b$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $E \rightarrow \varepsilon$
7.  $P \rightarrow BCa$
8.  $P \rightarrow Cb$
9.  $C \rightarrow abC$
10.  $A \rightarrow Bbb$
11.  $B \rightarrow aECb$
12.  $B \rightarrow D$

1. Преобразовать исходную грамматику  $G$  в грамматику  $G_1$  без лишних символов.

**Модификации:** в ходе выполнения лабораторной работы обнаружено, что в грамматике не будет недостижимых символов. Поэтому добавим правило:

$$13. S \rightarrow ab$$

Найдём в исходной грамматике бесплодные нетерминалы.

Для начала найдём продуктивные нетерминалы.

В множество продуктивных нетерминалов  $P$  включаем нетерминал  $D$  (правило 5) нетерминал  $E$  (правило 6) и нетерминал  $S$  (правило 13). Получаем  $P = \{D, E, S\}$ .

Повторяем проверку и включаем нетерминал  $T$  (правило 2) и нетерминал  $B$  (правило 12). Получаем  $P = \{D, E, S, T, B\}$

Повторяем проверку и включаем  $A$  (правило 10). Получаем  $P = \{D, E, S, T, B, A\}$

Множество  $P$  больше увеличить не можем.

Из множества нетерминалов исключаем продуктивные нетерминалы и получаем  $\{P, C\}$  - множество бесплодных нетерминалов.

Исключаем правила 1, 7, 8, 9, 11 так как они содержат бесплодные нетерминалы. Получаем грамматику:

2.  $T \rightarrow aDE$
3.  $T \rightarrow D$
4.  $D \rightarrow DTA b$

5.  $D \rightarrow b$
6.  $E \rightarrow \varepsilon$
10.  $A \rightarrow Bbb$
12.  $B \rightarrow D$
13.  $S \rightarrow ab$

Найдём достижимые символы.

Положим  $P = \{T\}$ , где  $T$  - начальный нетерминал.

Включим в список  $a, D, E$  (правило 2).  $P = \{T, a, D, E\}$ .

Включим в список  $b, A$  (правило 4),  $\varepsilon$ .  $P = \{T, a, D, E, \varepsilon, b, A\}$ .

Включим в список  $B$  (правило 10).  $P = \{T, a, D, E, \varepsilon, b, A, B\}$ .

Множество  $P$  больше увеличить не можем.

Из множества терминалов и нетерминалов исключаем достижимые терминалы и нетерминалы и получаем  $\{S\}$  - множество недостижимых нетерминалов и терминалов.

Исключаем из грамматики правило 13, так как оно содержит недостижимый символ.

Искомая грамматика  $G_1$ :

1.  $T \rightarrow aDE$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

2. Преобразовать грамматику  $G_1$  в грамматику  $G_2$  без  $\varepsilon$ -правил.

Выберем правило 5. Исключаем из правой части каждого правила исходной грамматики всеми возможными способами вхождение нетерминала  $E$ . Полученные правила добавляем в множество правил грамматики.

- 1\_1.  $T \rightarrow aDE$
- 1\_2.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Исключаем из списка правил правило 5.

- 1\_1.  $T \rightarrow aDE$
- 1\_2.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$

4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Исключим из правил непродуктивные символы:

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$
4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

В полученной грамматике  $G_2$  нет правил вида  $A \rightarrow A$ , одинаковых правил и  $\varepsilon$ -правил. Получили искомую грамматику:

Искомая грамматика  $G_2$ :

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$
4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

### 3. Преобразовать грамматику $G_1$ в грамматику $G_3$ без цепных правил.

Исходная грамматика:

1.  $T \rightarrow aDE$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Заменяем символ  $T$  в правиле 3 символом  $D$  согласно правилу 2:

1.  $T \rightarrow aDE$
- 3\_1.  $D \rightarrow DTAb$
- 3\_2.  $D \rightarrow DDAb$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Заменяем символ  $B$  в правиле 6 символом  $D$  согласно правилу 7:

1.  $T \rightarrow aDE$
- 3\_1.  $D \rightarrow DTAb$
- 3\_2.  $D \rightarrow DDAb$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$

$$6\_1. A \rightarrow Bbb$$

$$6\_2. A \rightarrow Dbb$$

Исключим правила с бесплодными нетерминалами:

$$1. T \rightarrow aDE$$

$$3\_1. D \rightarrow DTA b$$

$$3\_2. D \rightarrow DDAb$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$5. E \rightarrow \varepsilon$$

$$6\_2. A \rightarrow Dbb$$

Искомая грамматика  $G_3$ :

$$1. T \rightarrow aDE$$

$$2. D \rightarrow DTA b$$

$$3. D \rightarrow DDAb$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$5. E \rightarrow \varepsilon$$

$$6. A \rightarrow Dbb$$

4. Преобразовать грамматику  $G_1$  в грамматику  $G_4$  без левой рекурсии.

Алгоритм применим, если грамматика не имеет циклов (цепных правил) и  $\varepsilon$ -правил. Для получения грамматики без  $\varepsilon$ -правил воспользуемся грамматикой  $G_2$ .

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2. T \rightarrow D$$

$$3. D \rightarrow DTA b$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7. B \rightarrow D$$

Преобразуем эту грамматику так, чтобы в ней не было цепных правил.

Исходная грамматика:

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2. \mathbf{T} \rightarrow \mathbf{D}$$

$$3. D \rightarrow DTA b$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7. B \rightarrow D$$

Выполним замену края:

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2\_1. T \rightarrow DTA b$$

$$2\_2. T \rightarrow b$$

$$3. D \rightarrow DTA b$$

4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  **$B \rightarrow D$**

Выполним замену края:

1.  $T \rightarrow aD$
- 2\_1.  $T \rightarrow DTA b$
- 2\_2.  $T \rightarrow b$
3.  $D \rightarrow DTA b$
4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
- 7\_1.  $B \rightarrow DTA b$
- 7\_2.  $B \rightarrow b$

Получили грамматику  $G'_3$  без лишних символов,  $\varepsilon$ -правил и цепных правил:

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow DTA b$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DTA b$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow DTA b$
8.  $B \rightarrow b$

Обозначим нетерминалы грамматики: T, D, A, B как  $A_1, A_2, A_3, A_4$  соответственно.

1.  $A_1 \rightarrow aA_2$
2.  $A_1 \rightarrow A_2A_1A_3b$
3.  $A_1 \rightarrow b$
4.  $A_2 \rightarrow A_2A_1A_3b$
5.  $A_2 \rightarrow b$
6.  $A_3 \rightarrow A_4bb$
7.  $A_4 \rightarrow A_2A_1A_3b$
8.  $A_4 \rightarrow b$

Рассмотрим нетерминал  $A_1$ .

Правил вида  $A_1 \rightarrow A_0a$  не существует, следовательно замену края выполнять не будем.

Самолеворекурсивных правил для  $A_1$  также нет.

Рассмотрим нетерминал  $A_2$ .

Правил вида  $A_2 \rightarrow A_1a$  не существует, следовательно замену края выполнять не будем.

Для  $A_2$  существует самолеворекурсивное правило 4. Также существует несаморекурсивное правило 5. Заменим эти правила:

1.  $A_1 \rightarrow aA_2$

2.  $A_1 \rightarrow A_2A_1A_3b$
3.  $A_1 \rightarrow b$
9.  $A_2 \rightarrow bB_1$
10.  $B_1 \rightarrow A_1A_3bB_1$
11.  $B_1 \rightarrow \varepsilon$
6.  $A_3 \rightarrow A_4bb$
7.  $A_4 \rightarrow A_2A_1A_3b$
8.  $A_4 \rightarrow b$

Рассмотрим нетерминал  $A_3$ .

Правил вида  $A_3 \rightarrow A_2a$  не существует, следовательно замену края выполнять не будем.

Самолеворекурсивных правил для  $A_3$  также нет.

Рассмотрим нетерминал  $A_4$ .

Существует правило 7.  $A_4 \rightarrow A_2A_1A_3b$ , выполним замену края:

1.  $A_1 \rightarrow aA_2$
2.  $A_1 \rightarrow A_2A_1A_3b$
3.  $A_1 \rightarrow b$
9.  $A_2 \rightarrow bB_1$
10.  $B_1 \rightarrow A_1A_3bB_1$
11.  $B_1 \rightarrow \varepsilon$
6.  $A_3 \rightarrow A_4bb$
12.  $A_4 \rightarrow bB_1A_1A_3b$
8.  $A_4 \rightarrow b$

Искомая грамматика  $G_4$ :

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow DTA b$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow bB_1$
5.  $B_1 \rightarrow TAbB_1$
6.  $B_1 \rightarrow \varepsilon$
7.  $A \rightarrow Bbb$
8.  $B \rightarrow bB_1TA b$
9.  $B \rightarrow b$

**Вывод:** в ходе лабораторной работы изучили основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научились применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.