МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА» (БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

Лабораторная работа №3.1

по дисциплине: Дискретная математика тема: «Отношения и их свойства»

Выполнил: ст. группы ПВ-223 Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:

ст. пр. Рязанов Юрий Дмитриевич ст. пр. Бондаренко Татьяна Владимировна

Лабораторная работа №3.1

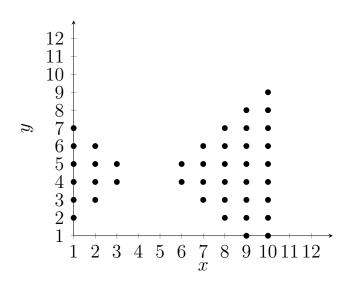
Отношения и их свойства Вариант 10

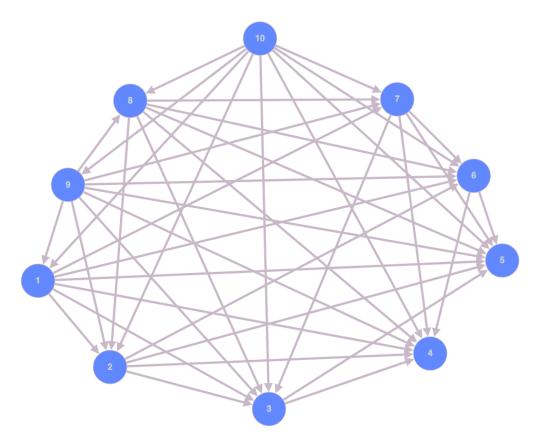
Цель работы: изучить способы задания отношений, операции над отношениями и свойства отношений, научиться программно реализовывать операции и определять свойства отношений.

Часть 1. Операции над отношениями

1.1. Представить отношения (см. "Варианты заданий", п.а) графиком, графом и матрицей.

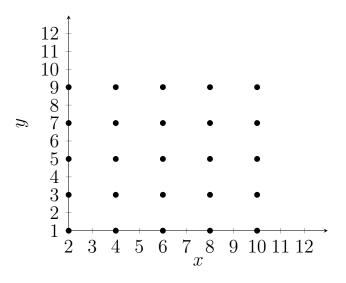
$$A = \{(x,y) | x \in N \ u \ y \in N \ u \ x < 11 \ u \ y < 11 \ u \ (x < y < (9-x) \ u \pi u \ (9-x) < y < x)\}$$

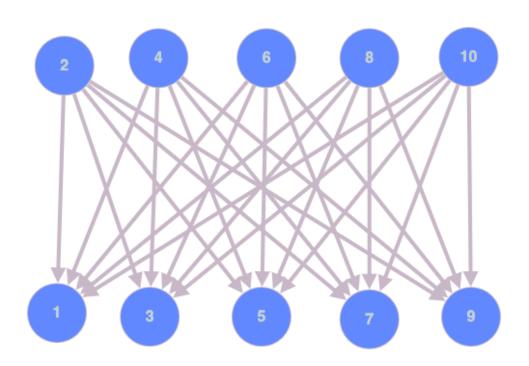




	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
2	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
7	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
8	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

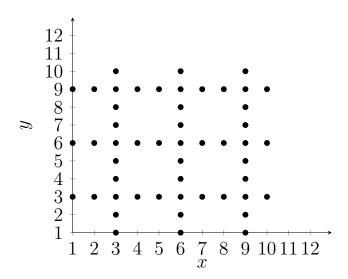
 $B = \{(x,y) | x \in N \ u \ y \in N \ u \ x < 11 \ u \ y < 11 \ u \ x$ - чётно $u \ y$ - нечётно $\}$

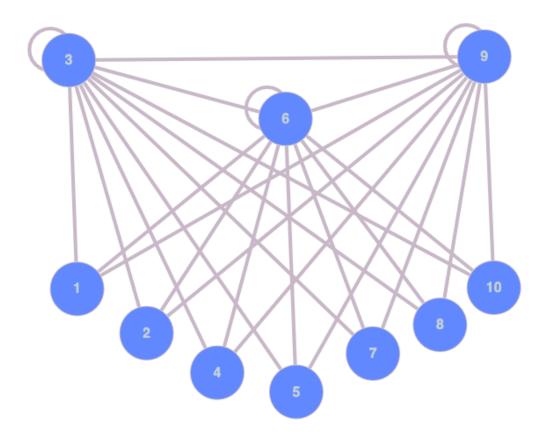




	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

 $C = \{(x,y)|x \in N \ u \ y \in N \ u \ x < 11 \ u \ y < 11 \ u \ x \cdot y$ кратно трём $\}$





	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
5	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
8	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

1.2. Вычислить значение выражения (см. "Варианты заданий", п.б) при заданных отношениях (см. "Варианты заданий", п.а). $D = A \circ B^2 - \overline{C} \cup C^{-1}$

$$D = A \circ B^2 - \overline{C} \cup C^{-1}$$

$$D = A \circ B \circ B - \frac{3}{C} \cup C^{-1}$$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ì	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Ì	2	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
	3	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Ì	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1) $A \circ B =$	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ì	6	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
	7	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Ì	8	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Ì	9	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
Ì	10	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
,		1	1	12	1	\		7	0	ΙΛ.	10

		1		J	4	J	U	/	O	7	10
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2) _1 \circ B =	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

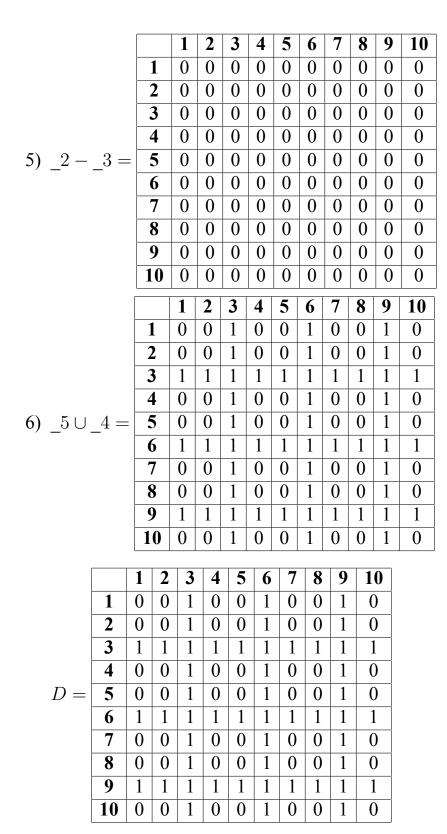
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3) $\overline{C} =$	5	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	8	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1

1

2 3 4 5 6

7 8 9

10



1.3. Написать программы, формирующие матрицы заданных отношений (см. "Варианты заданий", п.а). *main.cpp*

```
#include "../../libs/alg/alg.h"
bool predA(int x, int y) {
      return (x < y && y < (9 - x)) || ((9 - x) < y && y < x);
}
bool predB(int x, int y) {
    return x % 2 == 0 && y % 2 != 0;</pre>
```

```
bool predC(int x, int y) {
        return (x * y) % 3 == 0;
}
int main() {
        BoolMatrixRelation a(10, predA);
        std::cout << a << std::endl;

        BoolMatrixRelation b(10, predB);
        std::cout << b << std::endl;

        BoolMatrixRelation c(10, predC);
        std::cout << c << std::endl;
}</pre>
```

alg.h (объявление методов класса)

```
class BoolMatrixRelation
        private:
        std::vector<std::vector<bool>>> data;
        int size;
        public:
        BoolMatrixRelation(const int size, bool (*pred)(int, int));
        ~BoolMatrixRelation();
        friend std::ostream& operator<<(std::ostream& out, BoolMatrixRelation &val) {
                out << std::setw(3) << "" << " ";
                for (int i = 1; i <= val.size; i++) {</pre>
                        out << std::setw(3) << i << " ";
                out << "\n";
                for (int x = 0; x < val.size; x++) {
                        out << std::setw(3) << x + 1 << " ";
                        for (int y = 0; y < val.size; y++) {
                                 out << std::setw(3) << val.data[x][y] << " ";</pre>
                        out << "\n";
                }
                return out;
        }
};
```

task13.cpp (реализация методов класса)

```
#include "../alg.h"

BoolMatrixRelation::BoolMatrixRelation(const int size, bool (*pred)(int, int)) {
    this->size = size;

    for (int x = 1; x <= size; x++) {
        std::vector<bool> val;

        for (int y = 1; y <= size; y++) {
            val.push_back(pred(x, y));
        }

        this->data.push_back(val);
    }
}
BoolMatrixRelation::~BoolMatrixRelation() {}
```

Результат выполнения программы:

1.4. Программно реализовать операции над отношениями. Немного модифицируем класс BoolMatrixRelation. *alg.h* (объявление методов класca)

```
class BoolMatrixRelation
{
    private:
    std::vector<std::vector<bool>> data;
    int size;

    static BoolMatrixRelation getDefault() {
        return BoolMatrixRelation();
    }
}
```

```
public:
        BoolMatrixRelation(const int size, std::function<bool (int, int)> pred);
        BoolMatrixRelation() {
                this->size = 0;
        }
        ~BoolMatrixRelation();
        bool includes(BoolMatrixRelation b);
        bool equals(BoolMatrixRelation b);
        bool includesStrict(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation unite(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation intersect(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation diff(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation symDiff(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation non();
        BoolMatrixRelation transpose();
        BoolMatrixRelation compose(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation pow(int p);
        friend std::ostream& operator<<(std::ostream& out, BoolMatrixRelation &val) {</pre>
                out << std::setw(3) << "" << " ";
                for (int i = 1; i <= val.size; i++) {</pre>
                        out << std::setw(3) << i << " ";
                }
                out << "\n";
                for (int x = 0; x < val.size; x++) {
                        out << std::setw(3) << x + 1 << " ";
                        for (int y = 0; y < val.size; y++) {
                                out << std::setw(3) << val.data[x][y] << " ";</pre>
                        }
                        out << "\n";
                }
                return out;
       }
};
```

task13.cpp (реализация методов класса)

```
val.push_back(pred(x, y));
}
this->data.push_back(val);
}
BoolMatrixRelation::~BoolMatrixRelation() {}
```

task14.cpp (реализация методов класса)

```
#include "../alg.h"
bool BoolMatrixRelation::includes(BoolMatrixRelation b)
       if (this->size != b.size) return false;
       for (int i = 0; i < size; i++) {
                for (int j = 0; j < size; j++) {
                       if (data[i][j] && !b.data[i][j])
                        return false;
        }
        return true;
bool BoolMatrixRelation::equals(BoolMatrixRelation b)
       if (this->size != b.size) return false;
        for (int i = 0; i < size; i++) {
                for (int j = 0; j < size; j++) {
                        if (data[i][j] != b.data[i][j])
                        return false;
                }
        }
        return true;
bool BoolMatrixRelation::includesStrict(BoolMatrixRelation b)
        return (*this).includes(b) && !(*this).equals(b);
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::unite(BoolMatrixRelation b)
       if (this->size != b.size) return BoolMatrixRelation::getDefault();
        return BoolMatrixRelation(size, [this, &b](int x, int y) {
                return data[x - 1][y - 1] \mid | b.data[x - 1][y - 1];
       });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::intersect(BoolMatrixRelation b)
        if (this->size != b.size) return BoolMatrixRelation::getDefault();
```

```
return BoolMatrixRelation(size, [this, &b](int x, int y) {
                return data[x - 1][y - 1] && b.data[x - 1][y - 1];
        });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::diff(BoolMatrixRelation b)
       if (this->size != b.size) return BoolMatrixRelation::getDefault();
        return BoolMatrixRelation(size, [this, &b](int x, int y) {
                return data[x - 1][y - 1] && !b.data[x - 1][y - 1];
       });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::symDiff(BoolMatrixRelation b)
       if (this->size != b.size) return BoolMatrixRelation::getDefault();
        return BoolMatrixRelation(size, [this, &b](int x, int y) {
                return data[x - 1][y - 1] ^ b.data[x - 1][y - 1];
        });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::non()
        return BoolMatrixRelation(size, [this](int x, int y) {
                return !data[x - 1][y - 1];
       });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::transpose()
{
        return BoolMatrixRelation(size, [this](int x, int y) {
               return data[y - 1][x - 1];
       });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::compose(BoolMatrixRelation b)
        if (this->size != b.size) return BoolMatrixRelation::getDefault();
        return BoolMatrixRelation(size, [this, &b](int x, int y) {
                for (int z = 0; z < size; z++) {
                        if (data[x - 1][z] && b.data[z][y - 1])
                        return true;
                }
                return false;
       });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::pow(int p)
       if (p < 0) return transpose();</pre>
       if (p == 0) return BoolMatrixRelation(size, [](int x, int y){return x == y;});
       if (p == 1) return *this;
        BoolMatrixRelation lowP = pow(p - 1);
        return compose(lowP);
}
```

1.5. Написать программу, вычисляющую значение выражения (см. "Варианты заданий", п.б) и вычислить его при заданных отношениях (см. "Варианты заданий", п.а).

main.cpp

```
#include "../../libs/alg/alg.h"

bool predA(int x, int y) {
        return (x < y && y < (9 - x)) || ((9 - x) < y && y < x);
}

bool predB(int x, int y) {
        return x % 2 == 0 && y % 2 != 0;
}

bool predC(int x, int y) {
        return (x * y) % 3 == 0;
}

int main() {
        BoolMatrixRelation a(10, predA);
        BoolMatrixRelation b(10, predB);
        BoolMatrixRelation c(10, predC);
        BoolMatrixRelation d = (((a.compose(b)).compose(b)).diff(c.non())).unite(c.pow(-1));

        std::cout << d << std::end1;
}</pre>
```

Результат выполнения программы:

```
      Vlad@Mac-Pro-Vladislav bin % /Users/vlad/Desktop/C/discrete_math/build/bin/lab7_task15

      1
      2
      3
      4
      5
      6
      7
      8
      9
      10

      1
      0
      0
      1
      0
      0
      1
      0
      0
      1
      00

      2
      0
      0
      1
      0
      0
      1
      0
      0
      1
      0

      3
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      <t
```

Значение формулы D, вычисленное вручную, и результат выполненния программы совпали.

Часть 2. Свойства отношений

2.1. Определить основные свойства отношений (см. "Варианты заданий", п.а).

	A	В	C
Рефлексивность			
Антирефлексивность	+	+	
Симметричность			+
Антисимметричность	+	+	
Транзитивность	+	+	
Антитранзитивность		+	
Полнота			

2.2. Определить, являются ли заданные отношения отношениями толерантности, эквивалентности и порядка.

	A	В	C
Толерантно			
Эквивалентно			
Порядка	+	+	
Нестрогого порядка			
Строгого порядка	+	+	
Линейного порядка			
Нестрогого линейного порядка			
Строгого линейного порядка			

2.3. Написать программу, определяющую свойства отношения, в том числе толерантности, эквивалентности и порядка, и определить свойства отношений (см. "Варианты заданий", п.а). *main.cpp*

```
#include "../../libs/alg/alg.h"
bool predA(int x, int y) {
        return (x < y \&\& y < (9 - x)) \mid | ((9 - x) < y \&\& y < x);
bool predB(int x, int y) {
        return x % 2 == 0 && y % 2 != 0;
bool predC(int x, int y) {
        return (x * y) % 3 == 0;
void outputProperties(std::string name, BoolMatrixRelation a) {
        std::cout << "Properties for " << name << "\n";</pre>
        std::cout << "Is reflexive? " << a.isReflexive() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is antireflexive?" << a.isAntiReflexive() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is symmetric? " << a.isSymmetric() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is antisymmetric? " << a.isAntiSymmetric() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is transitive? " << a.isTransitive() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is antitransitive?" << a.isAntiTransitive() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is full? " << a.isFull() << "\n";
        std::cout << "Is tolerant? " << a.isTolerant() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is equivalent? " << a.isEquivalent() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is ordered? " << a.isOrdered() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is ordered non strict? " << a.isOrderedNonStrict() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is ordered strict? " << a.isOrderedStrict() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is ordered linear? " << a.isOrderedLinear() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is ordered linear non strict? " << a.isOrderedLinearNonStrict() << "\n";</pre>
        std::cout << "Is ordered linear strict?" << a.isOrderedLinearStrict() << "\n" << std::endl;</pre>
int main() {
        BoolMatrixRelation a(10, predA);
        BoolMatrixRelation b(10, predB);
```

```
BoolMatrixRelation c(10, predC);

outputProperties("A", a);
outputProperties("B", b);
outputProperties("C", c);
}
```

alg.h

```
class BoolMatrixRelation
        private:
        std::vector<std::vector<bool>>> data;
       int size;
       static BoolMatrixRelation getDefault() {
                return BoolMatrixRelation();
       }
        public:
        BoolMatrixRelation(const int size, std::function<bool (int, int)> pred);
        BoolMatrixRelation() {
                this->size = 0;
        ~BoolMatrixRelation();
        bool includes(BoolMatrixRelation b);
        bool equals(BoolMatrixRelation b);
        bool includesStrict(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation unite(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation intersect(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation diff(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation symDiff(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation non();
        BoolMatrixRelation transpose();
        BoolMatrixRelation compose(BoolMatrixRelation b);
        BoolMatrixRelation pow(int p);
        static BoolMatrixRelation getIdentity(int size);
        static BoolMatrixRelation getUniversum(int size);
        bool isEmpty();
        bool isReflexive();
        bool isAntiReflexive();
        bool isSymmetric();
        bool isAntiSymmetric();
        bool isTransitive();
        bool isAntiTransitive();
        bool isFull();
        bool isTolerant();
        bool isEquivalent();
        bool isOrdered();
```

```
bool isOrderedNonStrict();
        bool isOrderedStrict();
        bool isOrderedLinear();
        bool isOrderedLinearNonStrict();
        bool isOrderedLinearStrict();
        friend std::ostream& operator<<(std::ostream& out, BoolMatrixRelation &val) {</pre>
                out << std::setw(3) << "" << " ";
                for (int i = 1; i <= val.size; i++) {</pre>
                        out << std::setw(3) << i << " ";
                }
                out << "\n";
                for (int x = 0; x < val.size; x++) {
                        out << std::setw(3) << x + 1 << " ";
                        for (int y = 0; y < val.size; y++) {
                                out << std::setw(3) << val.data[x][y] << " ";
                        }
                        out << "\n";
                }
                return out;
       }
};
```

task23.cpp

```
#include "../alg.h"
bool BoolMatrixRelation::isEmpty() {
       for (int i = 0; i < size; i++) {
               for (int j = 0; j < size; j++) {
                       if (data[i][j]) return false;
               }
       }
       return true;
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::getIdentity(int size) {
       return BoolMatrixRelation(size, [](int x, int y) {
                return x == y;
       });
BoolMatrixRelation BoolMatrixRelation::getUniversum(int size) {
       return BoolMatrixRelation(size, [](int x, int y) {
               return true;
       });
}
bool BoolMatrixRelation::isReflexive()
{
```

```
return BoolMatrixRelation::getIdentity(size).includes(*this);
bool BoolMatrixRelation::isAntiReflexive()
        return (*this).intersect(BoolMatrixRelation::getIdentity(size)).isEmpty();
bool BoolMatrixRelation::isSymmetric()
        return (*this).equals((*this).pow(-1));
bool BoolMatrixRelation::isAntiSymmetric()
        return (*this).intersect((*this).pow(-1)).includes(BoolMatrixRelation::getIdentity(size));
bool BoolMatrixRelation::isTransitive()
        return ((*this).pow(2)).includes((*this));
bool BoolMatrixRelation::isAntiTransitive()
        return ((*this).pow(2)).intersect((*this)).isEmpty();
bool BoolMatrixRelation::isFull()
        return (*this).unite(BoolMatrixRelation::getIdentity(size)).unite((*this).pow(-
→ 1)).equals(BoolMatrixRelation::getUniversum(size));
bool BoolMatrixRelation::isTolerant()
        return isReflexive() && isSymmetric();
bool BoolMatrixRelation::isEquivalent()
        return isReflexive() && isSymmetric() && isTransitive();
bool BoolMatrixRelation::isOrdered()
{
        return isAntiSymmetric() && isTransitive();
bool BoolMatrixRelation::isOrderedNonStrict()
{
        return isOrdered() && isReflexive();
bool BoolMatrixRelation::isOrderedStrict()
{
        return isOrdered() && isAntiReflexive();
bool BoolMatrixRelation::isOrderedLinear()
        return isOrdered() && isFull();
bool BoolMatrixRelation::isOrderedLinearNonStrict()
{
        return isOrderedNonStrict() && isFull();
```

```
bool BoolMatrixRelation::isOrderedLinearStrict()
{
    return isOrderedStrict() && isFull();
}
```

Результат выполнения программы:

```
• vlad@Mac-Pro-Vladislav bin % /Users/vlad/Desktop/C/discrete_math/build/bin/lab7_task23
Properties for A
Is reflexive? 0
Is antireflexive? 1
Is symmetric? 0
Is antisymmetric? 1
Is transitive? 0
Is full? 0
Is full? 0
Is ordered? 1
Is ordered in on strict? 0
Is ordered strict? 1
Is ordered linear on strict? 0
Is ordered linear non strict? 0
Is ordered linear strict? 0
Is antisymmetric? 1
Is symmetric? 0
Is antisymmetric? 1
Is symmetric? 0
Is antisymmetric? 1
Is full? 0
Is ordered linear on strict? 0
Is ordered linear? 0
Is ordered? 1
Is ordered in on strict? 0
Is ordered linear? 0
Is ordered linear? 0
Is ordered linear on strict? 0
Is ordered linear? 0
Is ordered linear on strict? 0
```

Вывод: в ходе лабораторной работы изучили способы задания отношений, операции над отношениями и свойства отношений, научились программно реализовывать операции и определять свойства отношений.