МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

РГЗ

по дисциплине: Математическая логика и теория алгоритмов

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили: ст. пр. Куценко Дмитрий Александрович

Белгород 2023г.

РГЗ

1. (6.3) Вывести в исчислении высказываний: $A \to \overline{\overline{A}}$.

```
(* Задание 6.3

Проверим на то, что A -> ~~A непротиворечиво.*)

Theorem task1: forall A: Prop, A -> ~~A.

Proof.
intros.
tauto.
Qed.

(* Так как силлогизм A -> ~~A непротиворечив, можно добавить его в правила вывода
в натуральное исчисление высказываний. Можно использовать теорему task1
для доказательства *)

Goal forall A: Prop, A -> ~~A.

Proof.
intros.
apply task1.
exact H.
Qed.

(* Доказано. *)
```

2. (12.12) Доказать, что формула $\vdash \overline{A \wedge \overline{A}}$ выводима в исчислении высказываний.

```
(* Задание 12.12

Проверим то, что теорема (~(A /\ ~A)) тождественно истинна.*)

Axiom demorgan: forall A: Prop, ~A \/ A -> (~(A /\ ~A)).
Axiom noThird: forall A: Prop, True -> ~A \/ A.
Theorem task2: forall A: Prop, True -> (~(A /\ ~A)).

Proof.
intros.
apply demorgan.
apply noThird.
exact H.
Qed.

(* Теорема (~(A /\ ~A)) тождественно истинна,
а значит можно добавить её в качестве
аксиомы в аксиоматическое исчисление высказываний и
использовать для доказательства*)

Goal forall A: Prop, True -> ~(A /\ ~A).
```

```
Proof.
intros.
apply task2.
exact H.
Qed.

(* Доказано.*)
```

3. Построить выводы формулы $(A \wedge B) \rightarrow C \vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)$ в различных исчислениях высказываний

```
(* Задание 15.10

((A /\ B) -> C) -> (A -> (B -> C))
*)

Goal forall A B C: Prop, ((A /\ B) -> C) -> (A -> (B -> C)).

Axiom addImpl: forall A B C: Prop, ((A /\ B) -> C) -> (A /\ B) -> C.
Axiom remConj: forall A B: Prop, A -> B -> A /\ B.

Proof.
intros.
eapply addImpl.
- exact H.
- apply remConj.
  * exact H0.
  * exact H1.
Qed.

(* Доказано в натуральном исчислении высказываний. *)
```

4. (20.11 - задание 20.10 было заменено из-за невозможности доказать его в Coq. см. здесь.) Доказать $\exists x A(x) \vdash \overline{\forall x \overline{A(x)}}$ в исчислении предикатов.

```
(* Задание 20.11

exists A(x) -> ~(forall (~A x))
*)



Section Task4.
Variable A : nat -> Prop.
Theorem task4: (exists x, A x) -> ~(forall y, ~A y).
Proof.
  intros H1 H2.
  destruct H1 as [y H3].
  apply H2 in H3.
  contradiction.
```

```
Qed.
End Task4.

(* Доказано. *)
```