

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**  
**(БГТУ им. В.Г. Шухова)**



**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

**РГЗ**

по дисциплине: Математическая логика и теория алгоритмов

Выполнил: ст. группы ПВ-223  
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили: асс. Солонченко Роман  
Евгеньевич

Белгород 2023г.

## РГЗ

### 1. (6.3) Вывести в исчислении высказываний: $A \rightarrow \overline{\overline{A}}$ .

```
(* Задание 6.3

Проверим на то, что  $A \rightarrow \sim\sim A$  непротиворечиво.*)

Theorem task1: forall A: Prop, A ->  $\sim\sim A$ .

Proof.
intros.
tauto.
Qed.

(* Так как силлогизм  $A \rightarrow \sim\sim A$  непротиворечив, можно добавить его в правила вывода
в натуральное исчисление высказываний. Можно использовать теорему task1
для доказательства *)

Goal forall A: Prop, A ->  $\sim\sim A$ .

Proof.
intros.
apply task1.
exact H.
Qed.

(* Доказано. *)
```

### 2. (12.12) Доказать, что формула $\vdash \overline{\overline{A \wedge \overline{A}}}$ выводима в исчислении высказываний.

```
(* Задание 12.12

Проверим то, что теорема  $(\sim(A \wedge \sim A))$  тождественно истинна.*)

Axiom demorgan: forall A: Prop,  $\sim A \vee A \rightarrow (\sim(A \wedge \sim A))$ .
Axiom noThird: forall A: Prop,  $\text{True} \rightarrow \sim A \vee A$ .
Theorem task2: forall A: Prop,  $\text{True} \rightarrow (\sim(A \wedge \sim A))$ .

Proof.
intros.
apply demorgan.
apply noThird.
exact H.
Qed.

(* Теорема  $(\sim(A \wedge \sim A))$  тождественно истинна,
а значит можно добавить её в качестве
аксиомы в аксиоматическое исчисление высказываний и
использовать для доказательства*)

Goal forall A: Prop,  $\text{True} \rightarrow \sim(A \wedge \sim A)$ .
```

```

Proof.
intros.
apply task2.
exact H.
Qed.

```

(\* Доказано. \*)

### 3. Построить выводы формулы $(A \wedge B) \rightarrow C \vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)$ в различных исчислениях высказываний

```

(* Задание 15.10

((A /\ B) -> C) -> (A -> (B -> C))
*)

Goal forall A B C: Prop, ((A /\ B) -> C) -> (A -> (B -> C)).

Axiom addImpl: forall A B C: Prop, ((A /\ B) -> C) -> (A /\ B) -> C.
Axiom remConj: forall A B: Prop, A -> B -> A /\ B.

Proof.
intros.
eapply addImpl.
- exact H.
- apply remConj.
  * exact H0.
  * exact H1.
Qed.

(* Доказано в натуральном исчислении высказываний. *)

```

### 4. (20.11 - задание 20.10 было заменено из-за невозможности доказать его в Coq. см. здесь.) Доказать $\exists x A(x) \vdash \overline{\forall x A(x)}$ в исчислении предикатов.

```

(* Задание 20.11

exists A(x) -> ~(forall (~A x))
*)

Section Task4.
Variable A : nat -> Prop.
Theorem task4: (exists x, A x) -> ~(forall y, ~A y).
Proof.
  intros H1 H2.
  destruct H1 as [y H3].
  apply H2 in H3.
  contradiction.

```

Qed.

End Task4.

(\* Доказано. \*)

---