

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных
систем

Лабораторная работа №2

по дисциплине: Информатика

тема: «Арифметические операции над числами в двоичной системе
счисления
(сложение и вычитание)»

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили: ст. пр.
Бондаренко Т. В.

Белгород 2022 г.

Цель работы: изучить способы перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую; способы представления знаковых чисел в прямом, обратном и дополнительном коде; способы выполнения арифметических операций сложение и вычитание над числами в двоичной системе счисления.

Вариант № 9 ПВ-223

Задания к работе:

1. Выполнить перевод десятичных целых знаковых чисел А и В в двоичную систему счисления (действия по переводу выполнять «вручную», записывать последовательность выполненных действий полностью). Выполнить операции сложения ($A + B$) и вычитания ($A - B$) над двоичными числами, представленными в обратном коде. Результаты представить в прямом и дополнительном коде, в десятичной системе счисления и в системе счисления с основанием 8. Выполнить сложение и вычитание чисел А и В в десятичной системе и сравнить с полученными результатами.

2. Выполнить перевод десятичных целых знаковых чисел С и D в двоичную систему (действия по переводу выполнять «вручную», записывать последовательность выполненных действий полностью). Выполнить операции сложения ($C + D$) и вычитания ($C - D$) над двоичными числами, представленными в дополнительном коде. Результаты представить в прямом и обратном кодах, в десятичной системе и в системе счисления с основанием 16. Выполнить сложение и вычитание чисел С и D в десятичной системе и сравнить с полученными результатами.

3. Выполнить перевод десятичных вещественных чисел G и H в двоичную систему (действия выполнять «вручную», записывать последовательность выполненных действий полностью). Выполнить над числами операции сложения ($G + H$) и вычитания ($G - H$) в двоичной форме. Выполнить сложение и вычитание чисел G и H в десятичной системе и сравнить с полученными результатами (точность 0,0001). Замечание. Действия над числами в двоичной системе счисления выполнять «в столбик» с указанием единиц переноса, записывать соответствующие разряды операндов строго друг под другом.

4. Разработать программу, моделирующую выполнение основных арифметических операций сложение и вычитание над числами, представленными в p -ой системе счисления, $p = 2, 8, 16$.

Задание 1 (A = 219, B = -611)

$$\begin{array}{r}
 219 \quad | \quad 2 \\
 - 218 \quad | \quad - \quad 109 \quad | \quad 2 \\
 \hline 1 \quad | \quad - \quad 108 \quad | \quad - \quad 54 \quad | \quad 2 \\
 \hline \quad | \quad 1 \quad | \quad - \quad 54 \quad | \quad - \quad 27 \quad | \quad 2 \\
 \hline \quad | \quad \quad | \quad 0 \quad | \quad - \quad 26 \quad | \quad - \quad 13 \quad | \quad 2 \\
 \hline \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad 1 \quad | \quad - \quad 12 \quad | \quad - \quad 6 \quad | \quad 2 \\
 \hline \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad 1 \quad | \quad - \quad 6 \quad | \quad - \quad 3 \quad | \quad 2 \\
 \hline \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad 0 \quad | \quad - \quad 2 \quad | \quad 1 \\
 \hline \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad | \quad 1
 \end{array}$$

$219_{10} = 0'11011011_2$ (Прямой код)

k	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2^k	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
C = 611	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
	$C < 2^{10}$	$C \geq 2^9$ $C = 611 - 512 = 99$	$C < 2^8$	$C < 2^7$	$C \geq 2^6$ $C = 99 - 64 = 35$	$C \geq 2^5$ $C = 35 - 32 = 3$	$C < 2^4$	$C < 2^3$	$C < 2^2$	$C \geq 2^1$ $C = 3 - 2 = 1$	$C \geq 2^0$ $C = 1 - 1 = 0$

$-611_{10} = 1'1001100011_2$ (Прямой код)

		Знаковый бит	Значащие биты числа									
Число A = 219	ПК	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
	ОК	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
	ДК	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
Число B = -611	ПК	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
	ОК	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
	ДК	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1

		Знаковый бит	Значащие биты числа									
A = 219	ОК	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
B = -611	ОК	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
A + B	ОК	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
	ПК	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
	$1'0110001000_2 = -392_{10}$											

$$\begin{array}{r|l}
 392 & 8 \\
 - 392 & 49 \\
 \hline
 0 & - 48 \\
 & 1 \\
 & 6
 \end{array}$$

$$-392_{10} = -610_8$$

Проверка:

$219 + (-611) = -392$. Результаты сложения в двоичной системе и в десятичной системе совпали, действие сложения выполнено верно.

$$A - B = A + (-B)$$

		Знаковый бит	Значащие биты числа										
Число B = -611	ПК	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	
	ОК	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	
	ДК	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	
Число -B = 611	ПК	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	
	ОК	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	
	ДК	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	

		Знаковый бит	Значащие биты числа										
A = 219	ОК	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	
-B = 611	ОК	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	
A - B (A + (-B))	ОК	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	
	ПК	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	
	$0'1100111110_2 = 830_{10}$												

$$\begin{array}{r|l}
 830 & 8 \\
 - 824 & 103 \\
 \hline
 6 & - 96 \\
 & 7 \\
 & 12 \\
 & 8 \\
 & 4
 \end{array}$$

$$830_{10} = 1476_8$$

$219 - (-611) = 830$. Результаты вычитания в двоичной системе и в десятичной системе совпали, действие сложения выполнено верно.

Задание 2 (C = 336, D = -815)

$$\begin{array}{r}
 336 \overline{) 2} \\
 \underline{336} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 168 \overline{) 2} \\
 \underline{168} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 84 \overline{) 2} \\
 \underline{84} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 42 \overline{) 2} \\
 \underline{42} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 21 \overline{) 2} \\
 \underline{20} \\
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10 \overline{) 2} \\
 \underline{10} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \overline{) 2} \\
 \underline{4} \\
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2 \overline{) 1} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

$$336_{10} = 0'101010000_2 \text{ (Прямой код)}$$

k	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2^k	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
C = 815	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
	$C < 2^{10}$	$C \geq 2^9$ $C = 815 - 512 = 303$	$C \geq 2^8$ $C = 303 - 256 = 47$	$C < 2^7$	$C < 2^6$	$C \geq 2^5$ $C = 47 - 32 = 15$	$C < 2^4$	$C \geq 2^3$ $C = 15 - 8 = 7$	$C \geq 2^2$ $C = 7 - 4 = 3$	$C \geq 2^1$ $C = 3 - 2 = 1$	$C \geq 2^0$ $C = 1 - 1 = 0$

$$-815_{10} = 1'1100101111_2 \text{ (Прямой код)}$$

		Знаковый бит	Значащие биты числа									
Число A = 336	ПК	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
	ОК	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
	ДК	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
Число B = -815	ПК	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
	ОК	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
	ДК	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1

		Знаковый бит	Значащие биты числа									
A = 336	ДК	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
B = -815	ДК	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
A + B	ДК	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	ОК	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	ПК	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
	$1'111011111_2 = -479_{10}$											

$$\begin{array}{r|l}
 479 & 16 \\
 - 464 & \begin{array}{r|l} & 29 \\ \hline & 16 \end{array} & \begin{array}{r|l} & 8 \\ \hline & 1 \end{array} \\
 \hline
 \mathbf{F} & & \mathbf{D}
 \end{array}$$

$$-479_{10} = -1DF_{16}$$

$336 + (-815) = -479$. Результаты сложения в двоичной системе и в десятичной системе совпали, действие сложения выполнено верно.

$$A - B = A + (-B)$$

		Знаковый бит	Значащие биты числа											
Число B = -815	ПК	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	ОК	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
	ДК	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
Число -B = 815	ПК	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	ОК	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
	ДК	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1

		Знаковый бит	Значащие биты числа											
A = 336	ДК	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
-B = 815	ДК	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
A - B (A + (-B))	ДК	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	ОК	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	ПК	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	0'100011111111 ₂ = 1151 ₁₀													

$$\begin{array}{r|l}
 1151 & 16 \\
 - 1136 & \begin{array}{r|l} & 71 \\ \hline & 64 \end{array} & \begin{array}{r|l} & 8 \\ \hline & 4 \end{array} \\
 \hline
 \mathbf{F} & & \mathbf{7}
 \end{array}$$

$$1151_{10} = 47F_{16}$$

$336 - (-815) = 1151$. Результаты вычитания в двоичной системе и в десятичной системе совпали, действие сложения выполнено верно

Задание 3 ($G = -38,625$, $H = -13,3125$)

Переведём целую часть чисел G и H

$$\begin{array}{r}
 38 \overline{) 2} \\
 \underline{38} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 19 \overline{) 2} \\
 \underline{18} \\
 1
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 9 \overline{) 2} \\
 \underline{8} \\
 1
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 4 \overline{) 2} \\
 \underline{4} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 2 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 2 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 2} \\
 \underline{12} \\
 1
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 6 \overline{) 2} \\
 \underline{6} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 3 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 1
 \end{array}$$

И дробную

0,625	*2
1,25	*2
0,5	*2
1	

0,3125	*2
0,625	*2
1,25	*2
0,5	*2
1	

$$-38,625_{10} = -100110.101_2$$

$$-13,3125_{10} = -1101.0101_2$$

$$G + H = -(-G) + (-(-H)) = -((-G) + (-H))$$

$$-H = 100110.101_2$$

$$-G = 1101.0101_2$$

-G	+	1	0	0	1	1	0	.	1	0	1	0
-H		0	0	1	1	0	1	.	0	1	0	1
$(-G) + (-H)$	+	1	1	0	0	1	1	.	1	1	1	1
$-((-G) + (-H))$ или $G + H$	-	1	1	0	0	1	1	.	1	1	1	1

$$-110011.1111_2 = -(2^5 + 2^4 + 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4}) = -51.9375_{10}$$

$(-38.625) + (-13.3125) = -51.9375$. Результаты сложения в двоичной системе и в десятичной системе совпали, действие сложения выполнено верно.

$$G - H = -(-G) - (-(-H)) = -((-G) - (-H))$$

-G	-	1	0	0	1	1	0	.	1	0	1	0
-H		0	0	1	1	0	1	.	0	1	0	1
$(-G) - (-H)$	+	0	1	1	0	0	1	.	0	1	0	1
$-((-G) - (-H))$ или $G + H$	-	0	1	1	0	0	1	.	0	1	0	1

$$-11001.0101_2 = -(2^4 + 2^3 + 2^0 + 2^{-2} + 2^{-4}) = -25.3125_{10}$$

$(-38.625) - (-13.3125) = -25.3125$. Результаты вычитания в двоичной системе и в десятичной системе совпали, действие сложения выполнено верно.

4. Программа (на JavaScript, доб. взаимодействие через HTML).

Входные данные	Ожидаемый результат
$A = 1101\ 1011_2,$ $B = -1143_8, A+B$	$1'0110001000_2(\text{ПК}) =$ $1'1001110111_2(\text{ОК}) =$ $1'1001111000_2(\text{ДК}) =$ $-610_8 = -392_{10} = -188_{16}$
$A = 219_{10},$ $B = -263_{16}, A-B$	$0'110001000_2(\text{ПК}, \text{ОК}, \text{ДК}) =$ $1476_8 = 830_{10} = 33E_{16}$
$A = 520_8,$ $B = -11\ 0010\ 1111_2,$ $A+B$	$1'0111011111_2(\text{ПК}) =$ $1'1000100000_2(\text{ОК}) =$ $1'1000100001_2(\text{ДК}) =$ $-737_8 = -479_{10} = -1DF_{16}$
$A = 336_{10},$ $B = -32F_{16}, A-B$	$0'10001111111_2(\text{ПК}, \text{ОК}, \text{ДК}) =$ $2177_8 = 1151_{10} = 47F_{16}$

```

<html lang="ru">
<head>
  <script defer>
    function toDec(num, p) {
      let resNum = 0;
      let numLen = num.toString().length;
      for (let i = 0; i < numLen; i++) {
        let currChar = num[numLen - i - 1];
        let addN = currChar >= 'A' ?
          num.charCodeAt(numLen - i - 1) - 65 + 10 :
          num.charCodeAt(numLen - i - 1) - 48;
        if (addN >= p) throw new Error("Invalid base");
        resNum += (p ** i) * (addN);
      }
      return resNum;
    }

    function toOtherP(num, p, toWhichP) {
      let decNum = parseInt(toDec(num, p));
      let result = "";
      while (decNum !== 0) {
        let addN = Math.floor(decNum % toWhichP);
        if (addN > 9) {
          addN = String.fromCharCode(55 + addN);
        }
        result += (addN).toString();
        decNum = Math.floor(decNum / toWhichP);
      }
      return [...result].reverse().join("");
    }

    function asAddCodeBoth(num1, p1, num2, p2) {
      num1Abs = num1.startsWith("-") ? num1.substring(1) : num1;

```

```

    num2Abs = num2.startsWith("-") ? num2.substring(1) : num2;
    let bin1 = toOtherP(num1Abs, p1, 2);
    let bin2 = toOtherP(num2Abs, p2, 2);
    let l = Math.max(bin1.length, bin2.length) + 2

    while (bin1.length < l) {
        bin1 = "0" + bin1;
    }

    while (bin2.length < l) {
        bin2 = "0" + bin2;
    }

    if (num1 < 0) {
        bin1 = notBin(bin1);
        bin1 = toDec(bin1, 2);
        bin1 += 1;
        bin1 = toOtherP(bin1.toString(), 10, 2);
    }

    if (num2 < 0) {
        bin2 = notBin(bin2);
        bin2 = toDec(bin2, 2);
        bin2 += 1;
        bin2 = toOtherP(bin2.toString(), 10, 2);
    }
    return {bin1, bin2};
}

function notBin(n) {
    ans = ""
    for (let i of n) {
        ans += i === "0" ? "1" : "0";
    }
    return ans;
}

function add(num1, p1, num2, p2) {
    let res = asAddCodeBoth(num1, p1, num2, p2);
    let num1Add = res.bin1;
    let num2Add = res.bin2;
    num1Add = [...num1Add].reverse().join("");
    num2Add = [...num2Add].reverse().join("");

    let resNum = [];
    let overflow = 0;

    for (let i = 0; i < num1Add.length; i++) {
        let k = Number.parseInt(num1Add.at(i), 10) +
Number.parseInt(num2Add.at(i)) + overflow;
        resNum.push(k % 2);
        overflow = Math.max(Math.floor(k / 2), 0);
    }

    resNum = [...resNum].reverse().join("");
    if (resNum.startsWith("1")) {

```

```

        resNum = Number.parseInt(resNum, 2);
        resNum -= 1;
        resNum = toOtherP(resNum.toString(), 10, 2);
        resNum = notBin(resNum);
        return Number.parseInt("-" + resNum, 2);
    } else return Number.parseInt(resNum, 2);
}

function compute(num1, p1, num2, p2, operation) {
    switch (operation) {
        case "+":
            return add(num1, p1, num2, p2);
            break;
        case "-":
            if (num2.startsWith("-")) return add(num1, p1,
num2.substring(1), p2);
            else return add(num1, p1, "-" + num2, p2);
            break;
        default:
            throw new Error("Unknown operation");
    }
}

function printResult(deNum, p) {
    let decNum = deNum.toString().replaceAll("-", "");
    let result = "<p>Число в ПК: " + (deNum < 0 ? "-" : "") +
toOtherP(decNum, 10, 2) + "</p>";
    result += "<p>Число в ОК: " + (deNum < 0 ? ("1`1" +
notBin(toOtherP(decNum, 10, 2))) : ("0`" + toOtherP(decNum, 10, 2))) +
"</p>";
    result += "<p>Число в ДК: " + (deNum < 0 ? ("1`" +
toOtherP((Number.parseInt("1" + notBin(toOtherP(decNum, 10, 2))), 2) +
1).toString(), 10, 2)) : ("0`" + toOtherP(decNum, 10, 2))) + "</p>";
    result += "<p>Число в указанной системе счисления: " + (deNum < 0
? "-" : "") + toOtherP(decNum, 10, p) + "<sub>" + p + "</sub>" + "</p>";
    return result;
}

document.addEventListener('DOMContentLoaded', function () {

    document.querySelector("form").addEventListener("submit", (ev) =>
{
    ev.preventDefault();

    const eventData = new FormData(ev.target);
    let num1, p1, op, num2, p2, endp;
    for (let val of [...eventData.entries()]) {
        switch (val[0]) {
            case "num1":
                num1 = val[1];
                break;
            case "p1":
                p1 = Number.parseInt(val[1]);
                break;
            case "operation":

```

```

        op = val[1];
        break;
    case "num2":
        num2 = val[1];
        break;
    case "p2":
        p2 = Number.parseInt(val[1]);
        break;
    case "endp":
        endp = Number.parseInt(val[1]);
        break;
    }
}

document.querySelector(".result").innerHTML =
printResult(compute(num1.toString(), p1, num2.toString(), p2, op), endp);
});
</script>
<title>Лаба по инфе №2, задание 4</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=utf-8">
</head>
<body>
<form style="display: flex; align-items: center">
    <div style="margin: 20px">
        <div>Число: <input name="num1"></div>
        <div>Основание: <select name="p1">
            <option value="2">
                2
            </option>
            <option value="8">
                8
            </option>
            <option value="10">
                10
            </option>
            <option value="16">
                16
            </option>
        </select>
    </div>
    <div>
        <select name="operation" style="margin: 20px">
            <option value="+">+</option>
            <option value="-">-</option>
        </select>
        <div style="margin: 20px">
            <div>Число: <input name="num2"></div>
            <div>Основание: <select name="p2">
                <option value="2">
                    2
                </option>
                <option value="8">
                    8
                </option>
                <option value="10">
                    10
                </option>
            </select>
        </div>
    </div>
</div>

```

```

        10
        </option>
        <option value="16">
        16
        </option>
    </select>
</div>
</div>
<div><input type="submit" aria-valuetext="Посчитать" value="Посчитать"> и
вывести результат в <select name="endp">
    <option value="2">
    2
    </option>
    <option value="8">
    8
    </option>
    <option value="10">
    10
    </option>
    <option value="16">
    16
    </option>
</select>-ричной системе счисления.</div>
</form>
<div class="result"></div>
</div>
</body>
</html>

```

Вывод: в ходе лабораторной работы изучили способы перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую; способы представления знаковых чисел в прямом, обратном и дополнительном коде; способы выполнения арифметических операций сложение и вычитание над числами в двоичной системе счисления.