МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Лабораторная работа №3

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков
тема: «Регулярные языки и конечные распознаватели»

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:
ст. пр. Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

Лабораторная работа №3

Регулярные языки и конечные распознаватели

Вариант 8

Цель работы: изучить основные способы задания регулярных языков, способы построения, алгоритмы преобразования, анализа и реализации конечных распознавателей.

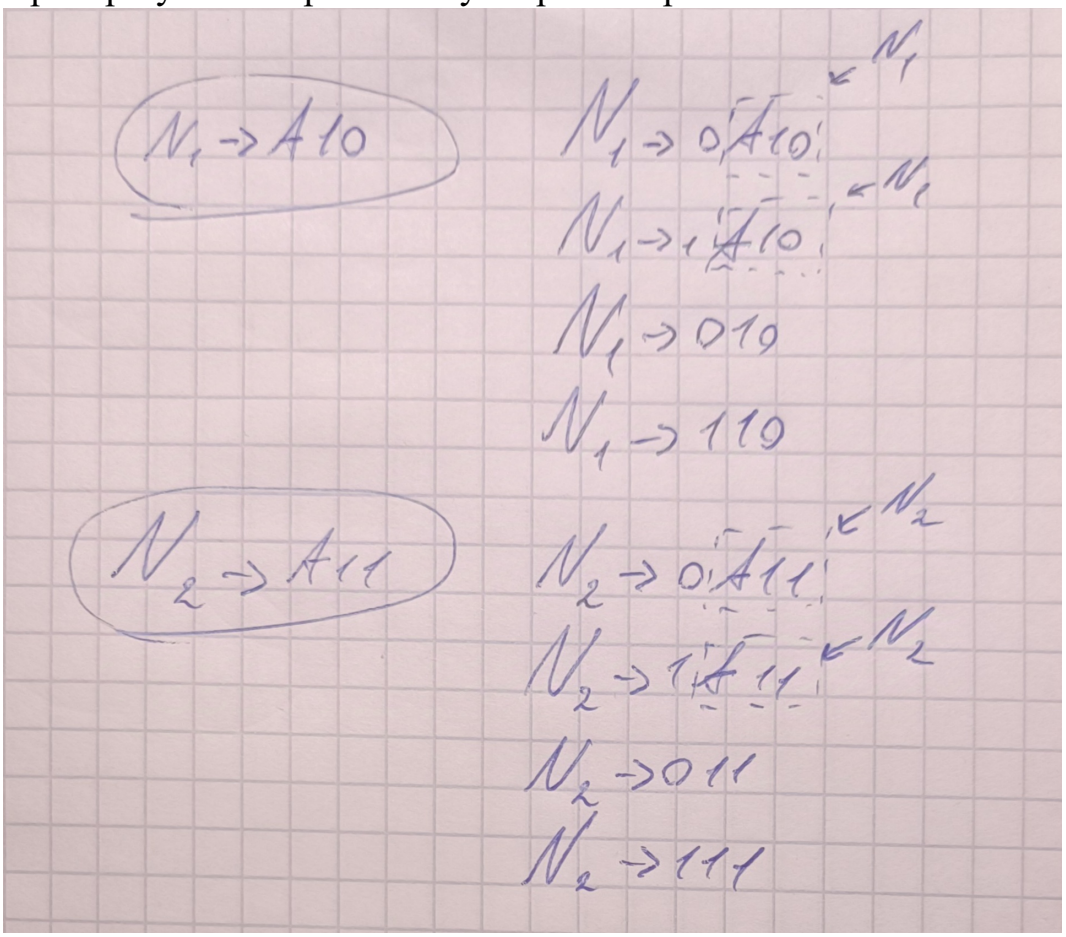
1. Язык L_1 в алфавите $\{0, 1\}$, представляющий собой множество цепочек, в которых на предпоследнем месте стоит единица, задан грамматикой:
   S → A10
   S → A11
   A → 0A
   A → 1A
   A → ε
   Построить детерминированный конечный распознаватель языка L_1.

   Преобразуем заданную грамматику к автоматной правосторонней. Сейчас она является КС-грамматикой.
   Приведём грамматику и устраним левую рекурсию.
   Лишних символов в грамматике нет.
   В грамматике есть ε-правило. Исключим его.
   S → A10
   S → 10
   S → A11
   S → 11
   A → 0A
   A → 0
   A → 1A
   A → 1
   Цепных правил в грамматике нет.
   Левой рекурсии в грамматике также нет.
   Грамматика приведена, а также в ней нет левой рекурсии.
   Преобразуем грамматику к такому виду, что каждое правило будет начинаться с терминала:

   S → 0A10
   S → 1A10
   S → 010
   S → 110
   S → 0A11
   S → 1A11
   S → 011
   S → 111
   A → 0A
   A → 1A

A → 0
A → 1
S → 10
S → 11

Преобразуем КС-грамматику к правосторонней:



S → $0N_1$
S → $1N_1$
S → 010
S → 110
S → $0N_2$
S → $1N_2$
S → 011
S → 111
A → 0A
A → 1A
A → 0
A → 1
S → 10
S → 11
N_1 → $0N_1$
N_1 → $1N_1$
N_1 → 010
N_1 → 110
N_2 → $0N_2$

$N_2 \to 1N_2$
$N_2 \to 011$
$N_2 \to 111$

Исключим лишние символы:
S $\to 0N_1$
S $\to 1N_1$
S $\to 010$
S $\to 110$
S $\to 0N_2$
S $\to 1N_2$
S $\to 011$
S $\to 111$
S $\to 10$
S $\to 11$
$N_1 \to 0N_1$
$N_1 \to 1N_1$
$N_1 \to 010$
$N_1 \to 110$
$N_2 \to 0N_2$
$N_2 \to 1N_2$
$N_2 \to 011$
$N_2 \to 111$

Получили правостороннюю грамматику. Теперь преобразуем её к автоматной правосторонней грамматике. Введём нетерминалы: $N_3 \to 1$, $N_4 \to 0$, $N_5 \to 1N_3$, $N_6 \to 1N_4$, $N_7 \to \varepsilon$ и выполним замену там, где это требуется:

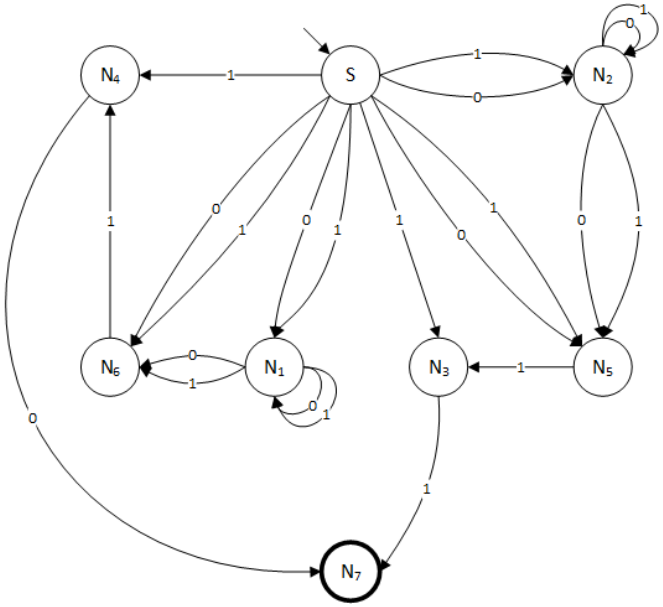
S $\to 0N_1$
S $\to 1N_1$
S $\to 0N_6$
S $\to 1N_6$
S $\to 0N_2$
S $\to 1N_2$
S $\to 0N_5$
S $\to 1N_5$
S $\to 1N_4$
S $\to 1N_3$
$N_1 \to 0N_1$
$N_1 \to 1N_1$
$N_1 \to 0N_6$
$N_1 \to 1N_6$
$N_2 \to 0N_2$
$N_2 \to 1N_2$
$N_2 \to 0N_5$

$N_2 \to 1N_5$
$N_3 \to 1N_7$
$N_4 \to 0N_7$
$N_5 \to 1N_3$
$N_6 \to 1N_4$
$N_7 \to \varepsilon$

Теперь можем построить распознаватель по КС-грамматике:

	↓							1
	S	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
1	$N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6$	N_1, N_6	N_2, N_5	N_7		N_3	N_4	
0	N_1, N_2, N_5, N_6	N_1, N_6	N_2, N_5		N_7			

Получение недетерминированного конечного распознавателя:

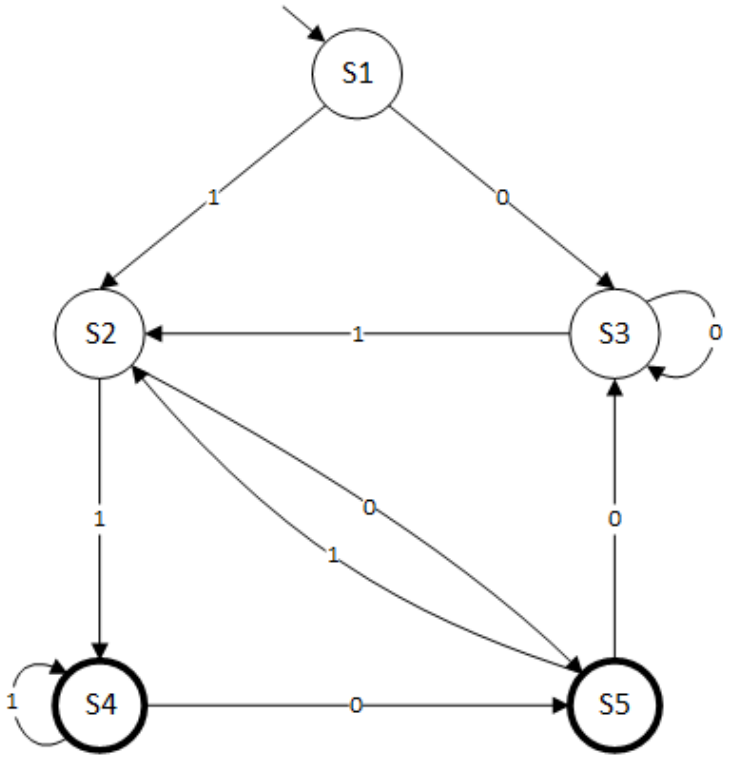


Распознаватель недетерминированный, преобразуем его к детерминированному.
ε-переходов в распознаввателе нет.
Преобразуем недетерминированный конечный распознаватель в детерминированный:

	{S}	$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6\}$	$\{N_1, N_2, N_5, N_6\}$	$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7\}$	$\{N_1, N_2, N_5, N_6, N_7\}$
1	$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6\}$	$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7\}$	$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6\}$	$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7\}$	$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6\}$
0	$\{N_1, N_2, N_5, N_6\}$	$\{N_1, N_2, N_5, N_6, N_7\}$	$\{N_1, N_2, N_5, N_6\}$	$\{N_1, N_2, N_5, N_6, N_7\}$	$\{N_1, N_2, N_5, N_6\}$

	↓			1	1
	S1	S2	S3	S4	S5
1	S2	S4	S2	S4	S2
0	S3	S5	S3	S5	S3

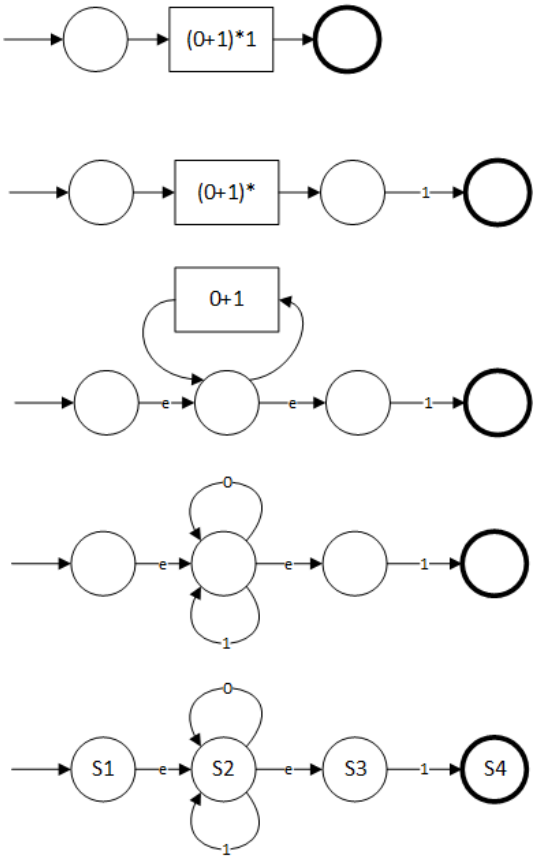
Переход к детерминированному распознавателю



Построили детерминированный конечный распознаватель языка L_1.

2. Язык L_2 в алфавите $\{0, 1\}$, представляющий собой множество цепочек, в которых на последнем месте стоит единица, задан регулярным выражением:
(0+1)*1
Построить детерминированный конечный распознаватель языка L_2.
Для начала построим конечный недетерминированный распознаватель языка:

Получение недетерминированного конечного распознавателя:



Данный распознаватель языка не является детерминированным, так как он содержит ε-переходы. Преобразуем данный конечный распознаватель языка в детерминированный:

	↓			1
	S1	S2	S3	S4
1		S2	S4	
0		S2		
ε	S2	S3		

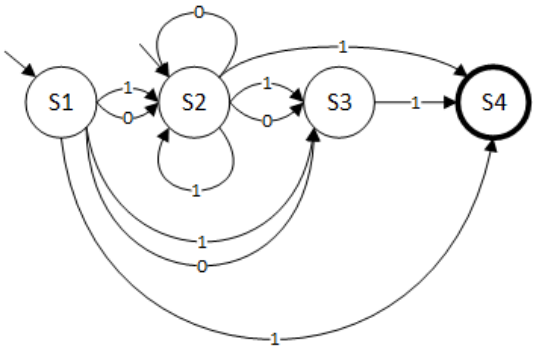
Удалим ε-переходы:

ε-замыкания: ε(S1) = {S1, S2, S3}, ε(S2) = {S2, S3}, ε(S3) = {S3}, ε(S4) = {S4}

	↓	↓		1
	ε(S1) {S1, S2, S3}	ε(S2) {S2, S3}	ε(S3) {S3}	ε(S4) {S4}
1	ε(S2), ε(S4)	ε(S2), ε(S4)	ε(S4)	
0	ε(S2)	ε(S2)		

	↓	↓		1
	S1	S2	S3	S4
1	S2, S3, S4	S2, S3, S4	S4	
0	S2, S3	S2, S3		

Устранение ε-переходов



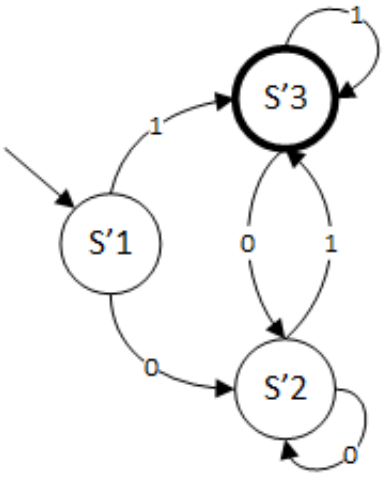
Преобразуем недетерминированный конечный распознаватель в детерминированный:

	{S1, S2}	{S2, S3}	{S2, S3, S4}
1	{S2, S3, S4}	{S2, S3, S4}	{S2, S3, S4}
0	{S2, S3}	{S2, S3}	{S2, S3}

Обозначим множества состояний как S'1, S'2, S'3...
S'1 обозначим как начальное состояние, солгасно алгоритму, а S'3 обозначим как допускающее состояние, так как множество $\{S2, S3, S4\}$ включает в себя допускающее состояние S4.

	↓		1
	S'1	S'2	S'3
1	S'3	S'3	S'3
0	S'2	S'2	S'2

Переход к детерминированному распознавателю



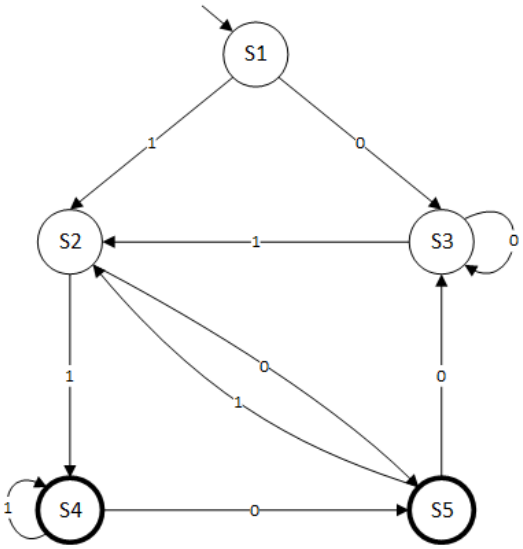
Построили детерминированный конечный распознаватель языка L_2.

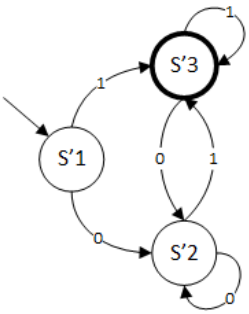
3. Построить минимальный детерминированный конечный распознаватель языка L_3 в алфавите {0,1}, представляющий собой множество цепочек, в которых хотя бы на одной из последних двух позиций стоит единица.

   Можно отметить, что язык L_1 в алфавите {0, 1} содержит цепочки, которые оканчиваются на 10 или 11. Язык не эквивалентен L_3, так как он не учитывает цепочки, которые содержат только 1 или оканчиваются на 01. А язык L_2 в алфавите {0, 1} содержит цепочки, которые содержат на последней позиции 1 в том числе и цепочку 1, а значит учитывает ещё и цепочки, оканчивающиеся на 01. Язык не эквивалентен L_3, так как он не учитывает цепочки, которые заканчиваются на 10. Однако если объединим языки, можем получить язык, который содержат все необходимые из обоих языков цепочки, а значит и получим искомый язык L_3.

	↓			1	1	↓		1
	S1	S2	S3	S4	S5	S’1	S’2	S’3
1	S2	S4	S2	S4	S2	S’3	S’3	S’3
0	S3	S5	S3	S5	S3	S’2	S’2	S’2

Исходный недетерминированный распознаватель



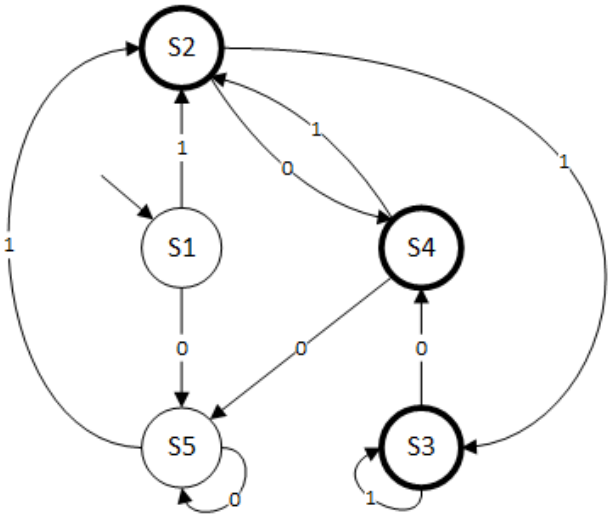


Преобразуем недетерминированный распознаватель в детерминированный:

	{S1, S’1}	{S2, S’3}	{S4, S’3}	{S5, S’2}	{S3, S’2}
1	{S2, S’3}	{S4, S’3}	{S4, S’3}	{S2, S’3}	{S2, S’3}
0	{S3, S’2}	{S5, S’2}	{S5, S’2}	{S3, S’2}	{S3, S’2}

	↓	1	1	1	
	S1	S2	S3	S4	S5
1	S2	S3	S3	S2	S2
0	S5	S4	S4	S5	S5

Переход к детерминированному распознавателю



Полученный распознаватель является детерминированным, однако является ли он минимальным?

В распознавателе нет состояний, недостижимых из начального.

Перейдём к поиску и исключению эквивалентных состояний:

	↓	1	1	1		
	S1	S2	S3	S4	S5	
1	S2	S3	S3	S2	S2	
0	S5	S4	S4	S5	S5	

Отвергающие состояния {S1, S5} объединим в класс K1 0-эквивалентных состояний, а допускающие состояния {S2, S3, S4} - в класс K2.

	K1			K2		
	S1	S5		S2	S3	S4
1	K2	K2	K1	K2	K2	K2
0	K1	K1	K1	K2	K2	K1

Получили таблицу переходов в классы 0-эквивалентных состояний. На основе этой таблицы можем построить таблицу переходов в классы 1-эквивалентных состояний.

	K1		K2	K3		K4
	S1	S5		S2	S3	S4
1	K3	K3	K2	K3	K3	K3
0	K1	K1	K2	K4	K4	K1

По таблице видно, что классы 2-эквивалентных состояний совпадают с классами 1-эквивалентных состояний, следовательно, классы 1-эквивалентных состояний представляют собой классы эквивалентных состояний.

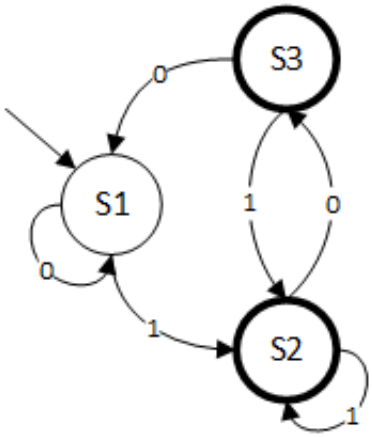
Таблица переходов минимального распознавателя:

	↓		1	1
	K1	K2	K3	K4
1	K3	K2	K3	K3
0	K1	K2	K4	K1

Переобозначим K1 как S1, K3 как S2, K4 как S3:

	↓	1	1
	S1	S2	S3
1	S2	S2	S2
0	S1	S3	S1

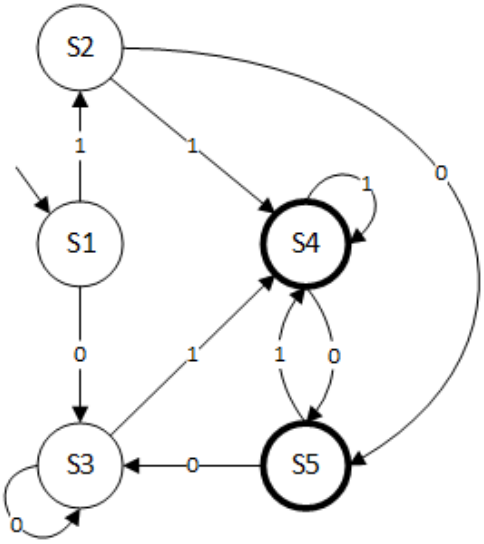
Переход к минимальному детерминированному распознавателю



Построили минимальный детерминированный конечный распознаватель языка L_3.

Сравним полученнный распознаватель с распознавателем, полученным в прошлой версии лабораторной работы:

Детерминированный распознаватель



Во-первых, исходная версия предполагала обязательное наличие хотя бы двух символов в цепочках, следовательно распознаватели будут формировать разные языки, такое различие возникло из-за неверной интерпретации словесного описания языка.
Во-вторых, в новой версии гораздо меньше состояний и переходов, что положительно влияет на производительность, понижает сложность отладки и сокращает набор тестовых данных.

4. Написать программу компиляционного типа для реализации минимального детерминированного конечного распознавателя языка L_3.

```
MESSAGES = {
    -1: "Отвергнуть, невалидный входной символ",
    0:  "Отвергнуть, цепочка не содержит 1 на одной из двух последних позиций",
    1:  "Допустить",
    2:  "Допустить"
}


def l3_validator(l3_input):
    original_input = l3_input
    s = 0
    while len(l3_input) > 0 and s >= 0:
        current_symbol = l3_input[0]
        if s == 0:
            if current_symbol == "1":
                s = 1
            elif current_symbol == "0":
                s = 0
            else:
                s = -1
                break
```

```
        elif s == 1:
            if current_symbol == "1":
                s = 1
            elif current_symbol == "0":
                s = 2
            else:
                s = -1
                break
        elif s == 2:
            if current_symbol == "1":
                s = 1
            elif current_symbol == "0":
                s = 0
            else:
                s = -1
                break

        l3_input = l3_input[1:]

    print(original_input, MESSAGES[s])
    return s
```

5. Написать программу интерпретационного типа для реализации минимального детерминированного конечного распознавателя языка L_3.

```
MESSAGES = {
    -1: "Отвергнуть, невалидный входной символ",
    0: "Отвергнуть, цепочка не содержит 1 на одной из двух последних позиций",
    1: "Допустить",
}

PERMITTING = [1, 2]

MATRIX = {
    "1": [1, 1, 1],
    "0": [0, 2, 0]
}


def l3_validator(l3_input):
    original_input = l3_input
    s = 0
    while len(l3_input) > 0 and s >= 0:
        current_symbol = l3_input[0]
        if current_symbol in MATRIX:
            s = MATRIX[l3_input[0]][s]
        else:
            s = -1
            break

        l3_input = l3_input[1:]
```

```
    if s in PERMITTING:
        s = 1

    print(original_input, MESSAGES[s])
    return s
```

6. Подобрать наборы тестовых данных так, чтобы в процессе тестирования сработал каждый переход конечного распознавателя.

   (a) 0110100 - использование всех переходов

   (b) 21 - переход в ошибку

   Тесты для компиляционного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех переходов
assert l3_validator("0110100") == 0
assert l3_validator("21") == -1
```

   Тесты для интерпретационного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех переходов
assert l3_validator("0110100") == 0
assert l3_validator("21") == -1
```

7. Подобрать наборы тестовых данных так, чтобы в процессе тестирования распознаватель закончил обработку цепочек в каждом состоянии конечного распознавателя.

   (a) <пустая строка> - состояние S1

   (b) 1 - состояние S2

   (c) 10 - состояние S3

   (d) 21 - состояние ошибки

   Тесты для компиляционного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех состояний
assert l3_validator("") == 0
assert l3_validator("1") == 1
assert l3_validator("10") == 2
assert l3_validator("21") == -1
```

Тесты для интерпретационного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех состояний
assert l3_validator("") == 0
assert l3_validator("1") == 1
assert l3_validator("10") == 1
assert l3_validator("21") == -1
```

8. Выполнить тестирование программ для реализации минимального детерминированного конечного распознавателя языка L_3.

Результаты выполнения компиляционного варианта программы:

```
0110100 Отвергнуть, цепочка не содержит 1 на одной из двух последних позиций
21 Отвергнуть, невалидный входной символ
 Отвергнуть, цепочка не содержит 1 на одной из двух последних позиций
1 Допустить
10 Допустить
21 Отвергнуть, невалидный входной символ

Process finished with exit code 0
```

Результаты выполнения интерпретационного варианта программы:

```
0110100 Отвергнуть, цепочка не содержит 1 на одной из двух последних позиций
21 Отвергнуть, невалидный входной символ
 Отвергнуть, цепочка не содержит 1 на одной из двух последних позиций
1 Допустить
10 Допустить
21 Отвергнуть, невалидный входной символ

Process finished with exit code 0
```

Оба варианта программы завершились без ошибок, а значит проверки в проверках истинные, следовательно программа написана верно.

Вывод: в ходе лабораторной работы изучили основные способы задания регулярных языков, способы построения, алгоритмы преобразования, анализа и реализации конечных распознавателей.