МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Лабораторная работа №1

по дисциплине: Исследование операций
тема: «Исследование множества опорных планов системы ограничений задачи линейного программирования (задачи ЛП) в канонической форме»

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:
проф. Вирченко Юрий Петрович

Белгород 2024 г.

Лабораторная работа №1

Исследование множества опорных планов системы ограничений задачи линейного программирования (задачи ЛП) в канонической форме.

Цель работы: изучить метод Гаусса-Жордана и операцию замещения, а также освоить их применение к отысканию множества допустимых базисных видов системы линейных уравнений, и решению задачи линейного программирования простым перебором опорных решений.

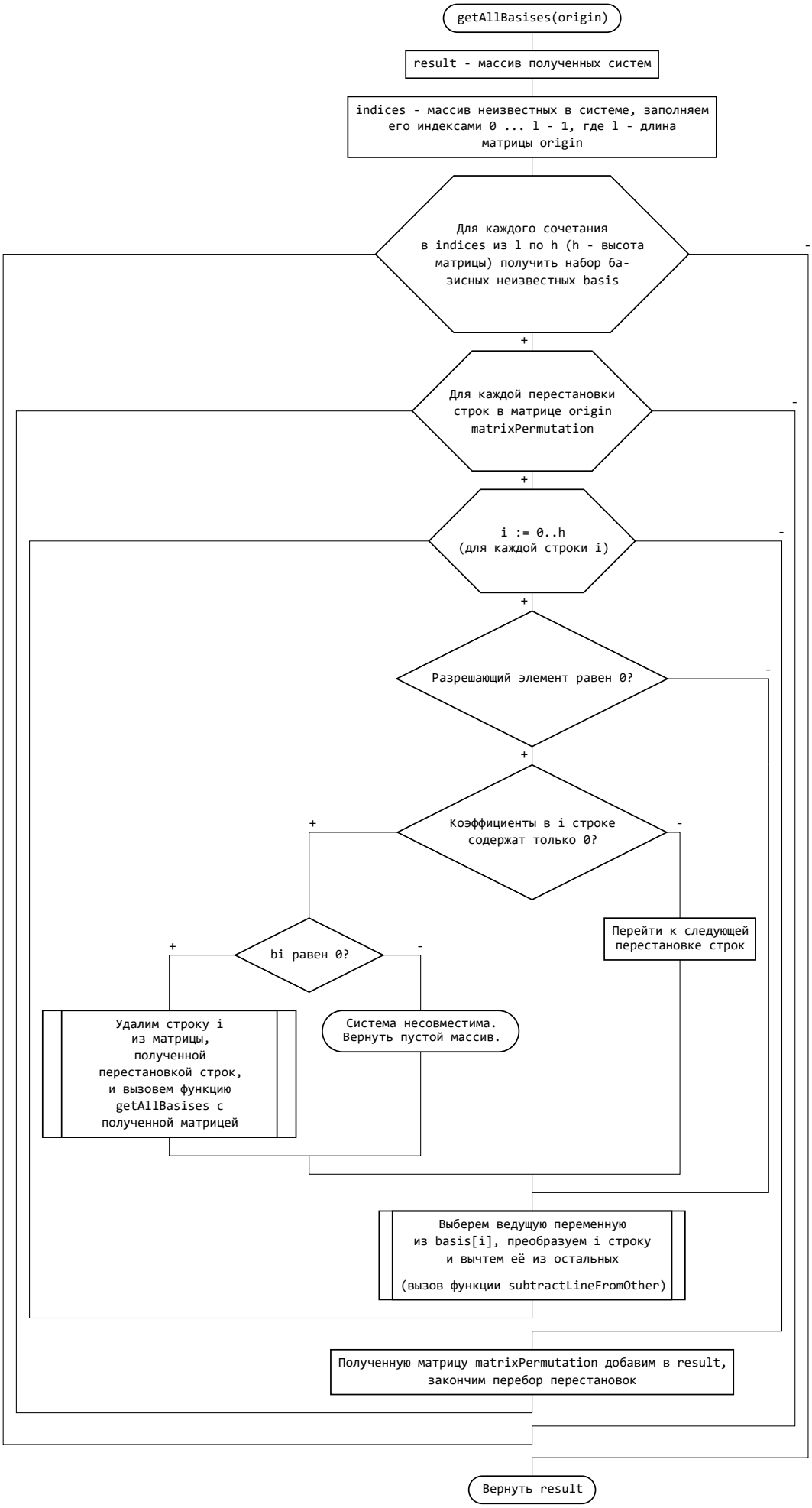
Вариант 10

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 9x_4 - 3x_5 - x_6 = 87 \\ 8x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 6x_6 = 11 \\ 4x_1 + x_3 + 3x_4 - 2x_5 - 5x_6 = 17 \\ -3x_1 - 4x_2 + 7x_3 + 6x_4 - x_5 + 4x_6 = 70 \end{cases}$$

Задание 1

Составить программу для отыскания всех базисных видов системы линейных уравнений.

Блок-схемы:


getAllBasises(origin)
result - массив полученных систем
indices - массив неизвестных в системе, заполняем его индексами 0 ... l - 1, где l - длина матрицы origin
Для каждого сочетания в indices из l по h (h - высота матрицы) получить набор базисных неизвестных basis
Для каждой перестановки строк в матрице origin matrixPermutation
i := 0..h (для каждой строки i)
Разрешающий элемент равен 0?
Коэффициенты в i строке содержат только 0?
bi равен 0?
Перейти к следующей перестановке строк
Удалим строку i из матрицы, полученной перестановкой строк, и вызовем функцию getAllBasises с полученной матрицей
Система несовместима. Вернуть пустой массив.
Выберем ведущую переменную из basis[i], преобразуем i строку и вычтем её из остальных
(вызов функции subtractLineFromOther)
Полученную матрицу matrixPermutation добавим в result, закончим перебор перестановок
Вернуть result
+
-

Исходный код:

```
void subtractLineFromOther(std::vector<std::vector<double>>& origin, int indexLeadingLine, int indexEnablingElement) {
    // Преобразуем ведущую строку таким образом, чтобы разрещающий элемент стал равен 1.
    double originEnablingElement = origin[indexLeadingLine][indexEnablingElement];
    for (int i = 0; i < origin[indexLeadingLine].size(); i++)
        // Разделим каждый элемент строки по индексу indexLeadingLine
        // на разрешающий элемент
        origin[indexLeadingLine][i] /= originEnablingElement;

    // Для всех остальных строк с номером i
    for (int i = 0; i < origin.size(); i++) {
        if (i == indexLeadingLine) continue;

        // k - коэффициент, на который нужно домножить ведущую строку и вычесть её
        double k = origin[i][indexEnablingElement];

        // Для всех остальных элементов j в строке i
        for (int j = 0; j < origin[indexLeadingLine].size(); j++)
            // Вычесть ведущую строку indexLeadingLine из строки i
            origin[i][j] -= origin[indexLeadingLine][j] * k;
    }
}

// Вспомогательная СД
struct Basis {
    std::vector<int> indices;
    std::vector<std::vector<double>> matrix;
```

```
};

std::vector<Basis> getAllBasises(std::vector<std::vector<double>> origin) {
    // result - массив полученных систем
    std::vector<Basis> result;

    // indices - массив неизвестных в системе, заполняем
    // его индексами 0 ... l - 1, где l - длина
    // матрицы origin
    std::vector<int> indices;
    for (int i = 0; i < origin[0].size() - 1; i++)
        indices.push_back(i);

    /*
    Для каждого сочетания в indices из l по h (h - высота матрицы)
    получим набор базисных неизвестных basis.
    */
    for (auto basis : getCombinations(indices, origin.size())) {
        // Для каждой перестановки строк в матрице origin matrixPermutation
        for (auto matrixPermutation : getPermutations(origin)) {
            auto copyMatrixPermutation = matrixPermutation;
            bool badPermutation = false;

            // Для каждой строки в матрице (ввод счётчика строк i)
            for (int i = 0; i < matrixPermutation.size(); i++) {
                // Разрешающий элемент равен 0?
                if (std::abs(matrixPermutation[i][basis[i]]) < EPS) {
                    bool allZeros = true;
                    for (int j = 0; (j < matrixPermutation[i].size() - 1) && allZeros; j++) {
                        if (std::abs(matrixPermutation[i][j]) > EPS) {
                            // Неудачное расположение строк, необходимо
                            // перейти к другой перестановке
                            badPermutation = true;
                            allZeros = false;
                            break;
                        }
                    }

                    // Коэффициенты в i строке содержат только 0?
                    if (!allZeros) {
                        // Перейти к следующей перестановке строк
                        break;
                    }

                    // b_i равен 0?
                    if (std::abs(matrixPermutation[i].back()) > EPS) {
                        // Система несовместима. Вернуть пустой массив.
                        return {};
                    }

                    /*
                    Удалить строку i из матрицы, полученной перестановкой строк,
                    и вызвать функцию getAllBasises с полученной матрицей.
                    */
```

```
                    if (allZeros) {
                        copyMatrixPermutation.erase(copyMatrixPermutation.begin() + i);
                        return getAllBasises(copyMatrixPermutation);
                    }

                    break;
                }

                // Выберем ведущую переменную из basis[i], преобразуем i строку и вычтем её из остальных
                subtractLineFromOther(matrixPermutation, i, basis[i]);
            }

            if (badPermutation) continue;

            // Полученную матрицу matrixPermutation добавим в result, закончим перебор перестановок
            result.push_back({basis, matrixPermutation});
            break;
        }
    }

    return result;
}
```

Ссылка на репозиторий

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <windows.h>

#include "../../libs/alg/lab1/task1.tpp"

int main() {
    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);
    // Инициализируем матрицу
    std::vector<std::vector<double>> matrix = {
    {1,  -4,  8,  9, -3, -1, 87},
    {8,   1, -3,  4,  5,  6, 11},
    {4,   0,  1,  3, -2, -5, 17},
    {-3, -4,  7,  6, -1,  4, 70}};;

    // Получаем все базисы для матрицы
    auto res = getAllBasises(matrix);

    // Выводим базисы
    std::cout <<
    ↪  "=============================================================================================================\n";
    for (auto& matrix : res) {
        std::cout << "Выбранные базисные переменные: ";
        for (auto& bas : matrix.indices) {
            std::cout << "x" << (bas + 1) << " ";
        }
        std::cout << "\n\nПолученная система: " << std::endl;
```

```
        for (int i = 0; i < matrix.matrix[0].size() - 1; i++) {
            std::stringstream buf;
            buf << "a" << (i + 1);
            std::cout << std::setw(15) << buf.str() << " ";
        }

        std::cout << std::setw(15) << "b" << std::endl;

        for (auto & line : matrix.matrix) {
            for (auto & element : line) {
                std::cout << std::setw(15) << element << " ";
            }

            std::cout << "\n";
        }

        std::cout <<
        ↪  "=============================================================================================================================\n
    }
}
```

Ссылка на репозиторий

Результаты выполнения программы:

```
=============================================================================================================
Выбранные базисные переменные: x4 x5 x6

Полученная система:
             a1              a2              a3              a4              a5              a6               b
         0.8125         -0.1875           0.375               1               0               0          7.1875
        2.54808        0.932692        -1.78846              -0               1               0        -8.93269
       -1.33173       -0.485577        0.740385               0               0               1         4.48558
=============================================================================================================
Выбранные базисные переменные: x3 x5 x6

Полученная система:
             a1              a2              a3              a4              a5              a6               b
        2.16667            -0.5               1         2.66667               0               0         19.1667
        6.42308       0.0384615               0         4.76923               1               0         25.3462
        -2.9359       -0.115385              -0        -1.97436              -0               1        -9.70513
=============================================================================================================
Выбранные базисные переменные: x3 x4 x6

Полученная система:
             a1              a2              a3              a4              a5              a6               b
       -1.42473       -0.521505               1               0        -0.55914               0         4.99462
        1.34677      0.00806452               0               1        0.209677               0         5.31452
      -0.276882      -0.0994624               0               0        0.413978               1        0.787634
=============================================================================================================
Выбранные базисные переменные: x3 x4 x5
```

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
-1.7987	-0.655844	1	0	0	1.35065	6.05844
1.48701	0.0584416	0	1	0	-0.506494	4.91558
-0.668831	-0.24026	0	0	1	2.41558	1.9026

Выбранные базисные переменные: x2 x5 x6

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
-4.33333	1	-2	-5.33333	0	0	-38.3333
6.58974	0	0.0769231	4.97436	1	0	26.8205
-3.4359	-0	-0.230769	-2.58974	-0	1	-14.1282

Выбранные базисные переменные: x2 x4 x6

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
2.73196	1	-1.91753	0	1.07216	0	-9.57732
1.32474	0	0.0154639	1	0.201031	0	5.39175
-0.00515464	0	-0.190722	0	0.520619	1	-0.164948

Выбранные базисные переменные: x2 x4 x5

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
2.74257	1	-1.52475	0	0	-2.05941	-9.23762
1.32673	0	0.0891089	1	0	-0.386139	5.45545
-0.00990099	0	-0.366337	0	1	1.92079	-0.316832

Выбранные базисные переменные: x2 x3 x6

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
167	1	0	124	26	0	659
85.6667	0	1	64.6667	13	0	348.667
16.3333	0	0	12.3333	3	1	66.3333

Выбранные базисные переменные: x2 x3 x5

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
25.4444	1	0	17.1111	0	-8.66667	84.1111
14.8889	0	1	11.2222	0	-4.33333	61.2222
5.44444	0	0	4.11111	1	0.333333	22.1111

Выбранные базисные переменные: x2 x3 x4

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
2.78378	1	0	0	-4.16216	-10.0541	-7.91892
0.027027	0	1	0	-2.72973	-5.24324	0.864865
1.32432	0	0	1	0.243243	0.0810811	5.37838

Выбранные базисные переменные: x1 x5 x6

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
1	-0.230769	0.461538	1.23077	0	0	8.84615
-0	1.52071	-2.9645	-3.13609	1	0	-31.4734
0	-0.792899	1.35503	1.63905	0	1	16.2663

==========

Выбранные базисные переменные: x1 x4 x6

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
1	0.366038	-0.701887	0	0.392453	0	-3.50566
0	-0.484906	0.945283	1	-0.318868	0	10.0358
0	0.00188679	-0.19434	0	0.522642	1	-0.183019

==========

Выбранные базисные переменные: x1 x4 x5

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
1	0.364621	-0.555957	0	0	-0.750903	-3.36823
0	-0.483755	0.826715	1	0	0.610108	9.92419
0	0.00361011	-0.371841	0	1	1.91336	-0.350181

==========

Выбранные базисные переменные: x1 x3 x6

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
1	0.00598802	0	0.742515	0.155689	0	3.94611
0	-0.512974	1	1.05788	-0.337325	0	10.6168
0	-0.0978044	0	0.205589	0.457086	1	1.88024

==========

Выбранные базисные переменные: x1 x3 x5

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
1	0.0393013	0	0.672489	0	-0.340611	3.30568
0	-0.585153	1	1.20961	0	0.737991	12.0044
0	-0.213974	0	0.449782	1	2.18777	4.11354

==========

Выбранные базисные переменные: x1 x3 x4

Полученная система:

a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
1	0.359223	0	0	-1.49515	-3.61165	-2.84466
0	-0.00970874	1	0	-2.68932	-5.14563	0.941748
0	-0.475728	0	1	2.2233	4.86408	9.14563

==========

Выбранные базисные переменные: x1 x2 x6

Полученная система:

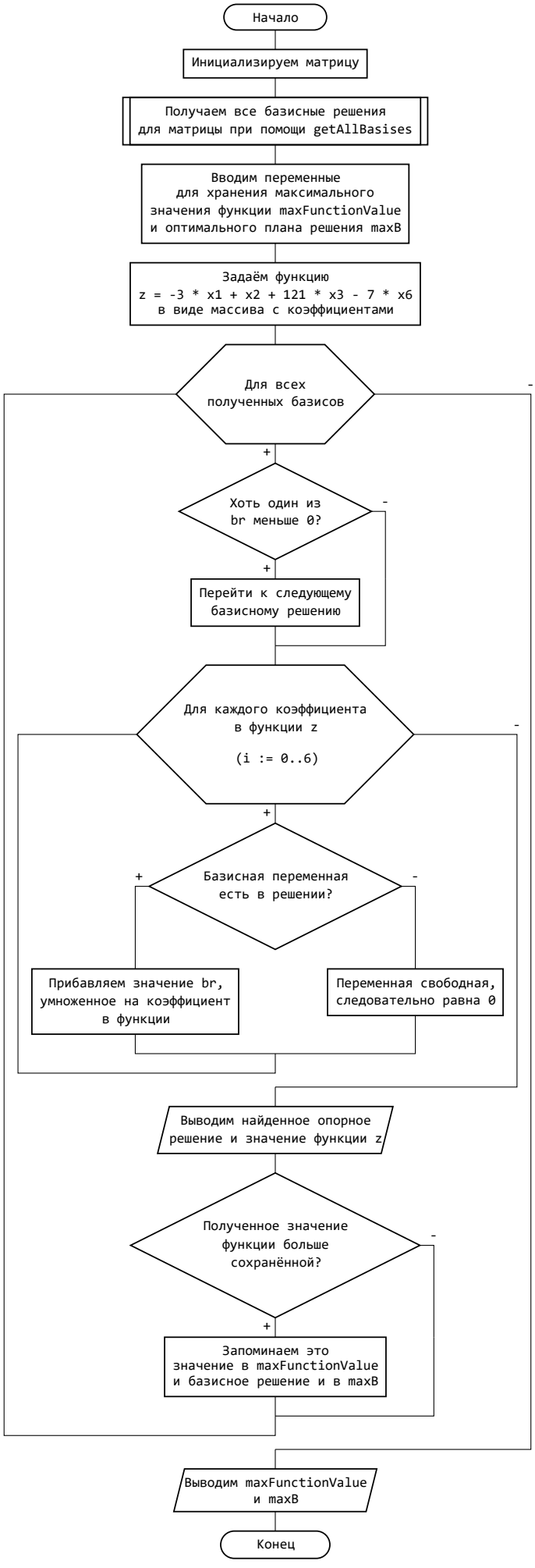
a1	a2	a3	a4	a5	a6	b
1	0	0.0116732	0.754864	0.151751	0	4.07004
-0	1	-1.94942	-2.06226	0.657588	0	-20.6965

```
             0              0       -0.190661      0.00389105        0.521401              1       -0.143969
=============================================================================================================
Выбранные базисные переменные: x1 x2 x5

Полученная система:
             a1             a2             a3             a4             a5             a6              b
              1              0      0.0671642       0.753731              0      -0.291045        4.11194
             -0              1       -1.70896       -2.06716              0       -1.26119       -20.5149
              0              0      -0.365672     0.00746269              1        1.91791      -0.276119
=============================================================================================================
Выбранные базисные переменные: x1 x2 x4

Полученная система:
             a1             a2             a3             a4             a5             a6              b
              1              0             37              0           -101           -194             32
              0              1           -103              0            277            530            -97
              0              0            -49              1            134            257            -37
=============================================================================================================
Выбранные базисные переменные: x1 x2 x3

Полученная система:
             a1             a2             a3             a4             a5             a6              b
              1              0              0       0.755102       0.183673      0.0612245        4.06122
             -0              1              0       -2.10204       -4.67347       -10.2245       -19.2245
             -0             -0              1     -0.0204082       -2.73469        -5.2449       0.755102
=============================================================================================================
```

Задание 2

Организовать отбор опорных планов среди всех базисных решений, а также нахождение оптимального опорного плана методом прямого перебора. Целевая функция выбирается произвольно.

Блок-схемы:



Исходный код:

```cpp
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <windows.h>
#include <limits>
#include <algorithm>

#include "../../libs/alg/lab1/task1.tpp"

int main() {
    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);
    // Инициализируем матрицу
    std::vector<std::vector<double>> matrix = {
    {1,  -4,  8,  9, -3, -1, 87},
    {8,   1, -3,  4,  5,  6, 11},
    {4,   0,  1,  3, -2, -5, 17},
    {-3, -4,  7,  6, -1,  4, 70}};

    // Получаем все базисные решения для матрицы при помощи getAllBasises
    auto res = getAllBasises(matrix);

    // Вводим переменные для хранения максимального значения функции и оптимального плана решения
    double maxFunctionValue = std::numeric_limits<double>::min();
    std::vector<double> maxB;
    // Задаём функцию z = -3 * x1 + x2 + 121 * x3 - 7 * x6
    std::vector<double> function = {-3, 1, 121, 0, 0, -7};
    std::cout <<
    ↪  "=============================================================================================================================\n";

    // Для всех полученных базисов
    for (auto &basis : res) {
        bool isAllBsMoreOrEqualToZero = true;
        for (int i = 0; i < basis.matrix.size() && isAllBsMoreOrEqualToZero; i++) {
            if (basis.matrix[i].back() < EPS)
                isAllBsMoreOrEqualToZero = false;
        }

        // Хоть один из br меньше 0?
        if (!isAllBsMoreOrEqualToZero) {
            // Перейти к следующему базисному решению
            continue;
        }

        double z = 0;
        std::vector<double> B;
        // Для каждого коэффициента в функции z
        for (int i = 0; i < function.size(); i++) {
            // Базисная переменная есть в решении?
            if (std::find(basis.indices.begin(), basis.indices.end(), i) != basis.indices.end()) {
                for (int j = 0; j < basis.matrix.size(); j++) {
                    if (std::abs(basis.matrix[j][i] - 1.0) < EPS) {
                        // Прибавляем значение br, умноженное на коэффициент в функции
                        z += function[i] * basis.matrix[j].back();
                        B.push_back(basis.matrix[j].back());
                        break;
```

```
                    }
                }
            } else {
                // Переменная свободная, следовательно равна 0
                B.push_back(0);
            }
        }

        // Выводим найденное опорное решение и значение функции z
        std::cout << "Обнаружено опорное решение: {";
        for (int i = 0; i < B.size(); i++) {
            std::cout << B[i] << "; ";
        }
        std::cout << "\b\b}\n\nЗначение функции z(B): " << z << "\n";

        std::cout <<
        ↪  "=========================================================================================================================================="
        ↪  << std::endl;

        // Полученное значение функции больше сохранённой?
        if (z > maxFunctionValue) {
            // Запоминаем его и базисное решение
            maxFunctionValue = z;
            maxB = B;
        }
    }

    // Выводим значение z и базисное решение
    std::cout << "\nZmax: " << maxFunctionValue << "\n\nОптимальный план: {";
    for (int i = 0; i < maxB.size(); i++) {
        std::cout << maxB[i] << "; ";
    }
    std::cout << "\b\b}" << std::endl;
}
```

Ссылка на репозиторий

Результаты выполнения программы:

```
==========================================================================================================================
Обнаружено опорное решение: {0; 0; 4.99462; 5.31452; 0; 0.787634}

Значение функции z(B): 598.836
==========================================================================================================================
Обнаружено опорное решение: {0; 0; 6.05844; 4.91558; 1.9026; 0}

Значение функции z(B): 733.071
==========================================================================================================================
Обнаружено опорное решение: {0; 659; 348.667; 0; 0; 66.3333}

Значение функции z(B): 42383.3
==========================================================================================================================
Обнаружено опорное решение: {0; 84.1111; 61.2222; 0; 22.1111; 0}
```

```
Значение функции z(B): 7492
========================================================================================================================
Обнаружено опорное решение: {3.94611; 0; 10.6168; 0; 0; 1.88024}

Значение функции z(B): 1259.63
========================================================================================================================
Обнаружено опорное решение: {3.30568; 0; 12.0044; 0; 4.11354; 0}

Значение функции z(B): 1442.61
========================================================================================================================

Zmax: 42383.3

Оптимальный план: {0; 659; 348.667; 0; 0; 66.3333}
```

Задание 3

Решить одну из следующих ниже задач вручную (подготовить тестовые данные).

Решение: Построим расширенную матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 8 & 9 & -3 & -1 & 87 \\ 8 & 1 & -3 & 4 & 5 & 6 & 11 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & -2 & -5 & 17 \\ -3 & -4 & 7 & 6 & -1 & 4 & 70 \end{pmatrix}$$

В качестве базисных переменных выберем x_2, x_3 и x_5. Выберем ведущий элемент x_2 в первый строке:

$$\begin{pmatrix} 1 & \|-4\| & 8 & 9 & -3 & -1 & 87 \\ 8 & 1 & -3 & 4 & 5 & 6 & 11 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & -2 & -5 & 17 \\ -3 & -4 & 7 & 6 & -1 & 4 & 70 \end{pmatrix}$$

Разделим ведущую строку на -4. Вычтем 1 строку из 2, домножив её на -1 и сложив; 3 строка останется неизменной; из 4, домножив на 4 и сложив:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \|1\| & -2 & -2\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & -21\frac{3}{4} \\ 8\frac{1}{4} & 0 & -1 & 6\frac{1}{4} & 4\frac{1}{4} & 5\frac{3}{4} & 32\frac{3}{4} \\ 4 & 0 & 1 & 3 & -2 & -5 & 17 \\ -4 & 0 & -1 & -3 & 2 & 5 & -17 \end{pmatrix}$$

Во второй строке выберем ведущим элементом x_3:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 1 & -2 & -2\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & -21\frac{3}{4} \\ 8\frac{1}{4} & 0 & \|-1\| & 6\frac{1}{4} & 4\frac{1}{4} & 5\frac{3}{4} & 32\frac{3}{4} \\ 4 & 0 & 1 & 3 & -2 & -5 & 17 \\ -4 & 0 & -1 & -3 & 2 & 5 & -17 \end{pmatrix}$$

Разделим ведущую строку на -1. Вычтем 2 строку из 1, домножив её на 2 и сложив; из 3, домножив на -1 сложив; из 4, сложив:

$$\begin{pmatrix} -16\frac{3}{4} & 1 & 0 & -14\frac{3}{4} & -7\frac{3}{4} & -11\frac{1}{4} & -87\frac{1}{4} \\ -8\frac{1}{4} & 0 & \|1\| & -6\frac{1}{4} & -4\frac{1}{4} & -5\frac{3}{4} & -32\frac{3}{4} \\ 12\frac{1}{4} & 0 & 0 & 9\frac{1}{4} & 2\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 49\frac{3}{4} \\ -12\frac{1}{4} & 0 & 0 & -9\frac{1}{4} & -2\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -49\frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

В третьей строке выберем ведущим элементом x_5:

$$\begin{pmatrix} -16\frac{3}{4} & 1 & 0 & -14\frac{3}{4} & -7\frac{3}{4} & -11\frac{1}{4} & -87\frac{1}{4} \\ -8\frac{1}{4} & 0 & 1 & -6\frac{1}{4} & -4\frac{1}{4} & -5\frac{3}{4} & -32\frac{3}{4} \\ 12\frac{1}{4} & 0 & 0 & 9\frac{1}{4} & \|2\frac{1}{4}\| & \frac{3}{4} & 49\frac{3}{4} \\ -12\frac{1}{4} & 0 & 0 & -9\frac{1}{4} & -2\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -49\frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

Разделим ведущую строку на $2\frac{1}{4}$. Вычтем 3 строку из 1, домножив её на $7\frac{3}{4}$ и сложив; из 2, домножив на $4\frac{1}{4}$ и сложив; из 4, домножив на $2\frac{1}{4}$ и сложив:

$$\begin{pmatrix} 25\frac{4}{9} & 1 & 0 & 17\frac{1}{9} & 0 & -8\frac{2}{3} & 84\frac{1}{9} \\ 14\frac{8}{9} & 0 & 1 & 11\frac{2}{9} & 0 & -4\frac{1}{3} & 61\frac{2}{9} \\ 5\frac{4}{9} & 0 & 0 & 4\frac{1}{9} & \|1\| & \frac{1}{3} & 22\frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Так как в 4 строке только нули и b_4 тоже равен 0, строчку можем убрать:

$$\begin{pmatrix} 25\frac{4}{9} & 1 & 0 & 17\frac{1}{9} & 0 & -8\frac{2}{3} & 84\frac{1}{9} \\ 14\frac{8}{9} & 0 & 1 & 11\frac{2}{9} & 0 & -4\frac{1}{3} & 61\frac{2}{9} \\ 5\frac{4}{9} & 0 & 0 & 4\frac{1}{9} & \|1\| & \frac{1}{3} & 22\frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

Получили систему уравнений со свободными переменными x_1, x_4, x_6 и базисными x_2, x_3 и x_5:

$$\begin{cases} x_2 = 84\frac{1}{9} - (25\frac{4}{9}x_1 + 17\frac{1}{9}x_4 - 8\frac{2}{3}x_6) \\ x_3 = 61\frac{2}{9} - (-14\frac{8}{9}x_1 + 11\frac{2}{9}x_4 - 4\frac{1}{3}x_6) \\ x_5 = 22\frac{1}{9} - (5\frac{4}{9}x_1 + 4\frac{1}{9}x_4 + \frac{1}{3}x_6) \end{cases}$$

Вывод: в ходе лабораторной работы разработали и отладили программу, находящую базисные решения системы уравнений методом Гаусса-Жордана.