МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Лабораторная работа №4.5

по дисциплине: Дискретная математика
тема: «Кратчайшие пути между каждой парой вершин во взвешенном орграфе»

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:
ст. пр. Рязанов Юрий Дмитриевич
ст. пр. Бондаренко Татьяна Владимировна

Белгород 2023 г.

Лабораторная работа №4.5

Кратчайшие пути между каждой парой вершин во взвешенном орграфе

Вариант 10

Цель работы: изучить алгоритмы нахождения кратчайших путей между каждой парой вершин во взвешенном орграфе, научиться использовать их при решении различных задач.

1. Изучить алгоритмы нахождения кратчайших путей между каждой парой вершин во взвешенном орграфе.
   В данной работе для реализации был выбран алгоритм Флойда.

```
template <typename E, typename EdgeValueType = typename E::NameType>
using ShortWay = std::pair<EdgeValueType, int>;
```

```
// Алгоритм Флойда
std::vector<std::vector<ShortWay<E>>> getShortestWayMatrix() {
    std::vector<std::vector<ShortWay<E>>> W(this->nodes.size(),
        std::vector<ShortWay<E>>(this->nodes.size()));

    // Формирование M
    for (int i = 0; i < this->nodes.size(); i++)
        for (int j = 0; j < this->nodes.size(); j++) {
            auto edge = getShortestEdge(i, j);
            if (edge == nullptr)
                W[i][j] = {std::numeric_limits<EdgeValueType>::max(), -1};
            else
                W[i][j] = {edge->name, (i == j ? 0 : i)};
        }

    for (int z = 0; z < this->nodes.size(); z++)
        for (int x = 0; x < this->nodes.size(); x++) {
            if (W[x][z].second == -1) continue;

            for (int y = 0; y < this->nodes.size(); y++) {
                if (W[z][y].second == -1) continue;

                EdgeValueType product = W[x][z].first + W[z][y].first;
                if (product < W[x][y].first) {
                    W[x][y].first = product;
                    W[x][y].second = W[z][y].second;
                }
            }
        }

    return W;
}

E* getShortestEdge(int i, int j) {
    if (this->edges[i][j] == nullptr) return nullptr;
```

```
    int minEdgeIndex = 0;
    for (int k = 0; k < (*this->edges[i][j]).size(); k++)
        if ((*this->edges[i][j])[minEdgeIndex]->current.name > (*this->edges[i][j])[k]->current.name)
        ↪  minEdgeIndex = k;

    return &(*this->edges[i][j])[minEdgeIndex]->current;
}
```

2. Разработать и реализовать алгоритм решения задачи.

Во взвешенном орграфе найти все пары вершин v_i и v_j, такие, что кратчайшее расстояние от v_i до v_j меньше кратчайшего расстояния от v_j до v_i. Вывести кратчайшие пути между найденными парами вершин.

```
template<typename G, typename W>
void printPath( G& graph, W shortestWayMatrix,
int begin, int end, bool isEnd) {
    if (begin == -1 || end == -1) return;

    if (begin != end)
        printPath(graph, shortestWayMatrix, begin, shortestWayMatrix[begin][end].second, false);

    std::cout << "(" << graph.nodes[end]->name << ")";
    if (!isEnd)
        std::cout << " ----> ";
}

template<typename T>
void analyzeTree(T& g, std::string graphName) {
    std::cout << "Graph " << graphName << ":\n";
    auto shortestWayMatrix = g.getShortestWayMatrix();
    bool anyFound = false;

    for (int i = 0; i < g.nodes.size(); i++) {
        for (int j = i + 1; j < g.nodes.size(); j++) {
            if (j == i) continue;

            // Пути должны существовать
            if (shortestWayMatrix[i][j].second == -1 || shortestWayMatrix[j][i].second == -1) continue;

            // Длина путей должна быть равна
            if (shortestWayMatrix[i][j].first == shortestWayMatrix[j][i].first) continue;

            bool shouldSwap = false;
            if (shortestWayMatrix[i][j].first > shortestWayMatrix[j][i].first)  {
                shouldSwap = true;
                std::swap(i, j);
            }
```

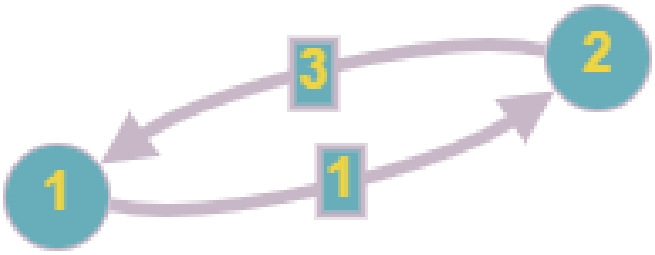
```
            anyFound = true;
            std::cout << "Found paths with weights of " << shortestWayMatrix[i][j].first << " and " <<
            ↪  shortestWayMatrix[j][i].first << ":\n";
            printPath(g, shortestWayMatrix, i, j, true);
            std::cout << "\n";
            printPath(g, shortestWayMatrix, j, i, true);
            std::cout << "\n" << std::endl;

            if (shouldSwap)
                std::swap(i, j);
        }
    }

    if (!anyFound)
        std::cout << "No paths found" << std::endl;
}
```

3. Подобрать тестовые данные. Результат представить в виде диаграммы графа. Вывод в консоль:

```
Graph Worm:
Found paths with weights of 1 and 3:
(1) ----> (2)
(2) ----> (1)

Graph Chain:
No paths found
Graph Hard chain:
Found paths with weights of 3 and 5:
(1) ----> (2) ----> (3) ----> (4)
(4) ----> (3) ----> (2) ----> (1)

Found paths with weights of 2 and 4:
(2) ----> (3) ----> (4)
(4) ----> (3) ----> (2)

Found paths with weights of 1 and 3:
(3) ----> (4)
(4) ----> (3)

Graph Four sides:
Found paths with weights of 1 and 4:
(1) ----> (2)
(2) ----> (3) ----> (4) ----> (1)

Found paths with weights of 2 and 3:
(1) ----> (2) ----> (3)
(3) ----> (4) ----> (1)

Found paths with weights of 2 and 3:
(4) ----> (1)
(1) ----> (2) ----> (3) ----> (4)
```

```
Found paths with weights of 1 and 4:
(2) ----> (3)
(3) ----> (4) ----> (1) ----> (2)

Found paths with weights of 2 and 3:
(2) ----> (3) ----> (4)
(4) ----> (1) ----> (2)

Found paths with weights of 1 and 4:
(3) ----> (4)
(4) ----> (1) ----> (2) ----> (3)
```

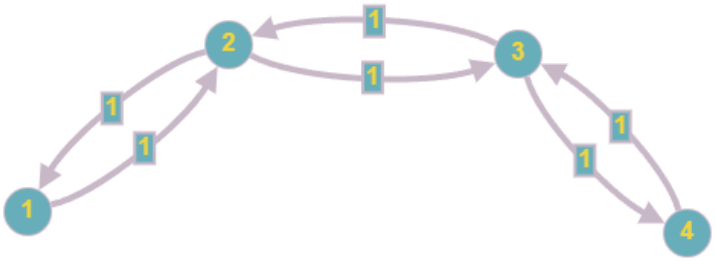
Червяк



В данном графе будет только один путь, удовлетворящий условию:
1 -> 2 | длина = 1
2 -> 1 | длина = 3

Результат выполнения программы совпал с предположениями.

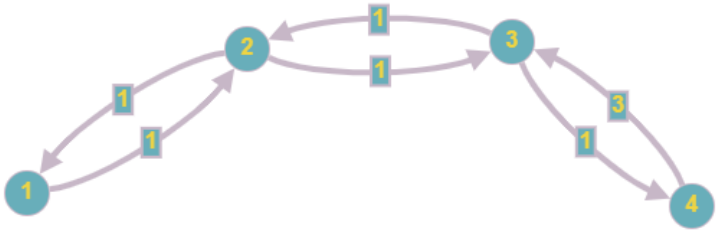
Цепочка



В данном графе нет таких путей.

Результат выполнения программы совпал с предположениями.

Тяжёлая цепочка



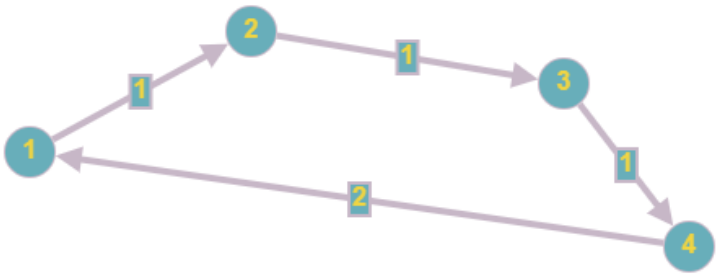
В данном графе такие пути уже составить можно:
1 -> 2 -> 3 -> 4 | длина = 3
4 -> 3 -> 2 -> 1 | длина = 5

2 -> 3 -> 4 | длина = 2
4 -> 3 -> 2 | длина = 4

3 -> 4 | длина = 1
4 -> 3 | длина = 3

Результат выполнения программы совпал с предположениями.

Четырёхугольник



В данном графе можно составить следующие пути, удовлетворящие условию:
1 -> 2 | длина = 1
2 -> 3 -> 4 -> 1 | длина = 4

1 -> 2 -> 3 | длина = 1
3 -> 4 -> 1 | длина = 2

4 -> 1 | длина = 2
1 -> 2 -> 3 -> 4 | длина = 3

2 -> 3 | длина = 1
3 -> 4 -> 1 -> 2 | длина = 4

2 -> 3 -> 4 | длина = 2
4 -> 1 -> 2 | длина = 3

3 -> 4 | длина = 1
4 -> 1 -> 2 -> 3 | длина = 4

Результат выполнения программы совпал с предположениями.

Программа:

```
#include "../../libs/alg/alg.h"

template<typename G, typename W>
void printPath( G& graph, W shortestWayMatrix,
int begin, int end, bool isEnd) {
    if (begin == -1 || end == -1) return;

    if (begin != end)
        printPath(graph, shortestWayMatrix, begin, shortestWayMatrix[begin][end].second, false);

    std::cout << "(" << graph.nodes[end]->name << ")";
    if (!isEnd)
        std::cout << " ----> ";
}

template<typename T>
void analyzeTree(T& g, std::string graphName) {
    std::cout << "Graph " << graphName << ":\n";
    auto shortestWayMatrix = g.getShortestWayMatrix();
    bool anyFound = false;

    for (int i = 0; i < g.nodes.size(); i++) {
        for (int j = i + 1; j < g.nodes.size(); j++) {
            if (j == i) continue;

            // Пути должны существовать
            if (shortestWayMatrix[i][j].second == -1 || shortestWayMatrix[j][i].second == -1) continue;

            // Длина путей должна быть равна
            if (shortestWayMatrix[i][j].first == shortestWayMatrix[j][i].first) continue;

            bool shouldSwap = false;
            if (shortestWayMatrix[i][j].first > shortestWayMatrix[j][i].first)  {
                shouldSwap = true;
                std::swap(i, j);
            }

            anyFound = true;
            std::cout << "Found paths with weights of " << shortestWayMatrix[i][j].first << " and " <<
            ↪  shortestWayMatrix[j][i].first << ":\n";
            printPath(g, shortestWayMatrix, i, j, true);
            std::cout << "\n";
            printPath(g, shortestWayMatrix, j, i, true);
            std::cout << "\n" << std::endl;

            if (shouldSwap)
                std::swap(i, j);
        }
    }
```

```
    if (!anyFound)
        std::cout << "No paths found" << std::endl;
}

// Червяк
void testWorm() {
    AdjacencyMatrixGraph<NamedEdge<Node<int>, unsigned long long>> g;

    Node<int> N1(1);
    Node<int> N2(2);

    g.addNode(N1);
    g.addNode(N2);

    g.addEdge({{&N1, &N2}, 1, true});
    g.addEdge({{&N2, &N1}, 3, true});

    analyzeTree(g, "Worm");
}

// Цепочка
void testChain() {
    AdjacencyMatrixGraph<NamedEdge<Node<int>, unsigned long long>> g;

    Node<int> N1(1);
    Node<int> N2(2);
    Node<int> N3(3);
    Node<int> N4(4);

    g.addNode(N1);
    g.addNode(N2);
    g.addNode(N3);
    g.addNode(N4);

    g.addEdge({{&N1, &N2}, 1, true});
    g.addEdge({{&N2, &N1}, 1, true});
    g.addEdge({{&N3, &N2}, 1, true});
    g.addEdge({{&N2, &N3}, 1, true});
    g.addEdge({{&N3, &N4}, 1, true});
    g.addEdge({{&N4, &N3}, 1, true});
    analyzeTree(g, "Chain");
}

// Сложная цепочка
void testHardChain() {
    AdjacencyMatrixGraph<NamedEdge<Node<int>, unsigned long long>> g;

    Node<int> N1(1);
    Node<int> N2(2);
    Node<int> N3(3);
    Node<int> N4(4);

    g.addNode(N1);
    g.addNode(N2);
```

```
    g.addNode(N3);
    g.addNode(N4);

    g.addEdge({{&N1, &N2}, 1, true});
    g.addEdge({{&N2, &N1}, 1, true});
    g.addEdge({{&N3, &N2}, 1, true});
    g.addEdge({{&N2, &N3}, 1, true});
    g.addEdge({{&N3, &N4}, 1, true});
    g.addEdge({{&N4, &N3}, 3, true});
    analyzeTree(g, "Hard chain");
}

// Четырёхугольник
void testFourSides() {
    AdjacencyMatrixGraph<NamedEdge<Node<int>, unsigned long long>> g;

    Node<int> N1(1);
    Node<int> N2(2);
    Node<int> N3(3);
    Node<int> N4(4);

    g.addNode(N1);
    g.addNode(N2);
    g.addNode(N3);
    g.addNode(N4);

    g.addEdge({{&N1, &N2}, 1, true});
    g.addEdge({{&N2, &N3}, 1, true});
    g.addEdge({{&N3, &N4}, 1, true});
    g.addEdge({{&N4, &N1}, 2, true});

    analyzeTree(g, "Four sides");
}

void test() {
    testWorm();
    testChain();
    testHardChain();
    testFourSides();
}

int main() {
    test();
}
```

Вывод: в ходе лабораторной работы изучили алгоритмы нахождения кратчайших путей между каждой парой вершин во взвешенном орграфе, научиться использовать их при решении различных задач.