МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Лабораторная работа №3

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков
тема: «Регулярные языки и конечные распознаватели»

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:
ст. пр. Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

Лабораторная работа №3

Регулярные языки и конечные распознаватели

Вариант 8

Цель работы: изучить основные способы задания регулярных языков, способы построения, алгоритмы преобразования, анализа и реализации конечных распознавателей.

1. Язык L_1 в алфавите $\{0, 1\}$, представляющий собой множество цепочек, в которых на предпослежнем месте стоит единица, задан грамматикой:
   S → A10
   A → A011
   A → 0A
   A → 1A
   A → ε
   Построить детерминированный конечный распознаватель языка L_1.

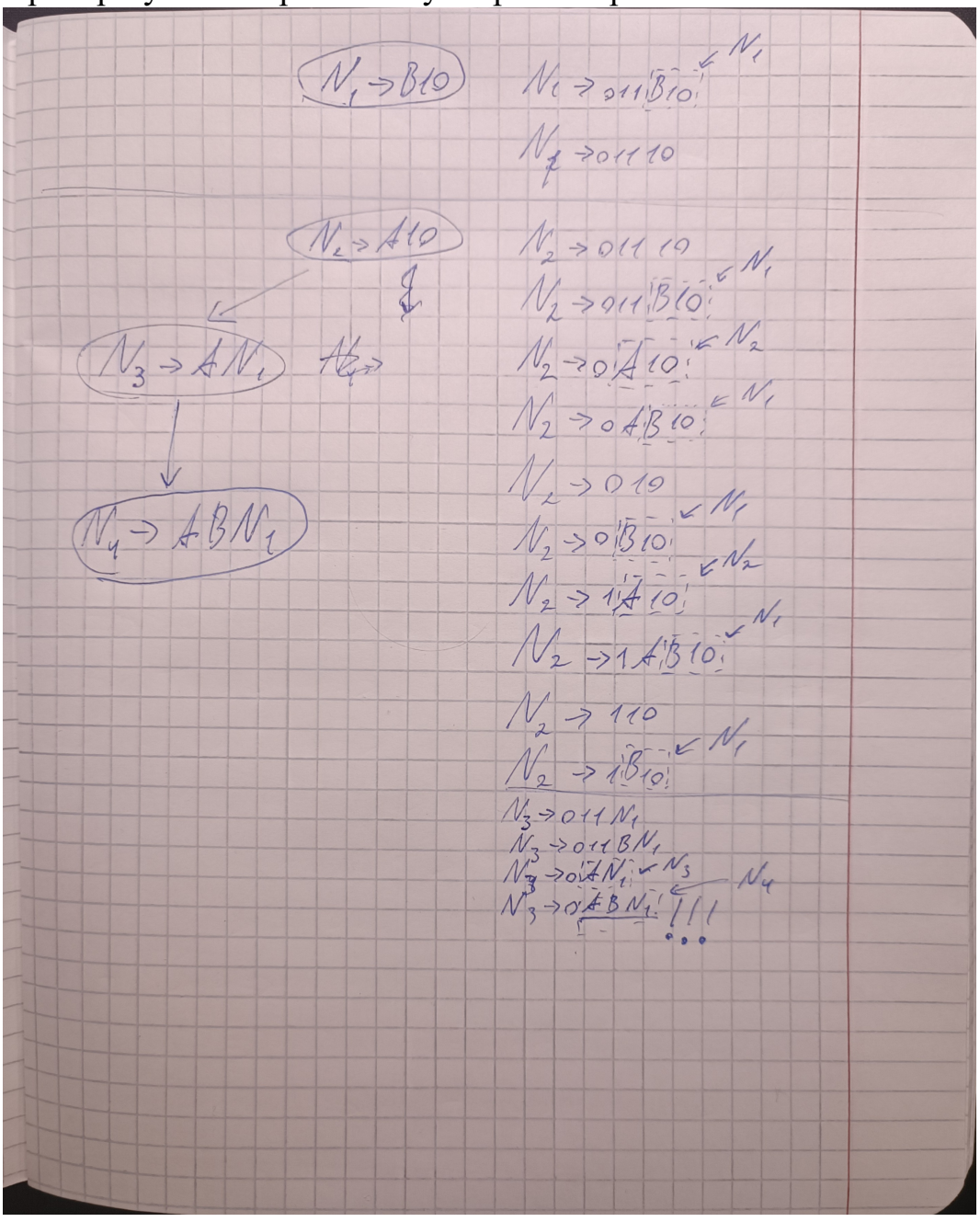
   Преобразуем заданную грамматику к автоматной правосторонней. Сейчас она является КС-грамматикой.
   Приведём грамматику и устраним левую рекурсию.
   Лишних символов в грамматике нет.
   В грамматике есть ε-правило. Исключим его.
   S → A10
   S → 10
   A → A011
   A → 011
   A → 0A
   A → 0
   A → 1A
   A → 1
   Цепных правил в грамматике нет.
   В грамматике есть левая рекурсия. Исключим её.
   S → A10
   S → 10
   A → 011B
   A → 0AB
   A → 0B
   A → 1AB
   A → 1B
   A → 011
   A → 0A
   A → 0
   A → 1A
   A → 1
   B → 011B
   B → ε
   В грамматике есть ε-правило. Исключим его.

S → A10
S → 10
A → 011
A → 011B
A → 0A
A → 0AB
A → 0
A → 0B
A → 1A
A → 1AB
A → 1
A → 1B
A → 011
A → 0A
A → 0
A → 1A
A → 1
B → 011B
B → 011
Исключим правила-дубликаты:
S → A10
S → 10
A → 011
A → 011B
A → 0A
A → 0AB
A → 0
A → 0B
A → 1A
A → 1AB
A → 1
A → 1B
B → 011B
B → 011
Грамматика приведена, а также в ней нет левой рекурсии. Преобразуем грамматику к такому виду, что каждое правило будет начинаться с терминала:

S → 01110
S → 011B10
S → 0A10
S → 0AB10
S → 010
S → 0B10
S → 1A10
S → 1AB10
S → 110

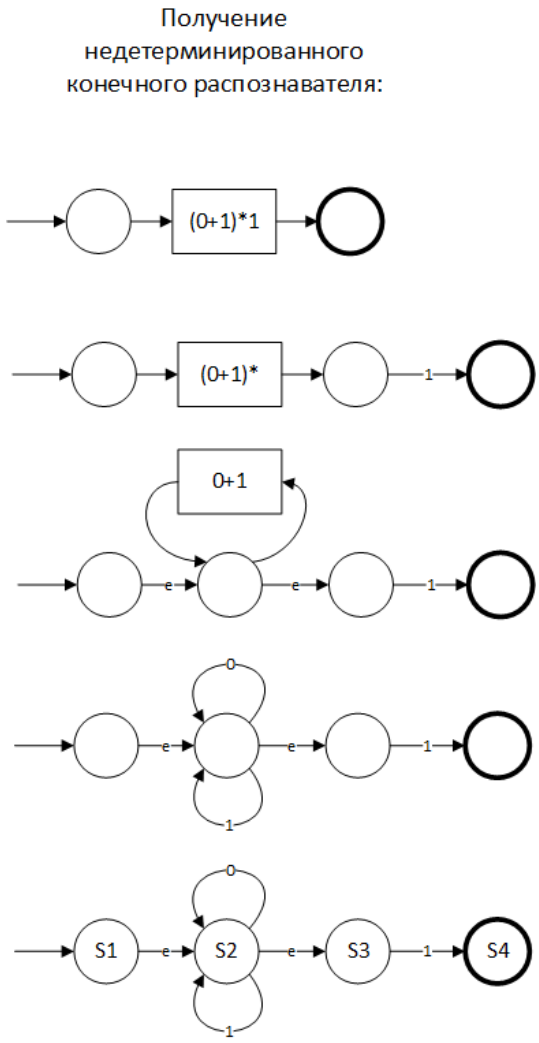
S → 1B10
S → 10
A → 011
A → 011B
A → 0A
A → 0AB
A → 0
A → 0B
A → 1A
A → 1AB
A → 1
A → 1B
B → 011B
B → 011

Преобразуем КС-грамматику к правосторонней:



Преобразовать грамматику к правосторонней невозможно, так как в ходе преобразований получили правило (подчёркнутое с !!! в вычислениях) $N_4 \rightarrow \text{AB}N_1$. С правилом $N_3 \rightarrow \text{A}N_1$ они имеют общий префикс и постфикс, в дальнейшем мы будем получать правила вида AB*N_1, получаем рекурсию, и следовательно правостороннюю грамматику с конечным числом правил получить нельзя. Задание невыполнимо.

2. Язык L_2 в алфавите $\{0, 1\}$, представляющий собой множество цепочек, в которых на последнем месте стоит единица, задан регулярным выражением:
(0+1)*1
Построить детерминированный конечный распознаватель языка L_2.
Для начала построим конечный недетерминированный распознаватель языка:



Данный распознаватель языка не является детерминированным, так как он содержит ε-переходы. Преобразуем данный конечный распознаватель языка в детерминированный:

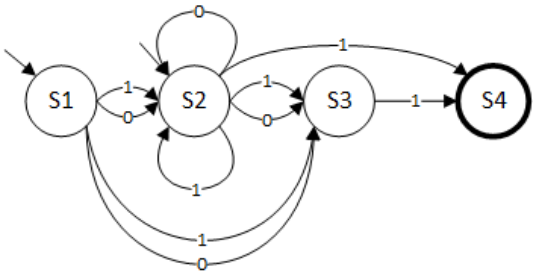
	↓			1
	S1	S2	S3	S4
1		S2	S4	
0		S2		
ε	S2	S3		

Удалим ε-переходы:
ε-замыкания: ε(S1) = {S1, S2}, ε(S2) = {S2, S3}, ε(S3) = {S3}, ε(S4) = {S4}

	↓	↓		1
	ε(S1) {S1, S2}	ε(S2) {S2, S3}	ε(S3) {S3}	ε(S4) {S4}
1	ε(S2)	ε(S2), ε(S4)	ε(S4)	
0	ε(S2)	ε(S2)		

	↓	↓		1
	S1	S2	S3	S4
1	S2, S3	S2, S3, S4	S4	
0	S2, S3	S2, S3		

Устранение ε-переходов



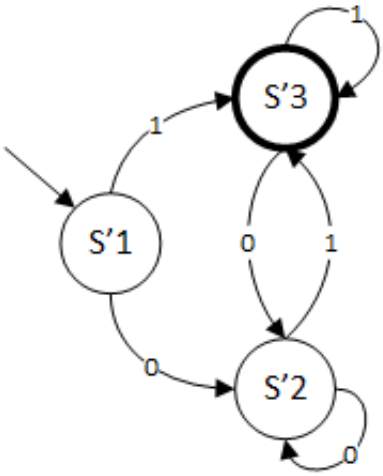
Преобразуем недетерминированный конечный распознаватель в детерминированный:

	{S1, S2}	{S2, S3}	{S2, S3, S4}
1	{S2, S3, S4}	{S2, S3, S4}	{S2, S3, S4}
0	{S2, S3}	{S2, S3}	{S2, S3}

Обозначим множества состояний как S'1, S'2, S'3...
S'1 обозначим как начальное состояние, солгасно алгоритму, а S'3 обозначим как допускающее состояние, так как множество $\{S2, S3, S4\}$ включает в себя допускающее состояние S4.

	↓		1
	S'1	S'2	S'3
1	S'3	S'3	S'3
0	S'2	S'2	S'2

Переход к детерминированному распознавателю

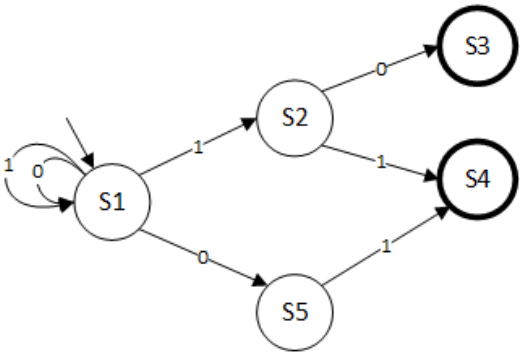


Построили детерминированный конечный распознаватель языка L_2.

3. Построить минимальный детерминированный конечный распознаватель языка L_3 в алфавите {0,1}, представляющий собой множество цепочек, в которых хотя бы на одной из последних двух позиций стоит единица.

   Пусть у нас будет исходный распознаватель языка L_3. В начальном состоянии S1 мы итеративно получаем 0 и 1, для окончания работы переходим в состояние S2 под действием символа 1, из него можем попасть в допускающие состояния S3 или S4 под действием символов 0 и 1 соответственно, так как если 1 - предпоследний символ, то строку можем закончить либо 1 либо 0. Если же предпоследний символ - 0, то из состояния S1 можно перейти в состояние S5 под действием символа 0. Однако из S5 мы теперь можем попасть только в S3, так как если предпоследний символ - 0, то последним обязательно должен быть 1. Получили недетерминированный конечный алгоритм без ε-переходов:

Исходный недетерминированный распознаватель

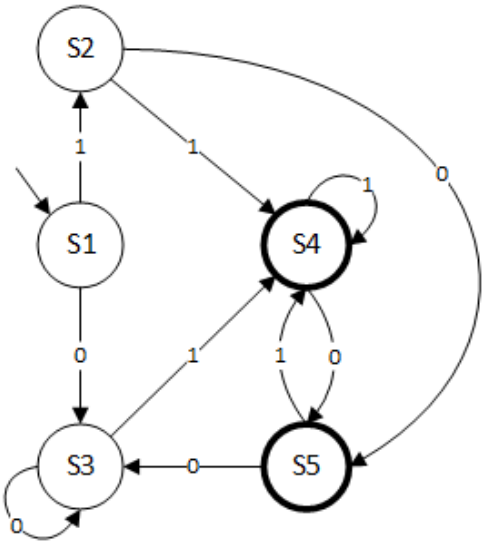


	↓		1	1	
	S1	S2	S3	S4	S5
1	S1, S2	S4			S4
0	S1, S5	S3			

Преобразуем распознаватель в детерминированный:

	{S1}	{S1, S2}	{S1, S5}	{S1, S2, S4}	{S1, S5, S3}
1	{S1, S2}	{S1, S2, S4}	{S1, S2, S4}	{S1, S2, S4}	{S1, S2, S4}
0	{S1, S5}	{S1, S5, S3}	{S1, S5}	{S1, S5, S3}	{S1, S5}

Детерминированный распознаватель



	↓			1	1
	S1	S2	S3	S4	S5
1	S2	S4	S4	S4	S4
0	S3	S5	S3	S5	S3

Полученный распознаватель является детерминированным, однако является ли он минимальным?

В распознавателе нет состояний, недостижимых из начального.

Перейдём к поиску и исключению эквивалентных состояний:

	↓			1	1	
	S1	S2	S3	S4	S5	
1	S2	S4	S4	S4	S4	
0	S3	S5	S3	S5	S3	

Отвергающие состояния {S1, S2, S3} объединим в класс K1 0-эквивалентных состояний, а допускающие состояния {S4, S5} - в класс K2.

	K1				K2	
	S1	S2	S3		S4	S5
1	K1	K2	K2	K1	K2	K2
0	K1	K2	K1	K1	K2	K1

Получили таблицу переходов в классы 0-эквивалентных состояний. На основе этой таблицы можем построить таблицу переходов в классы 1-эквивалентных состояний.

	K1		K2	K3	K4	K5
	S1		S3	S2	S4	S5
1	K3	K1	K4	K4	K4	K4
0	K2	K1	K2	K5	K5	K2

Получили таблицу переходов в классы 1-эквивалентных состояний. На основе этой

таблицы можем построить таблицу переходов в классы 2-эквивалентных состояний.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
	S1		S3	S2	S4	S5
1	K4	K2	K5	K5	K5	K5
0	K3	K2	K3	K6	K6	K3

Ни в одном из получившихся классов эквивалентных состояний не получилось более одного столбца, значит распознаватель является минимальным.

Построили минимальный детерминированный конечный распознаватель языка L_3.

4. Написать программу компиляционного типа для реализации минимального детерминированного конечного распознавателя языка L_3.

```
MESSAGES = {
    -1: "Отвергнуть, последовательность пуста",
    -2: "Отвергнуть, невалидный входной символ",
    -3: "Отвергнуть, слишком короткая цепочка",
    -4: "Отвергнуть, последние два символа не содержат 1",
    0: "Допустить"
}

def S1(input):
    if len(input) == 0:
        return -1

    if input[0] == '1':
        return S2(input[1:])
    elif input[0] == '0':
        return S3(input[1:])
    else:
        return -2

def S2(input):
    if len(input) == 0:
        return -3

    if input[0] == '1':
        return S4(input[1:])
    elif input[0] == '0':
        return S5(input[1:])
    else:
        return -2

def S3(input):
    if len(input) == 0:
        return -4

    if input[0] == '1':
        return S4(input[1:])
    elif input[0] == '0':
        return S3(input[1:])
    else:
```

```
        return -2


def S4(input):
    if len(input) == 0:
        return 0

    if input[0] == '1':
        return S4(input[1:])
    elif input[0] == '0':
        return S5(input[1:])
    else:
        return -2


def S5(input):
    if len(input) == 0:
        return 0

    if input[0] == '1':
        return S4(input[1:])
    elif input[0] == '0':
        return S3(input[1:])
    else:
        return -2

def L3validator(input):
    result = S1(input)
    print(input, MESSAGES[result])
    return result
```

5. Написать программу интерпретационного типа для реализации минимального детерминированного конечного распознавателя языка L_3.

```
MESSAGES = {
    0: "Отвергнуть, последовательность пуста",             # -1
    3: "Отвергнуть, невалидный входной символ",            # -2
    1: "Отвергнуть, слишком короткая цепочка",             # -3
    2: "Отвергнуть, последние два символа не содержат 1",  # -4
    4: "Допустить",                                       # 0
}

PERMITTING = [3, 4]

MATRIX = {
    "1": [1, 3, 3, 3, 3],
    "0": [2, 4, 2, 4, 2]
}

def L3validator(input):
    input_origin = input
    S = 0
```

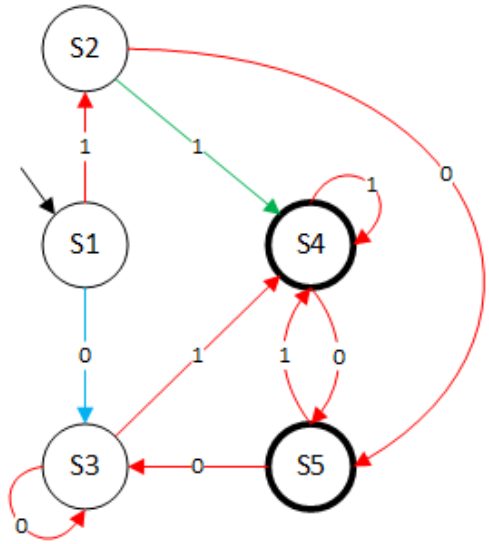
```
    while len(input) > 0 and S >= 0:
        S = MATRIX[input[0]][S]
        input = input[1:]

    if S in PERMITTING:
        S = 4

    print(input_origin, MESSAGES[S])
    return S
```

6. Подобрать наборы тестовых данных так, чтобы в процессе тестирования сработал каждый переход конечного распознавателя.

   (a) 10001101 - уникальные тестируемые переходы отмечены красным

   (b) 11 - уникальные тестируемые переходы отмечены зелёным

   (c) 01 - уникальные тестируемые переходы отмечены голубым



Тесты для компиляционного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех переходов
assert L3validator("10001101") == 0
assert L3validator("11") == 0
assert L3validator("01") == 0
```

Тесты для интерпретационного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех переходов
assert L3validator("10001101") == 4
assert L3validator("11") == 4
assert L3validator("01") == 4
```

7. Подобрать наборы тестовых данных так, чтобы в процессе тестирования распознаватель закончил обработку цепочек в каждом состоянии конечного распознавателя.

   (a) <пустая строка> - состояние S1

   (b) 1 - состояние S2

   (c) 0 - состояние S3

   (d) 11 - состояние S4

   (e) 10 - состояние S5

   Тесты для компиляционного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех состояний
assert L3validator("") == -1
assert L3validator("1") == -3
assert L3validator("0") == -4
assert L3validator("11") == 0
assert L3validator("10") == 0
```

   Тесты для интерпретационного варианта программы:

```
# Тестовые данные для всех состояний
assert L3validator("") == 0
assert L3validator("1") == 1
assert L3validator("0") == 2
assert L3validator("11") == 4
assert L3validator("10") == 4
```

8. Выполнить тестирование программ для реализации минимального детерминированного конечного распознавателя языка L_3.

   Результаты выполнения компиляционного варианта программы:

```
10001101 Допустить
11 Допустить
01 Допустить
 Отвергнуть, последовательность пуста
1 Отвергнуть, слишком короткая цепочка
0 Отвергнуть, последние два символа не содержат 1
11 Допустить
10 Допустить

Process finished with exit code 0
```

Результаты выполнения интерпретационного варианта программы:

```
10001101 Допустить
11 Допустить
01 Допустить
 Отвергнуть, последовательность пуста
1 Отвергнуть, слишком короткая цепочка
0 Отвергнуть, последние два символа не содержат 1
11 Допустить
10 Допустить

Process finished with exit code 0
```

Оба варианта программы завершились без ошибок, а значит проверки в проверках истинные, следовательно программа написана верно.

Вывод: в ходе лабораторной работы изучили основные способы задания регулярных языков, способы построения, алгоритмы преобразования, анализа и реализации конечных распознавателей.