

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**  
**(БГТУ им. В.Г. Шухова)**



**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

**Лабораторная работа №2**

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков  
тема: «Преобразования КС-грамматик.»

Выполнил: ст. группы ПВ-223  
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:  
ст. пр. Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

**Лабораторная работа №2**  
**Преобразования КС-грамматик.**  
**Вариант 8**

**Цель работы:** изучить основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научиться применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.

**Задание:**

1.  $T \rightarrow abETP$
2.  $T \rightarrow aDE$
3.  $T \rightarrow D$
4.  $D \rightarrow DTA b$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $E \rightarrow \varepsilon$
7.  $P \rightarrow BCa$
8.  $P \rightarrow Cb$
9.  $C \rightarrow abC$
10.  $A \rightarrow Bbb$
11.  $B \rightarrow aECb$
12.  $B \rightarrow D$

1. Преобразовать исходную грамматику  $G$  в грамматику  $G_1$  без лишних символов.

**Модификации:** в ходе выполнения лабораторной работы обнаружено, что в грамматике не будет недостижимых символов. Поэтому добавим правило:

$$13. S \rightarrow ab$$

Найдём в исходной грамматике бесплодные нетерминалы.

Для начала найдём продуктивные нетерминалы.

В множество продуктивных нетерминалов  $P$  включаем нетерминал  $D$  (правило 5) нетерминал  $E$  (правило 6) и нетерминал  $S$  (правило 13). Получаем  $P = \{D, E, S\}$ .

Повторяем проверку и включаем нетерминал  $T$  (правило 2) и нетерминал  $B$  (правило 12). Получаем  $P = \{D, E, S, T, B\}$

Повторяем проверку и включаем  $A$  (правило 10). Получаем  $P = \{D, E, S, T, B, A\}$   
Множество  $P$  больше увеличить не можем.

Из множества нетерминалов исключаем продуктивные нетерминалы и получаем  $\{P, C\}$  - множество бесплодных нетерминалов.

Исключаем правила 1, 7, 8, 9, 11 так как они содержат бесплодные нетерминалы.  
Получаем грамматику:

2.  $T \rightarrow aDE$
3.  $T \rightarrow D$
4.  $D \rightarrow DTA b$

5.  $D \rightarrow b$
6.  $E \rightarrow \varepsilon$
10.  $A \rightarrow Bbb$
12.  $B \rightarrow D$
13.  $S \rightarrow ab$

Найдём достижимые символы.

Положим  $P = \{T\}$ , где  $T$  - начальный нетерминал.

Включим в список  $a, D, E$  (правило 2).  $P = \{T, a, D, E\}$ .

Включим в список  $b, A$  (правило 4),  $\varepsilon$ .  $P = \{T, a, D, E, \varepsilon, b, A\}$ .

Включим в список  $B$  (правило 10).  $P = \{T, a, D, E, \varepsilon, b, A, B\}$ .

Множество  $P$  больше увеличить не можем.

Из множества терминалов и нетерминалов исключаем достижимые терминалы и нетерминалы и получаем  $\{S\}$  - множество недостижимых нетерминалов и терминалов.

Исключаем из грамматики правило 13, так как оно содержит недостижимый символ.

Искомая грамматика  $G_1$ :

1.  $T \rightarrow aDE$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

2. Преобразовать грамматику  $G_1$  в грамматику  $G_2$  без  $\varepsilon$ -правил.

Выберем правило 5. Исключаем из правой части каждого правила исходной грамматики всеми возможными способами вхождение нетерминала  $E$ . Полученные правила добавляем в множество правил грамматики.

- 1\_1.  $T \rightarrow aDE$
- 1\_2.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Исключаем из списка правил правило 5.

- 1\_1.  $T \rightarrow aDE$
- 1\_2.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTAb$

4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Исключим из правил непродуктивные символы:

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTA b$
4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

В полученной грамматике  $G_2$  нет правил вида  $A \rightarrow A$ , одинаковых правил и  $\varepsilon$ -правил. Получили искомую грамматику:

Искомая грамматика  $G_2$ :

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTA b$
4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

### 3. Преобразовать грамматику $G_1$ в грамматику $G_3$ без цепных правил.

Применим замену края:

Исходная грамматика:

1.  $T \rightarrow aDE$
2.  $\mathbf{T} \rightarrow \mathbf{D}$
3.  $D \rightarrow DTA b$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Шаг 1:

1.  $T \rightarrow aDE$
2.  $T \rightarrow DTA b$
2.  $T \rightarrow b$
3.  $D \rightarrow DTA b$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{D}$

Шаг 2:

1.  $T \rightarrow aDE$

- 2\_1.  $T \rightarrow DTAb$
- 2\_2.  $T \rightarrow b$
- 3.  $D \rightarrow DTAb$
- 4.  $D \rightarrow b$
- 5.  $E \rightarrow \varepsilon$
- 6.  $A \rightarrow Bbb$
- 7\_1.  $B \rightarrow DTAb$
- 7\_2.  $B \rightarrow b$

Цепных правил не осталось. Получили искомую грамматику  $G_3$ .

Альтернативный вариант:

Исключим из грамматики все нецепные правила. Это правила 1, 3, 4, 5, 6.

- 2.  $T \rightarrow D$
- 7.  $B \rightarrow D$

Примем множества  $M^T = \{T\}$ . Включим нетерминал  $D$  в множество  $M^T$ , так как есть правило 2  $T \rightarrow D$ .  $M^T = \{T, D\}$ . Больше в  $M^T$  ничего добавить не можем. Исключаем  $T$ :  $M^T = \{D\}$ .

Примем множества  $M^B = \{B\}$ . Включим нетерминал  $D$  в множество  $M^T$ , так как есть правило 7  $B \rightarrow D$ .  $M^B = \{B, D\}$ . Больше в  $M^T$  ничего добавить не можем. Исключаем  $B$ :  $M^B = \{D\}$ .

Исключаем из грамматики  $G_1$  все цепные правила:

- 1.  $T \rightarrow aDE$
- 3.  $D \rightarrow DTAb$
- 4.  $D \rightarrow b$
- 5.  $E \rightarrow \varepsilon$
- 6.  $A \rightarrow Bbb$

Для правила 3 добавим правило 3\_1.  $T \rightarrow DTAb$ , так как  $D$  принадлежит  $M^T = \{D\}$ .

Для правила 3 добавим правило 3\_2.  $B \rightarrow DTAb$ , так как  $D$  принадлежит  $M^B = \{D\}$ .

Для правила 4 добавим правило 4\_1.  $T \rightarrow b$ , так как  $D$  принадлежит  $M^T = \{D\}$ .

Для правила 4 добавим правило 4\_2.  $B \rightarrow b$ , так как  $D$  принадлежит  $M^B = \{D\}$ .

Искомая грамматика  $G_3$ :

- 1.  $T \rightarrow aDE$
- 3.  $D \rightarrow DTAb$
- 3\_1.  $T \rightarrow DTAb$
- 3\_2.  $B \rightarrow DTAb$
- 4.  $D \rightarrow b$
- 4\_1.  $T \rightarrow b$
- 4\_2.  $B \rightarrow b$
- 5.  $E \rightarrow \varepsilon$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

4. Преобразовать грамматику  $G_1$  в грамматику  $G_4$  без левой рекурсии.

Алгоритм применим, если грамматика не имеет циклов (цепных правил) и  $\varepsilon$ -правил. Для получения грамматики без  $\varepsilon$ -правил воспользуемся грамматикой  $G_2$ .

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2. T \rightarrow D$$

$$3. D \rightarrow DTA b$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7. B \rightarrow D$$

Преобразуем эту грамматику так, чтобы в ней не было цепных правил.

Исходная грамматика:

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2. \mathbf{T} \rightarrow \mathbf{D}$$

$$3. D \rightarrow DTA b$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7. B \rightarrow D$$

Выполним замену края:

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2\_1. T \rightarrow DTA b$$

$$2\_2. T \rightarrow b$$

$$3. D \rightarrow DTA b$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7. \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{D}$$

Выполним замену края:

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2\_1. T \rightarrow DTA b$$

$$2\_2. T \rightarrow b$$

$$3. D \rightarrow DTA b$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7\_1. B \rightarrow DTA b$$

$$7\_2. B \rightarrow b$$

Получили грамматику  $G'_3$  без лишних символов,  $\varepsilon$ -правил и цепных правил:

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2. T \rightarrow DTA b$$

3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DTAb$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow DTAb$
8.  $B \rightarrow b$

Обозначим нетерминалы грамматики: T, D, A, B как  $A_1, A_2, A_3, A_4$  соответственно.

1.  $A_1 \rightarrow aA_2$
2.  $A_1 \rightarrow A_2A_1A_3b$
3.  $A_1 \rightarrow b$
4.  $A_2 \rightarrow A_2A_1A_3b$
5.  $A_2 \rightarrow b$
6.  $A_3 \rightarrow A_4bb$
7.  $A_4 \rightarrow A_2A_1A_3b$
8.  $A_4 \rightarrow b$

Рассмотрим нетерминал  $A_1$ .

Правил вида  $A_1 \rightarrow A_0a$  не существует, следовательно замену края выполнять не будем.

Самолеворекурсивных правил для  $A_1$  также нет.

Рассмотрим нетерминал  $A_2$ .

Правил вида  $A_2 \rightarrow A_1a$  не существует, следовательно замену края выполнять не будем.

Для  $A_2$  существует самолеворекурсивное правило 4. Также существует несаморекурсивное правило 5. Заменим эти правила:

1.  $A_1 \rightarrow aA_2$
2.  $A_1 \rightarrow A_2A_1A_3b$
3.  $A_1 \rightarrow b$
9.  $A_2 \rightarrow bB_1$
10.  $B_1 \rightarrow A_1A_3bB_1$
11.  $B_1 \rightarrow \varepsilon$
6.  $A_3 \rightarrow A_4bb$
7.  $A_4 \rightarrow A_2A_1A_3b$
8.  $A_4 \rightarrow b$

Рассмотрим нетерминал  $A_3$ .

Правил вида  $A_3 \rightarrow A_2a$  не существует, следовательно замену края выполнять не будем.

Самолеворекурсивных правил для  $A_3$  также нет.

Рассмотрим нетерминал  $A_4$ .

Существует правило 7.  $A_4 \rightarrow A_2A_1A_3b$ , выполним замену края:

1.  $A_1 \rightarrow aA_2$

2.  $A_1 \rightarrow A_2 A_1 A_3 b$
3.  $A_1 \rightarrow b$
9.  $A_2 \rightarrow b B_1$
10.  $B_1 \rightarrow A_1 A_3 b B_1$
11.  $B_1 \rightarrow \varepsilon$
6.  $A_3 \rightarrow A_4 b b$
12.  $A_4 \rightarrow b B_1 A_1 A_3 b$
8.  $A_4 \rightarrow b$

Искомая грамматика  $G_4$ :

1.  $T \rightarrow a D$
2.  $T \rightarrow D T A b$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow b B_1$
5.  $B_1 \rightarrow T A b B_1$
6.  $B_1 \rightarrow \varepsilon$
7.  $A \rightarrow B b b$
8.  $B \rightarrow b B_1 T A b$
9.  $B \rightarrow b$

5. Преобразовать грамматику  $G_1$  в грамматику  $G_5$  без несаморекурсивных нетерми-  
налов.

Исходная грамматика:

1.  $T \rightarrow a D E$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow D T A b$
4.  $D \rightarrow b$
5.  $E \rightarrow \varepsilon$
6.  $A \rightarrow B b b$
7.  $B \rightarrow D$

Нетерминал  $E$  несаморекурсивный.

Исключаем правило 5:

5.  $E \rightarrow \varepsilon$

Выбираем вхождение символа  $E$  в правиле 1 и выполняем замену на правую часть правила 5:

1.  $T \rightarrow a D$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow D T A b$
4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow B b b$
7.  $B \rightarrow D$

Нетерминал  $T$  несаморекурсивный.



Исключаем правила 1\_1, 2:

1\_1.  $T \rightarrow aD$

2.  $T \rightarrow D$

Выбираем вхождение символа T в правиле 3 и выполняем замену на правую часть правил 1\_1, 2:

3\_1.  $D \rightarrow DaDAb$

3\_2.  $D \rightarrow DDAb$

4.  $D \rightarrow b$

6.  $A \rightarrow Bbb$

7.  $B \rightarrow D$

Нетерминал B несаморекурсивный.

Исключаем правило 7:

7.  $B \rightarrow D$

Выбираем вхождение символа B в правиле 6 и выполняем замену на правую часть правила 7:

3\_1.  $D \rightarrow DaDAb$

3\_2.  $D \rightarrow DDAb$

4.  $D \rightarrow b$

6\_1.  $A \rightarrow Dbb$

Нетерминал A несаморекурсивный.

Исключаем правило 6\_1:

6\_1.  $A \rightarrow Dbb$

Выбираем вхождение символа A в правилах 3\_1, 3\_2 и выполняем замену на правую часть правила 6\_1:

3\_1\_1.  $D \rightarrow DaDDbbb$

3\_2\_2.  $D \rightarrow DDDbbb$

4.  $D \rightarrow b$

Искомая грамматика  $G_5$ :

1.  $D \rightarrow DaDDbbb$

2.  $D \rightarrow DDDbbb$

3.  $D \rightarrow b$

6. Получить грамматику  $G_6$ , эквивалентную грамматике  $G_1$ , в которой правая часть каждого правила состоит либо из одного терминала, либо двух нетерминалов.

Для получения грамматики  $G_6$  необходимо привести грамматику  $G_1$  к нормальной форме Хомского.

Воспользуемся грамматикой  $G'_3$ , в которой нет цепных правил,  $\varepsilon$ -правил и цепных правил.

Исходная грамматика:

1.  $T \rightarrow aD$

2.  $T \rightarrow DTA b$

3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DTAb$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow DTAb$
8.  $B \rightarrow b$

Выполним пункт 1 алгоритма (преобразование правил вида  $A \rightarrow Xa$ ):

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow DN_1$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DN_1$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow DN_1$
8.  $B \rightarrow b$
9.  $N_1 \rightarrow TAb$

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow DN_1$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DN_1$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow BN_2$
7.  $B \rightarrow DN_1$
8.  $B \rightarrow b$
9.  $N_1 \rightarrow TAb$
10.  $N_2 \rightarrow bb$

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow DN_1$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DN_1$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow BN_2$
7.  $B \rightarrow DN_1$
8.  $B \rightarrow b$
9.  $N_1 \rightarrow N_3b$
10.  $N_2 \rightarrow bb$
11.  $N_3 \rightarrow TA$

Выполним пункт 2 алгоритма (преобразование правил вида  $A \rightarrow tB$ ):

1.  $T \rightarrow N_4D$
2.  $T \rightarrow DN_1$
3.  $T \rightarrow b$

4.  $D \rightarrow DN_1$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow BN_2$
7.  $B \rightarrow DN_1$
8.  $B \rightarrow b$
9.  $N_1 \rightarrow N_3b$
10.  $N_2 \rightarrow bb$
11.  $N_3 \rightarrow TA$
12.  $N_4 \rightarrow a$

Выполним пункт 3 алгоритма (преобразование правил вида  $A \rightarrow Bt$ ):

1.  $T \rightarrow N_4D$
2.  $T \rightarrow DN_1$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DN_1$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow BN_2$
7.  $B \rightarrow DN_1$
8.  $B \rightarrow b$
9.  $N_1 \rightarrow N_3T$
10.  $N_2 \rightarrow bb$
11.  $N_3 \rightarrow TA$
12.  $N_4 \rightarrow a$

Выполним пункт 4 алгоритма (преобразование правил вида  $A \rightarrow tt$ ):

1.  $T \rightarrow N_4D$
2.  $T \rightarrow DN_1$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DN_1$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow BN_2$
7.  $B \rightarrow DN_1$
8.  $B \rightarrow b$
9.  $N_1 \rightarrow N_3T$
10.  $N_2 \rightarrow TT$
11.  $N_3 \rightarrow TA$
12.  $N_4 \rightarrow a$

Искомая грамматика  $G_6$ :

1.  $T \rightarrow N_4D$
2.  $T \rightarrow DN_1$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow DN_1$
5.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow BN_2$

7.  $B \rightarrow DN_1$
8.  $B \rightarrow b$
9.  $N_1 \rightarrow N_3T$
10.  $N_2 \rightarrow TT$
11.  $N_3 \rightarrow TA$
12.  $N_4 \rightarrow a$

7. Получить грамматику  $G_7$ , эквивалентную грамматике  $G_1$ , в которой правая часть каждого правила начинается терминалом.

Для получения грамматики  $G_7$  необходимо привести грамматику  $G_1$  к нормальной форме Грейбах.

Используем преобразованную грамматику  $G_1$  без левой рекурсии  $G_4$ :

В  $G_4$  есть  $\varepsilon$ -правила. Исключим их и получим грамматику  $G'_4$ :

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow DTAb$
3.  $T \rightarrow b$
4.  $D \rightarrow bB_1$
5.  $B_1 \rightarrow TAbB_1$
6.  $B_1 \rightarrow \varepsilon$
7.  $A \rightarrow Bbb$
8.  $B \rightarrow bB_1TAb$
9.  $B \rightarrow b$

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow DTAb$
3.  $T \rightarrow b$
- 4\_1.  $D \rightarrow bB_1$
- 4\_2.  $D \rightarrow b$
- 5\_1.  $B_1 \rightarrow TAbB_1$
- 5\_2.  $B_1 \rightarrow TAb$
7.  $A \rightarrow Bbb$
- 8\_1.  $B \rightarrow bB_1TAb$
- 8\_2.  $B \rightarrow bTAb$
9.  $B \rightarrow b$

Упорядочим грамматику:

1.  $B_1 \rightarrow TAb$
2.  $B_1 \rightarrow TAbB_1$
3.  $T \rightarrow aD$
4.  $T \rightarrow DTAb$
5.  $D \rightarrow bB_1$
6.  $A \rightarrow Bbb$

7.  $B \rightarrow bB_1TA b$
8.  $B \rightarrow bTA b$
9.  $B \rightarrow b$
10.  $T \rightarrow b$
11.  $D \rightarrow b$

Выполнение замены края:

1.  $B_1 \rightarrow TAb$
2.  $B_1 \rightarrow TAbB_1$
3.  $T \rightarrow aD$
4.  $T \rightarrow DTAb$
5.  $D \rightarrow bB_1$
- 6\_1.  $A \rightarrow bB_1TAbbb$
- 6\_2.  $A \rightarrow bTAbbb$
- 6\_3.  $A \rightarrow bbb$
7.  $B \rightarrow bB_1TA b$
8.  $B \rightarrow bTA b$
9.  $B \rightarrow b$
10.  $T \rightarrow b$
11.  $D \rightarrow b$

1.  $B_1 \rightarrow TAb$
2.  $B_1 \rightarrow TAbB_1$
3.  $T \rightarrow aD$
4.  $T \rightarrow bB_1TA b$
5.  $D \rightarrow bB_1$
- 6\_1.  $A \rightarrow bB_1TAbbb$
- 6\_2.  $A \rightarrow bTAbbb$
- 6\_3.  $A \rightarrow bbb$
7.  $B \rightarrow bB_1TA b$
8.  $B \rightarrow bTA b$
9.  $B \rightarrow b$
10.  $T \rightarrow b$
11.  $D \rightarrow b$

- 1\_1.  $B_1 \rightarrow aDA b$
- 1\_2.  $B_1 \rightarrow bB_1TA bAb$
- 2\_1.  $B_1 \rightarrow aDA bB_1$
- 2\_2.  $B_1 \rightarrow bB_1TA bAbB_1$
3.  $T \rightarrow aD$
4.  $T \rightarrow bB_1TA b$
5.  $D \rightarrow bB_1$
- 6\_1.  $A \rightarrow bB_1TAbbb$
- 6\_2.  $A \rightarrow bTAbbb$
- 6\_3.  $A \rightarrow bbb$

7.  $B \rightarrow bB_1TAb$
8.  $B \rightarrow bTAb$
9.  $B \rightarrow b$
10.  $T \rightarrow b$
11.  $D \rightarrow b$

Искомая грамматика  $G_7$ :

1.  $B_1 \rightarrow aDAb$
2.  $B_1 \rightarrow bB_1TAbAb$
3.  $B_1 \rightarrow aDAbB_1$
4.  $B_1 \rightarrow bB_1TAbAbB_1$
5.  $T \rightarrow aD$
6.  $T \rightarrow bB_1TAb$
7.  $D \rightarrow bB_1$
8.  $A \rightarrow bB_1TAbbb$
9.  $A \rightarrow bTAbbb$
10.  $A \rightarrow bbb$
11.  $B \rightarrow bB_1TAb$
12.  $B \rightarrow bTAb$
13.  $B \rightarrow b$
14.  $T \rightarrow b$
15.  $D \rightarrow b$

8. Получить грамматику  $G_8$ , эквивалентную грамматике  $G_1$ , в которой правая часть каждого не  $\varepsilon$ -правила начинается терминалом и любые два правила с одинаковой левой частью различаются первым символом в правой части.

Для получения такой грамматики можем проводить множественную левую факторизацию и замену в грамматике  $G_7$ .

**Модификации:** в ходе выполнения задания было выявлено, что грамматика  $G_7$  преобразовать к искомой невозможно, так как алгоритм зациклился. Попробуем удалить из грамматики  $G_7$  правила 2, 3, 4, 5.

- $$B_1 \rightarrow aDAb$$
- $$T \rightarrow bB_1TAb$$
- $$D \rightarrow bB_1$$
- $$A \rightarrow bB_1TAbbb$$
- $$A \rightarrow bTAbbb$$
- $$A \rightarrow bbb$$
- $$B \rightarrow bB_1TAb$$
- $$B \rightarrow bTAb$$
- $$B \rightarrow b$$
- $$T \rightarrow b$$
- $$D \rightarrow b$$

Выполним левую факторизацию:

$$\begin{aligned}
B_1 &\rightarrow aDAb \\
T &\rightarrow bB_1TA b \\
D &\rightarrow bB_1 \\
A &\rightarrow bE_1 \\
E_1 &\rightarrow B_1TA bbb \\
E_1 &\rightarrow TA bbb \\
E_1 &\rightarrow bb \\
B &\rightarrow bE_2 \\
E_2 &\rightarrow B_1TA b \\
E_2 &\rightarrow TA b \\
E_2 &\rightarrow \varepsilon \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow b
\end{aligned}$$

Выполним замену:

$$\begin{aligned}
B_1 &\rightarrow aDAb \\
T &\rightarrow bB_1TA b \\
D &\rightarrow bB_1 \\
A &\rightarrow bE_1 \\
E_1 &\rightarrow aDA bTA bbb \\
E_1 &\rightarrow bB_1TA bAbbb \\
E_1 &\rightarrow bb \\
B &\rightarrow bE_2 \\
E_2 &\rightarrow aDA bTA b \\
E_2 &\rightarrow bB_1TA bAb \\
E_2 &\rightarrow \varepsilon \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow b
\end{aligned}$$

Выполним левую факторизацию:

$$\begin{aligned}
B_1 &\rightarrow aDAb \\
T &\rightarrow bB_1TA b \\
D &\rightarrow bB_1 \\
A &\rightarrow bE_1 \\
E_1 &\rightarrow aDA bTA bbb \\
E_1 &\rightarrow bE_3 \\
E_3 &\rightarrow B_1TA bAbbb \\
E_3 &\rightarrow b \\
B &\rightarrow bE_2 \\
E_2 &\rightarrow aDA bTA b \\
E_2 &\rightarrow bB_1TA bAb \\
E_2 &\rightarrow \varepsilon \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow b
\end{aligned}$$

Выполним замену:

$$B_1 \rightarrow aDAb$$

$$T \rightarrow bB_1TA b$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bE_1$$

$$E_1 \rightarrow aDAbTAbbb$$

$$E_1 \rightarrow bE_3$$

$$E_3 \rightarrow aDAbTAbAbbb$$

$$E_3 \rightarrow b$$

$$B \rightarrow bE_2$$

$$E_2 \rightarrow aDAbTAb$$

$$E_2 \rightarrow bB_1TA bAb$$

$$E_2 \rightarrow \varepsilon$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

Искомая грамматика  $G_8$ :

$$B_1 \rightarrow aDAb$$

$$T \rightarrow bB_1TA b$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bE_1$$

$$B \rightarrow bE_2$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

$$E_1 \rightarrow aDAbTAbbb$$

$$E_1 \rightarrow bE_3$$

$$E_2 \rightarrow aDAbTAb$$

$$E_2 \rightarrow bB_1TA bAb$$

$$E_2 \rightarrow \varepsilon$$

$$E_3 \rightarrow aDAbTAbAbbb$$

$$E_3 \rightarrow b$$

9. Получить грамматику  $G_9$ , эквивалентную грамматике  $G_1$ , в которой правая часть каждого правила не содержит двух стоящих рядом нетерминала.

Для получения такой грамматики преобразуем грамматику  $G_7$  к операторной КС-грамматике.

Для приведения грамматики  $G_7$  к форме Грейбах введём правило:  $G \rightarrow b$ :

Исходная грамматика:

$$B_1 \rightarrow aDAG$$

$$B_1 \rightarrow bB_1TAGAG$$

$$B_1 \rightarrow aDAGB_1$$

$$B_1 \rightarrow bB_1TAGAGB_1$$

$$T \rightarrow aD$$

$$T \rightarrow bB_1TAG$$

$$D \rightarrow bB_1$$



$$A \rightarrow bB_1TAGGG$$

$$A \rightarrow bTAGGG$$

$$A \rightarrow bGG$$

$$B \rightarrow bB_1TAG$$

$$B \rightarrow bTAG$$

$$B \rightarrow b$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

$$G \rightarrow b$$

Введём операторные правила:

$$B_1 \rightarrow aN_1$$

$$B_1 \rightarrow bN_2$$

$$B_1 \rightarrow aN_3$$

$$B_1 \rightarrow bN_4$$

$$T \rightarrow aD$$

$$T \rightarrow bN_5$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bN_6$$

$$A \rightarrow bN_7$$

$$A \rightarrow bN_8$$

$$B \rightarrow bN_5$$

$$B \rightarrow bN_9$$

$$B \rightarrow b$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

$$G \rightarrow b$$

$$N_1 \rightarrow DAG$$

$$N_2 \rightarrow B_1TAGAG$$

$$N_3 \rightarrow DAGB_1$$

$$N_4 \rightarrow B_1TAGAGB_1$$

$$N_5 \rightarrow B_1TAG$$

$$N_6 \rightarrow B_1TAGGG$$

$$N_7 \rightarrow TAGGG$$

$$N_8 \rightarrow GG$$

$$N_9 \rightarrow TAG$$

Выполним замену:

$$B_1 \rightarrow aN_1$$

$$B_1 \rightarrow bN_2$$

$$B_1 \rightarrow aN_3$$

$$B_1 \rightarrow bN_4$$

$$T \rightarrow aD$$

$$T \rightarrow bN_5$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bN_6$$

$$A \rightarrow bN_7$$

$$A \rightarrow bN_8$$

$$B \rightarrow bN_5$$

$$B \rightarrow bN_9$$

$$B \rightarrow b$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

$$G \rightarrow b$$

$$N_1 \rightarrow DbN_6b$$

$$N_1 \rightarrow DbN_7b$$

$$N_1 \rightarrow DbN_8b$$

$$N_2 \rightarrow B_1aDbN_6bAb$$

$$N_2 \rightarrow B_1aDbN_7bAb$$

$$N_2 \rightarrow B_1aDbN_8bAb$$

$$N_2 \rightarrow B_1bN_5bN_6bAb$$

$$N_2 \rightarrow B_1bN_5bN_7bAb$$

$$N_2 \rightarrow B_1bN_5bN_8bAb$$

$$N_3 \rightarrow DbN_6bB_1$$

$$N_3 \rightarrow DbN_7bB_1$$

$$N_3 \rightarrow DbN_8bB_1$$

$$N_4 \rightarrow B_1aDbN_6bAbB_1$$

$$N_4 \rightarrow B_1aDbN_7bAbB_1$$

$$N_4 \rightarrow B_1aDbN_8bAbB_1$$

$$N_4 \rightarrow B_1bN_5bN_6bAbB_1$$

$$N_4 \rightarrow B_1bN_5bN_7bAbB_1$$

$$N_4 \rightarrow B_1bN_5bN_8bAbB_1$$

$$N_5 \rightarrow B_1aDbN_6b$$

$$N_5 \rightarrow B_1aDbN_7b$$

$$N_5 \rightarrow B_1aDbN_8b$$

$$N_5 \rightarrow B_1bN_5bN_6b$$

$$N_5 \rightarrow B_1bN_5bN_7b$$

$$N_5 \rightarrow B_1bN_5bN_8b$$

$$N_6 \rightarrow B_1aDbN_6bGb$$

$$N_6 \rightarrow B_1aDbN_7bGb$$

$$N_6 \rightarrow B_1aDbN_8bGb$$

$$N_6 \rightarrow B_1bN_5bN_6bGb$$

$$N_6 \rightarrow B_1bN_5bN_7bGb$$

$$N_6 \rightarrow B_1bN_5bN_8bGb$$

$$N_7 \rightarrow TbN_6bGb$$

$$N_7 \rightarrow TbN_7bGb$$

$$N_7 \rightarrow TbN_8bGb$$

$$N_8 \rightarrow Gb$$

$$N_9 \rightarrow TbN_6b$$

$$N_9 \rightarrow TbN_7b$$

$$N_9 \rightarrow TbN_8b$$

Получена искомая грамматика  $G_9$ :

1.  $B_1 \rightarrow aN_1$
2.  $B_1 \rightarrow bN_2$
3.  $B_1 \rightarrow aN_3$
4.  $B_1 \rightarrow bN_4$
5.  $T \rightarrow aD$
6.  $T \rightarrow bN_5$
7.  $D \rightarrow bB_1$
8.  $A \rightarrow bN_6$
9.  $A \rightarrow bN_7$
11.  $A \rightarrow bN_8$
12.  $B \rightarrow bN_5$
13.  $B \rightarrow bN_9$
14.  $B \rightarrow b$
15.  $T \rightarrow b$
16.  $D \rightarrow b$
17.  $G \rightarrow b$
18.  $N_1 \rightarrow DbN_6b$
19.  $N_1 \rightarrow DbN_7b$
20.  $N_1 \rightarrow DbN_8b$
21.  $N_2 \rightarrow B_1aDbN_6bAb$
22.  $N_2 \rightarrow B_1aDbN_7bAb$
23.  $N_2 \rightarrow B_1aDbN_8bAb$
24.  $N_2 \rightarrow B_1bN_5bN_6bAb$
25.  $N_2 \rightarrow B_1bN_5bN_7bAb$
26.  $N_2 \rightarrow B_1bN_5bN_8bAb$
27.  $N_3 \rightarrow DbN_6bB_1$
28.  $N_3 \rightarrow DbN_7bB_1$
29.  $N_3 \rightarrow DbN_8bB_1$
30.  $N_4 \rightarrow B_1aDbN_6bAbB_1$
31.  $N_4 \rightarrow B_1aDbN_7bAbB_1$
32.  $N_4 \rightarrow B_1aDbN_8bAbB_1$
33.  $N_4 \rightarrow B_1bN_5bN_6bAbB_1$
34.  $N_4 \rightarrow B_1bN_5bN_7bAbB_1$
35.  $N_4 \rightarrow B_1bN_5bN_8bAbB_1$
36.  $N_5 \rightarrow B_1aDbN_6b$
37.  $N_5 \rightarrow B_1aDbN_7b$
38.  $N_5 \rightarrow B_1aDbN_8b$
39.  $N_5 \rightarrow B_1bN_5bN_6b$
40.  $N_5 \rightarrow B_1bN_5bN_7b$
41.  $N_5 \rightarrow B_1bN_5bN_8b$
42.  $N_6 \rightarrow B_1aDbN_6bGb$
43.  $N_6 \rightarrow B_1aDbN_7bGb$
44.  $N_6 \rightarrow B_1aDbN_8bGb$
45.  $N_6 \rightarrow B_1bN_5bN_6bGb$

46.  $N_6 \rightarrow B_1bN_5bN_7bGb$
47.  $N_6 \rightarrow B_1bN_5bN_8bGb$
48.  $N_7 \rightarrow TbN_6bGb$
49.  $N_7 \rightarrow TbN_7bGb$
50.  $N_7 \rightarrow TbN_8bGb$
51.  $N_8 \rightarrow Gb$
52.  $N_9 \rightarrow TbN_6b$
53.  $N_9 \rightarrow TbN_7b$
54.  $N_9 \rightarrow TbN_8b$

10. Получить грамматику  $G_{10}$ , эквивалентную грамматике  $G_1$ , в которой любой символ занимает либо только крайнюю правую позицию в правых частях правил, либо находится левее самого правого символа в правых частях правил.

Возьмём грамматику  $G_2$ :

1.  $T \rightarrow aD$
2.  $T \rightarrow D$
3.  $D \rightarrow DTA b$
4.  $D \rightarrow b$
6.  $A \rightarrow Bbb$
7.  $B \rightarrow D$

Введём правило  $N \rightarrow \varepsilon$ . Добавим символ N к концу всех правил:

1.  $T \rightarrow aDN$
2.  $T \rightarrow DN$
3.  $D \rightarrow DTA bN$
4.  $D \rightarrow bN$
6.  $A \rightarrow BbbN$
7.  $B \rightarrow DN$
8.  $N \rightarrow \varepsilon$

Если выполним замену символа N во всех правилах, получим эквивалентную  $G_2$ , а значит и  $G_1$  грамматику. Символ N занимает только крайнюю правую позицию в правилах. Остальные символы находятся левее него.

Получили искомую грамматику  $G_{10}$ :

1.  $T \rightarrow aDN$
2.  $T \rightarrow DN$
3.  $D \rightarrow DTA bN$
4.  $D \rightarrow bN$
6.  $A \rightarrow BbbN$
7.  $B \rightarrow DN$
8.  $N \rightarrow \varepsilon$

**Вывод:** в ходе лабораторной работы изучили основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научились применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.