

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)



ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Лабораторная работа №2

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков
тема: «Преобразования КС-грамматик.»

Выполнил: ст. группы ПВ-223
Пахомов Владислав Андреевич

Проверили:
ст. пр. Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

Лабораторная работа №2
Преобразования КС-грамматик.
Вариант 8

Цель работы: изучить основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научиться применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.

Задание:

1. $T \rightarrow abETP$
2. $T \rightarrow aDE$
3. $T \rightarrow D$
4. $D \rightarrow DTA b$
5. $D \rightarrow b$
6. $E \rightarrow \varepsilon$
7. $P \rightarrow BCa$
8. $P \rightarrow Cb$
9. $C \rightarrow abC$
10. $A \rightarrow Bbb$
11. $B \rightarrow aECb$
12. $B \rightarrow D$

1. Преобразовать исходную грамматику G в грамматику G_1 без лишних символов.

Модификации: в ходе выполнения лабораторной работы обнаружено, что в грамматике не будет недостижимых символов. Поэтому добавим правило:

$$13. S \rightarrow ab$$

Найдём в исходной грамматике бесплодные нетерминалы.

Для начала найдём продуктивные нетерминалы.

В множество продуктивных нетерминалов P включаем нетерминал D (правило 5) нетерминал E (правило 6) и нетерминал S (правило 13). Получаем $P = \{D, E, S\}$.

Повторяем проверку и включаем нетерминал T (правило 2) и нетерминал B (правило 12). Получаем $P = \{D, E, S, T, B\}$

Повторяем проверку и включаем A (правило 10). Получаем $P = \{D, E, S, T, B, A\}$

Множество P больше увеличить не можем.

Из множества нетерминалов исключаем продуктивные нетерминалы и получаем $\{P, C\}$ - множество бесплодных нетерминалов.

Исключаем правила 1, 7, 8, 9, 11 так как они содержат бесплодные нетерминалы. Получаем грамматику:

2. $T \rightarrow aDE$
3. $T \rightarrow D$
4. $D \rightarrow DTA b$

5. $D \rightarrow b$
6. $E \rightarrow \varepsilon$
10. $A \rightarrow Bbb$
12. $B \rightarrow D$
13. $S \rightarrow ab$

Найдём достижимые символы.

Положим $P = \{T\}$, где T - начальный нетерминал.

Включим в список a, D, E (правило 2). $P = \{T, a, D, E\}$.

Включим в список b, A (правило 4), ε . $P = \{T, a, D, E, \varepsilon, b, A\}$.

Включим в список B (правило 10). $P = \{T, a, D, E, \varepsilon, b, A, B\}$.

Множество P больше увеличить не можем.

Из множества терминалов и нетерминалов исключаем достижимые терминалы и нетерминалы и получаем $\{S\}$ - множество недостижимых нетерминалов и терминалов.

Исключаем из грамматики правило 13, так как оно содержит недостижимый символ.

Искомая грамматика G_1 :

1. $T \rightarrow aDE$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
5. $E \rightarrow \varepsilon$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

2. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_2 без ε -правил.

Выберем правило 5. Исключаем из правой части каждого правила исходной грамматики всеми возможными способами вхождение нетерминала E . Полученные правила добавляем в множество правил грамматики.

- 1_1. $T \rightarrow aDE$
- 1_2. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
5. $E \rightarrow \varepsilon$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

Исключаем из списка правил правило 5.

- 1_1. $T \rightarrow aDE$
- 1_2. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTAb$

4. $D \rightarrow b$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

Исключим из правил непродуктивные символы:

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

В полученной грамматике G_2 нет правил вида $A \rightarrow A$, одинаковых правил и ε -правил. Получили искомую грамматику:

Искомая грамматика G_2 :

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

3. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_3 без цепных правил.

Исходная грамматика:

1. $T \rightarrow aDE$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
5. $E \rightarrow \varepsilon$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

Выполним замену края в правиле 2, так как нетерминал T - начальный:

1. $T \rightarrow aDE$
2. $T \rightarrow DTAb$
2. $T \rightarrow b$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
5. $E \rightarrow \varepsilon$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

Заменяем символ B в правиле 6 и удалим правило 7:

1. $T \rightarrow aDE$
2. $T \rightarrow DTAb$
2. $T \rightarrow b$
3. $D \rightarrow DTAb$

4. $D \rightarrow b$
5. $E \rightarrow \varepsilon$
- 6_1. $A \rightarrow Bbb$
- 6_2. $A \rightarrow Dbb$

Исключим правила с бесплодными нетерминалами:

1. $T \rightarrow aDE$
- 2_1. $T \rightarrow DTAb$
- 2_2. $T \rightarrow b$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
5. $E \rightarrow \varepsilon$
- 6_2. $A \rightarrow Dbb$

Искомая грамматика G_3 :

1. $T \rightarrow aDE$
2. $T \rightarrow DTAb$
3. $T \rightarrow b$
4. $D \rightarrow DTAb$
5. $D \rightarrow b$
6. $E \rightarrow \varepsilon$
7. $A \rightarrow Dbb$

4. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_4 без левой рекурсии.

Исходная грамматика:

1. $T \rightarrow aDE$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTAb$
4. $D \rightarrow b$
5. $E \rightarrow \varepsilon$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow D$

T не содержит левой рекурсии. Выполним устранение самолеворекурсивного правила для D :

- $$T \rightarrow aDE$$
- $$T \rightarrow D$$
- $$D \rightarrow bD'$$
- $$E \rightarrow \varepsilon$$
- $$A \rightarrow Bbb$$
- $$B \rightarrow D$$
- $$D' \rightarrow TAbD'$$
- $$D' \rightarrow \varepsilon$$

Выполним замену края в правиле 6:

$$T \rightarrow aDE$$

$$T \rightarrow D$$

$$D \rightarrow bD'$$

$$E \rightarrow \varepsilon$$

$$A \rightarrow Bbb$$

$$B \rightarrow bD'$$

$$D' \rightarrow TAbD'$$

$$D' \rightarrow \varepsilon$$

Искомая грамматика G_4 :

$$1. T \rightarrow aDE$$

$$2. T \rightarrow D$$

$$3. D \rightarrow bD'$$

$$4. E \rightarrow \varepsilon$$

$$5. A \rightarrow Bbb$$

$$6. B \rightarrow bD'$$

$$7. D' \rightarrow TAbD'$$

$$8. D' \rightarrow \varepsilon$$

5. Преобразовать грамматику G_1 в грамматику G_5 без несаморекурсивных нетерми-
налов.

Исходная грамматика:

$$1. T \rightarrow aDE$$

$$2. T \rightarrow D$$

$$3. D \rightarrow DTAb$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$5. E \rightarrow \varepsilon$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7. B \rightarrow D$$

Нетерминал E несаморекурсивный.

Исключаем правило 5:

$$5. E \rightarrow \varepsilon$$

Выбираем вхождение символа E в правиле 1 и выполняем одиночную замену:

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2. T \rightarrow D$$

$$3. D \rightarrow DTAb$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$6. A \rightarrow Bbb$$

$$7. B \rightarrow D$$

Нетерминал B несаморекурсивный.

Исключаем правило 7, выполняя одиночную замену:

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTA b$
4. $D \rightarrow b$
6. $A \rightarrow Dbb$

Нетерминал A несаморекурсивный.

Исключаем правило 7, выполняя одиночную замену:

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTDbbb$
4. $D \rightarrow b$

Нетерминал D саморекурсивный. Нетерминал T хоть и несаморекурсивный, однако является начальным терминалом, а значит выполнять преобразования с ним не можем.

Искомая грамматика G_5 :

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTDbbb$
4. $D \rightarrow b$

6. Получить грамматику G_6 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого правила состоит либо из одного терминала, либо двух нетерминалов.

Для получения грамматики G_6 необходимо привести грамматику G_1 к нормальной форме Хомского.

Воспользуемся грамматикой G'_3 , в которой нет цепных правил, ε -правил и цепных правил.

Исходная грамматика:

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow DTA b$
3. $T \rightarrow b$
4. $D \rightarrow DTA b$
5. $D \rightarrow b$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow DTA b$
8. $B \rightarrow b$

Выполним пункт 1 алгоритма (преобразование правил вида $A \rightarrow Xa$):

- $T \rightarrow aD$
- $T \rightarrow DN_1$
- $T \rightarrow b$
- $D \rightarrow DN_1$

$$\begin{aligned}
D &\rightarrow b \\
A &\rightarrow Bbb \\
B &\rightarrow DN_1 \\
B &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow TAb
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T &\rightarrow aD \\
T &\rightarrow DN_1 \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow DN_1 \\
D &\rightarrow b \\
A &\rightarrow BN_2 \\
B &\rightarrow DN_1 \\
B &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow TAb \\
N_2 &\rightarrow bb
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T &\rightarrow aD \\
T &\rightarrow DN_1 \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow DN_1 \\
D &\rightarrow b \\
A &\rightarrow BN_2 \\
B &\rightarrow DN_1 \\
B &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow TN_3 \\
N_2 &\rightarrow bb \\
N_3 &\rightarrow Ab
\end{aligned}$$

Выполним пункт 2 алгоритма (преобразование правил вида $A \rightarrow tB$):

$$\begin{aligned}
T &\rightarrow N_4D \\
T &\rightarrow DN_1 \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow DN_1 \\
D &\rightarrow b \\
A &\rightarrow BN_2 \\
B &\rightarrow DN_1 \\
B &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow TN_3 \\
N_2 &\rightarrow bb \\
N_3 &\rightarrow Ab \\
N_4 &\rightarrow a
\end{aligned}$$

Выполним пункт 3 алгоритма (преобразование правил вида $A \rightarrow Bt$):

$$T \rightarrow N_4D$$

$$\begin{aligned}
T &\rightarrow DN_1 \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow DN_1 \\
D &\rightarrow b \\
A &\rightarrow BN_2 \\
B &\rightarrow DN_1 \\
B &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow TN_3 \\
N_2 &\rightarrow bb \\
N_3 &\rightarrow AN_5 \\
N_4 &\rightarrow a \\
N_5 &\rightarrow b
\end{aligned}$$

Выполним пункт 4 алгоритма (преобразование правил вида $A \rightarrow tt$):

$$\begin{aligned}
T &\rightarrow N_4D \\
T &\rightarrow DN_1 \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow DN_1 \\
D &\rightarrow b \\
A &\rightarrow BN_2 \\
B &\rightarrow DN_1 \\
B &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow TN_3 \\
N_2 &\rightarrow N_5N_5 \\
N_3 &\rightarrow AN_5 \\
N_4 &\rightarrow a \\
N_5 &\rightarrow b
\end{aligned}$$

Искомая грамматика G_6 :

$$\begin{aligned}
T &\rightarrow N_4D \\
T &\rightarrow DN_1 \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow DN_1 \\
D &\rightarrow b \\
A &\rightarrow BN_2 \\
B &\rightarrow DN_1 \\
B &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow TN_3 \\
N_2 &\rightarrow N_5N_5 \\
N_3 &\rightarrow AN_5 \\
N_4 &\rightarrow a \\
N_5 &\rightarrow b
\end{aligned}$$

- Получить грамматику G_7 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого правила начинается терминалом.

Используем преобразованную грамматику G_1 без левой рекурсии G_4 :

В G_4 есть ε -правила. Исключим их и получим грамматику G'_4 :

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow DTAb$
3. $T \rightarrow b$
4. $D \rightarrow bB_1$
5. $B_1 \rightarrow TAbB_1$
6. $B_1 \rightarrow \varepsilon$
7. $A \rightarrow Bbb$
8. $B \rightarrow bB_1TAb$
9. $B \rightarrow b$

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow DTAb$
3. $T \rightarrow b$
- 4_1. $D \rightarrow bB_1$
- 4_2. $D \rightarrow b$
- 5_1. $B_1 \rightarrow TAbB_1$
- 5_2. $B_1 \rightarrow TAb$
7. $A \rightarrow Bbb$
- 8_1. $B \rightarrow bB_1TAb$
- 8_2. $B \rightarrow bTAb$
9. $B \rightarrow b$

Упорядочим грамматику:

1. $B_1 \rightarrow TAb$
2. $B_1 \rightarrow TAbB_1$
3. $T \rightarrow aD$
4. $T \rightarrow DTAb$
5. $D \rightarrow bB_1$
6. $A \rightarrow Bbb$
7. $B \rightarrow bB_1TAb$
8. $B \rightarrow bTAb$
9. $B \rightarrow b$
10. $T \rightarrow b$
11. $D \rightarrow b$

Выполнение замены края:

1. $B_1 \rightarrow TAb$
2. $B_1 \rightarrow TAbB_1$
3. $T \rightarrow aD$
4. $T \rightarrow DTAb$
5. $D \rightarrow bB_1$
- 6_1. $A \rightarrow bB_1TAbbb$

- 6_2. $A \rightarrow bTAbbb$
- 6_3. $A \rightarrow bbb$
7. $B \rightarrow bB_1TA b$
8. $B \rightarrow bTA b$
9. $B \rightarrow b$
10. $T \rightarrow b$
11. $D \rightarrow b$

1. $B_1 \rightarrow TAb$
2. $B_1 \rightarrow TAbB_1$
3. $T \rightarrow aD$
4. $T \rightarrow bB_1TA b$
5. $D \rightarrow bB_1$
- 6_1. $A \rightarrow bB_1TAbbb$
- 6_2. $A \rightarrow bTAbbb$
- 6_3. $A \rightarrow bbb$
7. $B \rightarrow bB_1TA b$
8. $B \rightarrow bTA b$
9. $B \rightarrow b$
10. $T \rightarrow b$
11. $D \rightarrow b$

- 1_1. $B_1 \rightarrow aDA b$
- 1_2. $B_1 \rightarrow bB_1TAbAb$
- 2_1. $B_1 \rightarrow aDA bB_1$
- 2_2. $B_1 \rightarrow bB_1TAbAbB_1$
3. $T \rightarrow aD$
4. $T \rightarrow bB_1TA b$
5. $D \rightarrow bB_1$
- 6_1. $A \rightarrow bB_1TAbbb$
- 6_2. $A \rightarrow bTAbbb$
- 6_3. $A \rightarrow bbb$
7. $B \rightarrow bB_1TA b$
8. $B \rightarrow bTA b$
9. $B \rightarrow b$
10. $T \rightarrow b$
11. $D \rightarrow b$

Искомая грамматика G_7 :

1. $B_1 \rightarrow aDA b$
2. $B_1 \rightarrow bB_1TAbAb$
3. $B_1 \rightarrow aDA bB_1$
4. $B_1 \rightarrow bB_1TAbAbB_1$
5. $T \rightarrow aD$
6. $T \rightarrow bB_1TA b$

7. $D \rightarrow bB_1$
8. $A \rightarrow bB_1TAbbb$
9. $A \rightarrow bTAbbb$
10. $A \rightarrow bbb$
11. $B \rightarrow bB_1TA b$
12. $B \rightarrow bTA b$
13. $B \rightarrow b$
14. $T \rightarrow b$
15. $D \rightarrow b$

8. Получить грамматику G_8 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого не ε -правила начинается терминалом и любые два правила с одинаковой левой частью различаются первым символом в правой части.
Для получения такой грамматики можем проводить множественную левую факторизацию и замену в грамматике G_7 .

Модификации: в ходе выполнения задания было выявлено, что грамматика G_7 преобразовать к искомой невозможно, так как алгоритм зациклился. Попробуем удалить из грамматики G_7 правила 2, 3, 4, 5.

- $$B_1 \rightarrow aDA b$$
- $$T \rightarrow bB_1TA b$$
- $$D \rightarrow bB_1$$
- $$A \rightarrow bB_1TAbbb$$
- $$A \rightarrow bTAbbb$$
- $$A \rightarrow bbb$$
- $$B \rightarrow bB_1TA b$$
- $$B \rightarrow bTA b$$
- $$B \rightarrow b$$
- $$T \rightarrow b$$
- $$D \rightarrow b$$

Выполним левую факторизацию:

- $$B_1 \rightarrow aDA b$$
- $$T \rightarrow bB_1TA b$$
- $$D \rightarrow bB_1$$
- $$A \rightarrow bE_1$$
- $$E_1 \rightarrow B_1TAbbb$$
- $$E_1 \rightarrow TAbbb$$
- $$E_1 \rightarrow bbb$$
- $$B \rightarrow bE_2$$
- $$E_2 \rightarrow B_1TA b$$
- $$E_2 \rightarrow TA b$$
- $$E_2 \rightarrow \varepsilon$$
- $$T \rightarrow b$$
- $$D \rightarrow b$$

Выполним замену:

$$B_1 \rightarrow aDAb$$

$$T \rightarrow bB_1TA b$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bE_1$$

$$E_1 \rightarrow aDAbTAbbb$$

$$E_1 \rightarrow bB_1TA bAbbb$$

$$E_1 \rightarrow bb$$

$$B \rightarrow bE_2$$

$$E_2 \rightarrow aDAbTA b$$

$$E_2 \rightarrow bB_1TA bAb$$

$$E_2 \rightarrow \varepsilon$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

Выполним левую факторизацию:

$$B_1 \rightarrow aDAb$$

$$T \rightarrow bB_1TA b$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bE_1$$

$$E_1 \rightarrow aDAbTAbbb$$

$$E_1 \rightarrow bE_3$$

$$E_3 \rightarrow B_1TA bAbbb$$

$$E_3 \rightarrow b$$

$$B \rightarrow bE_2$$

$$E_2 \rightarrow aDAbTA b$$

$$E_2 \rightarrow bB_1TA bAb$$

$$E_2 \rightarrow \varepsilon$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

Выполним замену:

$$B_1 \rightarrow aDAb$$

$$T \rightarrow bB_1TA b$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bE_1$$

$$E_1 \rightarrow aDAbTAbbb$$

$$E_1 \rightarrow bE_3$$

$$E_3 \rightarrow aDAbTA bAbbb$$

$$E_3 \rightarrow b$$

$$B \rightarrow bE_2$$

$$E_2 \rightarrow aDAbTA b$$

$$E_2 \rightarrow bB_1TA bAb$$

$$E_2 \rightarrow \varepsilon$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

Искомая грамматика G_8 :

$$B_1 \rightarrow aDAb$$

$$T \rightarrow bB_1TA b$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bE_1$$

$$B \rightarrow bE_2$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

$$E_1 \rightarrow aDAbTAbbb$$

$$E_1 \rightarrow bE_3$$

$$E_2 \rightarrow aDAbTAb$$

$$E_2 \rightarrow bB_1TA bAb$$

$$E_2 \rightarrow \varepsilon$$

$$E_3 \rightarrow aDAbTAbAbbb$$

$$E_3 \rightarrow b$$

9. Получить грамматику G_9 , эквивалентную грамматике G_1 , в которой правая часть каждого правила не содержит двух стоящих рядом нетерминала.

Для получения такой грамматики преобразуем грамматику G_7 к операторной КС-грамматике.

Исходная грамматика:

$$B_1 \rightarrow aDAb$$

$$B_1 \rightarrow bB_1TA bAb$$

$$B_1 \rightarrow aDAbB_1$$

$$B_1 \rightarrow bB_1TA bAbB_1$$

$$T \rightarrow aD$$

$$T \rightarrow bB_1TA b$$

$$D \rightarrow bB_1$$

$$A \rightarrow bB_1TA bbb$$

$$A \rightarrow bTA bbb$$

$$A \rightarrow bbb$$

$$B \rightarrow bB_1TA b$$

$$B \rightarrow bTA b$$

$$B \rightarrow b$$

$$T \rightarrow b$$

$$D \rightarrow b$$

Введём операторные правила:

$$B_1 \rightarrow aN_1b$$

$$B_1 \rightarrow bN_2bAb$$

$$B_1 \rightarrow aN_1bB_1$$

$$B_1 \rightarrow bN_2bAbB_1$$

$$\begin{aligned}
T &\rightarrow aD \\
T &\rightarrow bN_2b \\
D &\rightarrow bB_1 \\
A &\rightarrow bN_2bN_4 \\
A &\rightarrow bN_3bN_4 \\
A &\rightarrow bN_4 \\
B &\rightarrow bN_2b \\
B &\rightarrow bN_3b \\
B &\rightarrow b \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow DA \\
N_2 &\rightarrow B_1TA \\
N_3 &\rightarrow TA \\
N_4 &\rightarrow N_5b \\
N_5 &\rightarrow b
\end{aligned}$$

Выполним преобразования операторных правил:

$$\begin{aligned}
B_1 &\rightarrow aN_1b \\
B_1 &\rightarrow bN_2bAb \\
B_1 &\rightarrow aN_1bB_1 \\
B_1 &\rightarrow bN_2bAbB_1 \\
T &\rightarrow aD \\
T &\rightarrow bN_2b \\
D &\rightarrow bB_1 \\
A &\rightarrow bN_2bN_4 \\
A &\rightarrow bN_3bN_4 \\
A &\rightarrow bN_4 \\
B &\rightarrow bN_2b \\
B &\rightarrow bN_3b \\
B &\rightarrow b \\
T &\rightarrow b \\
D &\rightarrow b \\
N_1 &\rightarrow DbN_2bN_4 \\
N_1 &\rightarrow DbN_3bN_4 \\
N_1 &\rightarrow DbN_4 \\
N_2 &\rightarrow B_1aDbN_2bN_4 \\
N_2 &\rightarrow B_1aDbN_3bN_4 \\
N_2 &\rightarrow B_1aDbN_4 \\
N_2 &\rightarrow B_1bN_2bA \\
N_3 &\rightarrow TbN_2bN_4 \\
N_3 &\rightarrow TbN_3bN_4 \\
N_3 &\rightarrow TbN_4 \\
N_4 &\rightarrow N_5b \\
N_5 &\rightarrow b
\end{aligned}$$

Искомая грамматика G_9 :

1. $B_1 \rightarrow aN_1b$
2. $B_1 \rightarrow bN_2bAb$
3. $B_1 \rightarrow aN_1bB_1$
4. $B_1 \rightarrow bN_2bAbB_1$
5. $T \rightarrow aD$
6. $T \rightarrow bN_2b$
7. $D \rightarrow bB_1$
8. $A \rightarrow bN_2bN_4$
9. $A \rightarrow bN_3bN_4$
10. $A \rightarrow bN_4$
11. $B \rightarrow bN_2b$
12. $B \rightarrow bN_3b$
13. $B \rightarrow b$
14. $T \rightarrow b$
15. $D \rightarrow b$
16. $N_1 \rightarrow DbN_2bN_4$
17. $N_1 \rightarrow DbN_3bN_4$
18. $N_1 \rightarrow DbN_4$
19. $N_2 \rightarrow B_1aDbN_2bN_4$
20. $N_2 \rightarrow B_1aDbN_3bN_4$
21. $N_2 \rightarrow B_1aDbN_4$
22. $N_2 \rightarrow B_1bN_2bA$
23. $N_3 \rightarrow TbN_2bN_4$
24. $N_3 \rightarrow TbN_3bN_4$
25. $N_3 \rightarrow TbN_4$
26. $N_4 \rightarrow N_5b$
27. $N_5 \rightarrow b$

10. Получить грамматику G_{10} , эквивалентную грамматике G_1 , в которой любой символ занимает либо только крайнюю правую позицию в правых частях правил, либо находится левее самого правого символа в правых частях правил.

Возьмём грамматику G_2 :

1. $T \rightarrow aD$
2. $T \rightarrow D$
3. $D \rightarrow DTA b$
4. $D \rightarrow b$
5. $A \rightarrow Bbb$
6. $B \rightarrow D$

Введём одиночные правила $N_1 \rightarrow D$ и $N_2 \rightarrow b$ и выполним замену там где D и b находится не в крайней правой позиции:

- $T \rightarrow aD$
 $T \rightarrow D$
 $D \rightarrow N_1TA b$

$$D \rightarrow b$$

$$A \rightarrow BN_2b$$

$$B \rightarrow D$$

$$N_1 \rightarrow D$$

$$N_2 \rightarrow b$$

Искомая грамматика G_{10} :

$$1. T \rightarrow aD$$

$$2. T \rightarrow D$$

$$3. D \rightarrow N_1TAb$$

$$4. D \rightarrow b$$

$$5. A \rightarrow BN_2b$$

$$6. B \rightarrow D$$

$$7. N_1 \rightarrow D$$

$$8. N_2 \rightarrow b$$

Вывод: в ходе лабораторной работы изучили основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научились применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.