

ANALISI MATEMATICA I - INFORMATICA

Prof. C. Di Bari

Appello del 25 Gennaio 2006

1. Studiare la funzione

$$f(x) = e^{\frac{2-x}{2x}},$$

determinando gli eventuali punti di flesso e tracciarne il grafico.

2. Determinare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(1 + \log n)}.$$

3. Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{e^x}{1 - e^{2x}} dx, \quad \int \frac{dx}{x(1 + x^2)}.$$

4. Determinare a e b in modo che la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3^x - 1}{x} & \text{se } x > 0 \\ ax + b & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in $x = 0$.

5. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 2n + 3}{n^2 + 1} \right)^{n^2 \sin \frac{1}{n}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x - x^3/3}{x^5/20}.$$

6. Sia $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|\sqrt{|x|}$. La funzione verifica le ipotesi del teorema di Rolle? Se ciò avviene, determinare $\alpha \in]-1, 1[$ tale che $f'(\alpha) = 0$.