

4 Marzo 2005

Parte A: Riservata agli studenti che non hanno superato o non hanno sostenuto la prova in itinere

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + 3x\sqrt{x})}{1 - \cos(\sqrt[4]{x^3})}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 4}{x^5(3x^2 + 2)} \sin\left(\frac{x^2}{x+1}\right).$$

2. Determinare il dominio e l'immagine della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}.$$

Dimostrare che la restrizione all'intervallo $] -\infty, 0[$ è invertibile e determinarne l'inversa.

Parte B: Per tutti

1. Studiare (a scelta) una delle funzioni

- $f(x) = x^2(\log|x| - 1)$
- $f(x) = \frac{2x^2 - 3(x + |x|) + 2}{2(x^2 - 1)}.$

È facoltativo lo studio della derivata seconda.

Parte C (Per tutti): Risolvere almeno due dei seguenti quesiti.

1. Calcolare

$$\int x \cos(3x) dx$$

2. Calcolare

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} + e^x - 2} dx$$

3. Determinare gli intervalli di \mathbb{R} in cui la funzione

$$f(x) = e^{-x} + \int_2^x (t-1)^{13} e^{-t} dt$$

risulta crescente. Stabilire se f ammette massimi o minimi relativi.

4. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(\sqrt{2}x)}{3x^2}.$$