Facoltà di Scienze M.M. F.F. N.N.
Corso di laurea in Informatica
prova scritta di Geometria
(8-02-2012)

1) Sia $L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$L(x, y, z) = (2x+y+z,\ x+2y+z,\ x+y+2z).$$

Determinare $\ker L$, $\operatorname{Im} L$, stabilire se L è diagonalizzabile e, in caso affermativo, determinare una base per $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori.

2) Considerato il sistema lineare

$$\begin{cases} x+z = h \\ 2x+ky-z=0 \\ x-2y-z = 1 \end{cases}$$

dipendente dai valori reali h, k, stabilire quando è compatibile e determinarne le eventuali soluzioni.

3) Determinare l'equazione cartesiana del luogo delle rette per $P(1,0,1)$ e formanti un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con la retta $r: \begin{cases} x=z \\ y=z-1 \end{cases}$

4) Verificare che le rette $r: \begin{cases} x=z-1 \\ y=2z \end{cases}$ $s: \begin{cases} x=1 \\ y=z-1 \end{cases}$ sono sghembe e determinare la retta di minima distanza -

Università degli studi di Palermo

Facoltà di Scienze M. M. FF. NN.

prova scritta di Geometria

9-2-2009

1) Discutere, ed eventualmente risolvere, il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + kz = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

al variare del parametro reale k e dare un'interpretazione geometrica dei risultati.

2) Sia L_k un endomorfismo in $\mathbb{R}^3$ definito da:

$$L_k(x, y, z) = (x + y + kz,\ 2x - y + z,\ x + y + 2z)$$

con k parametro reale. Determinare $\operatorname{Ker} L_k$, $\operatorname{Im} L_k$ al variare di k in $\mathbb{R}$.

3) Considerata la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

stabilire se è diagonalizzabile e, in caso affermativo, determinare una base di autovettori $\mathcal{B}$ e la matrice di passaggio $M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{B}}(id)$.

4) Determinare centro e raggio della circonferenza

$$\mathcal{C}: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$$

e le equazioni della retta tangente $\mathcal{C}$ in O.

5) Determinare la minima distanza tra le rette

$$r: \begin{cases} x = z \\ y = 2z \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x = 1 \\ y = -z \end{cases}.$$

Università di Palermo - Facoltà di Scienze
Corso di Laurea in Informatica
Prova scritta di GEOMETRIA
(21-06-2012)

1) Determinare le equazioni della retta r passante per $P(1,1,0)$, incidente la retta $s: \begin{cases} x = z+1 \\ y = 2z \end{cases}$ e perpendicolare alla retta $t: \begin{cases} x = 2z \\ y = z-1 \end{cases}$.

2) Determinare l'equazione della sfera tangente in $P(1,1,0)$ alla retta $r: \begin{cases} x = 2z+1 \\ y = z+1 \end{cases}$ e tangente in $Q(0,0,1)$ alla retta $s: \begin{cases} x = z-1 \\ y = 0 \end{cases}$

3) Discutere ed eventualmente risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ x - 2y + 3z = -h \\ kx + 4y + z = -3 \end{cases}$$

al variare di h, k in $\mathbb{R}$.

4) Siano $U = \{(x,y,z,t)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x+2y-z=0,\ x-2y-t=0\}$ e $W = \{(x,y,z,t)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x-y+z=0,\ x+y+t=0\}$ sottospazi di $\mathbb{R}^4$. Determinare un endomorfismo in $\mathbb{R}^4$ che ammetta U come nucleo e W come spazio immagine.

5) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

determinarne autovalori ed autospazi e stabilire, motivando la risposta, se A è diagonalizzabile.

Facoltà di Scienze M.M. F.F. N.N.
Corso di laurea in Informatica
prova scritta di Geometria
(8-02-2012)

1) Sia $L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$L(x,y,z) = (2x+y+z,\ x+2y+z,\ x+y+2z).$$

Determinare Ker L, Im L, stabilire se L è diagonalizzabile e, in caso affermativo, determinare una base per $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori.

2) Considerato il sistema lineare

$$\begin{cases} x+z = h \\ 2x+ky-z=0 \\ x-2y-z=1 \end{cases}$$

dipendente dai valori reali h, k, stabilire quando è compatibile e determinarne le eventuali soluzioni.

3) Determinare l'equazione cartesiana del luogo delle rette per $P(1,0,1)$ e formanti un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con la retta $r: \begin{cases} x=z \\ y=z-1 \end{cases}$

4) Verificare che le rette $r: \begin{cases} x=z-1 \\ y=2z \end{cases}$ $s: \begin{cases} x=1 \\ y=z-1 \end{cases}$

sono sghembe e determinare la retta di minima distanza.

Università di Palermo
Facoltà di Scienze MM. FF. NN.
Corso di laurea in Informatica
prova scritta di Geometria
(11-07-11)

1) Considerato il sistema lineare

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y-z=2 \\ x+hy+z=0 \end{cases}$$

stabilire per quale valore di $h \in \mathbb{R}$ il sistema è compatibile e determinarne le eventuali soluzioni. Dare una interpretazione geometrica dei risultati.

2) Sia $L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da
$L(x,y,z) = (0, -2x+y+z, y+z)$.
Determinare $\ker L$, $\operatorname{Im} L$.

3) Considerata la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

stabilire se è diagonalizzabile, nel caso contrario determinarne una forma canonica di Jordan, assegnando anche una base di autovettori generalizzati.

4) Verifica che la retta $r: x=-2t, y=-1-t, z=1-t$ e la retta $s: \begin{cases} y-z=-1 \\ 2x-y-z=0 \end{cases}$ sono sghembe.
Determina la retta di minima distanza e la minima distanza delle due rette.

5) Determina l'equazione cartesiana della superficie generata dalla rotazione della retta $r: \begin{cases} x=2z-2 \\ y=z-2 \end{cases}$

intorno alla retta $s: \begin{cases} x = z - \frac{1}{2} \\ y = z - 1 \end{cases}$

Università di Palermo - Facoltà di Scienze
Corso di Laurea in Informatica
Prova scritta di GEOMETRIA
(21-06-2012)

1) Determinare le equazioni della retta r passante per $P(1,1,0)$, incidente la retta $s: \begin{cases} x = z+1 \\ y = 2z \end{cases}$ e perpendicolare alla retta

$t: \begin{cases} x = 2z \\ y = z-1 \end{cases}$.

2) Determinare l'equazione della sfera tangente in $P(1,1,0)$ alla retta $r: \begin{cases} x = 2z+1 \\ y = z+1 \end{cases}$ e tangente in $Q(0,0,1)$ alla retta

$s: \begin{cases} x = z-1 \\ y = 0 \end{cases}$

3) Discutere ed eventualmente risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ x - 2y + 3z = -h \\ kx + 4y + z = -3 \end{cases}$$

al variare di h, k in $\mathbb{R}$.

4) Siano $U = \{(x,y,z,t)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x+2y-z=0,\ x-2y-t=0\}$ e $W = \{(x,y,z,t)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x-y+z=0,\ x+y+t=0\}$ sottospazi di $\mathbb{R}^4$.
Determinare un endomorfismo in $\mathbb{R}^4$ che ammetta U come nucleo e W come spazio immagine.

5) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

determinarne autovalori ed autospazi e stabilire, motivando la risposta, se A è diagonalizzabile.