

ESERCITAZIONE DI ANALISI MATEMATICA I

Informatica

(Docente: Prof. C. Di Bari)

13/01/2006

1) Studiare la funzione

$$f(x) = x - \log \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$$

e tracciarne il grafico.

2) Sia $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \log(1 + x^2)$. La funzione f verifica le ipotesi del Teorema di Rolle? In caso di risposta affermativa determinare $\alpha \in]-1, 1[$ tale che $f'(\alpha) = 0$. Calcolare, inoltre,

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 3n}} \right).$$

4) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{x-1}{x^2 + 6x + 10} dx.$$

5) Determinare a, b in modo che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in $x = 0$.

6) Determinare il carattere e la somma, se convergente, della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+2)(n+4)}.$$

1