⊙ ESEMPIO OMOGENEE DEL SECONDO ORDINE CON CAUCHY

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

PER PRIMA COSA BISOGNA RISOLVERE L'EQUAZIONE DIFFERENZIALE : $z^2 + 2z + 2 = 0$

SOLUZ. $\lambda_1 = -1 + i \quad \alpha = -1$

$\lambda_2 = -1 - i \quad \beta = 1$

BASE $e^{-x}\cos x, \; e^{-x}\sin x$

$y(x) = c_1 e^{-x}\cos x + c_2 e^{-x}\sin x$ è LA SOLUZIONE GENERALE

ADESSO BISOGNA TROVARE LA SOLUZ. PARTICOLARE CHE RISPETTI IL SISTEMA DI CAUCHY:

⊖ DERIVATA DELLA SOLUZIONE GENERALE

$y'(x) = -e^{-x}(c_1\cos x + c_2\sin x) + e^{-x}(-c_1\sin x + c_2\cos x)$

⊖ SI SOSTITUISCONO I VALORI DI X E Y ALLE RISPETTIVE FUNZIONI $y(x)$ $y'(x)$

$y(0) = 1 \rightarrow \begin{cases} c_1 = 1 \\ -c_1 + c_2 = 1 \end{cases}$

$y'(0) = 1 \rightarrow$

$y(x) = e^{-x}(\cos x + 2\sin x)$

è LA SOLUZIONE PARTICOLARE

⊙ NON OMOGENEE DEL SECONDO ORDINE (VARIAZIONE DELLE COSTANTI

FORMA: $y''(x) + b\,y'(x) + c\,y(x) = f(x)$

1 DETERMINARE LA SOLUZIONE GENERALE DELL'EQUAZIONE OMOGENEA ASSOCIATA

$$y_0(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$$

2 TROVARE UNA SOLUZIONE PARTICOLARE DELLA FORMA:

$$y_p(x) = c_1(x)\, y_1(x) + c_2(x)\, y_2(x)$$

PER TROVARE $c_1(x)$ e $c_2(x)$ BISOGNA RISOLVERE $\Rightarrow$

$$\begin{cases} c_1'(x)\, y_1(x) + c_2'(x)\, y_2(x) = 0 \\ c_1'(x)\, y_1'(x) + c_2'(x)\, y_2'(x) = f(x) \end{cases}$$

DERIVATE!

3 UNA VOLTA TROVATI $c_1'(x)$ e $c_2'(x)$ SI INTEGRANO PER AVERE $C_1(x)$ e $C_2(x)$ COSÌ DA POTERLI SOSTITUIRE ALLA $y_p(x)$ SOLUZ. PARTICOLARE

4 CALCOLARE LA SOLUZIONE GENERALE SOMMANDO $y_0(x)$ e $y_p(x)$

$$y(x) = y_0(x) + y_p(x)$$