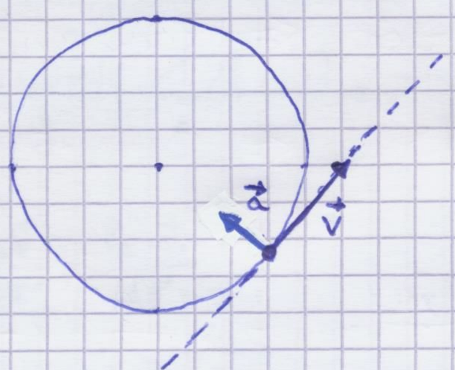
MOTO CIRCOLARE UNIFORME

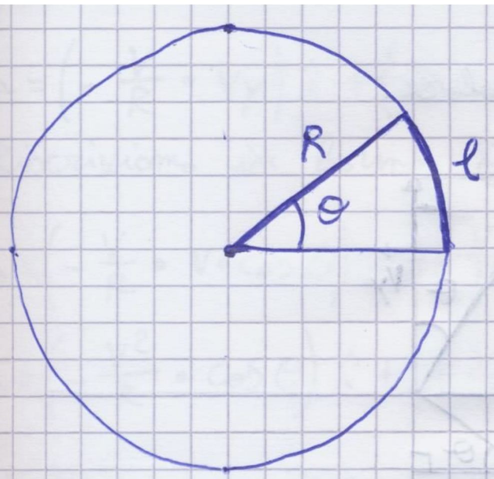
Per moto circolare uniforme si intende lo spostamento di un corpo a velocità costante lungo una certa circonferenza.

Essendo un moto a velocità costante potremmo pensare che l'accelerazione è $\emptyset$ in questo tipo di moto. In realtà questo è sbagliato.
Infatti, solo il modulo della velocità è costante. La direzione cambia continuamente e sarà sempre tangente alla circonferenza.
Per il primo principio della dinamica, sappiamo che a mutare la direzione del vettore velocità è una forza:
<u>La forza CENTRIPETA</u>.
Questa forza, e anche la sua rispettiva "accelerazione circolare", sarà sempre perpendicolare al vettore velocità ovvero punterà verso il centro della circonferenza.



Bisogna notare che se non ci fosse più accelerazione circolare il corpo inizierebbe ad allontanarsi dal centro della circonferenza e seguirebbe la retta tangente all'infinito!

Passiamo adesso ad analizzare le varie simbologie e nomenclature tipiche di questo moto.



Prima di tutto, sappiamo che:

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Nel caso del moto circolare, lo spostamento è uguale alla circonferenza. Inoltre, il tempo impiegato per fare un giro viene chiamato "Periodo".

$$\boxed{v = \frac{2\pi R}{T}}$$

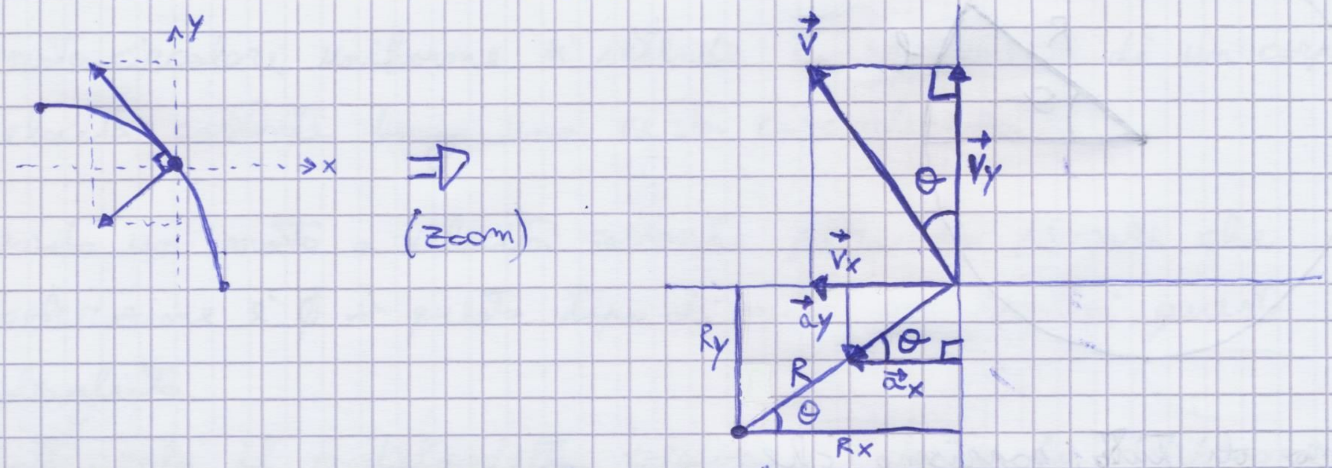
Definiamo con ν (nu) la "frequenza" ovvero l'inverso del periodo. In altre parole, la frequenza è il numero di circonferenze percorse nell'unità di tempo. Quindi:

$\boxed{v = \nu 2\pi R}$ dove $\boxed{\nu = \frac{1}{T}}$

Definiamo con ω (omega) la "velocità angolare" o "pulsazione" ovvero la "rapidità con il quale viene spazzato (attraversato) un angolo". Quindi:

$\boxed{v = \omega R}$ dove $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = \nu 2\pi}$

Adesso dobbiamo trovarci l'accelerazione circolare.



Dal grafico si può subito notare che la direzione è perpendicolare a quella di v. Passiamo invece al modulo.

- Scriviamo la velocità secondo le sue due componenti:

$$v = v_x\,\hat{i} + v_y\,\hat{j}$$

- Trasformiamo in forma trigonometrica:

$$v = (-v \cdot \sin\theta)\,\hat{i} + (v \cdot \cos\theta)\,\hat{j}$$

- Ritrasformiamo in forma algebrica utilizzando questa volta le componenti del raggio R:

$$R_x = R \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{R_x}{R}$$

$$R_y = R \cdot \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{R_y}{R}$$

Quindi:

$$v = \left(-v \cdot \frac{R_y}{R}\right)\hat{i} + \left(v \cdot \frac{R_x}{R}\right)\hat{j}$$

- Ricaviamo l'accelerazione derivando rispetto al tempo.

Ricordiamoci che v ed R sono costanti (e quindi non vengono influenzati dalla derivata):

$$a = \frac{dv}{dt} = \left(-\frac{v}{R} \cdot \frac{R_y}{dt}\right)\hat{i} + \left(\frac{v}{R} \cdot \frac{R_x}{dt}\right)\hat{j}$$

- $\frac{R_y}{dt}$ e $\frac{R_x}{dt}$ non sono altro che le componenti v_y e v_x che variano in funzione del tempo. Quindi:

$$a = \left(-\frac{V}{R} \cdot v_y\right)\hat{i} + \left(\frac{V}{R} \cdot v_x\right)\hat{j}$$

• Riscriviamo in forma trigonometrica:

$$a = \left(-\frac{V}{R} \cdot V \cdot \cos\theta\right)\hat{i} + \left[\frac{V}{R} \cdot (-V \cdot \sin\theta)\right]\hat{j}$$

$$a = \left(-\frac{V^2}{R} \cdot \cos\theta\right)\hat{i} + \left(-\frac{V^2}{R} \cdot \sin\theta\right)\hat{j}$$

• Mettiamo in evidenza:

$$a = -\frac{V^2}{R}\left[(\cos\theta)\hat{i} + (\sin\theta)\hat{j}\right]$$

• Ricaviamoci il modulo:

$$a = -\frac{V^2}{R} \cdot \sqrt{\underbrace{\cos^2\theta + \sin^2\theta}_{=1}} = -\frac{V^2}{R} \cdot \sqrt{1} = -\frac{V^2}{R}$$

• Prendiamo sempre il valore positivo:

$$\boxed{|\vec{a}| = \frac{V^2}{R}}$$