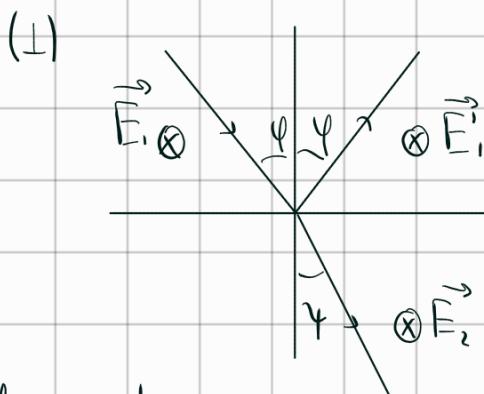
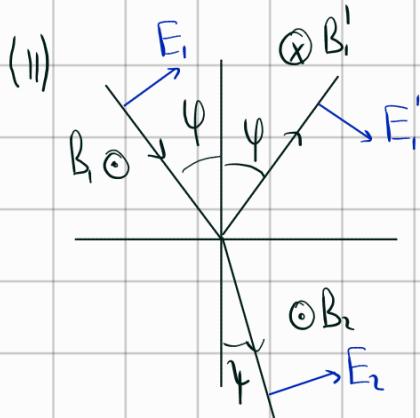


Дата	№ сем	Тема семинарских занятий	Задачи		
			0	I	II
01.02-07.02	1	Законы преломления и отражения. Формулы Френеля. Поток энергии и давление света.	01 2.3 11.7	2.1 2.8 2.27 2.33	2.11 2.37 2.45

IIIецил.

Формулы Френеля



$$R_{\parallel} = \left(\frac{E_1'}{E_1} \right) = \frac{n_2 \cos \psi - n_1 \cos \phi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \phi} = \begin{cases} \frac{\tan(\psi - \phi)}{\tan(\psi + \phi)} & \psi < \psi_{bp} \\ \frac{\tan(\phi - \psi)}{\tan(\phi + \psi)} & \psi > \psi_{bp} \end{cases}$$

$$T_{\parallel} = \left(\frac{E_2}{E_1} \right) = \frac{2 n_1 \cos \psi}{n_2 \cos \psi + n_1 \cos \phi} = \frac{2 \sin \psi \cos \phi}{\sin(\psi + \phi) \cos(\psi + \phi)}$$

$$R_{\perp} = \frac{n_1 \cos \psi - n_2 \cos \phi}{n_1 \cos \psi + n_2 \cos \phi} = - \frac{\sin(\psi - \phi)}{\sin(\psi + \phi)}$$

$$T_{\perp} = \frac{2 n_2 \cos \phi}{n_1 \cos \psi + n_2 \cos \phi} = \frac{2 \sin \phi \cos \psi}{\sin(\psi + \phi)}$$

(Γ - reflected)
(T - through)

Угол полной поляризации = угол Брюстера: $\psi_{bp} = \arctg \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$

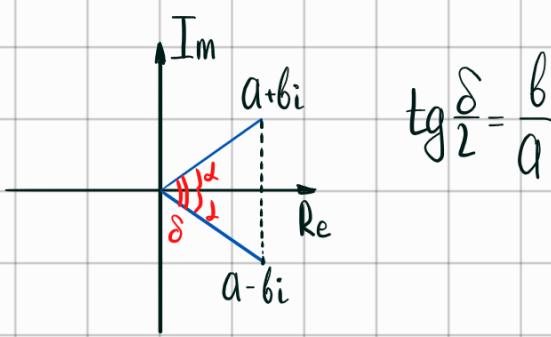
$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

$$R_{\parallel} = \left(\frac{E_1'}{E_1} \right) = \frac{n^2 \cos \psi + i \sqrt{\sin^2 \psi - n^2}}{n^2 \cos \psi - i \sqrt{\sin^2 \psi - n^2}}$$

$$T_{\parallel} = \left(\frac{E_2}{E_1} \right) = \frac{\cos \psi + i \sqrt{\sin^2 \psi - n^2}}{\cos \psi - i \sqrt{\sin^2 \psi - n^2}}$$

$$\sin \psi_{bp} = n \sin \psi = n < 1 \Rightarrow \sin \psi = \frac{\sin \psi}{n} > 1$$

$$\cos \psi = - \frac{i}{n} \sqrt{\sin^2 \psi - n^2}$$



2.1. Проверить с помощью формул Френеля, что поток энергии падающей волны через границу раздела сред равен сумме потоков энергии преломленной и отраженной волн через ту же границу.

$$1) \frac{I_r}{I} = \frac{E_r^2}{E^2} = r^2 - \text{зде отр.}$$

$$\frac{I_t}{I} = \frac{E_t^2}{E^2} = n t^2 - \text{зде норм.}$$

$$2) (II): \Phi_{\parallel} = \Phi_r^{\parallel} + \Phi_t^{\parallel} \quad (\text{см. рис. выше})$$

$$IS \cos\varphi = I_r^r S \cos\varphi + I_t^t S \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = r^2 \cos\varphi + n t^2 \cos\varphi$$

Представляем Френеле:

$$\cos\varphi = \left(\frac{n \cos\varphi - \cos\psi}{n \cos\varphi + \cos\psi} \right)^2 \cos\varphi + n \left(\frac{2 \cos\psi}{n \cos\varphi + \cos\psi} \right)^2 \cos\varphi$$

$$(n \cos\varphi + \cos\psi)^2 \cos\varphi = (n \cos\varphi - \cos\psi)^2 \cos\varphi + n (2 \cos\psi)^2 \cos\varphi$$

$$(n \cos\varphi + \cos\psi)^2 \cos\varphi = (n \cos\varphi + \cos\psi)^2 \cos\varphi - \text{т.ч.}$$

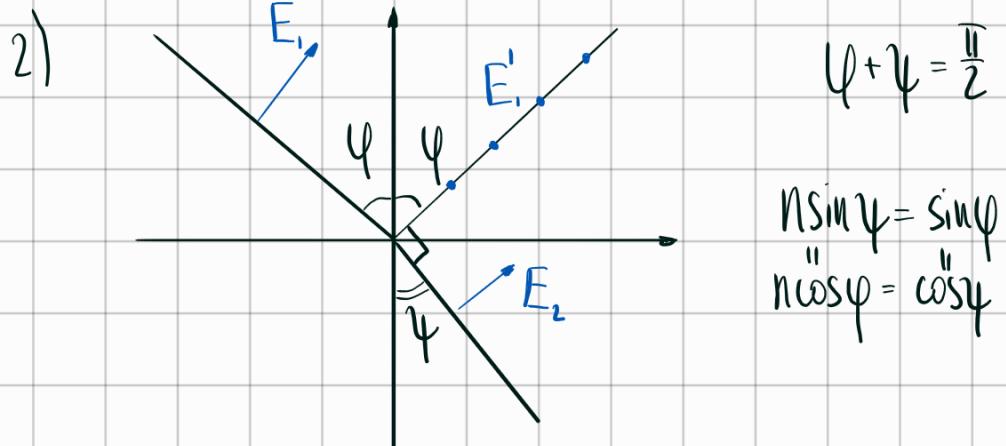
$$3) (I): \text{Аналогично: } \cos\varphi = r^2 \cos\varphi + n t^2 \cos\varphi$$

$$(\cos\varphi + n \cos\psi)^2 = (\cos\varphi - n \cos\psi)^2 + 4 n \cos\varphi \cos\psi - \text{т.ч.}$$

Доказано.

2.8. 1) Найти угол полной поляризации для света, отраженного от стекла с показателем преломления $n = 1,5$. 2) Найти степень поляризации преломлённого света $\Delta = \frac{\mathcal{I}_{\perp} - \mathcal{I}_{\parallel}}{\mathcal{I}_{\perp} + \mathcal{I}_{\parallel}}$ при падении света под тем же углом. (\mathcal{I}_{\perp} — интенсивность света, поляризованного в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, \mathcal{I}_{\parallel} — поляризованного в плоскости падения.) Падающий свет естественный.

$$1) \Psi_{\text{БР}} = \arctg \left(\frac{n}{n_1} \right) = \arctg(n) \approx 56^\circ 19'$$



$$t_{\parallel} = \frac{2 \cos \Psi}{n \cos \Psi + \cos \Psi} = \frac{2 \cos \Psi}{2 \cos \Psi} = \frac{1}{n}$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \cos \Psi}{\cos \Psi + n \cos \Psi} = \frac{2 \cos \Psi n}{\cos \Psi n + n \cos \Psi} = \frac{2 n}{n + n} = \frac{2}{1+n^2}$$

$$3) I_{\parallel} = \frac{1}{2} I_0 = I_{\perp} - \text{естеств. свет}$$

$$I_{\parallel} = \frac{1}{2} n t_{\parallel}^2 I_0; \quad I_{\perp} = \frac{1}{2} n t_{\perp}^2 I_0$$

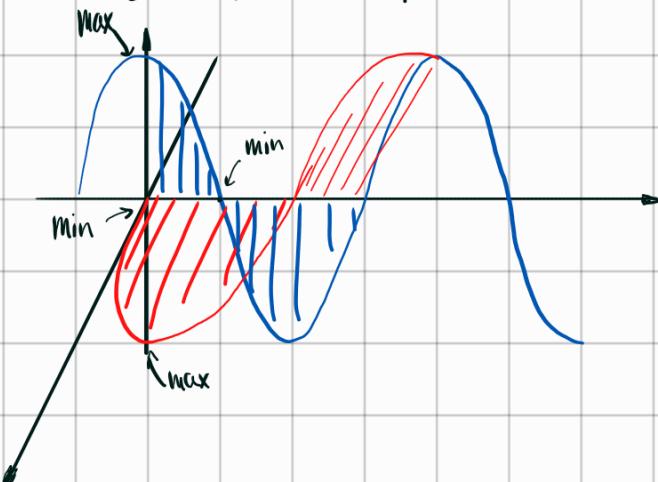
$$4) \Delta = \frac{t_{\perp}^2 - t_{\parallel}^2}{t_{\perp}^2 + t_{\parallel}^2} = \frac{\frac{4}{(1+n^2)^2} - \frac{1}{n^2}}{\frac{4}{(1+n^2)^2} + \frac{1}{n^2}} = \frac{4n^2 - (1+n^2)^2}{4n^2 + (1+n^2)^2} \approx -0,08$$

2.8. 1) $56^\circ 19'$; 2) $\Delta = \frac{4n^2 - (1+n^2)^2}{4n^2 + (1+n^2)^2} \approx -0,08$.

2.27. Каким показателем преломления n должно обладать вещество, чтобы при помощи однократного полного внутреннего отражения на границе его с воздухом можно было превращать линейно поляризованный свет в поляризованный по кругу? Азимут колебаний падающего света равен 45° .

1) $45^\circ \Rightarrow E_x = E_y$ - круговая поляризация при разнице фаз $\frac{\pi}{2}$

2) $\delta = \frac{\pi}{2}$ - разница фаз E_x и E_y



$$3) \left| \operatorname{tg} \frac{\delta_y}{2} \right| = \left| \text{ам. теорет.} \right| = \frac{|Im(r_y)|}{|Re(r_y)|} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{n \cos \varphi}$$

(выбог $\sin^2 \varphi_{\max}$ и $\cos^2 \varphi_{\max}$ можно skip)

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_y}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\cos \varphi}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \operatorname{tg} \left(\frac{\delta_y}{2} - \frac{\delta_x}{2} \right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\delta_y}{2} - \operatorname{tg} \frac{\delta_x}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\delta_y}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\delta_x}{2}} = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\sin^2 \varphi}$$

$$\text{Пусть } y = \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}; \quad x = \sin^2 \varphi \quad \Rightarrow \quad y = \frac{\sqrt{1-x} \cdot \sqrt{1-n^2}}{x} = \sqrt{\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(1-\frac{n^2}{x}\right)}$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \text{при каком } \varphi \\ \delta \text{ max?} \end{array} \right| = \dots \quad \Rightarrow \quad \sin^2 \varphi_{\max} = \frac{2n^2}{1+n^2}; \quad \cos^2 \varphi_{\max} = \frac{1-n^2}{1+n^2}$$

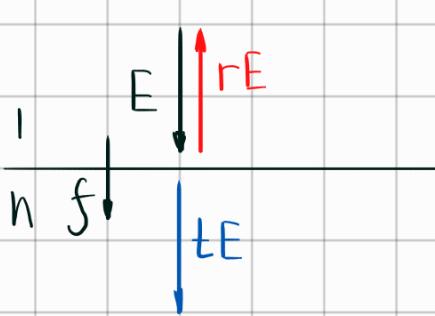
4) Мы нашли φ_{\max} , при котором $\delta = \delta_{\max}$. Теперь

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{\max}}{2} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} = 1 = \frac{\cos \varphi_{\max} \sqrt{\sin^2 \varphi_{\max} - n^2}}{\sin^2 \varphi_{\max}} = \frac{1-n^2}{2n} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{2} - 1 = \frac{n_2}{n_1} \left| \text{ам. теорет.} \right| = \frac{1}{n_{\text{возд}}} \Rightarrow n \geq \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

2.27. $n \geq (\sqrt{2} - 1)^{-1} \approx 2,41$.

2.33. На плоскую поверхность раздела вакуум–стекло (показатель преломления $n = 1,5$) из вакуума падает перпендикулярно к поверхности световой пучок интенсивностью $\mathcal{I} = 10 \text{ Вт/см}^2$. Найти величину и направление силы F , действующей на единицу площади поверхности раздела сред.



$$1) P = \frac{\mathcal{I}}{C}$$

$$\left[\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \cdot \frac{\text{см}}{\text{см}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right] = \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right]$$

$$2) \Delta P = \Delta P_o + \Delta P_r - \Delta P_t$$

$$3) f = \frac{dP}{dt} = \frac{dP_o + dP_r - dP_t}{dt} = \frac{1}{C} \left[\mathcal{I}_o + \mathcal{I}_r - \mathcal{I}_t \right] =$$

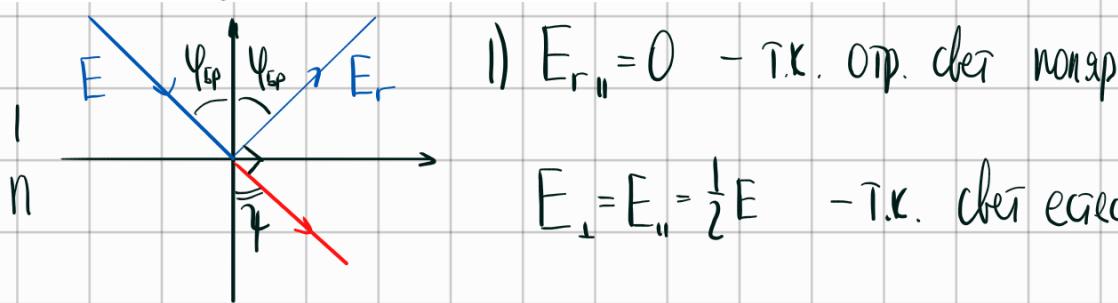
$$\cdot \quad \mathcal{I}_t = t^2 \mathcal{I}_o = \left(\frac{2n}{n+1} \right)^2 \mathcal{I}_o \quad (\text{ш. Теория}, \quad \Psi = \Psi_0 = 0)$$

$$\cdot \quad \mathcal{I}_r = r^2 \mathcal{I}_o = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \mathcal{I}_o$$

$$f = -\frac{2\mathcal{I}}{C} \frac{n-1}{n+1} = -1.3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Дж}}{\text{см}^2} \quad - \text{ свет "прилипает"}$$

2.33. $F = -\frac{\mathcal{I} 2(n-1)}{c(n+1)} = -1.3 \cdot 10^{-3} \text{ дин/см}^2$. Удивительно то, что сила давления направлена против волнового вектора падающего света.

2.11. Естественный свет падает под углом Брюстера из воздуха на поверхность стекла с показателем преломления $n = 1,5$. Найти интенсивность \mathcal{I}_r отраженного света, приняв за единицу интенсивность падающего света \mathcal{I}_e .



$$1) E_{r\parallel} = 0 \quad - \text{т.к. отр. свет полар.}$$

$$E_{\perp} = E_{\parallel} = \frac{1}{2} E \quad - \text{т.к. свет ед.интенс.}$$

$$2) \frac{\mathcal{I}_r}{\mathcal{I}_e} = \frac{E_{r\parallel}^2 + E_{r\perp}^2}{E_{\parallel}^2 + E_r^2} = \frac{E_{r\perp}^2}{\frac{1}{2} E^2} = \frac{1}{2} r_{\perp}^2 = \left| \begin{array}{l} \text{см.} \\ \text{теория} \end{array} \right| = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(\Psi_{bp} - \Psi)}{\sin(\Psi_{bp} + \Psi)} \right]^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\Psi_{bp} - \Psi)$$

$$3) \operatorname{tg} \Psi_{bp} = \frac{n_e}{n_i} = n; \quad \operatorname{tg} \Psi_{bp} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \Psi_{bp}} = 1 + n^2 \Rightarrow \cos^2 \Psi_{bp} = \frac{1}{1+n^2}$$

$$\sin^2 \Psi_{bp} = \frac{n^2}{1+n^2}$$

$$4) \sin \Psi = \frac{\sin \Psi}{n} = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$$

$$\cos \Psi = \sqrt{1 - \frac{1}{1+n^2}} = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$$

$$\sin(\varphi - \psi) = \sin\varphi \cdot \cos\psi - \cos\varphi \cdot \sin\psi = \frac{n^2}{1+n^2} - \frac{1}{1+n^2} = \frac{n^2-1}{n^2+1}$$

Итак: $\frac{J_r}{J_e} = \frac{1}{2} \left[\frac{n^2-1}{n^2+1} \right]^2 = 0.074$

$$2.11. \frac{J_r}{J_e} = \frac{1}{2} \left(\frac{n^2-1}{n^2+1} \right)^2 = 0.074.$$

2.37. Найти световое давление солнечного излучения на единицу площади земной поверхности, перпендикулярной к направлению излучения. Солнечная постоянная равна $1,35 \cdot 10^6$ эрг/(с · см²). Абсорбцией в земной атмосфере пренебречь. Рассмотреть три случая: 1) земная поверхность — абсолютно черная; 2) земная поверхность — абсолютно зеркальная; 3) земная поверхность — абсолютно отражающая, но матовая (удовлетворяет закону Ламберта).

1) **Солнечная интенсивность** $[K] = \frac{\text{ЭРЛ}}{C \cdot \text{см}^2} \propto \frac{B_T}{\mu^2} = [J]$ — интенсивность

2) $P_1 = \frac{J}{C} = 0.45 \text{ дин}/\text{м}^2$

3) $P_2 = 2P_1 = 0.9 \text{ дин}/\text{м}^2$

4)

$$dQ = 2\pi \sin\theta d\theta$$

$$\int P_1 \cos\theta dQ = \int 2\pi p_1 \cos\theta \sin\theta d\theta = \frac{1}{2} P_1$$

$P_3 = P_1 + \frac{1}{2} P_1 = \frac{3}{2} P_1 = 0.675 \text{ дин}/\text{м}^2$

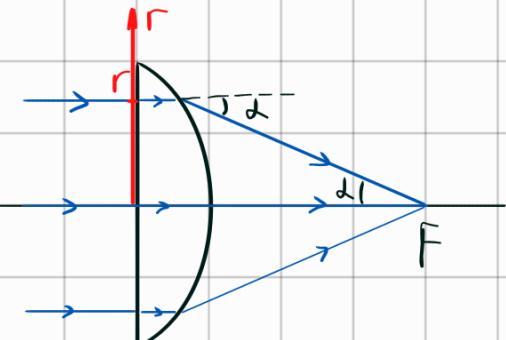
2.37. 1) $P_1 = 0.45 \text{ дин}/\text{м}^2$, или приблизительно полмиллиграмма на квадратный метр; 2) $P_2 = 2P_1 = 0.9 \text{ дин}/\text{м}^2$; 3) $P_3 = \frac{3}{2} P_1 = 0.675 \text{ дин}/\text{м}^2$.

2.45. На тонкую плосковыпуклую линзу с фокусным расстоянием $F = 10 \text{ см}$ со стороны плоской части с радиусом $R = 2 \text{ см}$ падает параллельный поток монохроматического излучения с интенсивностью $J = 10 \text{ кВт}/\text{см}^2$. На линзу нанесено просветляющее покрытие. Найти силу, действующую на линзу в параксиальном приближении. Стекло считать идеальным (без потерь).

1) $dF_t(r) = \frac{J \cdot r}{C} dS = \frac{J}{C} 2\pi r dr \cos\theta$

только гориз. комп.

$$= \frac{J}{C} 2\pi r dr \left(1 - \frac{r}{F} \right)^2$$



$$2) F_t = 2\pi \frac{J_0}{C} \int_0^R r \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{F} \right)^2 \right] dr = 2\pi \frac{J_0}{C} \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{8F^2} \right] = \frac{\pi J_0 R^2}{C} - \frac{\pi J_0 R^4}{4cF^2} = \\ = \frac{\pi J_0 R^2}{C} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{R^2}{F^2} \right]$$

$$3) F_r = \frac{J}{C} \cdot \pi R^2 = \frac{\pi J_0 R^2}{C}$$

$$4) F = F_r - F_t = \frac{\pi J_0 R^4}{4cF^2} \approx 4.2 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

2.45. $f = \frac{\pi J R^4}{4cF^2} \approx 0,42 \text{ дин} = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$

1.25. Тонкая отрицательная линза собирает изображение предмета с увеличением $\Gamma_1 = 0.2$. Если к ней вплотную приставить тонкую положительную линзу, то при том же расстоянии до предмета эта система создаст прямое изображение с увеличением $\Gamma_c = 1/3$. Определить, с каким увеличением Γ_2 будет изображаться предмет одной положительной линзой, если убрать отрицательную. Положение предмета остается прежним.

1) Отрицательные линзы: $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{F_1}$

$$\Gamma_1 = \frac{b}{a} = \frac{F_1 - b}{F_1} = \frac{F_1}{F_1 + a} = \frac{1}{5} \Rightarrow F_1 = \frac{1}{4}a$$

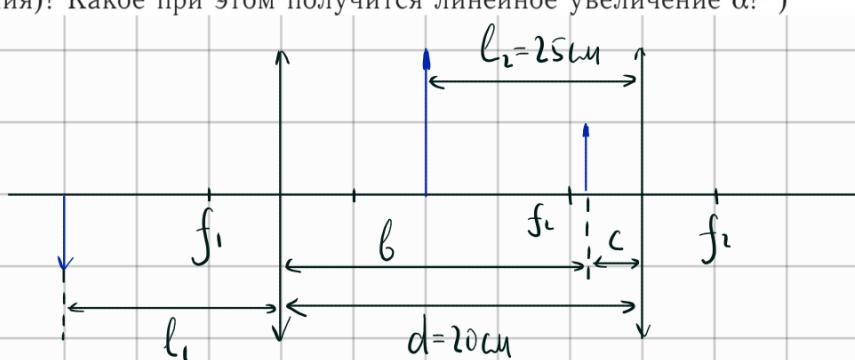
2) Сумма линз: прямое изобр \Rightarrow где линз под суммой отрицай.

$$\Gamma_c = \frac{b}{a} = \frac{F_c - b}{F_c} = \frac{F_c}{F_c + a} = \frac{1}{3} \Rightarrow F_c = \frac{1}{2}a$$

3) $D_1 + D_2 = D_c; -\frac{4}{a} + \frac{1}{F_2} = -\frac{2}{a} \Rightarrow F_2 = 2a \Rightarrow \boxed{\Gamma_2 = 1}$

1.25. $\Gamma_2 = 1$.

1.41. Микроскоп имеет объектив с фокусным расстоянием $f_1 = 1$ см и окуляр с фокусным расстоянием $f_2 = 3$ см, расстояние между ними $d = 20$ см. На каком расстоянии l_1 должен находиться объект, чтобы окончательное изображение получилось на расстоянии $l_2 = 25$ см от глаза (что является минимальным расстоянием ясного зрения)? Какое при этом получится линейное увеличение α ?*)



1) Линза f_2 : $\frac{1}{c} - \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow c = \frac{l_2 f_2}{l_2 + f_2} = \frac{3 \cdot 25}{3 + 25} = \frac{75}{28}$ см

$$b = d - c = \frac{485}{28} \text{ см}$$

2) Линза f_1 : $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow l_1 = \frac{b f_1}{b - f_1} = \frac{(d - \frac{l_2 f_2}{l_2 + f_2}) f_1}{d - \frac{l_2 f_2}{l_2 + f_2} - f_1} \Rightarrow$

$$l_1 = f_1 + \frac{f_1^2}{d - \frac{l_1 f_1}{l_1 + f_1} - f_1} = f_1 + \frac{(l_1 + f_1) f_1^2}{(d - f_1)(l_1 + f_1) - l_1 f_1} \approx 1.0613$$

$$3) \quad \Gamma_2 = \frac{l_1}{C} = \frac{l_1(l_1 + f_1)}{l_1 f_1} = \frac{l_1 + f_1}{f_1}$$

$$\Gamma_1 = \frac{b}{l_1} = \frac{b - f_1}{f_1} = \frac{d - \frac{l_1 f_1}{l_1 + f_1} - f_1}{f_1} = \frac{(d - f_1)(l_1 + f_1) - l_1 f_1}{f_1(l_1 + f_1)}$$

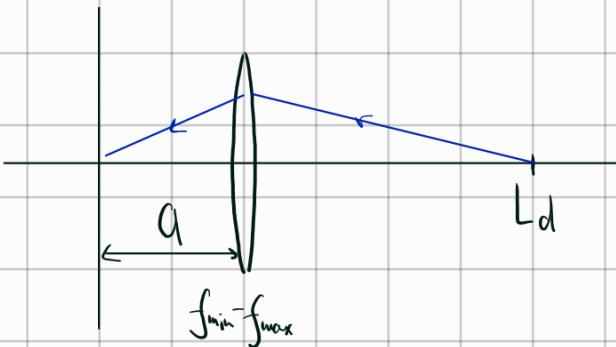
$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{(d - f_1)(l_1 + f_1) - l_1 f_1}{f_1 f_2} = 152$$

$$1.41. \quad l_1 = f_1 + \frac{(f_2 + l_2)f_1^2}{(d - f_1)(f_2 + l_2) - f_2 l_2} = 1,0613 \text{ см}; \quad \alpha = \frac{f_1 l_2}{d(l_1 - f_1) - l_1 f_1} = 152.$$

T2. a) У некоторого близорукого человека дальняя граница области, в которой он видит предметы резко, находится на расстоянии L_d от глаза. Очки какой оптической силы D ему следует носить, чтобы эта граница переместилась в бесконечность? Провести расчет для $L_d = 0,5 \text{ м}$.

б) У некоторого дальнозоркого человека ближняя граница области, в которой он видит предметы резко, находится на расстоянии L_b от глаза. Очки какой оптической силы ему следует надеть, чтобы эта граница переместилась в «положение наилучшего зрения» $L_0 = 25 \text{ см}$. Провести расчет для $L_b = 1 \text{ м}$.

Ответ: а) $D = -2 \text{ дптр}$, б) $D = +3 \text{ дптр}$.



$$1) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{L_d} = \frac{1}{f_{\max}}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{f_{\max}} + D$$

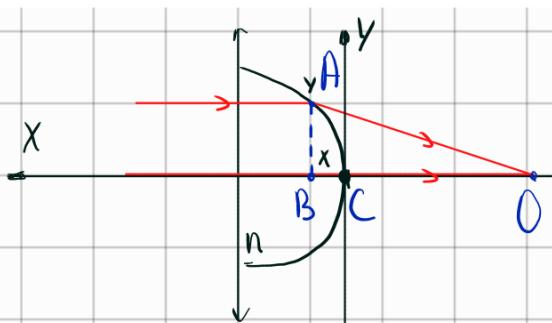
$$\Rightarrow D = -\frac{1}{L_d} = -2 \text{ гптр}$$

$$2) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{L_b} = \frac{1}{f_{\min}}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{L_b} = \frac{1}{f_{\min}} + D$$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{L_0} - \frac{1}{L_b} = +3 \text{ гптр}$$

T3. Найти тип идеальной формы поверхности плоско-выпуклой линзы для фокусировки параллельного пучка в точку (сфера, гипербола, парабола или др.). Линза расположена плоской поверхностью к плоскому волновому фронту.



I) У всех линий одинаковый оптический путь:

$$n \cdot X + OC = \sqrt{Y^2 + (X+OC)^2}$$

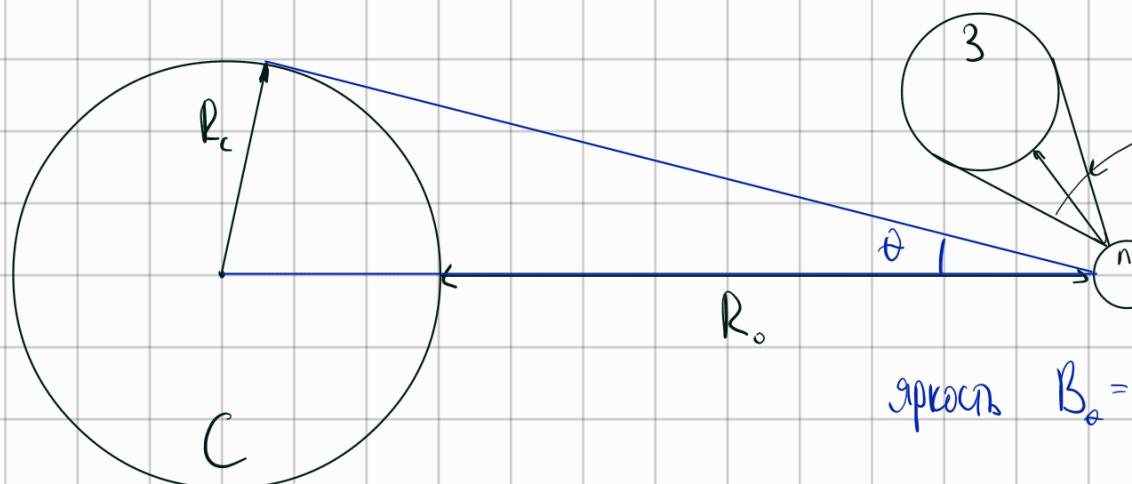
$$(nX + OC)^2 = Y^2 + (X+OC)^2$$

$$n^2 X^2 + 2nXOC + OC^2 = Y^2 + X^2 + 2XOC + OC^2$$

$$Y^2 = (n^2 - 1)X^2 + 2OC(n-1)X$$

$$n^2 - 1 > 0 \Rightarrow Y^2 = |a|X^2 + bX \text{ - гипербола}$$

1.52. Найти освещенность светом, отраженным Луной в полночь в полнолуние, некоторой площадки на поверхности Земли, над которой Луна находится в зените. Считать, что Солнце является ламбертовым источником света, а Луна — ламбертовым отражателем. Яркость Солнца $B_C = 1,5 \cdot 10^9 \text{ кд/м}^2$, радиус Солнца $R_C = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$, расстояние от Солнца до Земли (и Луны) $R_0 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$, расстояние от Луны до Земли $R_1 = 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}$, видимый радиус Луны $R_L = 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}$. Коэффициент отражения лунной поверхности $k = 7\%$.



$$\text{яркость } B_o = \frac{d\Phi}{dS d\Omega \cos\theta}$$

$$\text{освещенность } E = \frac{d\Phi_{\text{наг}}}{dS}$$

$$1) E_{\text{наг}} = \pi B_{\text{солн}} \sin^2 \theta = \pi B_c \left(\frac{R_c}{R_0} \right)^2$$

$$2) B_{\text{наг}} = \frac{k E_{\text{наг}}}{\pi} = k B_c \left(\frac{R_c}{R_0} \right)^2$$

$$3) d\Phi_n = B_o dS d\Omega \cos\theta$$

$$\Phi_n = \int B dS d\Omega \cos\theta = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_n \cos\theta \sin\theta d\theta$$

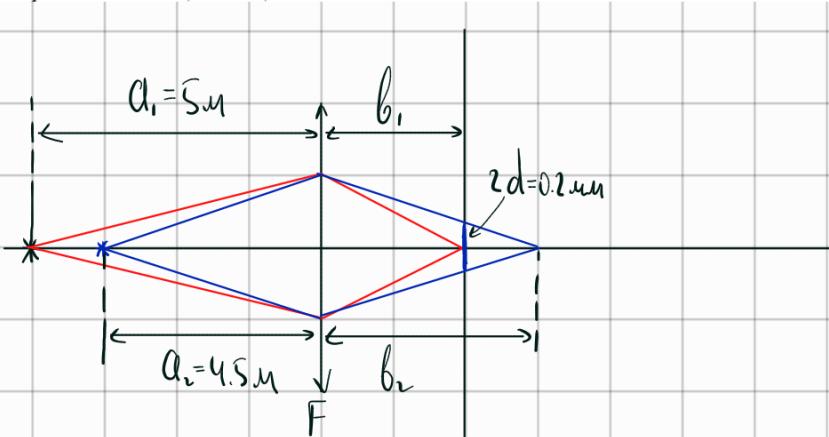
$$\Phi_{n\text{mag}} = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_n \cos^2\theta \sin\theta d\theta \quad (\text{интегрируем на косинус})$$

$$E_{3\text{mag}} = \Phi_{n\text{mag}} \cdot \sin^2\lambda = \Phi_{n\text{mag}} \left(\frac{R_n}{R_i}\right)^2$$

$$E = 2\pi k \frac{R_c^2 R_n^2}{R_o^2 R_i^2} B_c \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta d\cos\theta \Rightarrow E = \frac{2\pi}{3} k \frac{R_c^2 R_n^2}{R_o^2 R_i^2} B_c = 0,096 \text{ лк}$$

1.52. $E = \frac{2\pi}{3} k \frac{R_c^2 R_{JI}^2}{R_o^2 R_i^2} B_C = 0,096 \text{ лк.}$

1.22. Матовое стекло фотографического аппарата установлено так, что резким выходит изображение предмета, находящегося на расстоянии 5 м. До какого диаметра D нужно задиафрагмировать объектив с фокусным расстоянием 20 см, чтобы не было заметной нерезкости в изображении предметов, находящихся на 0,5 м ближе снимаемого? (Нерезкость считать незаметной, если размытость деталей не превышает 0,1 мм.)



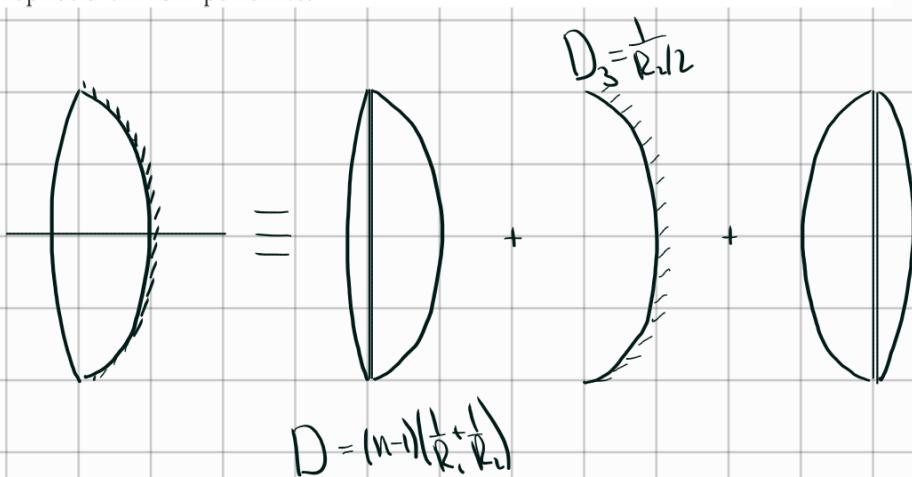
$$1) \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F} \Rightarrow b_1 = \frac{a_1 F}{a_1 - F} = \frac{500 \cdot 20}{500 - 20} = \frac{115}{6} \text{ см} \approx 20.83 \text{ см}$$

$$b_2 = \frac{a_1 F}{a_1 - F} = \frac{450 \cdot 20}{450 - 20} = \frac{900}{43} \text{ см} \approx 20.93 \text{ см}$$

$$2) \text{ ИЗ НАДОЕ } D: \frac{d}{b_2 - b_1} = \frac{D}{b_2} \Rightarrow D = d \cdot \frac{b_2}{b_2 - b_1} \approx 2 \text{ см}$$

1.22. $D \approx 2 \text{ см.}$

1.29. У двояковыпуклой тонкой линзы серебрится одна из поверхностей. Найти фокусное расстояние f полученного таким образом зеркала. Радиус кривизны чистой поверхности равен R_1 , радиус кривизны посеребрённой поверхности — R_2 , показатель преломления материала линзы равен n .



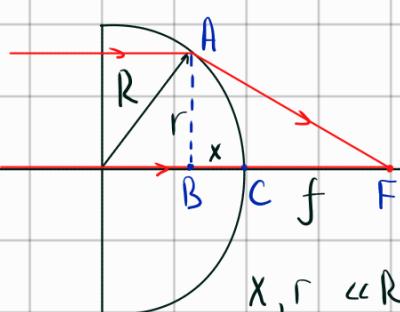
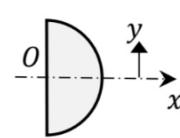
$$D_o = 2D + D_3 = 2(n-1) \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} + \frac{2}{R_2} = 2 \frac{(n-1)(R_1 + R_2) + R_1}{R_1 R_2} = 2 \frac{(n-1)R_2 + nR_1}{R_1 R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{R_1 R_2}{2(n-1)R_2 + 2nR_1}$$

$$1.29. f = \frac{R_1 R_2}{2(n-1)R_2 + 2nR_1}.$$

T1. (2A-2024) Половинка стеклянного шарика радиусом $R = 2$ см с показателем преломления $n = 5/3$ используется в качестве лупы. Определите оптическую силу такой лупы и её увеличение при наблюдении предмета с расстояния наилучшего зрения $L = 25$ см.

Ответ: а) $f = 3$ см, $D \approx 33,3$ дптр, б) $\Gamma = 3$.



$$1) f = \sqrt{R^2 - (R-x)^2} = \sqrt{R^2 - R^2 + 2xR - x^2} \approx \sqrt{2xR}$$

$$2) nX + f = \sqrt{r^2 + (f+x)^2} = \sqrt{2xR + f^2 + 2xf} = \sqrt{f^2 + 2x(f+R)}$$

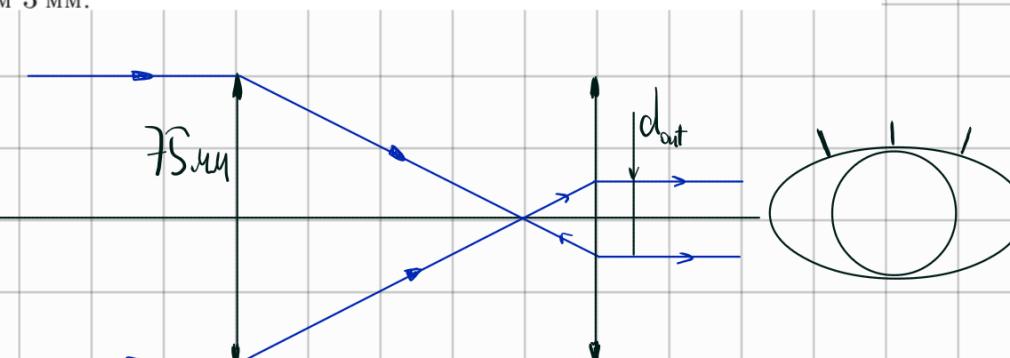
$$3) \Gamma = \frac{b}{a} = \frac{f+L}{f} = 1 + \frac{25}{3} = \frac{28}{3} \quad ?$$

$$2nXf + f^2 = f^2 + 2x(f+R) \Rightarrow nf = f + R \Rightarrow$$

$$\rightarrow f = \frac{R}{n-1} = 3 \text{ см}$$

$$D = \frac{1}{f} \approx 33,3 \text{ дптр}$$

1.57. Найти яркость изображения Луны, наблюдаемой в телескоп с объективом диаметром 75 мм, при увеличениях: 1) 20-кратном; 2) 25-кратном; 3) 50-кратном. Яркость Луны, видимой невооруженным глазом, принять за единицу. Диаметр зрачка глаза считать равным 3 мм.



$$1) d'_out = \frac{75}{20} = 3.75 \text{ мм} \Rightarrow \text{изобр. Луны покрывает весь зрачок} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_1 = B_o = 1$$

$$2) d'^2_{out} = \frac{75}{25} = 3 \text{ мм} \Rightarrow \text{аналогично}$$

$$B_2 = B_o = 1$$

$$3) d'^3_{out} = \frac{75}{50} = 1.5 \text{ мм} \Rightarrow B_3 = \left(\frac{1.5}{3}\right)^2 B_o = \frac{1}{4} B_o = \frac{1}{4}$$

1.57. 1) 1; 2) 1; 3) 0,25. Вообще яркость $B = 1$ при $N \leq \frac{D}{d}$ и $B = \left(\frac{1}{N} \frac{D}{d}\right)^2$ при $N \geq D/d$, где N — увеличение трубы, D — диаметр объектива, а d — диаметр зрачка глаза.

15.02– 21.02	3	Интерференция монохроматических волн	3.3 01 02	3.18 3.14 3.22 3.16 3.11 3.35 3.23
-----------------	---	---	-----------------	--

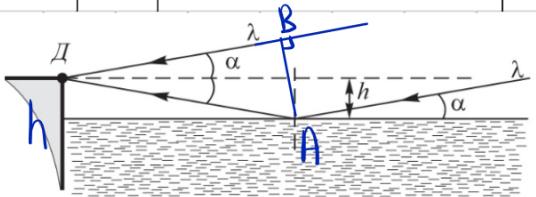


Рис. 391

Ложен на берегу озера на высоте $h = 1$ м над уровнем воды (рис. 391). Определить, при каком угле α спутника над горизонтом детектор за- регистрирует 1-й и 2-й максимумы интенсивности сигнала. Поверх- ность воды считать гладкой, а воду проводящей. Кроме того, рас- смотреть два случая поляризации падающей волны: вектор \mathbf{E} лежит в плоскости падения (\parallel) и перпендикулярно ей (\perp).

$$1) \lambda = 10 \text{ см} \rightarrow \text{радиоволны, для них: } n = \sqrt{\epsilon_{\text{возд}}} = \sqrt{81} = 9$$

$$\operatorname{tg} \Psi_B = n = 9 \Rightarrow \Psi_B = 83.66^\circ$$

$$2) \Delta = AD - BD = 2h\lambda$$

- $AD = h / \sin \alpha \approx h/2$
- $BD = AD \cdot \cos(2\alpha) = h/2 \left[1 - \frac{(2\alpha)^2}{2} \right]$

3) Если угол падения больше угла Брюстера, то теряется половина длины волны

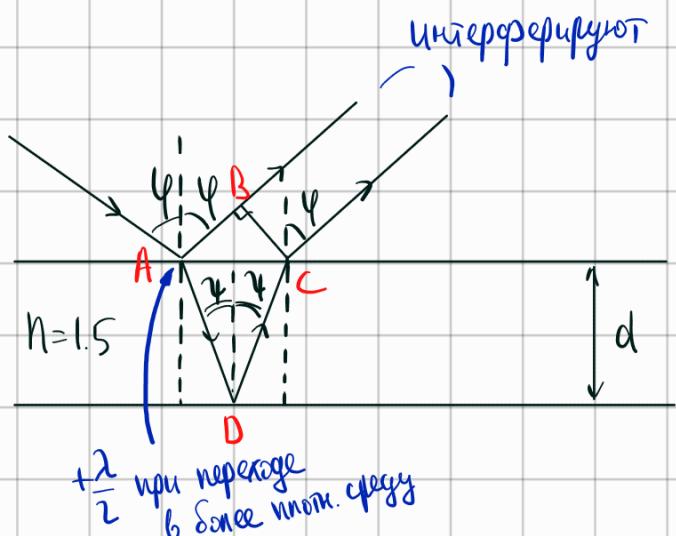
$$m=0: 2h\lambda_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{\lambda}{4h} = 1^\circ 26', \quad \lambda_1^{\text{наг}} = 83^\circ 74'$$

$$m=1: 2h\lambda_2 = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3\lambda}{4h} = 4^\circ 18' \quad \lambda_2^{\text{наг}} = 85^\circ 82'$$

Как и предполагали, $\lambda_1^{\text{наг}}, \lambda_2^{\text{наг}} > \Psi_B$

3.18. Для обеих поляризаций есть потеря половины длины волны. Свя- зано это с тем, что угол падения $\varphi_2 > \Psi_B \approx 83.7^\circ$ ($\operatorname{tg} \Psi_B \approx \sqrt{81} = 9$) для этих длин волн. Поэтому $\alpha_1 = \frac{\lambda}{4h} = 1^\circ 26'$, $\alpha_2 = \frac{3\lambda}{4h} = 4^\circ 18'$.

3.14. При какой толщине пленки исчезают интерференционные полосы при освещении ее светом с длиной волны $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см? Показатель преломления пленки $n = 1,5$.



$$1) \sin\psi = n \sin\varphi \quad - \text{закон Снеллиуса}$$

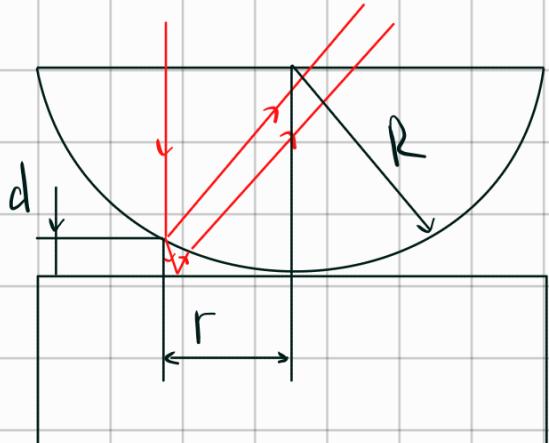
$$2) \Delta = n(AD + DC) - AB - \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos\varphi} - 2dtg\varphi \sin\psi - \frac{\lambda}{2} = \\ = \frac{2dn}{\cos\varphi} - \frac{2dn \sin^2\varphi}{\cos\varphi} - \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$3) \Delta = 2nd \cos\varphi - \frac{\lambda}{2} = m\lambda \xrightarrow{m=0} d < \frac{\lambda}{4n \cos\varphi} < \frac{\lambda}{4n} = 10^{-5} \text{ см}$$

3.14. Приблизительно при $d < \lambda/4n = 10^{-5}$ см.

3.32. Интерференционная картина (кольца Ньютона) наблюдается в проходящем свете (рис. 394). Показатель преломления линзы и пластиинки равен $n = 1,5$. Найти отношение интенсивностей I_{\max}/I_{\min} света в максимуме и минимуме интерференционной картины. Можно ли увидеть картину глазом, если контрастная чувствительность глаза равна 0,05?



$$1) \Delta \approx 2d + \lambda = m\lambda \quad \Rightarrow$$

$$d = \frac{r^2}{2R} \Rightarrow \frac{r^2}{R} = (m-1)\lambda,$$

$$r = \sqrt{m\lambda R}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$2) \text{Интерференция: } I_o = I_1 + I_2 + 2E_1 E_2 \cos\Delta\varphi$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2E_1 E_2$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 + 2E_1 E_2$$

$$3) \text{При отражении: } E' = E \frac{n-1}{n+1}$$

$$2 \text{ отраж} \Rightarrow E_2 = E_1 \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$$

$$I_2 \sim E^2 \Rightarrow I_2 = I_1 \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^4$$

$$4) \frac{E_1^2 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^4 E_1^2 + 2 E_1^2 \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2}{E_1^2 + \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^4 E_1^2 - 2 E_1^2 \left(\frac{n-1}{n+1} \right)} = \frac{1 + 2 \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 + 2}{1 - 2 \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2} = \left(\frac{1 + \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}}{1 - \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}} \right)^2$$

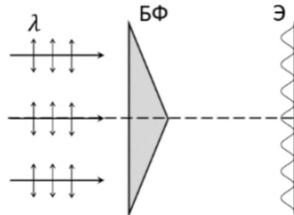
$$\lambda = \frac{1.5-1}{1.5+1} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{1 + \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}}{1 - \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}} \right)^2 = \left(\frac{26}{24} \right)^2 \approx 1.17$$

$$5) V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{0.17}{2.17} \approx 0.078 > 0.05 \Rightarrow \text{можно увидеть глазами}$$

3.32. $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{n^2 + 1}{2n} \right)^2 = 1.17$. Интерференционная картина достаточно контрастна, чтобы ее можно было увидеть глазами.

T4. (2019) Падающая на бипризму Френеля (БФ) плоская монохроматическая линейно поляризованная волна создает на плоском экране Э интерференционную картину с шириной полосы Λ . Плоскость падения перпендикулярна плоскости экрана. Поле E волны колеблется параллельно плоскости падения. Длина волны λ . Определите видность V интерференционной картины.

$$\text{Ответ: } V = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\Lambda} \right)^2.$$



$$1) \Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi} = \frac{\lambda}{2 \sin \psi}$$

$$2) E^2 = E_{\min}^2 + E_{\max}^2 \pm 2 E_{\min} E_{\max} \cos 2\psi$$

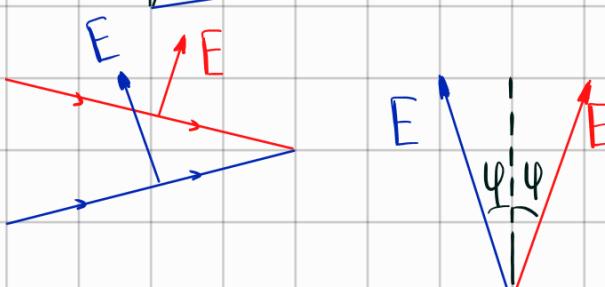
$$E^2 = 2 E^2 \pm 2 E^2 \cos 2\psi$$

$$3) E_{\max}^2 = 2 E^2 \left(1 + \sqrt{1 - \sin^2 \psi} \right) \approx 2 E^2 (1 + 1 - 2\psi^2) = 4 E^2 - 4 E^2 \psi^2$$

$$E_{\min}^2 = 2 E^2 (1 - 1 + 2\psi^2) = 4 E^2 \psi^2$$

$$4) V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{4 E^2 - 8 E^2 \psi^2}{4 E^2} = 1 - 2 \psi^2$$

$$V = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\Lambda} \right)^2$$



3.16. В очень тонкой клиновидной пластинке в отраженном свете при нормальном падении наблюдаются интерференционные полосы. Расстояние между соседними темными полосами $\Delta x = 5 \text{ мм}$. Зная, что длина световой волны $\lambda = 5800 \text{ \AA}$, а показатель преломления пластиинки $n = 1,5$, найти угол α между гранями пластиинки.



$$1) n \sin(2d) = \sin \varphi \Rightarrow \varphi \approx 2nd$$

$$2) \frac{\lambda}{2 \sin \varphi / 2} = \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2n}$$

$$\frac{\lambda}{2nd} \approx \Delta x \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2n \Delta x} \approx 8''$$

$$\mathbf{3.16. } \alpha = \frac{\lambda}{2n \Delta x} \approx 8''.$$

3.11. Из линзы с фокусным расстоянием $f = 50 \text{ см}$ вырезана центральная часть шириной a , как показано на рис. 389. Обе половины линзы сдвинуты до соприкосновения. По одну сторону линзы помещен точечный источник монохроматического света ($\lambda = 6000 \text{ \AA}$). С противоположной стороны линзы помещен экран, на котором наблюдаются полосы интерференции. Расстояние между соседними светлыми полосами $\Delta x = 0,5 \text{ мм}$ и не изменяется при перемещении экрана вдоль оптической оси. Найти a .

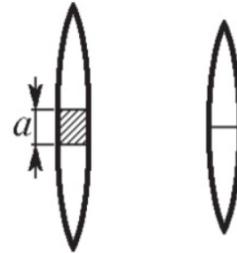
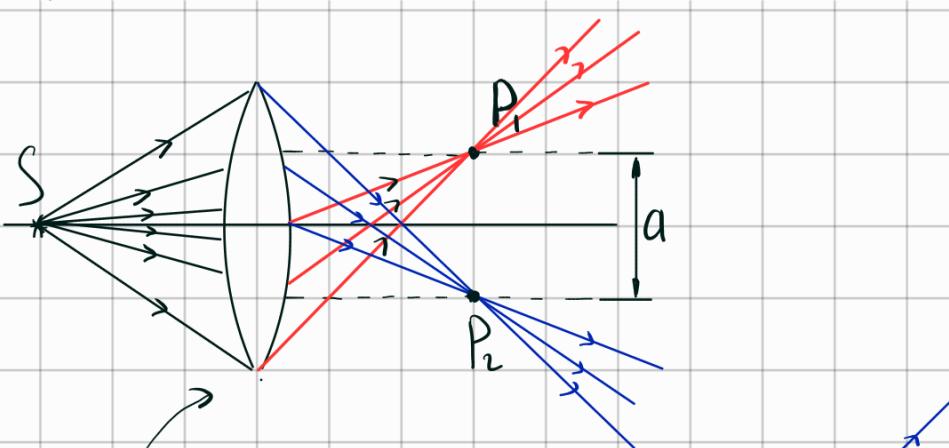
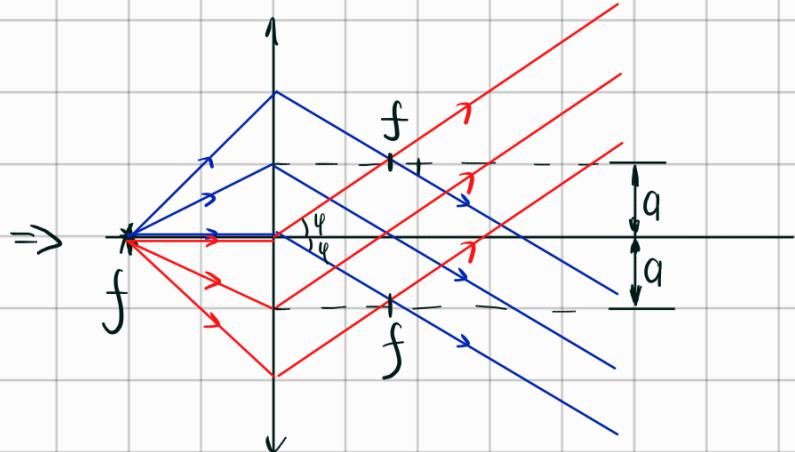


Рис. 389



Неправ, т.к. угол меняется, а
по условию $\Delta x = \text{const}$



$$1) \tan \psi = \frac{a}{f} \Rightarrow \psi \approx \frac{a}{f}$$

$$2) \frac{\lambda}{2 \sin \psi / 2} = \Delta x \rightarrow \frac{\lambda f}{a} = \Delta x \Rightarrow a = \frac{\lambda f}{\Delta x} = 0.6 \text{ мм}$$

$$\mathbf{3.11. } a = f \lambda / \Delta x = 0,6 \text{ мм.}$$

3.35. Источником освещения в интерферометре Майкельсона является лазер, частота излучения которого перестраивается во времени по линейному закону $\omega = \omega_0(1 + at)$. Разность хода в плечах интерферометра $L = 1$ м. Длина волны $\lambda_0 = 1$ мкм, $a = 0,1 \text{ с}^{-1}$. Какова частота изменения тока фотоприемника, регистрирующего интерференционную картину.

Интерферометр Майкельсона:

$$1) I_{\text{фото}} \sim I_{\text{свет}} \sim E^2$$

$$\Delta = L$$



$$2) W = 2\pi \frac{C}{\lambda}$$

$$2\pi \frac{C}{\lambda} = 2\pi \frac{C}{\lambda_0} (1 + at) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} (1 + at)$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{1 + at}$$

$$\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} = \frac{at}{\lambda_0}$$

$$3) \frac{L}{\lambda_0} = \frac{L}{\lambda(T)} - 1, \text{ где } T - \text{период колебания тока.}$$

$\lambda(0)$ - начальное перио

$\lambda(T)$ - такое же перио, но на одну длину волны меньше

$$\frac{L}{\lambda_0} = \frac{L}{\lambda_0} (1 + at) - 1 \Rightarrow \frac{LaT}{\lambda_0} = 1 \Rightarrow T = \frac{1}{a} = \frac{L}{\lambda_0} = 100 \text{ кГц}$$

$$3.35. v = La/\lambda_0 = 100 \text{ кГц.}$$

5.23. Протяженный круглый монохроматический ($\lambda = 5461 \text{ \AA}$) источник света в интерферометре Майкельсона (см. рис. 428) расположен в фокальной плоскости линзы L_1 . Центр источника совпадает с фокусом этой линзы, а его плоскость перпендикулярна главной оптической оси. Определить минимальный диаметр D источника, если в фокальной плоскости линзы L_2 наблюдается интерференционная картина из двух светлых колец, а в центре — максимум интенсивности. Линзы L_1 и L_2 имеют фокусное расстояние $f = 1$ м. Разность длин плеч интерферометра $l = 1$ см.

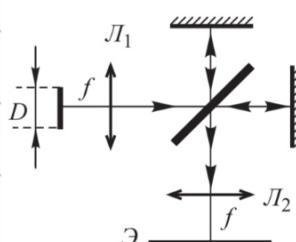
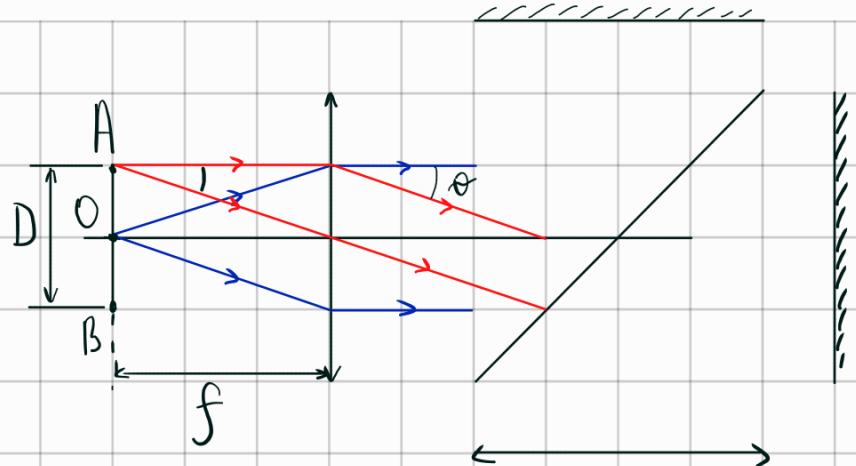


Рис. 428



Свет из О поровн. центр. пятно
Свет из А, В поровн. 2^е кольцо

Экран
2 световых кольца

1) $\Delta_o = 2l$ - разность хода света из О

$$\Delta_A = \frac{2l}{\cos\theta} - = II = \text{из } A, B$$

$$\cdot \operatorname{tg}\theta = \frac{D/2}{f} \approx \theta$$

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_A - \Delta_o = 2l \left(1 - \frac{1}{\cos\theta}\right) \approx 2l \frac{\theta^2}{2} = l\theta^2 = \frac{D^2}{4f^2}l$$

2) Каждая точка МД-орбиты дает светлое кольцо:

$$\Delta_o = m\lambda$$

$$\Delta_A = (m+1)\lambda$$

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_A - \Delta_o = 2\lambda = l\theta^2 \Rightarrow \theta = \sqrt{\frac{2\lambda}{l}} = 1.045 \cdot 10^{-2}$$

$$D = 2\theta f \approx 21 \text{ см}$$

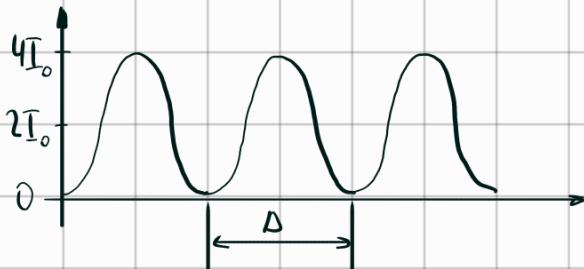
5.23. На экране наблюдаются кольца (полосы равного наклона), образующие изображение источника — два световых кольца (по условию). Направление на второе светлое кольцо $\theta_2 = \sqrt{2\lambda/l} = 1.045 \cdot 10^{-2}$. Искомый минимальный диаметр источника $D = 2\theta_2 f \approx 2.1 \text{ см}$.

01	4.10	4.9
4.2	4.11	Г5
5.3	5.14	5.13
02	5.20	5.30

Теория (кратко).

Монокроматический источник:

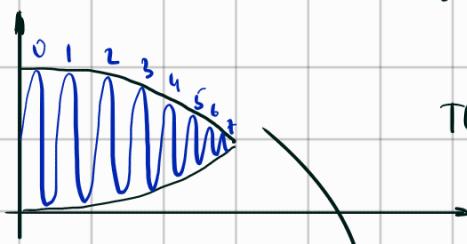
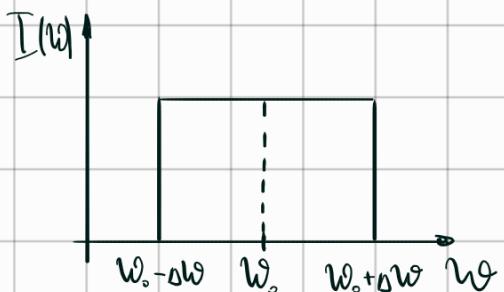
$$I(x) = 2I_0(1 + \cos \omega t) = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi}{\Delta} x)$$



Квазимонокроматический свет:

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \frac{\sin \frac{\Delta \omega}{2c} \Delta}{\frac{\Delta \omega}{2c} \Delta} \cos \frac{\omega_0}{c} \Delta \right]$$

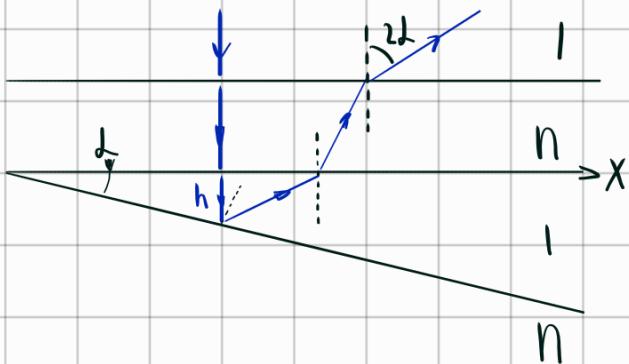
V(Δ) - видим.



типа АЧХ

$$M_{\max} = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{\lambda}{7}$$

4.10*. Интерференционные полосы равной толщины наблюдаются на воздушном клине между двумя стеклянными пластинками с углом при вершине $\alpha = 1'$. Полосы получаются в свете зеленої линии ртути с длиной волны $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ и шириной $\Delta\lambda = 0,1 \text{ \AA}$. Определить:
 1) расстояние Δx между двумя соседними полосами; 2) максимальное количество полос N , которые можно было бы видеть на клине, если бы его размеры не были ограничены; 3) расстояние x от последней наблюдаемой полосы до вершины клина и толщину h клина в этом месте; 4) максимально допустимое угловое расхождение лучей $\delta\varphi$, при котором возможно наблюдение всех полос.



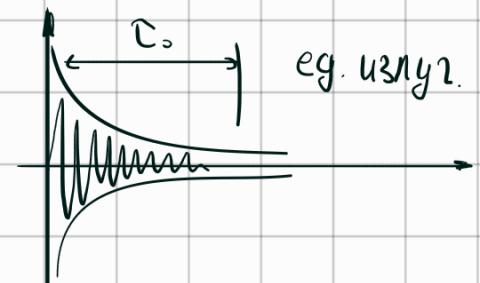
$$1) \Delta \approx 2h + \lambda = 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha + \lambda \approx 2x \cdot \alpha + \lambda$$

$$2x \cdot \alpha + \lambda = N\lambda$$

$$\Delta x = \frac{x_n}{n} = \frac{\lambda}{2\alpha} \approx 0.94 \text{ мкм}$$

2) (Решение из задания) ... $\Rightarrow N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \approx 54'600$

Чли: $L_{\text{кор}} = C\tau_0$ - длина коррекции.



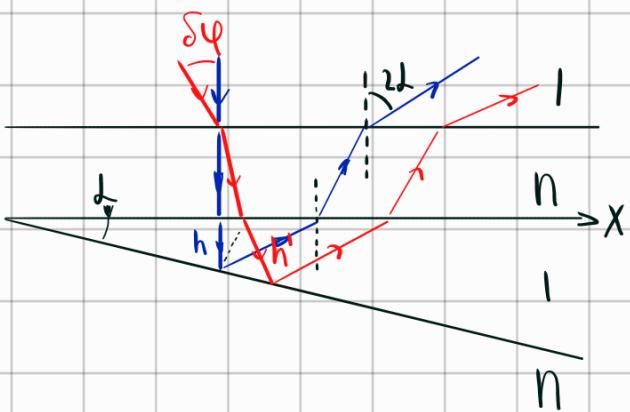
Условие наблюдения: $\Delta < L_{\text{кор}} = C\tau_0 = \frac{C}{\Delta f} = \lambda \frac{f}{\Delta f} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

$$N \cdot \lambda < \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

3) $X = N \Delta X = \frac{\lambda^2}{2 \Delta\lambda} \approx 51.3 \text{ м}$

$h = X \lambda = \frac{\lambda^2}{2 \Delta\lambda} \approx 1.49 \text{ см}$

4)



$$\tilde{\Delta} = \frac{2h}{\cos\phi}$$

$$\delta\Delta = \tilde{\Delta} - \Delta = 2h\left(\frac{1}{\cos\phi} - 1\right) < \lambda$$

расхождение разности хода $< \lambda$

$$2h \frac{\delta\phi}{2} < \lambda \Rightarrow \delta\phi < \sqrt{\frac{\lambda}{h}} = 6 \cdot 10^{-3}$$

4.11. Определить видность V интерференционной картины в некотором интерферометре, использующем квазимонохроматический источник света, спектр излучения которого изображен на рис. 404. Как зависит видность V от ширины спектра $\Delta\nu$?

1) $I(X) = 2I_0 \left(1 + \frac{\sin \frac{\Delta W}{2C}\Delta}{\frac{\Delta W}{2C}\Delta} \cos\left(\frac{W}{C}\Delta\right) \right)$

2) $V = V(\Delta) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ быстрые осцил. медленные осцил.

$$I_{\max} - I_{\min} = 2I_0 \left(1 \pm \frac{\sin \frac{\Delta W}{2C}\Delta}{\frac{\Delta W}{2C}\Delta} \right)$$

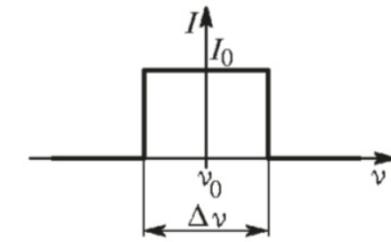


Рис. 404

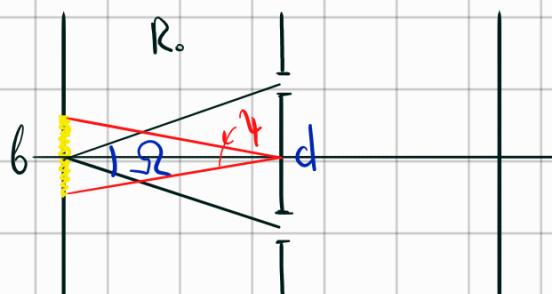
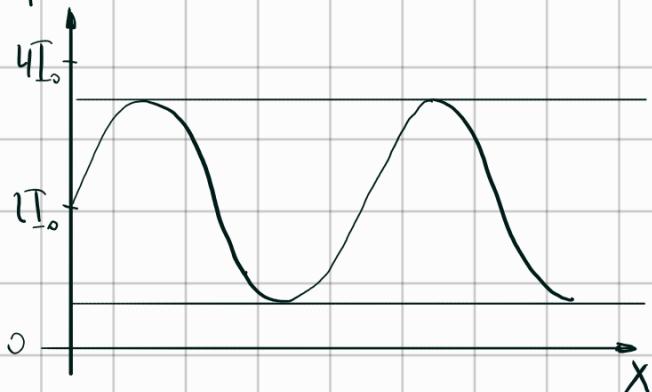
4.11. $V(\Delta) = \left| \frac{\sin(\Delta \frac{\pi\Delta\nu}{c})}{\Delta \frac{\pi\Delta\nu}{c}} \right|$, где Δ — разность хода.

$$V(\Delta) = \left| \frac{2 \frac{\sin \frac{\Delta W}{2C}\Delta}{\frac{\Delta W}{2C}\Delta}}{2} \right| = \left| \frac{\sin \frac{\Delta W}{2C}\Delta}{\frac{\Delta W}{2C}\Delta} \right| = \left| \frac{\sin \frac{\pi\Delta\nu}{c}\Delta}{\frac{\pi\Delta\nu}{c}\Delta} \right|$$

Теория (кратко)

Прогаммный источн.:

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \frac{\sin \frac{\pi \Omega}{\lambda b}}{\frac{\pi \Omega}{\lambda b}} \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$



$$\sqrt{1 + \left| \frac{\sin \frac{\pi \Omega}{\lambda b}}{\frac{\pi \Omega}{\lambda b}} \right|^2} = 0 \text{ при } \frac{\pi \Omega}{\lambda b} = \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Omega_{\max} = \frac{\lambda}{b}$$

5.14. В двулучевой интерференционной схеме с равными интенсивностями интерферирующих лучей используется источник белого света, размер которого $b = 0,025$ см. Интерференционная картина,

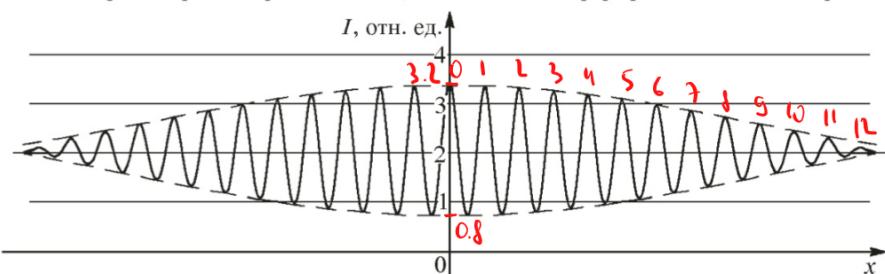


Рис. 420

наблюдаемая через светофильтр, изображена на рис. 420. Оценить полосу пропускания фильтра $\Delta\lambda$ и апертуру интерференции Ω . Средняя длина волны равна $\lambda = 500$ нм.

5.14. $\Delta\lambda \approx \lambda/m \approx 40$ нм; $\Omega = 0,5\lambda/b = 10^{-3}$ рад.

1) $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{12} \approx 42$ нм

2) $\sqrt{1 + \left| \frac{\sin \frac{\pi \Omega}{\lambda b}}{\frac{\pi \Omega}{\lambda b}} \right|^2} \approx \frac{3.2 - 0.8}{3.2 + 0.8} = \frac{2}{3} \approx \frac{2}{\pi}$

$$\Rightarrow \frac{\pi \Omega}{\lambda b} = \frac{\pi}{2}$$

$\Omega = \frac{\lambda}{2b} = 10^{-3}$

5.20. Из тонкой линзы диаметром $D = 2,5$ см с фокусным расстоянием $f = 50$ см вырезана центральная полоска шириной $a = 0,5$ см, после чего обе половины линзы сдвинуты до соприкосновения (билинза). Источник света S с длиной волны $\lambda = 500$ нм располагается на оси системы в фокальной плоскости линзы (рис. 425). 1) На каком расстоянии L от билинзы следует расположить экран, чтобы на нем можно было наблюдать максимально возможное число интерференционных полос? Определить ширину Λ интерференционных полос и их число. 2) Оценить допустимую немонохроматичность $\Delta\lambda$ источника света в этом интерференционном эксперименте, необходимую для наблюдения всех полос. 3) Оценить допустимый размер b источника света.

Похоже на 3.11

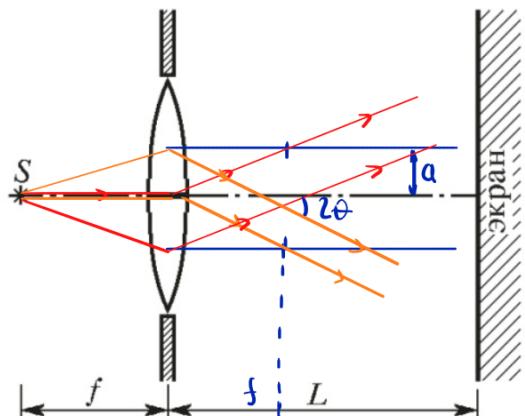


Рис. 425

$$1) \theta \approx \frac{a}{f}$$

$$\frac{\lambda}{2 \sin \theta / 2} \approx \frac{\lambda}{\theta} = \Lambda = \frac{\lambda f}{a} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$2) 2\theta \cdot L = D - a \Rightarrow L = \frac{D - a}{2\theta} = 1 \text{ м}$$

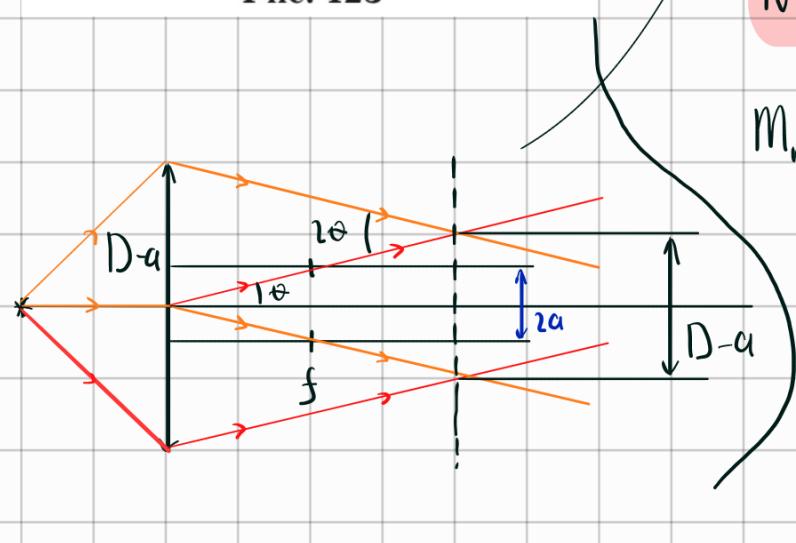
$$N = \frac{D - a}{2\Lambda} = \frac{(D - a)a}{2\lambda f} = 200$$

$$m_{\max} = \frac{N}{2} = 100$$

$$3) \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = 5 \text{ нм}$$

$$4) \delta\psi < \frac{\Lambda}{L} = \frac{2\theta}{D - a} \cdot \frac{\lambda}{\theta} = \frac{2\lambda}{D - a}$$

$$\frac{b}{f} \rightarrow b < \frac{2\lambda f}{D - a}$$



5.20. 1) $L = \frac{D - a}{2a} = 1 \text{ м}$, где $a = a/f = 10^{-2}$; $\Lambda = \lambda/a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$; $N = 200$; 2) $m_{\max} = 100$; $\Delta\lambda = \lambda/m_{\max} = 5 \text{ нм}$; 3) $b \leq \frac{2\lambda f}{D - a} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$.

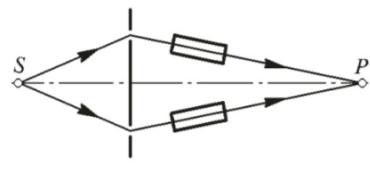


Рис. 403

4.9. Интерференция света от двух малых отверстий в непрозрачном экране наблюдается в точке P (рис. 403). Позади отверстий на пути лучей по-

ставлены две одинаковые кюветы, наполненные воздухом при одинаковом начальном давлении. При изменении давления в одной из кювет изменение интенсивности света в точке P имеет осциллирующий характер. Определить разность давлений ΔP газа в кюветах, при которой амплитуда осцилляции становится равной нулю, если 1-й минимум интенсивности наступает при разности давлений $\Delta P_1 = 10^{-3}$ мм рт. ст. Спектр излучения точечного источника S равномерен в полосе $\Delta\omega$ и имеет относительную ширину $\Delta\omega/\omega = 10^{-5}$.

$$1) \Delta \sim \Delta P, \text{ тогда } \Delta = a_1 \Delta P$$

$$2) I(x) = 2I_0 \left[1 + \frac{\sin \frac{\Delta\omega}{2c} \Delta}{\frac{\Delta\omega}{2c} \Delta} \cos \frac{\omega_0}{c} \Delta \right]$$

$$\text{1-й минимум: } \cos \frac{\omega_0}{c} \Delta_1 = -1 \Rightarrow \frac{\omega_0}{c} a_1 \Delta_1 = \pi$$

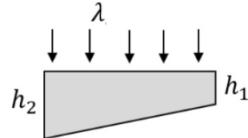
$$V=0: \quad V = \left| \frac{\sin \frac{\Delta\omega}{2c} \Delta}{\frac{\Delta\omega}{2c} \Delta} \right| = 0 \Rightarrow \frac{\Delta\omega}{2c} a_1 \Delta_1 = \pi$$

$$4.9. \Delta P = \Delta P_1 \frac{2\omega}{\Delta\omega} = 200 \text{ мм рт. ст.}$$

$$\Rightarrow \Delta P = \Delta P_1 \frac{2\omega}{\Delta\omega} = 200 \text{ мм рт. ст.}$$

T5. (2023) Толщина клиновидной стеклянной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$ изменяется от величины $h_1 = 0,358$ мм у одного края до $h_2 = 0,398$ мм у другого. Сколько интерференционных полос будет фиксироваться на поверхности клина при наблюдении под прямым углом в отражённом свете длины волны $\lambda = 655$ нм и степенью монохроматичности $\lambda/\Delta\lambda = 500$?

Ответ: 0.



$$1) \Delta \approx 2hn - \frac{\lambda}{2} \leq m_{\max} \lambda = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \Rightarrow h \leq \frac{\lambda}{2n} \left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda} + \frac{1}{2} \right) \approx \frac{\lambda^2}{2n\Delta\lambda} \approx 0.11 \text{ мм}$$

Интерференции НЕ БУДЕТ

5.13. С помощью зрительной трубы, установленной на бесконечность, наблюдают интерференционные полосы в тонкой плоскопараллельной стеклянной пластинке толщиной $h = 0,2$ мм с показателем преломления $n = 1,41$; при этом угол наблюдения φ может изменяться от 0 до 90° (рис. 419). Найти максимальный и минимальный порядок интерференционных полос. Оценить допустимую немонохроматичность $\Delta\lambda$ источника, при которой будут достаточно четко наблюдаться все интерференционные полосы. Каков допустимый размер источника света в этом интерференционном эксперименте? Используется зеленый свет с длиной волны $\lambda = 560$ нм.

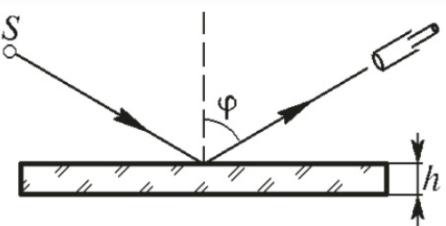
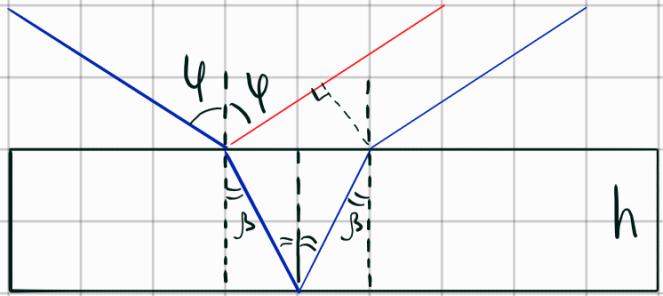


Рис. 419



$$1) \sin\varphi = n \sin\beta$$

$$2) \Delta = \frac{2hn}{\cos\beta} + 2htg\beta \sin\varphi - \frac{\lambda}{2}$$

$$= 2hn \left(\frac{1}{\cos\beta} + \frac{\sin^2\beta}{\cos\beta} \right) \approx 2hn \cos\beta$$

$$3) \cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\varphi}{n^2}} \in \left[\frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}; 1 \right]$$

$$4) \Delta = m\lambda \Rightarrow m \approx \frac{2hn \cos\beta}{\lambda} \in \left[\frac{2h\sqrt{n^2 - 1}}{\lambda}; \frac{2hn}{\lambda} \right] = [714, 1007]$$

$$5) \Delta\lambda < \frac{\lambda}{m_{\max}} = \frac{\lambda}{1007} \approx 0.5 \text{ нм}$$

6) Зрительная труба настроена на беск \Rightarrow

\Rightarrow она не заметит протяженности источника \Rightarrow

\Rightarrow модей размер

5.13. $m_{\max} \approx 1000$; $m_{\min} \approx 720$; $\Delta\lambda \lesssim 0,5$ нм. Источник света может иметь любые размеры.

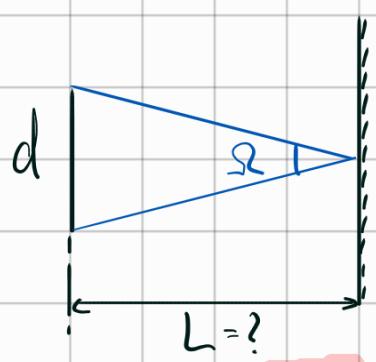
5.30. Источником света является торец газоразрядной трубы диаметром $d = 6 \text{ мм}$, средняя длина волны $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$, ширина до-плеровского контура линии излучения $\Delta f = 1,5 \text{ Гц}$. Оценить расстояние от торца трубы, при котором длина когерентности излучения сравнима с радиусом поперечной когерентности.

$$1) f_{\text{kor}} = M_{\text{max}} \cdot \lambda = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}.$$

$$2) \lambda = \frac{c}{f}$$

$$\Delta \lambda = \frac{c}{f_1} - \frac{c}{f_2} = \frac{\Delta f c}{f_1 f_2} \cdot \frac{c}{c} = \frac{\Delta f \lambda^2}{c} \Rightarrow f_{\text{kor}} = \lambda \frac{c}{\Delta f \lambda^2} = \frac{c}{\Delta f}$$

3)



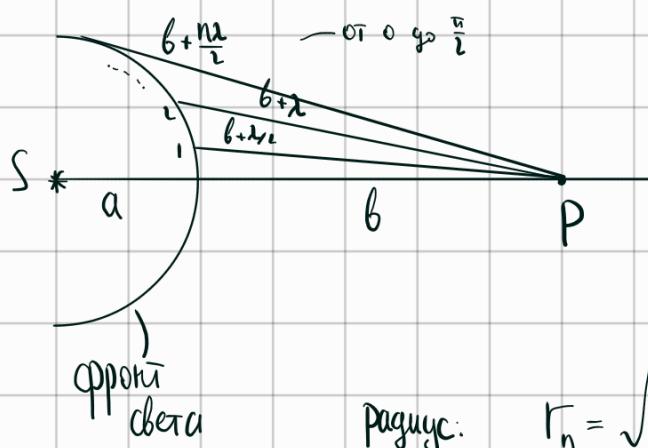
$$Q = \frac{d}{L}$$

$$r_{\text{kor}} = \frac{\lambda}{Q} = \frac{\lambda}{d} L$$

$$4) \frac{\lambda}{d} L = \frac{c}{\Delta f} \Rightarrow L = \frac{cd}{\lambda \Delta f} \approx 2 \text{ км}$$

$$\mathbf{5.30.} L \approx \frac{cd}{\lambda \Delta f} \cdot 10^5 \text{ см} = 2 \text{ км.}$$

Теория (кратко)



$$E_o(p) = E_{o,1} - |E_{o,2}| + E_{o,3} - \dots = \frac{E_{o,1}}{2} + \left(\frac{E_{o,1}}{2} - |E_{o,2}| + \frac{E_{o,3}}{2} \right) + \dots$$

— открытая и зона Френеля

 \approx_0

$$\frac{1}{2} (E_{o,1} \pm E_{o,n})$$

\approx_0

$$\frac{1}{2} E_{o,1}$$

6.16. Диск из стекла с показателем преломления n (для длины волны λ) закрывает полторы зоны Френеля для точки наблюдения P . При какой толщине h диска освещенность в точке P будет наибольшей?

Диаграмма Френеля

I) Изменяя толщину диска мы можем повернуть вектор "1.5 зоны"

$$\frac{2\pi}{\lambda} (n-1) h = \frac{\pi}{4} + \pi + 2\pi m, \quad m = 0, 1, \dots$$

$$h = \frac{8m + 5}{8(n-1)} \lambda$$

$$6.16. \quad h = \frac{2m + 5/4}{2(n-1)} \lambda, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, \dots$$

6.20. В плоскопараллельной стеклянной пластинке с показателем преломления n , на которую нормально падает плоская волна, вырезано круглое отверстие размером в одну зону Френеля для некоторой точки P , лежащей на оси системы. Определить, при какой толщине пластиинки h интенсивность \mathcal{I} колебаний в точке P будет максимальной. Найти \mathcal{I}_{max} , если в отсутствие пластиинки интенсивность равна \mathcal{I}_0 . Длина волны падающего света равна λ .

II) Аналогично, мы можем брать только вскоре „остальные“

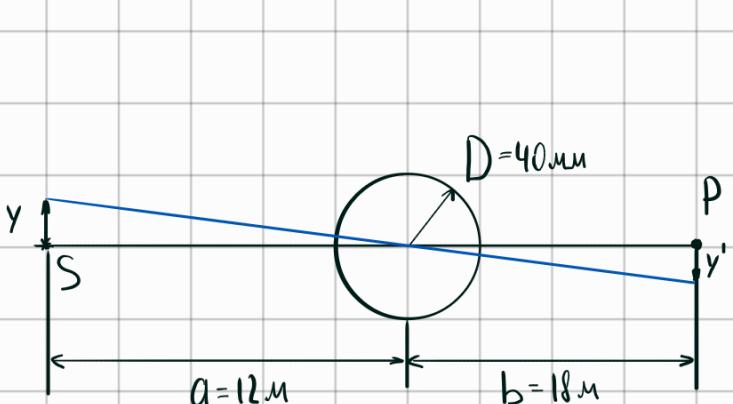
$$\frac{2\pi}{\lambda}(n-1) \cdot h = \pi + 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$h = \frac{2m+1}{2(n-1)} \lambda$$

2) $E_{\max} = 3E_0 \Rightarrow J_{\max} = 9J_0$

6.20. $h = \frac{(2m+1)\lambda}{2(n-1)}$, $m = 0, 1, 2, \dots$; $J_{\max} = 9J_0$.

6.15. Яркий источник можно сфотографировать, поместив между ним и фотопластинкой гладкий непрозрачный шар. Объяснить явление. Диаметр шара $D = 40$ мм, расстояние от источника до шара $a = 12$ м, расстояние от шара до изображения $b = 18$ м, размер источника $y = 7$ мм. Определить размер изображения y' . Будет ли изображение испорчено, если поверхность шара испещрена множеством неправильных царапин, глубина которых h порядка 0,1 мм? Можно ли шар заменить диском?



1) Для каждой светлой точки y будет склоне пятно Гюссона \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{y}{a} = \frac{y'}{b} \Rightarrow y' = \frac{b}{a} y = 10.5 \text{ мм}$$

2) Размер 1st зоны Ренеле (Сивусса)

$$r_i = \frac{\lambda}{D} \frac{ab}{a+b} \approx 0.1 \text{ мм}, \quad h \sim r_i \Rightarrow \text{будет испорчено}$$

3) Заменить шар на диск нельзя,

т.к. из верхности y будет виден эллипс, а не диск \Rightarrow
 \Rightarrow Не будет пятна Гюссона

6.59. Наблюдается дифракция Френеля на оси круглого отверстия диаметром $D = 0,5$ см (рис. 449). Точка наблюдения P находится на расстоянии $l = 50$ см от плоскости экрана. Свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм и интенсивностью \mathcal{I}_0 падает на экран параллельным пучком. Как изменится интенсивность света в точке наблюдения, если к экрану вплотную соосно приложить линзу с оптической силой 1 дптр?

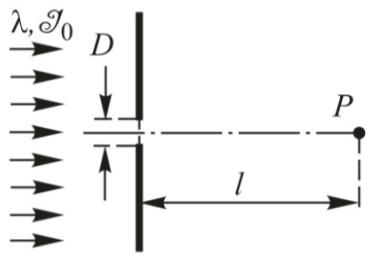
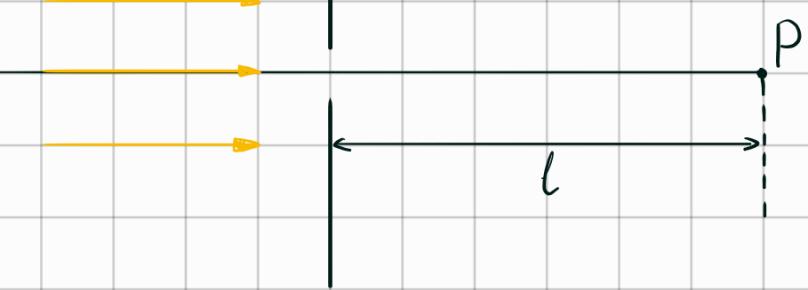


Рис. 449

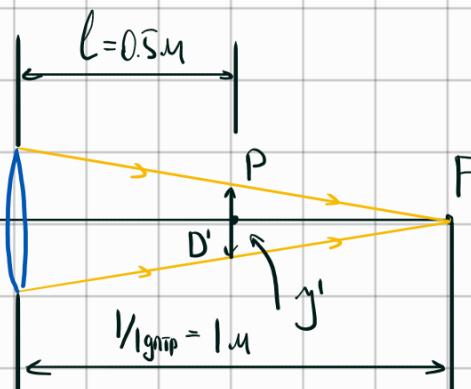


1) Поймем сколько зон закрыто:

$$r_n = \sqrt{N} \frac{ab}{a+b} \lambda \xrightarrow{a \rightarrow \infty} \sqrt{Nb} \lambda \quad (b=l)$$

$$\frac{D}{2} = \sqrt{Nl\lambda} \Rightarrow N = \frac{D^2}{4l\lambda} = 25 \text{ зон}$$

2) N нечетно $\Rightarrow E_o(p) = 2E_o \Rightarrow I_o(p) = 4I_0$

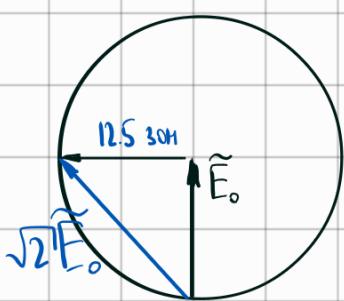


$$3) I \sim \frac{1}{S} \Rightarrow \frac{I_0}{I'} = \left(\frac{D}{D'} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow I' = 4I_0$$

$$3) \tilde{r}_n^2 = \tilde{N} \frac{\tilde{a}\tilde{b}}{\tilde{a}+\tilde{b}} \lambda, \quad \tilde{a} = -\frac{1}{D_F} = -\frac{1}{l_{\text{гопт}}} = -1 \mu, \quad \tilde{b} = l$$

$$\frac{D^2}{4} = \tilde{N} \frac{\tilde{a}\tilde{l}}{\tilde{a}+\tilde{l}} \lambda$$

$$\tilde{N} = \frac{D^2}{4\lambda} \frac{\tilde{a}+\tilde{l}}{\tilde{a}\tilde{l}} = 12.5 \text{ зон}$$

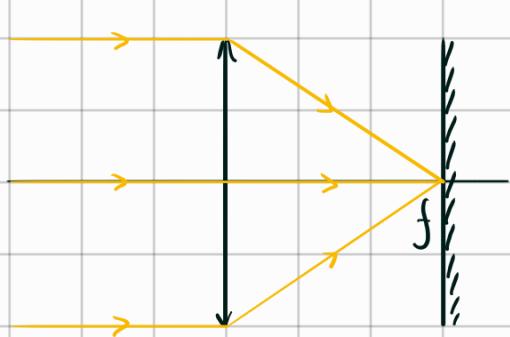


$$4) \text{ Учтено: } \tilde{\mathcal{I}} = (\sqrt{2})^4 \mathcal{I}_0 = 8 \mathcal{I}_0$$

$$\frac{\tilde{\mathcal{I}}}{\mathcal{I}_0} = \frac{8 \mathcal{I}_0}{4 \mathcal{I}_0} = 2$$

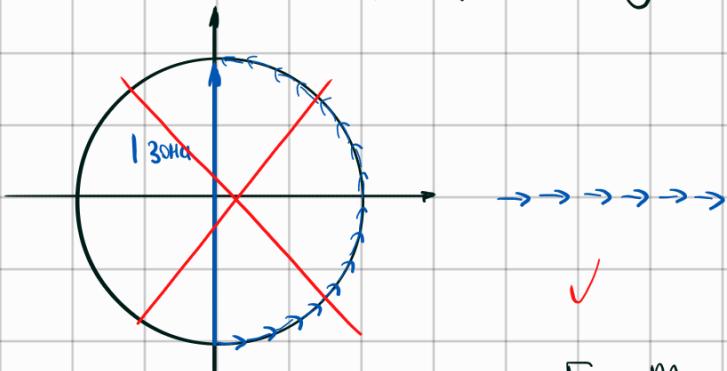
6.59. Интенсивность в точке P увеличивается в 2 раза.

6.43. Линза с фокусным расстоянием $f = 50$ см и диаметром $D = 5$ см освещается параллельным монохроматическим пучком света с длиной волны $\lambda = 630$ нм. Найти, во сколько раз интенсивность волны \mathcal{I} в фокусе линзы превышает интенсивность волны \mathcal{I}_0 , падающей на линзу. Оценить размер b пятна в фокальной плоскости.



$$1) \left(\frac{D}{2}\right)^2 = M \frac{ab}{a+b} \lambda \xrightarrow{a \rightarrow \infty} M f \lambda \Rightarrow M = \frac{D^2}{4f\lambda} \approx 2 \cdot 10^3 - \text{зоны Френеля}$$

2) Все лучи приходят в f конкретно, т.к. проходит через линзу



$$\text{Стрелочки не развор.} \Rightarrow E = M \pi E_0 = \frac{\pi D^2}{4f\lambda} E_0$$

$$\frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}_0} = \left(\frac{\pi D^2}{4f\lambda} \right)^2 \approx 3.9 \cdot 10^7$$

$$3) \Phi = \mathcal{I}S = \text{const} \Rightarrow \mathcal{I} \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \mathcal{I}_0 b^2 \Rightarrow b = \frac{D}{2} \cdot \frac{4f\lambda}{\pi D^2}$$

$$b = \frac{2f\lambda}{\pi D} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ см}$$

$$6.43. \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}_0} = \left(\frac{\pi D^2}{4f\lambda} \right)^2 \approx 3.9 \cdot 10^7; b \approx \frac{2\lambda f}{\pi D} = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ см.}$$

T6. (2023) На пути плоского волнового фронта интенсивности I_0 оказался прозрачный экран, на котором непрозрачной краской нарисован знак, предупреждающий о радиоактивной опасности (см. рис). Определите интенсивность в точке, расположенной на оси симметрии за знаком на таком расстоянии, что радиус «кружка» совпадает с радиусом 1-й зоны Френеля, а внутренний и внешний радиусы «лепестков» равны радиусам 2-й и 9-й зон Френеля соответственно. Углы между радиальными сторонами «лепестков» равны 60° .

Ответ: $I_k = 4I_0$.



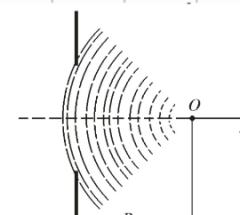
Аналог 6.2

$$1) E(p) = 0 \cdot E_1 + E_2 + \frac{1}{2} (E_3 + E_4 + \dots + E_9) + (E_{10} + E_{11} + \dots) = E_0 + \frac{1}{2} E_0 + \frac{1}{2} E_0 = 2E_0$$

$\stackrel{||}{\textcircled{1}} \quad \stackrel{||}{\textcircled{2}} \quad \stackrel{||}{(E_3+E_4)} + (E_5+E_6) + \dots + E_9 \quad \stackrel{||}{\textcircled{3}} \quad \frac{1}{2} E_{10} + \left(\frac{1}{2} E_{10} + E_{11} + \frac{1}{2} E_{12} \right) + \dots +$
 $E_0 \qquad \qquad \qquad E_0 \qquad \qquad \qquad \frac{1}{2} E_0$

$$2) \mathcal{J} \sim E \Rightarrow \mathcal{J} = 4 \mathcal{J}_0$$

6.50. На пути сферической монохроматической волны, сходящейся в точке O , на расстоянии $z = R_0$ от точки O устанавливается экран с круглым отверстием (рис. 441). Размер отверстия таков, что при освещении экрана плоской волной с той же длиной волны на нем укладывалось бы три зоны Френеля для точки O . Найти интенсивность света в точке O , принимая интенсивность в плоскости экрана равной \mathcal{J}_0 . Определить, при каких значениях z будут наблюдаться локальные минимумы интенсивности, если точку наблюдения удалять от точки O в область $z > R_0$.



Аналог 6.43

$$1) \text{Плоская волна: } r = \bar{m} \cdot \frac{\bar{a}\bar{b}}{\bar{a}+\bar{b}} \lambda, \quad \bar{a} \rightarrow \infty, \quad \bar{b} = R_0$$

$$r_n^2 = 3R_0\lambda \quad - \text{размер отверстия}$$

2) Сферическая волна (можно представить, что мы поставили мячу с $F=R_0$ перед отверстием)

Все лучи проходят когерентно $\xrightarrow{6.43} \mathcal{J} = (3\pi)^2 \mathcal{J}_0$

$$3) r_n^2 = m \frac{ab}{a+b} \lambda = 3R_0\lambda \Rightarrow m = 3R_0 \frac{a+b}{ab}, \quad a = -R_0, \quad b = 2$$

$$m = 3R_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{R_0} \right) = \frac{3R_0}{2} - 3$$

4) Минимум интес. достигает при $m \neq 0$

$$m=2: \quad 2 = \frac{3R_0}{z} - 3 \Rightarrow \frac{3R_0}{z} = 5 \Rightarrow z = \frac{3R_0}{5}, \quad z < R_0 - \text{не подходит}$$

$$m=-2: \quad -2 = \frac{3R_0}{z} - 3 \Rightarrow \frac{3R_0}{z} = 1 \Rightarrow z = 3R_0 \quad - \text{Подходит}$$

гос. мин.]

6.50. $\mathcal{J} = (3\pi A_0)^2 = 9\pi^2 \mathcal{J}_0$. Фаза колебаний в точке наблюдения $\varphi(z) = (k\rho^2/2)(1/z - 1/R_0)$, где ρ — координата плоскости экрана, отсчитываемая от центра отверстия. Локальный минимум наблюдается при $z = 3R_0$ (других нет), $m = 3(z - R_0)/z = 2$ — число зон Френеля, укладывающихся на отверстии для локального минимума.

6.64. Амплитудная зонная пластиинка Френеля для радиоволн с длиной волны $\lambda = 3$ мм, состоящая из чередующихся прозрачных и непрозрачных зон Френеля, вставлена в отверстие в непрозрачном экране диаметром $D = 30$ см. Точечный источник S радиоволн и точка наблюдения P расположены симметрично относительно экрана на расстояниях $a = b = 150$ см (рис. 452). Радиусы зон Френеля пластиинки рассчитаны именно для этого расположения точек S и P . Интенсивность волн в плоскости экрана равна $\mathcal{J}_0 = A_0^2$. Определить интенсивности колебаний \mathcal{J} , \mathcal{J}_1 , \mathcal{J}_2 в точке P для случаев: 0) начального положения точки S ; 1) при перемещении источника на расстояние $a_1 = a/3$ до экрана; 2) при перемещении источника на расстояние $a_2 = a/5$ до экрана.

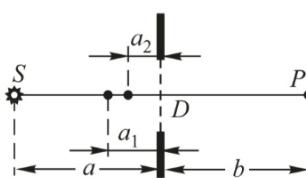


Рис. 452

$$1) \quad \frac{D^2}{4} = M \frac{a^2}{a+a} \lambda = M \frac{a}{2} \lambda \quad \Rightarrow \quad M = \frac{D^2}{2a\lambda} = \frac{900}{2 \cdot 150 \cdot 0.3} = 10$$

2) Пластиинка Френеле закрывает чётные зоны \Rightarrow

$$\Rightarrow E = E_1 + E_3 + \dots + E_g = 5 \cdot 2E_0 = 10 \tilde{E}_0 \Rightarrow \mathcal{J} = 100 \tilde{\mathcal{J}}$$

$$3) \quad \frac{D^2}{4} = M_1 \frac{1/3}{4/3} a \lambda = \frac{1}{4} M_1 a \lambda \quad \Rightarrow \quad M_1 = \frac{D^2}{a \lambda} = 20$$

На краиные 2 зоны приходится одна четвь

$$E_1 = (E_1 + E_2) + (E_5 + E_6) + \dots + (E_{19} + E_{20}) = 0$$

$$4) \quad \frac{D^2}{4} = M_2 \frac{1/5}{6/5} a \lambda = \frac{1}{6} M_2 a \lambda \quad \Rightarrow \quad M_2 = \frac{3D^2}{2a\lambda} = 30$$

$$E_2 = (E_1 + E_2 + E_3) + \dots + (E_{27} + E_{28} + E_{29}) = 5 \cdot 2 \tilde{E}_0 \Rightarrow \mathcal{J}_2 = 100 \tilde{\mathcal{J}}$$

$$5) \frac{\tilde{J}}{J_0} = \left(\frac{a}{2a}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

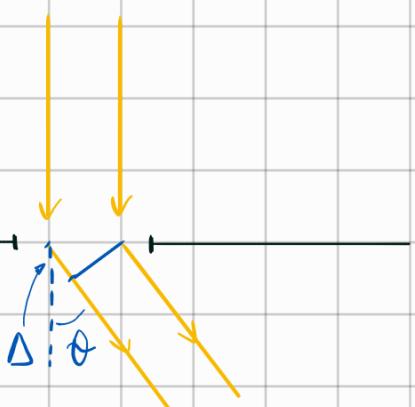
$$\frac{\tilde{J}}{J_0} = \left(\frac{a}{6a/5}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\tilde{J} = \frac{1}{4} 100 J_0 = 25 J_0$$

$$J_1 = \frac{25}{36} \cdot 4.25 J_0 = \left(\frac{25}{3}\right)^2 J_0$$

6.64. 0) $\mathcal{I} = 25\mathcal{I}_0$; 1) $\mathcal{I}_1 = 0$; 2) $\mathcal{I}_2 = \left(\frac{25}{3}\right)^2 \mathcal{I}_0 \approx 70\mathcal{I}_0$.

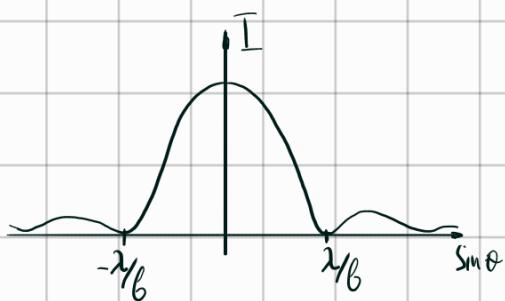
Теория. Дифракция Фраунгофера.



$$E_\theta = E_0 \frac{\sin u}{u}, \quad u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$$

Усл. мин. $\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta = m\pi \Rightarrow \sin \theta = m \frac{\lambda}{b}$

для кругл. отв.: $\sin \theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$



расч.
 $P = \frac{\sqrt{2\lambda L}}{D}$ — $\begin{cases} \text{боковой паразит} \\ \text{разр. шум} \end{cases}$

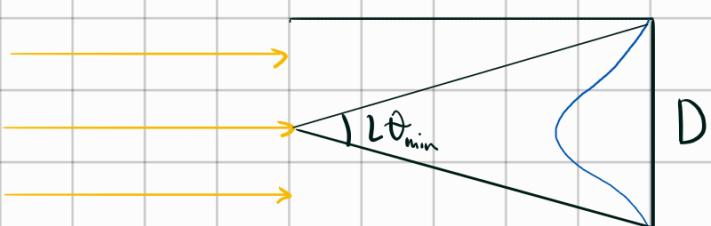
1) $P \ll 1 \rightarrow \sqrt{2\lambda L} \ll D$ — обычная линза

2) $P \approx 1 \rightarrow \sqrt{2\lambda L} \sim D$ — Френель

3) $P \gg 1 \rightarrow \sqrt{2\lambda L} \gg D$ — Фраунгофер

7.16. Камера-обскура длиной $L = 10$ см с малым отверстием предназначена для фотографирования удаленных предметов. Оценить диаметр отверстия D камеры, при котором она имеет наибольшую разрешающую способность. Длина волны $\lambda = 5000 \text{ \AA}$.

$$1) \sin \theta_{\min} \approx \frac{D}{2L} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

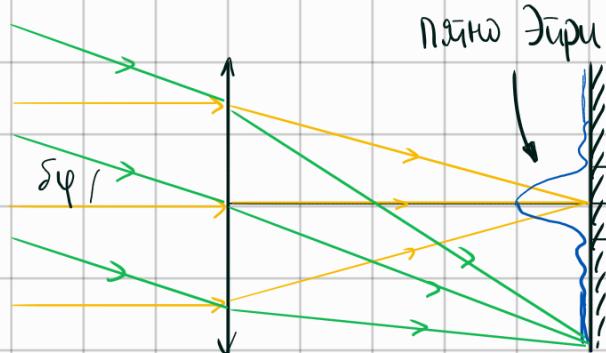


$$D = \sqrt{2.44 \lambda L} \approx 0.35 \text{ мм}$$

7.16. $D = \sqrt{2.44 \lambda L} \approx 0.35 \text{ мм}$. Вообще Рэлей доказал, что наивыгоднейший диаметр отверстия в камере-обскуре подсчитывается по несколько иной формуле: $D = 1.8 \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}}$, где a — расстояние до объекта (от отверстия), b — расстояние до экрана. При $a = \infty$, $b = L$ в условиях нашей задачи $D_{\text{опт}} = 1.8 \sqrt{\lambda L} = 0.4 \text{ мм}$.

7.48. Космонавты прибыли на Луну. Чтобы сообщить об этом на Землю, они растягивают на поверхности Луны черный круглый тент. Каким должен быть радиус r этого тента, чтобы его можно было заметить с Земли в телескоп с объективом $D = 5$ м? Контрастная чувствительность приемника 0,01.

Телескоп



$$1) \delta\psi \sim \frac{r}{L}$$

$$2) \delta\psi \cdot F \sim \frac{\lambda F}{D}$$

$$\frac{r}{L} = \frac{\lambda}{D} \Rightarrow r = \frac{\lambda L}{D}$$

$$3) \frac{\pi r^2}{2} \geq 0.01 \cdot \frac{\pi}{2} \left(\frac{\lambda L}{D}\right)^2 \Rightarrow r \gtrsim 0.1 \frac{\lambda L}{D} = 4 \text{ м}$$

7.48. $r \gtrsim \sqrt{0.01 \frac{\lambda L}{d}} \approx 4$ м, где $L \approx 4 \cdot 10^5$ км — расстояние от Земли до Луны.

7.55. При наблюдении в телескоп с нормальным увеличением освещенность изображения звезды на сетчатке глаза в $\alpha = 10$ раз меньше освещенности дневного неба, рассматриваемого в тот же телескоп. Во сколько раз надо увеличить диаметр объектива для того, чтобы освещенность изображения звезды на сетчатке стала в $\beta = 10$ раз больше освещенности изображения неба, если вместе с объективом телескопа заменён и окуляр таким образом, что увеличение телескопа осталось нормальным?

$$1) E = \frac{d\Phi}{ds}, \quad E_{\text{небо}} \sim S_{\text{объект}} \sim D^2$$

$$E_{\text{звезды}} \sim \frac{S_{\text{объект}}}{S_{\text{поляризация}}} \sim \frac{D^2}{\left(\frac{\lambda F}{D}\right)^2} \sim D^4$$

$$2) \alpha = \frac{E_{\text{н}}}{E_{\text{з}}} = 10 \sim \frac{1}{D^2} \quad \Rightarrow \quad \tilde{D} = 10 D$$

$$\tilde{D} = \frac{1}{\beta} = 0.1 \sim \frac{1}{D^2}$$

7.83. Два одинаковых некогерентных точечных источника S_1 и S_2 находятся в «предметной плоскости» на расстоянии z от объектива диаметром D (симметрично относительно оси оптической системы).

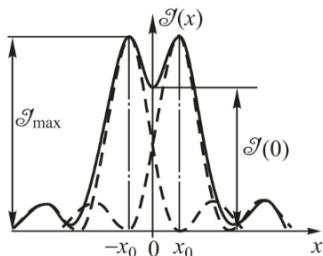


Рис. 469

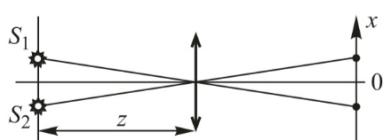


Рис. 470

Сивухин § 56

мы, см. рис. 470). На рис. 469 показана картина интенсивности $\mathcal{I}(x)$ в плоскости изображения (оптически сопряженной с предметной плоскостью). Источники S_1 и S_2 находятся на пределе разрешения по Рэлею, т. е. на расстоянии друг от друга $\Delta x = 1,22\lambda z/D$. Известно, что «провал» в суммарной картине интенсивности $\mathcal{I}(x)$ (в точке $x = 0$ на оси оптической системы) составляет примерно 20% от максимальной интенсивности \mathcal{I}_{\max} (т. е. от интенсивности в точках x_0 и $-x_0$, где возникает «геометрическое» изображение источников): $\mathcal{I}_0 = 0,8\mathcal{I}_{\max}$. Как изменится отношение $\mathcal{I}(0)/\mathcal{I}(x_0)$, если заменить некогерентные источники когерентными синфазно излучающими источниками, находящимися на том же расстоянии Δx друг от друга? Как изменится это отношение, если источники излучают с разностью фаз $\pi/2$?

1) Источники некогерентны: $\mathcal{I}_{\sum} = \mathcal{I}_{o_1} + \mathcal{I}_{o_2} = 0,8 \mathcal{I}_{\max} \Rightarrow \mathcal{I}_0 = 0,4 \mathcal{I}_{\max}$

2) Источники когерентны: $\mathcal{I}_{\sum} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \sqrt{\mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2} \cos \Delta = 2 \mathcal{I}_0 (1 + \cos \Delta) = 4 \mathcal{I}_0 \cos^2 \frac{\Delta}{2}$

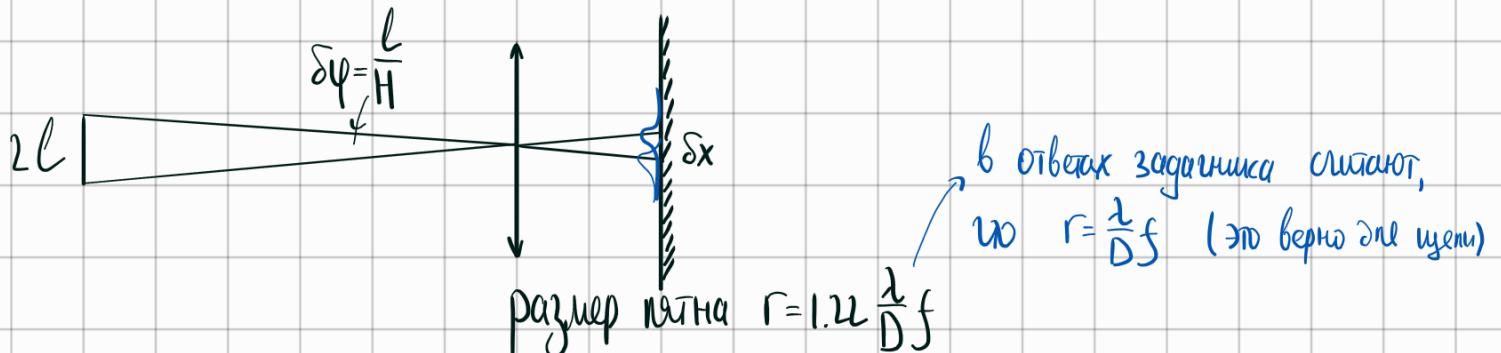
$\Delta = 0: \quad \mathcal{I}_{o_1} = 4 \cdot 0,4 \mathcal{I}_{\max} = 1,6 \mathcal{I}_{\max}$

3) Разница фаз $\varphi = \frac{\pi}{2}$: $\mathcal{I}_{\sum} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \sqrt{\mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2} \cos(\Delta + \frac{\pi}{2}) = 2 \mathcal{I}_0 (1 + \sin \Delta)$

$\Delta = 0: \quad \mathcal{I}_{o_2} = 2 \mathcal{I}_0 = 0,8 \mathcal{I}_{\max}$

7.83. При синфазно излучающих источниках ($\varphi = 0$) $\mathcal{I}(0) = 4|f_0(x_0)|^2 = 1,6\mathcal{I}_{\max}$, т. е. $\frac{\mathcal{I}(0)}{\mathcal{I}(x_0)} = 1,6$. При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $\mathcal{I}(0) = 0,8\mathcal{I}_{\max}$ («провал» в суммарной картине интенсивности такой же, как и в случае некогерентных источников).

7.10. С самолета, летящего на высоте $H = 5$ км, производится аэрофотосъемка местности. Какими следует выбрать фокусное расстояние f и диаметр объектива D фотоаппарата, чтобы сфотографировать объекты размером $l \approx 2,5$ см на фотопленку с разрешающей способностью $n = 500$ штрих/мм? На какое время τ следует открывать затвор фотоаппарата (экспозиция), чтобы движение самолета со скоростью $V = 360$ км/час не приводило к размытию изображения?



1) Из подобия: $\frac{l}{H} = \frac{\delta x}{F} \Rightarrow \delta x = \frac{Fl}{H}$ - расстояние между пятнами

2) $\delta x \geq 1.22 \frac{\lambda}{Df}; \quad \frac{l}{H} \geq 1.22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow D \geq \frac{1.22 H \lambda}{l} \approx 12 \text{ см}$

3) Линейный размер, который способен сформировать фокус с $n = 500 \frac{\text{шт}}{\text{мм}}$

$$\delta l = \frac{1}{n} \leq \delta x = \frac{Fl}{H} \Rightarrow F \geq \frac{H}{nl} = 40 \text{ см}$$

4) $V\tau \leq \frac{H}{F} \delta l \Rightarrow \tau \leq \frac{H}{VFn} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$

7.10. $f \geq 40 \text{ см}; D \geq 10 \text{ см}; \tau \approx 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$

7.53. Оценить расстояние L , с которого можно увидеть невооруженным глазом свет лазера, генерирующего в непрерывном режиме мощность $N = 10$ Вт на частоте $v = 6 \cdot 10^{14}$ Гц, если для формирования луча используется параболическое зеркало диаметром $D = 50$ см. Глаз видит источник в зеленой части спектра, если в зрачок (диаметр зрачка $d = 5$ мм) попадает $n = 60$ квантов в секунду.

1) $e = h\nu = 6.6 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3.96 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

$F = \frac{N}{e} = 2.53 \cdot 10^{19} \frac{\text{кванты}}{\text{сек}} - \text{"выстреливает" лазер}$

2)



$$\Delta\psi = 1.22 \frac{\lambda}{D} \approx \frac{\lambda}{D}$$

чтобы отнять собственное изображение

$$\tilde{D} = D + L\Delta\psi \approx L \frac{\lambda}{D}$$

$$3) F \frac{d^2}{D^2} \geq n$$

$$F \frac{d^2 D^2}{L^2 \lambda^2} \geq n \Rightarrow L \leq \frac{dD}{\lambda} \sqrt{\frac{F}{n}} = \frac{dD}{\lambda} \sqrt{\frac{N}{nh}}, \quad \lambda = \frac{C}{\nu} \Rightarrow$$

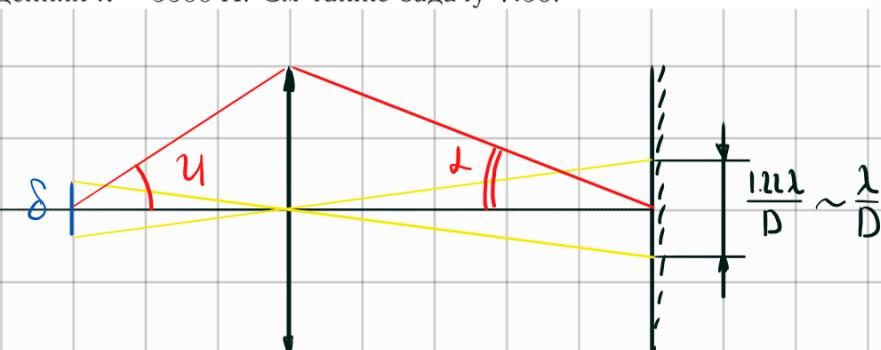
$$\Rightarrow L \leq \frac{dD}{C} \sqrt{\frac{N}{nh}} \approx 3.2 \cdot 10^8 \text{ м} = 3.2 \cdot 10^8 \text{ км} \approx 10^3 \text{ свет. сек}$$

7.53. $L \lesssim \frac{dD}{C} \sqrt{\frac{Nv}{nh}} \approx 3.2 \cdot 10^{11} \text{ м} = 3.2 \cdot 10^8 \text{ км}$, где $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ — постоянная Планка.

7.59. Определить минимальное разрешаемое расстояние δ микроскопа при наилучших условиях освещения для: 1) безиммерсионного объектива с числовой апертурой $a = 0.9$; 2) того же объектива, но с масляной иммерсией ($n = 1.6$). Длина волны при визуальных наблюдениях $\lambda = 5500 \text{ \AA}$. См также задачу 7.56.

$$7.56^* N_{\text{норм}} = 2n \frac{L}{d} \sin u.$$

Решение. Пусть в микроскоп рассматривается объект, величина которого l равна наименьшему разрешаемому расстоянию его объектива. Для самосветящихся объектов или объектов, освещаемых диффузно, $l = 0.61\lambda/(n \sin u)$, где $n \sin u$ — числовая апертура объектива. Невооруженным глазом с расстояния ясного зрения L этот объект виден под углом $\alpha = l/L$. В микроскоп он виден под углом $\beta = Na$, где N — увеличение микроскопа. Угол β должен быть не меньше минимального углового расстояния $\gamma = 1.22\lambda/d$, разрешаемого глазом (d — диаметр зрачка глаза). Условие $\beta \geq \gamma$ дает $N \geq (2L \sin u)/d$. Увеличение $N_{\text{норм}} = (2L \sin u)/d$ называется нормальным. Применять увеличения большие нормального нецелесообразно, так как при этом разрешающая способность микроскопа не повышается, а яркость изображения уменьшается.



$$1) a = n \sin u$$

$$2) \frac{\delta}{a} n \sin u = \frac{\lambda}{D} \cdot 1 \sin \delta \Rightarrow L = \frac{a \delta}{\frac{\lambda}{D} \cdot 1} = \frac{D a}{\lambda}$$

$$\frac{D}{2L} = \frac{D a}{\lambda} \delta \Rightarrow \delta = \frac{\lambda}{2aL} = \begin{cases} 0.3 \text{ мкм}, & a = 0.9; \\ 0.19 \text{ мкм}, & a = n a = 1.6 \cdot 0.9 \end{cases}$$

7.59. 1) Около 0,3 мкм; 2) Около 0,19 мкм. Этот минимум достигается при когерентном освещении объекта.

T7. Заметив свет от маяка с расстояния 20 км невооруженным глазом, моряк затем рассматривает его через подзорную трубу с 12-кратным увеличением. Оценить, во сколько раз при этом меняется кажущаяся яркость маяка. Диаметр зрачка $d = 3$ мм, длина волны $\lambda = 0.5$ мкм, радиус линзы маяка считать равным $R = 0.5$ м. Примечание: зрительное ощущение "яркости" определяется освещенностью сетчатки глаза.

ФОН Вперед!!

1) Чистой размер маяка: $\theta_m = \frac{R}{L} = 10''$

2) Просеченный размер маяка: $\delta\psi_u = \frac{1.22\lambda}{d} \approx 40''$

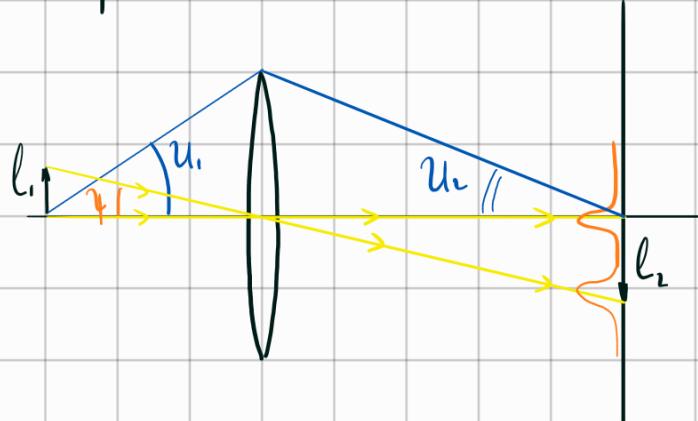
3) Размер пятка
а) глазом: $40''$
б) трубой: $120''$

4) $E_{\text{глаз}} \propto \frac{I_0 S_{\text{плазы}}}{(40'')^2}$ | $\Rightarrow \frac{E_{\text{трубой}}}{E_{\text{глаза}}} = \frac{4^2 40^2}{120^2} = 64$

$$E_{\text{трубой}} \propto \frac{I_0 S_{\text{плазы}}}{(120)^2}$$

15.03-21.03	7	Спектральные приборы	8.2 01 02	8.39 8.19 8.61 8.78	8.37 8.47 T8 8.87
-------------	---	----------------------	-----------------	------------------------------	----------------------------

Практикум.

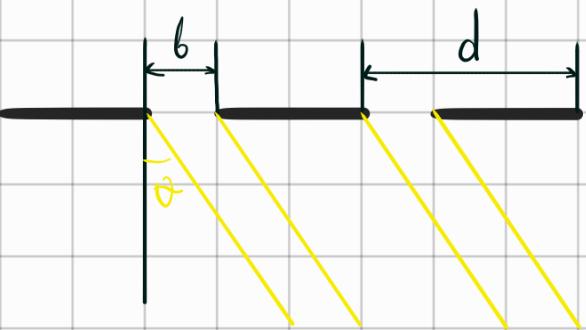


$$\ell_1 n_1 \sin u_1 = \ell_2 n_2 \sin u_2 \approx \ell_2 u_2$$

$$u_2 = \frac{D}{2L}, \quad \ell_2 = 4L$$

$$\ell_2 \leq 1.22 \frac{\lambda}{D} L$$

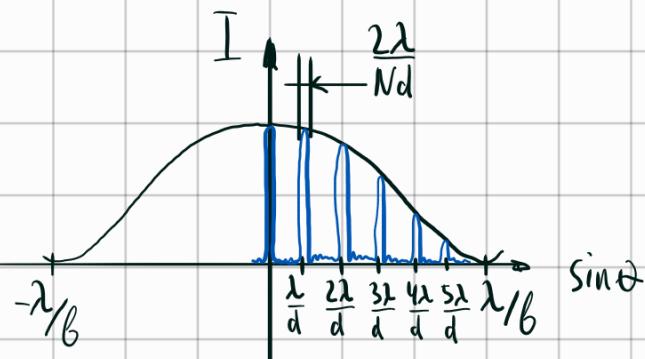
$$\ell_{1,\min} \approx \frac{0.61 \lambda}{n_1 \sin u_1} \approx 0.5 \lambda$$



Дифр. решетка

$$I_0 = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\delta/2} \right)^2$$

$$u = \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}, \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$



max:

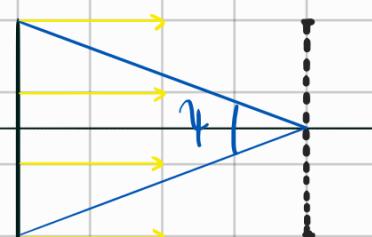
$$ds \sin \theta = m \lambda$$

$$\text{Уни. числ.: } \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}$$

$$\text{числ. область: } \Delta \lambda = \frac{\lambda}{m}$$

$$\text{разр. способн.: } R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = m N$$

8.39. Свет от газоразрядной трубки, диаметр которой $D = 0,1$ см, непосредственно падает на дифракционную решетку. Оценить, на каком минимальном расстоянии L_{\min} от трубы нужно расположить решетку, чтобы при этом можно было разрешить две спектральные линии с расстоянием между ними $\delta\lambda = 5$ нм при $\lambda = 500$ нм.



$$1) f_{\text{крит}} = \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{D} L_{\min} - \text{радиус при котором луч может огибать концентрическими}$$

$$2) f_{\text{крит}} = N \cdot d = \frac{\lambda}{D} L_{\min} - \text{он должен покрывать всю пачку}$$

$$3) R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = m N$$

$$4) ds \sin \theta = m \lambda \rightarrow M_{\max} \approx \frac{d}{\lambda} \rightarrow d = \lambda M$$

$$5) L_{\min} = N d \cdot \frac{D}{\lambda} = N \cdot 2M \cdot \frac{D}{\lambda} = N D m = D \frac{\lambda}{\delta \lambda} = 10 \text{ см}$$

$$8.39. L_{\min} \approx D \frac{\lambda}{\delta \lambda} = 10 \text{ см.}$$

8.19. Прозрачная периодическая структура, профиль которой изображен на рис. 472, освещается сверху плоской монохроматической волной, падающей нормально на верхнюю границу. Ширина уступов и впадин структуры одинакова. При заданном показателе преломления n подобрать глубину h таким образом, чтобы главные фраунгоферовы дифракционные максимумы 1-го порядка имели наибольшую интенсивность. Какова при этом интенсивность нулевого главного максимума?

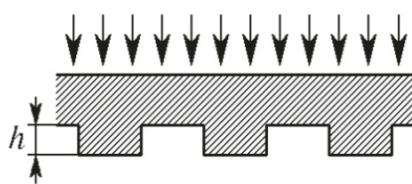
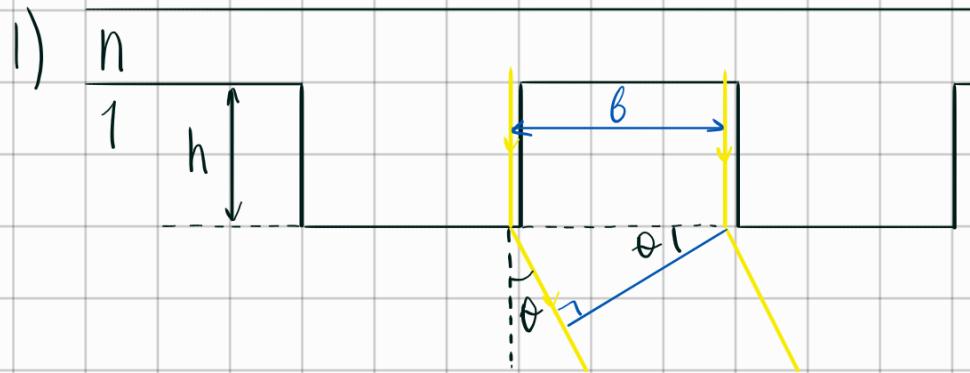


Рис. 472



$$\Delta = hn - h \cdot 1 + b \sin \theta = h(n-1) + b \sin \theta$$

4) $E(\theta) = E_o(\theta) (1 + e^{ik\Delta}) = E_o(\theta) [1 + \exp(ik\Delta)] =$

$$= E_o(\theta) [\exp(-\frac{ik}{2}\Delta) + \exp(+\frac{ik}{2}\Delta)] \exp(+\frac{ik}{2}\Delta) = 2E_o \cos(\frac{1}{2}k\Delta) e^{\frac{ik}{2}\Delta}$$

3) $I(\theta) \sim 4 \cos^2(\frac{1}{2}k\Delta) e^{ik\Delta} = 2(1 + \cos(k\Delta)) e^{ik\Delta}$

4) Max: $e^{ik\Delta} = 1 \Rightarrow k\Delta = 2\pi m \quad (k = \frac{2\pi}{\lambda} - \text{балн. парал.})$

$$\cos(k\Delta) = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} [h(n-1) + b \sin \theta] = 2\pi m \Rightarrow h = \frac{m\lambda - b \sin \theta}{n-1}$$

5) $\frac{d \sin \theta}{2b} = 1 \cdot \lambda^{-1} \xrightarrow{\text{1-й порядок}} b \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$

$$h = \frac{2m-1}{2(n-1)} \lambda$$

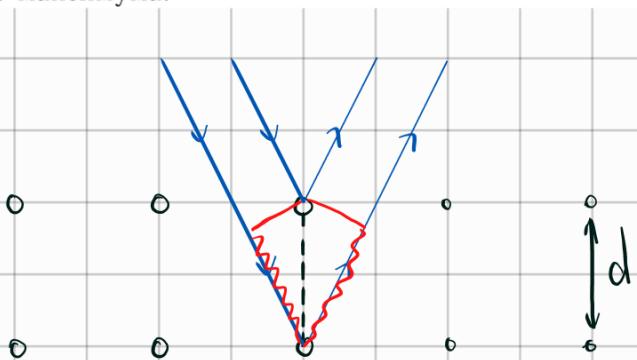
8.19. $h = \frac{2m-1}{2(n-1)} \lambda$, где $m = 1, 2, 3, \dots$. Интенсивность нулевого главного максимума равна нулю.

6) Нулевой интенсивности максимум: $\sin \theta = 0$

$$I \sim 2 \left[1 + \cos(kh(n-1)) \right] = 2 \left[1 + \cos(2\pi(m-\frac{1}{2})) \right] = 2 \left[1 - 1 \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{J(0) = 0}$$

8.61. Рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = 2,8 \text{ \AA}$ дифрагирует на кристалле каменной соли, испытывая отражение от ряда кристаллических плоскостей под углом $\varphi = 30^\circ$ к нормали. Толщина кристалла $L = 0,56 \text{ мм}$. Определить угловую расходимость дифракционного максимума.



$$1) D = 2d \cos \varphi = m\lambda$$

$$-2d \sin \varphi \delta \varphi = m \delta \lambda$$

$$\Rightarrow \delta \varphi \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = -\frac{\delta \lambda}{\lambda}$$

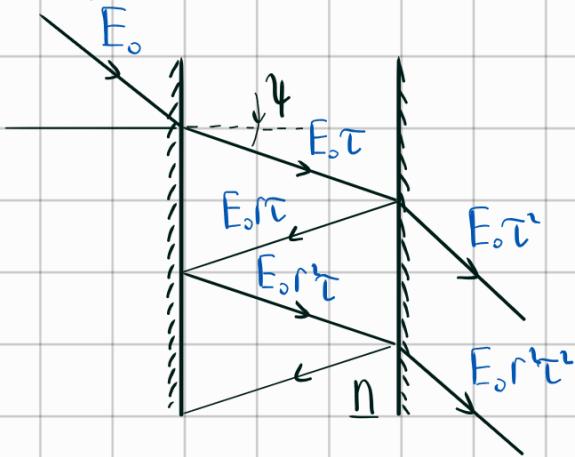
$$2) R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = m N = \frac{2d \cos \varphi}{\lambda} N$$

$$3) L = d N \Rightarrow L = d \cdot \frac{\lambda^2}{\delta \lambda} \frac{1}{2d \cos \varphi} = \frac{\lambda^2}{2 \delta \lambda \cos \varphi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2 L \cos \varphi}$$

$$4) \delta \varphi = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \frac{\lambda}{2 L \cos \varphi} = \frac{\lambda}{2 L \sin \varphi} = 5 \cdot 10^{-7}$$

Теория. Интерферометр Фабри-Перо:

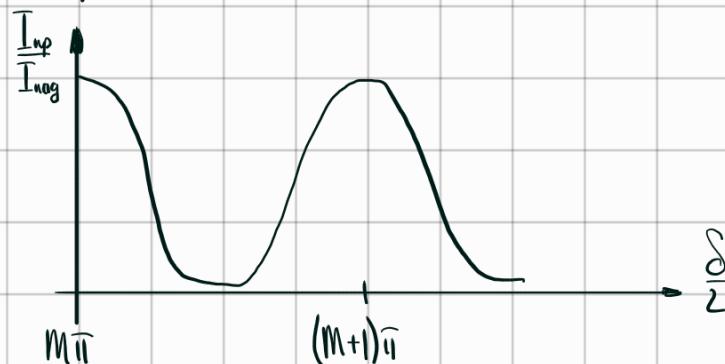


r - коэф. отраж
 T - коэф. проходящ.
 $r^l = R$, $T^l = T$
 $R + T = 1$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2nL \cos\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} nL \cos\varphi$$

$$E_{\text{пред}} = E_0 (T^l + T^l r^l e^{i\delta} + T^l r^l e^{i2\delta} + \dots)$$

$$\frac{I_{\text{пред}}}{I_{\text{маг}}} = \frac{T^l}{T^l + 4R \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$



$$R_{\text{срез}} = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = \frac{2\pi L \sqrt{RT}}{\lambda(1-R)};$$

$$\text{резонатор } (\gamma=0): nL = M \frac{\lambda}{2} \Rightarrow R_{\text{срез}} = M \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} = M N_{\text{зр}}$$

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2nL} - \text{гуч. область}$$

8.78. Зеркала интерферометра Фабри-Перо, имеющие коэффициент отражения $\rho = 99\%$ (по интенсивности), расположены на расстоянии $L = 1$ м друг от друга. Этalon используется в качестве оптического резонатора на длине волны $\lambda = 0,63$ мкм. Пользуясь аналогией с колебательным контуром, определить добротность резонатора и ширину $\Delta\nu$ резонансной кривой (в мегагерцах). Определить также частотный интервал $\Delta\nu$ между двумя соседними резонансами.

$$1) T = \frac{1}{2} = \frac{\lambda}{C} - \text{период колебаний}$$

$$2) Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W_{\text{рез}}}$$

$$W_{\text{рез}} = (1-\rho)W - \text{но это за } t = \frac{L}{C}$$

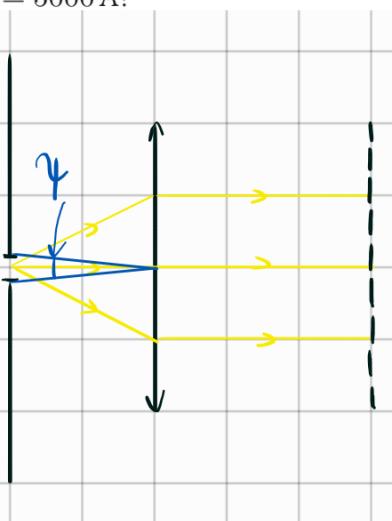
$$\Delta W_{\text{рез}} = W_{\text{рез}} \frac{T}{t} = (1-\rho)W \frac{\lambda}{L} \Rightarrow Q = 2\pi \frac{L}{(1-\rho)\lambda} \approx 10^9$$

$$3) \frac{\Delta\nu}{\nu} = Q \Rightarrow \Delta\nu = \frac{\nu}{Q} = \frac{C}{\lambda Q} = \frac{C(1-\rho)\lambda}{\lambda 2\pi L} = \frac{C}{2\pi L}(1-\rho) = 0.5 \text{ МГц}$$

$$4) \Delta\nu = \frac{4\pi}{\lambda} nL \cos\theta = 2\pi \Rightarrow 2L = \frac{C}{\Delta\nu} \rightarrow \Delta\nu = \frac{C}{2L} = 150 \text{ МГц}$$

8.78. $Q = \omega \frac{W}{N_{\text{пот}}} = \frac{2\pi L}{\lambda(1-\rho)} = 10^9$, где $N_{\text{пот}}$ — мощность потерь. $\Delta\nu = \frac{c}{\lambda Q} = 0.5 \text{ МГц}$; $\Delta\nu = \frac{c}{2L} = 150 \text{ МГц}$.

8.37. Коллиматорная щель S , освещаемая источником света, помещается в главном фокусе линзы L с фокусным расстоянием $f = -20 \text{ см}$. Пройдя через линзу, свет падает на дифракционную решетку, плоскость которой перпендикулярна к главной оптической оси линзы L . Число штрихов решетки $N = 1000$, ее период $d = 0,001 \text{ см}$. Какова должна быть ширина коллиматорной щели b , чтобы была полностью использована разрешающая способность решетки в окрестности длины волны $\lambda = 5000 \text{ \AA}$?



$$8.37. b \ll \frac{f\lambda}{Nd} \approx 0,001 \text{ см.}$$

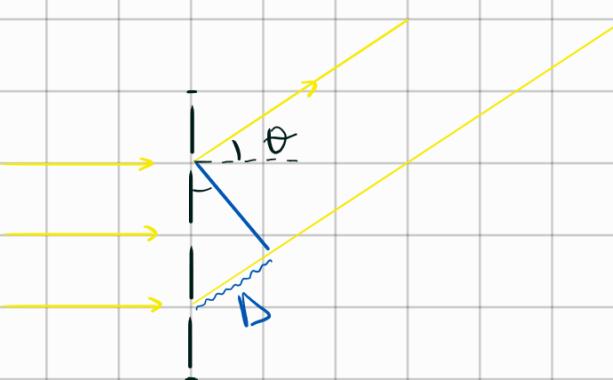
$$1) f_{\text{кр}} = \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{b/f} = \frac{bf}{b}$$

$$2) L = Nd = 1 \text{ см}$$

$$3) f_{\text{кр}} > L \Rightarrow \frac{bf}{b} > Nd \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b < \frac{\lambda f}{Nd} \approx 10 \text{ мкм}$$

8.47. Излучение неодимового лазера с длиной волны $\lambda = 1,06 \text{ мкм}$ представляет собой последовательность ультракоротких импульсов, следующих с интервалом $\tau = 1 \text{ нс}$. Излучение падает нормально на решетку с числом штрихов $n = 1500$ штрих/см. Каков минимальный размер L решетки, с помощью которой можно разрешить структуру спектра излучения во 2-м порядке дифракции?



$$1) \Delta = L \sin\theta$$

$$2) d \sin\theta = m\lambda = 2\lambda \Rightarrow \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = m\lambda n$$

$$\Delta = L m \lambda n$$

3) брэне измерение ультракороткого импульса $t = \frac{\Delta}{C} \leq \tau \Rightarrow \Delta \leq C\tau$

$$8.47. L \approx \frac{ct}{\lambda mn} = 100 \text{ см.}$$

$$L m \lambda n \leq C\tau \Rightarrow L \leq \frac{C\tau}{m \lambda n} \approx 1 \text{ м}$$

Т8. Спектральная линия H_α атомарного водорода ($\lambda = 6563 \text{ \AA}$) имеет тонкую структуру в виде двух «сублиний» в интервале длин волн $\delta\lambda \approx 0,16 \text{ \AA}$. Какой должна быть минимальная база интерферометра Фабри–Перо L с коэффициентом отражения зеркал по интенсивности $\rho = 0,9$, чтобы с его помощью можно было обнаружить тонкую структуру линии? Определите также для такого интерферометра: дисперсионную область $\Delta\lambda$, направление на ближайший к центру максимум θ_1 и угловую дисперсию $d\theta/d\lambda$ вблизи него. В центре картины – светлое пятно.

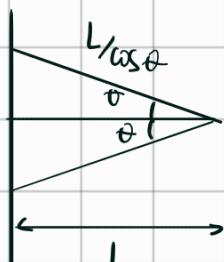
Ответ: $L = 0,4 \text{ мм}$, $\Delta\lambda = 5 \text{ \AA}$, $\theta_1 = 2,3^\circ$, $D = 4 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$.

$$1) R_{\text{чно}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi L \sqrt{R}}{\lambda(1-R)} \Rightarrow L = \frac{\lambda^2(1-R)}{2\pi \delta\lambda \sqrt{R}} = 0,45 \text{ мм} \quad (R=0,9)$$

$$2) \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2NL} \approx 50 \text{ нм}$$

$$3) 2L = m\lambda \Rightarrow m = \frac{2L}{\lambda}$$

$$\frac{2L}{\cos\theta_1} = (m+1)\lambda = \left(\frac{2L}{\lambda} + 1\right)\lambda = 2L + \lambda$$



$$2L \left(\frac{1}{\cos\theta_1} - 1\right) = \lambda \rightarrow L \theta_1^2 = \lambda \Rightarrow \theta_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{L}} \approx 2,19^\circ$$

$$4) 2L \theta d\theta = d\lambda \Rightarrow \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{2L\theta} = 2,9 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{м}} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}^{-1} ?$$

8.87. На интерферометр Фабри–Перо, состоящий из двух одинаковых зеркал диаметром $D = 1 \text{ см}$, падает свет с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$. Интерференционная картина наблюдается с помощью зрительной трубы, установленной на бесконечность, и имеет вид концентрических колец. Первое кольцо имеет угловой радиус $\varphi = 10^{-2} \text{ рад}$. Оценить максимальную разрешающую способность спектрального прибора в этих условиях.

$$1) \text{Анал. Т8: } 2L = m\lambda$$

$$2L \left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) \approx 2L(1 - \cos\theta) = K\lambda$$

$$2) 2L \cos\theta = (m-K)\lambda \quad (K \sim 1, \quad m \sim \frac{L}{\lambda} \sim \frac{M}{\text{нм}} \sim 10^9)$$

$$2L \sin\theta d\theta \approx m d\lambda \Rightarrow \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{2L \sin\theta} \approx \frac{1}{2\lambda\theta}$$

$$3) \frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{1}{\theta d\theta}$$

Приближение к когерентному разр.: $d \rightarrow \delta$

$$R_{\text{cn}} = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = \frac{1}{\theta \delta \theta}, \quad \delta \theta \gtrsim \frac{\lambda}{D} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Большие угловые размеры} \\ \text{поляризации} \end{array} \right)$$

$$R \leq \frac{D}{\varphi \lambda} \approx 2 \cdot 10^6$$

8.87. $R_{\text{max}} \approx \frac{D}{\lambda \varphi} = 2 \cdot 10^6$.

