

Hedera g. Teopur

	27 окт. 9	Сложные атомы. Тонкая и сверхтонкая структуры. Эффект Зеемана.	0-9-1, 0-9-2	6.20, 6.75, T.8	6.35, 6.77, 6.80,
--	--------------	--	-----------------	--------------------	----------------------

0-9-1. Определить возможные значения полного углового момента электрона и его проекции на выделенную ось в атоме водорода, находящемся в возбужденном состоянии с главным квантовым числом  $n = 3$ .

$$1) \quad n=3$$

$$\ell = n-1 = 2 \rightarrow M_\ell = -2, -1, 0, 1, 2$$

$$j = \frac{1}{2} \rightarrow M_j = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

$$2) \quad \ell = 0: \quad \frac{1}{2} = |\ell - s| \leq j \leq |\ell + s| = \frac{1}{2} \rightarrow j = \frac{1}{2}, \quad M_j = \pm \frac{1}{2}$$

$3S_{1/2}$

$$J_z = M_j \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar$$

$$|J| = \sqrt{j(j+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$$

$$\ell = 1: \quad \frac{1}{2} = |\ell - s| \leq j \leq |\ell + s| = \frac{3}{2} \rightarrow j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

$3P_{1/2} \quad 3P_{3/2}$

$$\cdot j = \frac{1}{2}: \quad M_j = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rightarrow J_z = M_j \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar$$

$$|J| = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$$

$$\cdot j = \frac{3}{2}: \quad M_j = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \rightarrow J_z = -\frac{3}{2} \hbar, -\frac{1}{2} \hbar, \frac{1}{2} \hbar, \frac{3}{2} \hbar$$

$$|J| = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}} \hbar = \frac{\sqrt{15}}{2} \hbar$$

$$\ell = 2: \quad \frac{5}{2} = |\ell - s| \leq j \leq |\ell + s| = \frac{5}{2}$$

$3d_{3/2} \quad 3d_{5/2}$

$$\cdot j = \frac{3}{2}: \quad M_j = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \rightarrow J_z = M_j \hbar$$

$$|J| = \frac{\sqrt{15}}{2} \hbar$$

$$\cdot j = \frac{5}{2}: \quad M_j = -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, \dots, \frac{5}{2} \rightarrow J_z = M_j \hbar, \quad |J| = \frac{\sqrt{35}}{2} \hbar$$

$$\text{Утво: } j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$$

$3d_{5/2}$   
 $3d_{3/2}$

$$J_z = -\frac{5\hbar}{2}, -\frac{3\hbar}{2}, -\frac{\hbar}{2}, \frac{\hbar}{2}, \frac{3\hbar}{2}, \frac{5\hbar}{2}$$

$3p_{3/2}$   
 $3p_{1/2}$

$$|J| = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar, \frac{\sqrt{15}}{2}\hbar, \frac{\sqrt{35}}{2}\hbar$$

$3s_{1/2}$

**0-9-2.** Атом водорода находится в  $2p$ -состоянии. Определить возможные значения полного момента количества движения атома с учетом спина протона.

$$1) n=2, \ell=1 \quad |\vec{L}| = \sqrt{1 \cdot 2} \hbar = \sqrt{2} \hbar$$

$$|\vec{S}_e| = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \text{ - спин электрона}$$

$$|\vec{S}_p| = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \text{ - спин протона}$$

$$2) \text{ при } S_e \text{ и } S_p \text{ паралл.: } S=1, \ell=1,$$

$$0 = |\ell - S| \leq j \leq |\ell + S| = 2 \rightarrow j = 0, 1, 2$$

$$3) \text{ при } S_e \text{ и } S_p \text{ антипаралл.: } S=0, \ell=1$$

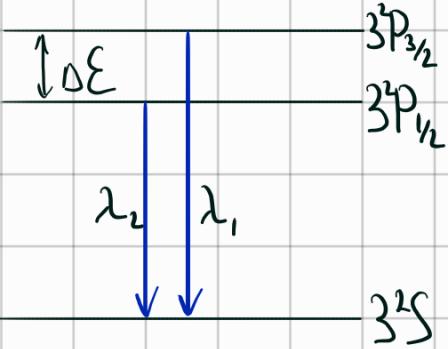
$$0 = |\ell - S| \leq j \leq |\ell + S| = 1 \rightarrow j = 1$$

$$4) \text{ Утво: } J = 0\hbar, \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar$$

**6.20.** Желтый дублет Na возникает при переходе электронов  $3^2P \rightarrow 3^2S$  и соответствует длинам волн  $\lambda_1 = 5896 \text{ \AA}$  и  $\lambda_2 = 5890 \text{ \AA}$ . Найти энергетическое расстояние  $\Delta E$  между соответствующими подуровнями терма  $3^2P$  (мультиплетное расщепление). Оценить среднюю величину эффективного магнитного поля  $B$ , действующего на «оптический» электрон.



$$1) \quad \Delta E = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = hc \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \ominus$$



$$2) \quad \Delta E = 2m_s B$$

$$B = \frac{\Delta E}{2m_s} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5.8 \cdot 10^{-9}} = 1.85 \cdot 10^6 \text{ Гц}$$

$$6.20. \Delta E = 2\pi\hbar c \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \approx 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}; B = \frac{\Delta E}{2\mu_B} \approx 1.8 \cdot 10^5 \text{ Гс.}$$

$$(m_s = 5.8 \cdot 10^{-9} \frac{\partial B}{\text{Гц}})$$

**6.75.** Атом водорода находится в состоянии с энергией  $E = -3.4 \text{ эВ}$ , и при этом радиальная часть волновой функции один раз обращается в нуль на интервале  $0 < r < \infty$ . На сколько линий расщепится данный уровень энергии в слабом и сильном магнитных полях?

$$1) \quad E = \frac{Ry}{n^2} - \text{для водорода} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{Ry}{E}} = \sqrt{\frac{13.6}{3.4}} = 2 \Rightarrow$$

$$2) \quad n = n_r + l + 1 = 2 + l = 2 \Rightarrow l = 0, n = 2 \Rightarrow 2s$$

$n_r = 1$ , т.к. 1 раз обращается в нуль

3) будет расщепление на 2 уровня, т.к.

$2l + 1 = 1$  состояние — не дает вклада

$$2s + 1 = 2 \text{ состояния} \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

**6.75.**  $2s$ -состояние ( $l=0$ );  $2s+1=2$  — число подуровней. Оно не зависит от величины поля  $\mathbf{B}$ , так как данный уровень — синглет.

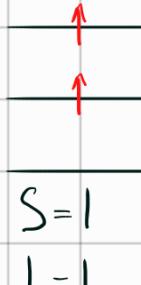
**T.8.** Найти все термы невозбужденного атома углерода, на внешней оболочке  $2p$  оболочки которого находятся два электрона (электронная конфигурация  $1s^2 2s^2 2p^2$ ).

Ответ:  ${}^1D$ ,  ${}^3P$ ,  ${}^1S$ .

$$1) \quad \underbrace{1S^2}_{\text{половинка}} \quad \underbrace{2S^2}_{2/6} \quad \underbrace{2p^2}_{2/6}$$

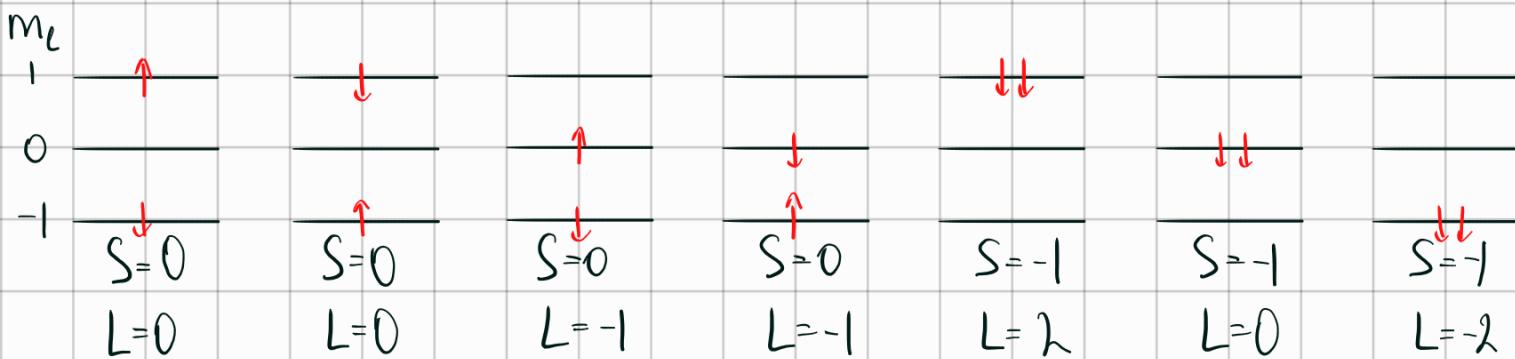
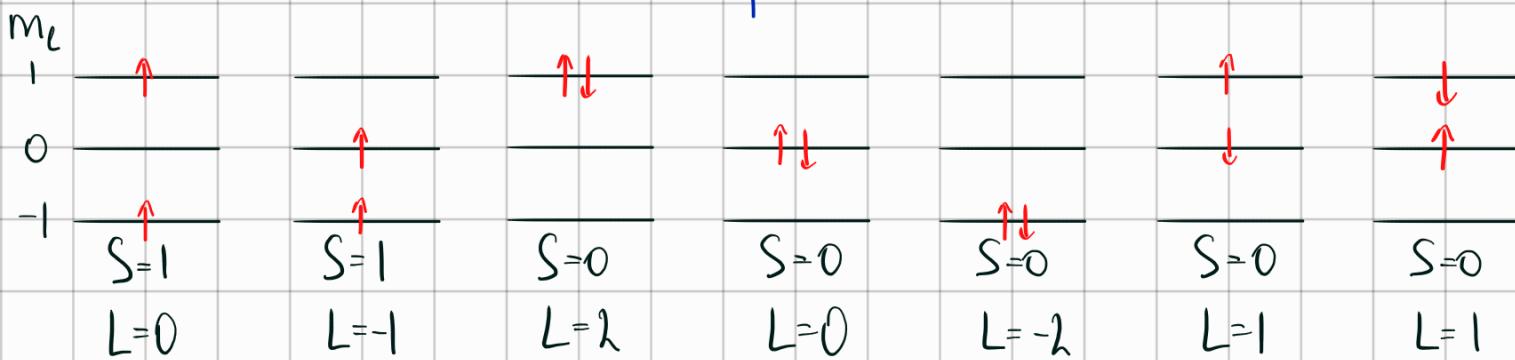
(может быть не рисовать)

Основн.



$S=1$

$L=1$



$L = 0, 1, 2$

$S = 0, 1$

Формально, 6 термов:  ${}^1S$ ,  ${}^3S$ ,  ${}^1P$ ,  ${}^3P$ ,  ${}^1D$ ,  ${}^3D$

Но должны быть правильны эти:

$S (L=0)$  - сумма  $\Rightarrow S=0$  - основн.  $\Rightarrow {}^1S$

$P (L=1)$  - сумма  $\Rightarrow S=1$  - основн.  $\Rightarrow {}^3P$  - основн.

$D (L=2)$  - сумма  $\Rightarrow S=0$  - основн.  $\Rightarrow {}^1D$

**6.35.** Определить верхний предел расстояния  $L_{\max}$  между зеркалами интерферометра Фабри-Перо, чтобы с его помощью можно было исследовать (без перекрытия спектров разных порядков) простой эффект Зеемана в магнитном поле  $B = 1$  Тл.

$$1) \text{Интерферометр: } 2L = m\lambda \rightarrow \Delta\lambda = 2L \\ \Delta\lambda = \frac{c}{2L}$$

$$2) \Delta E = m_s B$$

$$3) \Delta\lambda = \frac{c}{2L} = \frac{\Delta E}{h} - \frac{m_s B}{h} \rightarrow L = \frac{hc}{2m_s B} = \frac{hc}{2B} \cdot \frac{2m_e c}{e h} \Rightarrow$$

$$6.35. L_{\max} = \frac{2\pi m_e c^2}{eB} \approx 1,1 \text{ см.} \quad L_{\max} = \frac{2\pi m_e c^2}{eB} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 9 \cdot 10^{-18} \cdot 9 \cdot 10^{20}}{4.8 \cdot 10^{-10} \cdot 10^4} = 1.1 \text{ см}$$

**6.77.** В спектрах солнечной короны наблюдаются линии, которые долго не могли приписать ни одному из известных элементов, поэтому их приписывали гипотетическому элементу «коронию». Впоследствии выяснилось, что это — в основном линии ионов железа и никеля. Среди наблюдаемых линий «корония» есть линии, соответствующие переходам  ${}^1D_2 \rightarrow {}^3P_2$  ( $\lambda_1 = 2649 \text{ \AA}$ ) и  ${}^1D_2 \rightarrow {}^3P_1$  ( $\lambda_2 = 3987 \text{ \AA}$ ) иона железа  $\text{Fe}^{10+}$ . Найти длину волны линии перехода  ${}^3P_0 \rightarrow {}^3P_1$  в схеме Рассела-Саундерса ( $LS$ -схема).

Указание. Энергия спин-орбитального взаимодействия есть  $\mathcal{E}_{SL} = A(\langle \vec{L} \cdot \vec{S} \rangle)$ , где  $A$  — константа (для иона  $\text{Fe}^{10+}$  константа  $A < 0$ ), а угловые скобки означают усреднение по направлению векторов орбитального момента  $\mathbf{L}$  и спина  $\mathbf{S}$ .

$$1) \mathcal{E}_{SL} = A \langle \vec{L} \cdot \vec{S} \rangle$$

$$\vec{J}^2 = (\vec{L} + \vec{S})^2 = \vec{L}^2 + 2\vec{L}\vec{S} + \vec{S}^2 \rightarrow \vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2) \rightarrow$$

$$\rightarrow \vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2} [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]$$

$$2) \text{сост. } S \quad L \quad J \quad \mathcal{E}_{SL}$$

$${}^1D_2 \quad 0 \quad 2 \quad 2 \quad 0 \cdot A \\ |L-S| \leq J \leq L+S$$

$${}^3P_0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad -2A > 0 \\ {}^3P_1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -A > 0 \\ {}^3P_2 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad A < 0$$



$$3) \quad \mathcal{E}_{sL}(^1D_2) - \mathcal{E}_{sL}(^3P_2) = \left[ \mathcal{E}(^1D) + \mathcal{E}_{sL}(^0D_2) \right] - \left[ \mathcal{E}(^3P) + \mathcal{E}_{sL}(^3P_2) \right] = \Delta \mathcal{E} - A = \frac{hc}{\lambda_2}$$

$$\mathcal{E}_{sL}(^1D_2) - \mathcal{E}_{sL}(^3P_1) = \dots = \Delta \mathcal{E} + A = \frac{hc}{\lambda_1}$$

$$\mathcal{E}_{sL}(^3P_0) - \mathcal{E}_{sL}(^3P_1) = -A = \frac{hc}{\lambda}$$

$$4) \quad \frac{hc}{\lambda} = -A = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} \right) \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2}$$

6.77.  $\lambda = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 15784 \text{ \AA}$ . (См. решение задачи 6.76.) Однако здесь получается обращенный мультиплет (так как число электронов в незаполненной L-оболочке равно 4), когда большей энергии соответствует меньшее  $J$ : состояние  ${}^3P_1$  лежит выше по энергии состояния  ${}^3P_2$ .)

$$\lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 15784 \text{ \AA}$$

**6.80.** Пучок атомов, находящихся в основном состоянии, расщепляется в эксперименте типа Штерна–Герлаха на 9 компонент. Магнитный момент атома в этом состоянии равен  $2.4 \mu_B$ . Найти орбитальный момент атома, если мультиплетность данного состояния равна 5.

Указание. Моментом в атомной физике называется величина его максимальной проекции.

1) Расчлен. на 9 компл  $\Rightarrow$  9 уровней  $\Rightarrow 2J+1=9 \Rightarrow J=4$

Мультиплетность:  $2S+1=5 \rightarrow S=2$

$L=?$

$$2) \quad \mu = g m_s J = 2.4 m_s, \quad \text{да} \quad g = \frac{3}{2} - \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$gJ = \frac{3}{2} \cdot 4 - \frac{2 \cdot 3 - L^2 - L}{2 \cdot 4 \cdot 5} = 2.4 \quad \rightarrow \quad L^2 + L - 42 = 0$$

$$L > 0 \rightarrow L = 6$$

**6.80.**  $L=6$ . Это атом неодима в состоянии  ${}^5I_4$ .

10 | 3 – 9  
нояб. | Излучение, правила отбора.  
ЭПР.

~~0-10-1,  
0-10-2~~

~~6.21, 6.88  
7.39~~

~~6.56, 6.89,  
11.57~~

**0-10-1.** Для получения тепловых нейтронов (с максвелловским распределением скоростей, отвечающим температуре  $T = 300$  К) поток нейтронов из реактора направляют в сосуд с тяжелой водой (модератор), размер которого много больше длины пробега нейтрона в воде. Избавляясь от избытка энергии в столкновениях с ядрами дейтерия, нейтроны термализуются после нескольких десятков столкновений. Найти, чему будет равна относительная разность чисел тепловых нейтронов, магнитные моменты которых направлены по полю или против поля, если модератор поместить в магнитное поле индукцией  $B = 10$  Тл.  $g$ -фактор нейтрона равен  $-3,8$ .

$$m_s = \frac{1}{2}$$

$$N_u$$

$$J = \frac{N_u - N_\downarrow}{N_u + N_\downarrow} - ?$$

$$1) N_\downarrow = N_u \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$$

$$m_s = \frac{1}{2}$$

$$N_u$$

$$2) \vec{M} = m_s g m_s \vec{S}, \text{ при этом } m_s = \frac{e\hbar}{2m_e c} - \text{ для ядра}$$

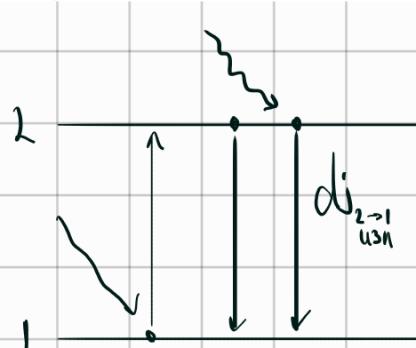
$$3) \Delta E = 2\mu B = 2g m_s \frac{B}{2} = g m_s B$$

$$3.15 \cdot 10^{-12} \frac{J \cdot B}{K} = \frac{4.8 \cdot 10^{-10} \cdot 1.054 \cdot 10^{-21}}{2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-24} \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 1110^{-2}}$$

$$4) N_\downarrow = N_u \exp\left(-\frac{g m_s B}{kT}\right) = N_u \exp(-A)$$

$$J = \frac{1 - e^{-A}}{1 + e^{-A}} = \frac{e^{\frac{A}{2}} - e^{-\frac{A}{2}}}{e^{\frac{A}{2}} + e^{-\frac{A}{2}}} = \tanh\left(\frac{A}{2}\right) = \tanh\left(\frac{g m_s B}{2kT}\right) = \tanh\left(\frac{3.8 \cdot 3.15 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 0.025 \cdot 10^{-21}} \cdot 10^5\right) \approx 2.4 \cdot 10^{-5}$$

**0-10-2.** Возбужденный атом находится в поле излучения абсолютно черного тела. При какой температуре излучения, вероятность индуцированного излучения фотона видимой области спектра превосходит вероятность спонтанного излучения?



$$1) dJ_{2 \rightarrow 1} = j dx \sigma n_2$$

$$dJ_{2 \rightarrow 1} = \omega_n n_2 dx$$

$$dJ_{2 \rightarrow 1} = j dx \sigma n_2$$

$$2) n_2 = n_1 \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

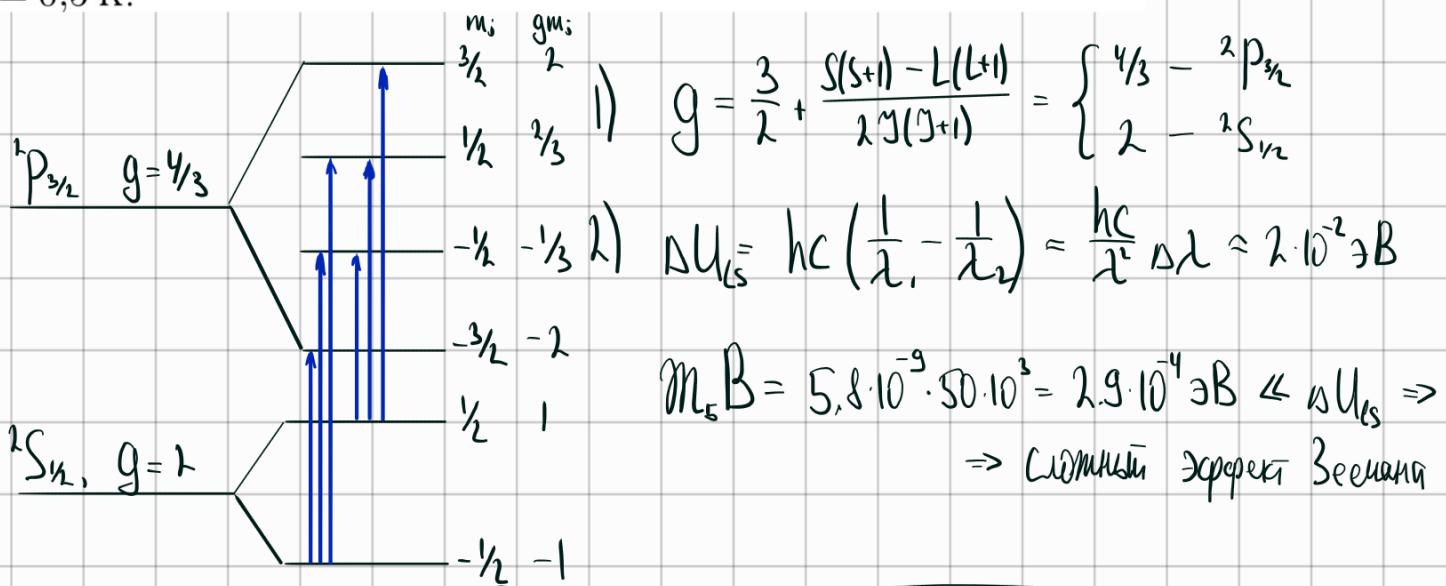
$$3) j dx \sigma n_2 + \omega_n n_2 dx = j dx \sigma n_1$$

$$W_r \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) = j_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right), \quad A = \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

$$W_r = j_0 \frac{1-A}{A} \rightarrow \frac{j_0}{W_r} > \frac{A}{1-A} = \frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1} > 1$$

4)  $T_{min} = \frac{h\nu}{k \ln 2} = \frac{hc}{2 k \ln 2} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 1.054 \cdot 10^{-17}}{500 \cdot 10^3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-16} \cdot 0.7} \approx 4 \cdot 10^4 K$

**6.21\*** При переходе  $P \rightarrow S$  из возбужденного состояния атома в основное испускается дублет  $\lambda_1 = 455,1$  нм и  $\lambda_2 = 458,9$  нм. Какие линии, соответствующие переходу  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ , будут наблюдаться в спектре поглощения сильно разреженного газа, состоящего из таких атомов, при наложении магнитного поля 50 кГс при температуре  $T = 0,5$  К?



$$3) kT = \frac{0.025}{600} (2 \ln 300K) = 4 \cdot 10^{-5} G \ll m_B \Rightarrow \text{бес в основн. состоян.}$$

$$4) \Delta E = m_B B (g_K m_K - g_N m_N) = m_B B \begin{cases} 5/3 \\ 1/3 \\ -1 \end{cases}$$

**6.21\***  $\Delta \mathcal{E}_B = \mu_B B \left\{ \frac{5}{3}; \frac{1}{3}; -1 \right\}$  (три линии).

**6.88.** Ион меди  $\text{Cu}^{2+}$ , входящий в состав многих магнитных солей, имеет электронную конфигурацию внешней заполненной оболочки  $3d^9$ . 1) Определить, пользуясь правилами Хунда, квантовые числа свободного иона меди  $\text{Cu}^{2+}$ ; записать его спектроскопический символ и вычислить  $g$ -фактор. 2) В ионных кристаллах магнитный ион взаимодействует с электрическим полем своих соседей, поэтому его более нельзя считать свободным, и формула Ландэ становится неприменимой. В соли  $\text{CuGeO}_3$  (магнитным моментом в этом соединении обладает только ион  $\text{Cu}^{2+}$ ) в одной из ориентаций магнитного поля относительно кристалла резонансное поглощение наблюдается на частоте  $\nu = 36,5 \text{ ГГц}$  в поле  $H = 11,48 \text{ кЭ}$ . Определить по этим данным эффективный  $g$ -фактор иона меди в этом кристалле.

$$1) \quad 3d^9 \rightarrow M_e = -2, -1, 0, 1, 2$$


 $S = \frac{1}{2}$      $L = |-2| = 2$      $J = L + S = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow$   ${}^1D_{5/2}$

$g = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot 3}{2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{6}{5}$

$h_{\text{res}} = g_{\text{exp}} m_s B$      $\rightarrow$   $g_{\text{exp}} = \frac{h_{\text{res}}}{m_s B} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 1.054 \cdot 10^{-17} \cdot 365 \cdot 10^9}{5.8 \cdot 10^9 \cdot 1.6 \cdot 10^{-12} \cdot 11.48 \cdot 10^3} = 2.27$

**6.88.** 1)  $L=2; S=1/2; J=L+S=5/2; ^2D_{5/2}; g=6/5.$  2)  $g_{\text{eff}} = \frac{h\nu}{\mu_B B} = 2,27.$

**6.56\*** Известно, что в сильных магнитных полях, когда магнитное расщепление  $\mu B$  превышает расстояние между линиями тонкой структуры  $\Delta E_{SL}$ , в оптических спектрах, соответствующих  $n^2P \rightarrow n^2S$ -переходам, наблюдаются три линии. Однако при измерениях с высокой разрешающей способностью видно большее число линий спектра. Их наличие обусловлено спин-орбитальным взаимодействием. Вклад этого взаимодействия в энергию атома можно рассматривать как малую добавку и считать его равным  $A(\langle \mathbf{S}, \mathbf{L} \rangle)$ , где  $A$  — константа,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{L}$  — спиновый и орбитальный моменты атома, а угловые скобки означают усреднение по направлению векторов  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{L}$ . Нарисовать истинную картину расщепления атомных уровней и результирующую структуру спектра при учете спин-орбитального взаимодействия. Чему равна величина тонкого расщепления спектра?

**6.56\*** Решение. Поскольку в сильных полях **LS**-связь разрывается, можно считать, что векторы **L** и **S** прецессируют вокруг вектора **B** независимо. Таким образом, сохраняющимися величинами являются  $L^2$ ,  $S^2$ ,  $L_z$ ,  $S_z$  и

$$\mathcal{E}_{SL} = A \langle (\mathbf{S}\mathbf{L}) \rangle = A \left( L_x S_x + L_y S_y + L_z S_z \right) = A \langle L_z S_z \rangle = A m_L m_S.$$

Расщепление линий показано штрихами на рис. 162. В спектре излучения  $\pi$ -линия не расщепляется (у нее  $m_L = 0$ ), а  $\sigma$ -линии становятся дублетами, разделенными на величину  $A/\hbar [c^{-1}]$ . Экспериментально эффект наблюдался на Li.

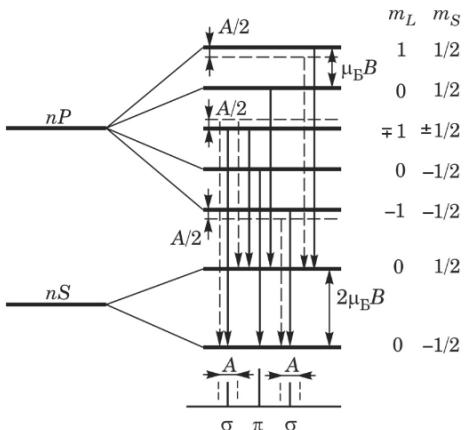


Рис. 162

**6.89.** В спектре полярных сияний самая интенсивная желто-зеленая линия с  $\lambda = 5577 \text{ \AA}$  (aurora borealis) соответствует переходу между состояниями  ${}^1S_0$  и  ${}^1D_2$  нейтрального атома кислорода. Определить тип перехода и оценить время жизни возбужденного состояния, считая, что размер атома кислорода равен  $a = 1,25 \text{ \AA}$ , а время электрических дипольных переходов составляет порядка  $\tau_1 \sim 10^{-7} \text{ с}$ .

$$1) |J_k - J_h| \leq j \leq J_k + J_h \rightarrow j=2$$

$$2) P_k = (-1)^0 = 1 \quad \rightarrow \quad p_h \cdot p_k = 1 = (-1)^j \rightarrow E2$$

$$p_h = (-1)^2 = 1$$

3) При изл.  $j_{\text{ср}}$  как 1 вероятность уменьш.  $6 \left( \frac{2}{2\pi a} \right)^2$  раз

$$W = \left( \frac{5577}{23.14 \cdot 1.25} \right)^2 = 0.5 \cdot 10^6$$

$$T = W \tau_1 = 0.05 \text{ с}$$

**6.89.** Испускается фотон  $E2$ , время жизни состояния  ${}^1S_0$  составляет примерно  $\tau_2 \sim \tau_1 \frac{\lambda^2}{(2\pi a)^2} = 0.05 \text{ с}$  (точный ответ  $\tau_2 = 0.7 \text{ с}$ ).

**7.39.** Известно, что при сверхнизких температурах (около 1 мК) достаточно небольшого магнитного поля, чтобы полностью поляризовать атомарный водород или его изотопы по спину. При этом вещество остается в состоянии сильно разреженного атомарного газа. В отсутствие магнитного поля в спектре поглощения атомарного трития наблюдается переход между подуровнями сверхтонкой структуры на частоте  $f_0 = 1517$  МГц. Какими будут частоты переходов, если поместить газ в постоянное и однородное поле  $B_0 = 50$  Гс? Полный угловой момент ядра трития  $I = 1/2$ . Энергия магнитного поля сверхтонкого взаимодействия имеет вид  $A(\vec{I} \cdot \vec{J})$ , где  $A > 0$  — постоянная,  $\vec{I}$  и  $\vec{J}$  — векторы полных угловых моментов ядра и электронной оболочки.

Указание. Энергией взаимодействия магнитного момента ядра с внешним полем можно пренебречь.

По идеи для решения  
нужны только 2 и 3 пункты

$Z$        $N$        $J = S = 1/2$  — спин электрона ( $l=0$ )  
 $\ell=0$        $\uparrow$        $\downarrow$        $I = 1/2$  — спин ядра

$$1) U_{JI} = A \langle \vec{I} \cdot \vec{J} \rangle = \frac{1}{2} A [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \hbar,$$

зде  $F = \vec{I} + \vec{J}$  — полный момент атома

$$|I-J| \leq F \leq I+J \rightarrow F = 0, 1$$

$$F=0: U_{JI} = -\frac{3}{4} A \hbar^2$$

$$F=1: U_{JI} = \frac{1}{4} A \hbar^2$$

$$\Delta U = A \hbar^2 \stackrel{\text{учн}}{=} h f_0 \quad \text{зесман. взаим}$$

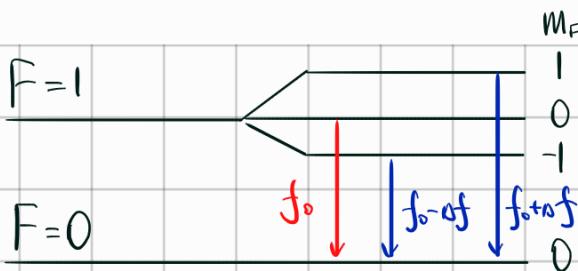
$$2) \text{ Теперь пусть } B = B_0: E = A (\vec{I} \cdot \vec{J}) + E_z$$

$$E_z = g_F m_F B_0 M_F, \quad \text{зде } g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}$$

$$F=1: g_{F=1} = 1 \quad \left( l=2 \text{ для } 1S_{1/2} \right)$$

берем  $g_F$  из-за сверхтонкого  $b_{3-1}$

$$F=0: \text{магнит. момент} = 0 \Rightarrow \text{нет расщепления}$$



$$E(F=1, M_F) = \frac{1}{4} A \hbar^2 + m_B B_0 M_F$$

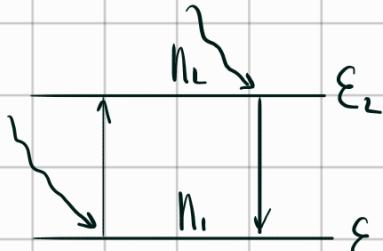
$$E(F=0) = -\frac{3}{4} A \hbar^2$$

$$3) \text{ Уровень } h\nu f = m_B B_0 \rightarrow \Delta f = \frac{m_B B_0}{h} = \frac{9.3 \cdot 50 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 3.14 \cdot 1.054 \cdot 10^{-27}} = 70 \text{ МГц}$$

7.39. При данной температуре  $T = 1 \text{ мК}$  заселен только подуровень с  $F = 0$ . Поэтому возможны три перехода на расщепленный уровень с  $F = 1$  с частотами  $f = f_0 - \Delta f = 1447 \text{ МГц}$ ;  $f = f_0 = 1517 \text{ МГц}$  и  $f = f_0 + \Delta f = 1587 \text{ МГц}$ , где  $\Delta f = \mu_B B_0 / h = 70 \text{ МГц}$ .

11.57. Система, состоящая из атомов, имеющих два невырожденных уровня энергии  $\mathcal{E}_1$ , и  $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ , находится в тепловом равновесии. Выразить коэффициент поглощения света  $\kappa(T, \omega)$  этой системой на частоте  $\omega = (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/\hbar$  через его значение  $\kappa_0$  при  $T = 0$ . Рассмотреть два предельных случая: 1)  $k_B T \gg \hbar\omega$  и 2)  $k_B T \ll \hbar\omega$ .

$$1) j \left[ \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \cdot \text{c}} \right] = \frac{C}{4} g / \hbar\omega = \frac{C}{4 \hbar\omega \pi^2 c^3 (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1)} = \frac{\omega^2}{4 \pi^2 c^2 [\exp(\frac{\hbar\omega}{kT}) - 1]}$$



$$2) j_{1 \rightarrow 2} = j \sigma n_1, \quad j_{2 \rightarrow 1} = j \sigma n_2 \Rightarrow dj = j \sigma (n_1 - n_2)$$

$$3) K_{\text{norm}} = \frac{dj}{j} = \sigma (n_1 - n_2) = \sigma n_1 \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) = \sigma n_1 \left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right)$$

$$4) \text{ При } t=0: n_1 = n_0, n_2 = 0 \rightarrow K_{\text{norm}}(0) = \sigma n_0$$

$$\frac{K_{\text{norm}}(t)}{K_{\text{norm}}(0)} = \frac{\sigma n_1 \left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right)}{\sigma n_0} = \frac{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}} = \operatorname{th}\left(\frac{\hbar\omega}{2kT}\right) \rightarrow K_{\text{norm}}(t) = K_{\text{norm}}(0) \operatorname{th}\left(\frac{\hbar\omega}{2kT}\right)$$

$$5) kT \gg \hbar\omega: K_{\text{norm}}(t) = K_{\text{norm}}(0) \cdot \frac{\hbar\omega}{2kT}$$

$$kT \ll \hbar\omega: \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} \sim 1 - 2e^{-x} \rightarrow$$

$$11.57. \kappa(T) = \kappa_0 \operatorname{th} \frac{\hbar\omega}{2k_B T};$$

$$1) \kappa(T) \approx \kappa_0 \frac{\hbar\omega}{2k_B T}; \quad 2) \kappa(T) \approx \kappa_0 \left[1 - 2 \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right)\right].$$

$$K_{\text{norm}}(t) = K(0) \left[1 - 2e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}\right]$$

11

10 – 16  
нояб.

Ядерные модели. ЯМР.

0-11-1,  
0-11-27.5, 7.16,  
7.647.18, 7.36,  
T.9,

**0-11-1.** Оценить в капельной модели разность энергий связи зеркальных ядер  $^{27}_{13}\text{Al}$  и  $^{27}_{14}\text{Si}$ , и сравнить ее с экспериментальным значением  $\Delta=4,812 \text{ МэВ}$ .

$$E_{\text{об}} = \sum_1 \epsilon_1 A - \sum_2 \epsilon_2 A^{\frac{4}{3}} - \sum_3 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \sum_4 \frac{(A-Z)^2}{A} + \sum_5 \frac{\delta}{A^{\frac{3}{4}}}$$

$(A = Z + N)$   
 нейтроны  
 протоны  
 нуклоны

$$\epsilon_1 = 15.75 \text{ МэВ}$$

$Z \quad N$

$$\epsilon_2 = 17.8 \text{ МэВ}$$

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{и} \bar{t} \text{ и} \bar{n} \\ 0 & \text{и} \bar{t} + \text{и} \bar{n} \\ -1 & \text{и} \bar{n} \text{ и} \bar{n} \end{cases}$$

$$\epsilon_3 = 0.71 \text{ МэВ}$$

$$\epsilon_4 = 23.7 \text{ МэВ}$$

$$\epsilon_5 = 34.0 \text{ МэВ}$$

1)  $A = 27$

Зеркальные ядра:  $Z \leftrightarrow N$

$\delta = 0$  для обоих

2) Очев, отличается лишь член  $\sum_3 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}$

$$\Delta E = 0.71 \text{ МэВ} \cdot \frac{14^2 - 13^2}{27^{\frac{1}{3}}} \approx 6.4 \text{ МэВ} \quad \text{против} \quad \Delta E_{\text{real}} = 4.8 \text{ МэВ}$$

Модель хорошо работает для тяжелых ядер, тут ошибка  $\approx 30\%$

**0-11-2.** В основном состоянии ядра  $^{17}_8\text{O}$  неспаренный нейтрон находится в состоянии с  $l=2$  и  $j=5/2$ . Для перехода этого нуклона в возбужденное состояние с  $l=2, j=3/2$  требуется энергия 5 МэВ. Определить константу спин-орбитального взаимодействия, а также типы фотонов, поглощаемых при данном переходе с наибольшей вероятностью.

$$l=2 \quad \downarrow \quad \left| \begin{array}{c} 1d_{5/2} \\ 1d_{3/2} \end{array} \right\rangle \quad \left| \begin{array}{c} l \\ l+1 \end{array} \right\rangle \quad U_{ls} = g(\vec{l} \cdot \vec{s})$$

$$\langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

$$l=1 \quad \left| \begin{array}{c} 1P_{3/2} \\ 1P_{1/2} \end{array} \right\rangle$$

$$2) \ell = 2, j = \frac{5}{2}, s = \frac{1}{2}$$

$$\cdot \langle \vec{\ell} \cdot \vec{s} \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{35}{4} - 6 - \frac{3}{4} \right) = 1$$

$$\ell = 2, j = \frac{3}{2}, s = \frac{1}{2}$$

$$\cdot \langle \vec{\ell} \cdot \vec{s} \rangle = \frac{1}{2} \left[ \frac{15}{4} - 6 - \frac{3}{4} \right] = -\frac{3}{2}$$

$$3) \Delta U_{es} = -\frac{5}{2}g = 5 M_B B \Rightarrow g = -2 M_B B$$

4) Чтобы узнать тип спектра, восп. правилом четности:

$$\text{Четность } P = (-1)^{\ell}$$

$$P_{\text{пер}} P_{\text{кон}} = \begin{cases} (-1)^j & - \text{ переход орбиты (обозн. } E_j) \\ (-1)^{j+1} & - \text{ переворот спина (обозн. } M_j) \end{cases}$$

$$\left| \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \right| \leq j \leq \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \rightarrow j = 1, 2, 3, 4$$

Разрешенные переходы:  $M_1 E_2 M_3 E_4$  —

— каждый следующий с много меньшей вероятностью

**7.64.** В медицинской томографии внутренних органов используется метод ЯМР на протонах, входящих в состав воды, а для томографии легких — на ядрах газообразного Не-3 при его вдыхании. Определить разницу между экспериментальными и теоретическими значениями магнитного момента ядра  ${}^3_2\text{He}$ , если сигнал резонанса наблюдается во внешнем поле  $B = 1,5 \text{ Тл}$  на частоте  $v = 48,75 \text{ Гц}$ . Спин ядра и его магнитный момент вычислять по одноклонной оболочечной модели.

$${}^3_2\text{H}: Z=2 \\ N=1$$

Указание. В магнитном поле расположение подуровней энергии для ядра  ${}^3_2\text{He}$  противоположно таковому для протона.

$$Z \uparrow N$$

$$J = L + S = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\uparrow \downarrow \uparrow \quad l=0$$

$$1) M_{\text{теор}}^{(n)} = g_s^{(n)} \mu_N^{(n)} S = 3.826 \cdot m^{(n)} \cdot \frac{1}{2} \approx 1.91 m_b^{(n)}$$

$$2) \vec{M} = g \vec{m} \vec{S}$$

$$M_z = g m^S S, \quad M = M(S=S) = g m^S S \quad (S = -S, -S+1, \dots, S)$$

$$\text{Итак: } M_z = \frac{M}{S} S$$

$$3) E_S = -(\vec{\mu} \vec{B}) = -M_z B = -\frac{M}{S} S B$$

$$\Delta E_S = \frac{M}{S} B = h\nu \rightarrow \frac{M_{\text{эксп}}}{M^{(n)}} = \frac{h\nu S}{m^{(n)} B} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 48.75 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{2}}{1.5 \cdot 10^4 \cdot 5.05 \cdot 10^{-24}} \approx 2.13$$

$$4) \text{ (1700)} \quad \Delta \mu = |M_{\text{теор}} - M_{\text{эксп}}| = (2.13 - 1.91) M^{(n)} = 0.22 M^{(n)} = 0.11 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Эрг}}{\text{Гс}}$$

**7.64.**  $\Delta \mu_{\text{He}} = |\mu_{\text{эксп}} - \mu_{\text{теор}}| = 0.22 \mu_{\text{яд}} = 0.11 \cdot 10^{-23} \text{ эрг/Гс}$ , где  $\mu_{\text{эксп}} = -2.13 \mu_{\text{яд}}$ ;  $\mu_{\text{теор}} = -1.91 \mu_{\text{яд}}$ . Разница объясняется тем, что ядерные силы нецентральны (см. 7.60), и состояние ядра  ${}^3_2\text{He}$  не есть чистое состояние  ${}^2S_{1/2}$ , а содержит примесь других состояний —  ${}^2P_{1/2}$ ,  ${}^4P_{1/2}$ ,  ${}^2D_{1/2}$ .

7.5. С помощью формулы Вайцзеккера найти заряд  $Z_0$  наиболее устойчивого ядра-изобары при заданном нечетном значении  $A$ . Выяснить, каков характер активности у ядер  $^{27}\text{Mg}$ ,  $^{29}\text{P}$ ,  $^{37}\text{K}$ ,  $^{67}\text{Cu}$ .

$$E_{cb} = \varepsilon_1 A - \varepsilon_2 A^{4/3} - \varepsilon_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varepsilon_4 \frac{(A-Z)^2}{A} + \varepsilon_5 \frac{\delta}{A^{3/4}}$$

$$1) \frac{\partial E_{cb}}{\partial Z} = -2\varepsilon_3 \frac{Z}{A^{1/3}} + 4\varepsilon_4 \frac{A-2Z}{A} = 0 \quad | \cdot A$$

$$-2\varepsilon_3 A^{2/3} Z + 4\varepsilon_4 A - 8\varepsilon_4 Z = 0$$

$$Z_0 = \frac{4\varepsilon_4 A}{2\varepsilon_3 A^{2/3} + 8\varepsilon_4} = \frac{A/2}{1 + \frac{\varepsilon_3}{2\varepsilon_2} A^{2/3}} = \frac{A/2}{1 + 7.5 \cdot 10^{-3} A^{2/3}}$$

2) Тип активности:

если  $Z < Z_0 \rightarrow$  избыток нейтронов  $\rightarrow \beta^-$ -распад  
 $Z > Z_0 \rightarrow$  избыток протонов  $\rightarrow \beta^+$ -распад

$\cdot {}_{12}^{27}\text{Mg}$ :  $Z_0 = \frac{27}{2 + 0.015 \cdot 9} \approx 12.6 \rightarrow \beta^-$ -активен

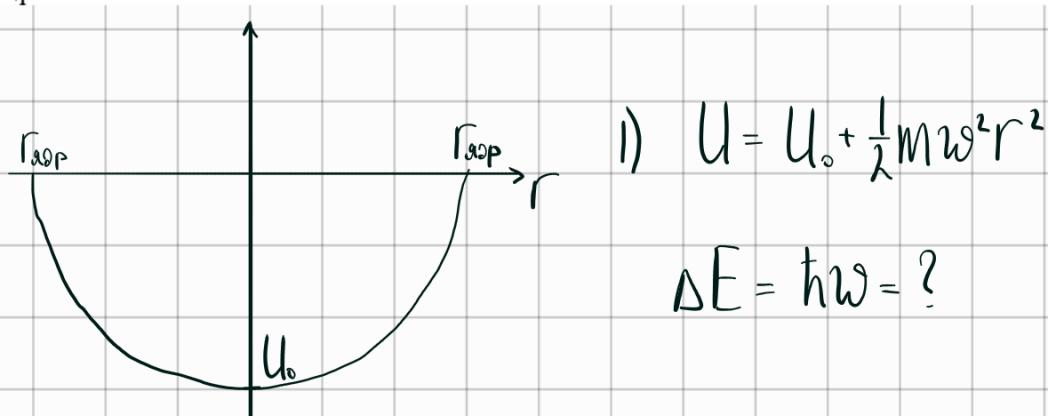
$\cdot {}_{15}^{29}\text{P}$ :  $Z_0 \approx 13.5 \rightarrow \beta^+$ -активен

$\cdot {}_{19}^{37}\text{K}$ :  $Z_0 \approx 17 \rightarrow \beta^+$ -активен

$\cdot {}_{29}^{67}\text{Cu}$ :  $Z_0 \approx 29.7 \rightarrow \beta^-$ -активен

7.5.  $Z_0 = \frac{A/2}{1 + 7.5 \cdot 10^{-3} A^{2/3}}$ .  ${}^{27}\text{Mg}$  —  $\beta^-$ -активен;  ${}^{29}\text{P}$  —  $\beta^+$ -активен;  ${}^{37}\text{K}$  —  $\beta^+$ -активен;  ${}^{67}\text{Cu}$  —  $\beta^-$ -активен.

**7.16.** Апроксимируя ядерный потенциал трехмерной параболической ямой глубиной  $U_0 = -60$  МэВ, оценить энергию однонуклонного возбуждения в ядре  $^{40}\text{Ca}$ . Считать, что  $U(R_0) = 0$ , где  $R_0$  — радиус ядра.



$$2) R_{\text{вр}} = \left(1.3 \sqrt[3]{A}\right) \cdot 10^{-13} \text{ см} = 1.3 \sqrt[3]{40} \approx 4.4 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

оценки  
формула

$$3) U(R_{\text{вр}}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} M \omega^2 R_{\text{вр}}^2 = -U_0 \rightarrow \omega = \frac{1}{R_{\text{вр}}} \sqrt{-\frac{2U_0}{M}}$$

$$E_N = \hbar \omega \left(N + \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \Delta E = \hbar \omega = \frac{\hbar}{R_{\text{вр}}} \sqrt{-\frac{2U_0}{M}} = \frac{1.054 \cdot 10^{-27}}{4.4 \cdot 10^{-13}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 60 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}}{1.67 \cdot 10^{-14} \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}}} \approx 158 \text{ МэВ}$$

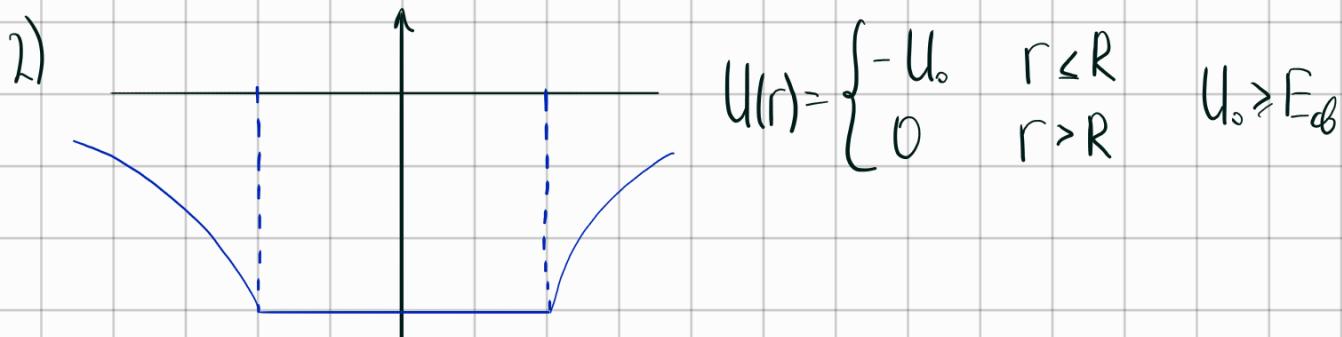
**7.16.**  $\Delta E = \hbar \omega = \frac{\hbar}{R_0} \sqrt{-\frac{2U_0}{m}} \approx 15,8 \text{ МэВ.}$

**7.18.** У ядра дейтерия — дейтрона d — нет стационарных возбужденных состояний, а энергия связи нуклонов составляет  $E_{\text{св}} = 2,23$  МэВ.

Апроксимируя эффективный потенциал нуклон-

$E, \text{ кэВ}$  — нуклонного взаимодействия трехмерной сферически симметричной прямоугольной потенциальной ямой, оценить среднеквадратичный радиус дейтрона, т. е. среднеквадратичное расстояние между нуклонами (см. задачи 7.12, 3.18 и 3.20). Считать, что глубина ямы велика по сравнению с энергией уровня.

1) Из задачи 7.12:  $U \approx \frac{A e^{-\lambda r}}{r}, \quad \lambda = 2.3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}$



$$3) \text{ Нормируем } \psi = A \frac{e^{-\lambda r}}{r}$$

$$\int |\psi|^2 d^3r = 4\pi \int_0^\infty |\psi|^2 r^2 dr = 4\pi A^2 \int_0^\infty e^{-2\lambda r} dr = 4\pi A^2 \frac{1}{2\lambda} = 1$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} \Rightarrow \psi = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} \frac{e^{-\lambda r}}{r}$$

$$4) \langle r^2 \rangle = \int \psi^* r^2 \psi dr = \int |\psi|^2 r^2 dr = 4\pi \int_0^\infty |\psi|^2 r^2 dr = 4\pi A^2 \int_0^\infty e^{-2\lambda r} r^2 dr = \\ = 4\pi \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{2}{(2\lambda)^3} = \frac{1}{2\lambda^2}$$

$$5) M = \frac{m_p m_n}{m_p + m_n} = \frac{1}{2} m_n$$

Радиальное ур-е Шредингера:  $U(r) = r \psi(r)$

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2}{dr^2} U = E_\alpha U \rightarrow U = e^{-\lambda r} \rightarrow \psi = \frac{e^{-\lambda r}}{r}$$

В обл.  $r > R$ :  $U=0$

$$\lambda = \frac{\sqrt{2M E_\alpha}}{\hbar}$$

$$E = -E_\alpha < 0$$

$$6) \text{ Учтём: } R_d = \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\hbar}{2M_n E_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{2\lambda^2}} = \frac{1}{|41 \cdot 2.3 \cdot 10^{12}|} \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

$$7.18. R_d = \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_N E}} \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ см, где } m_N \text{ — масса нуклона. Здесь}$$

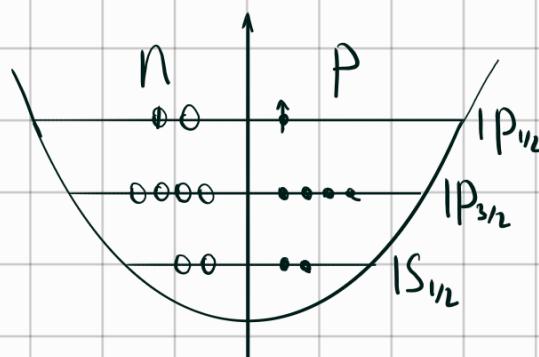
для оценки можно воспользоваться волновой функцией основного состояния дейтрона (см. задачу 7.12)  $\psi \approx Ae^{-\kappa r}/r$ , где  $\kappa = \frac{1}{\hbar} \sqrt{m_N E}$ .

Указание. Магнитным моментом атомов, ядер принято называть величину максимальной проекции магнитного момента на заданную ось.

**7.36.** Согласно оболочечной модели ядра в ядре  $^{15}_7\text{N}$  неспаренный протон, определяющий его угловой и магнитный моменты, находится в состоянии  $1p_{1/2}$  сверх полностью заполненной подоболочки  $1p_{3/2}$ . Определить величину магнитного момента  $\mu$  этого ядра (в ядерных магнетонах Бора). Магнитный момент свободного протона  $\mu_p = g_{sp}\mu_{яд} s_p = 2,79\mu_{яд}$ , где  $g_{sp} = 5,58$  — спиновый  $g$ -фактор протона,  $s_p = 1/2$  — спин протона. (См. указание к задаче 7.35.)

$$Z=7 \text{ протонов}$$

$$N=8 \text{ нейтронов}$$



1) Указание:  $\vec{M} = M_z^{\max} = g_{sp} m_{z0} \vec{J}$

$$\vec{M} = m_{z0} (g_{so} \vec{l} + g_{sp} \vec{s})$$

2)  $l=1 \Rightarrow |l-s| \leq J \leq l+s \rightarrow J=\frac{1}{2} - \text{но усл. на } ^1P_{1/2}$   
 $s=\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{2}$

3)  $\vec{M} \cdot \vec{J} = g_{sp} m_a (\vec{J})^2 = g_{sp} m_a j(j+1) = m_a [g_{so} (\vec{l} \cdot \vec{J}) + g_{sp} (\vec{s} \cdot \vec{J})]$

$$\cdot (\vec{J} - \vec{l})^2 = \vec{s}^2 \rightarrow 2 \vec{l} \cdot \vec{J} = j(j+1) + ((l+1) - s(s+1)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = 2$$

$$\cdot (\vec{J} - \vec{s})^2 = \vec{l}^2 \rightarrow 2 \vec{s} \cdot \vec{J} = j(j+1) + s(s+1) - l(l+1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 1 \cdot 2 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g_{sp} = \frac{g_{so} (\vec{l} \cdot \vec{J}) + g_{sp} (\vec{s} \cdot \vec{J})}{j(j+1)} = \frac{g_{so} - \frac{1}{4} g_{sp}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{4} \cdot 5.58}{\frac{3}{4}} \approx -0.527$$

$$\Rightarrow M = g_{sp} m_a J = -0.26 m_a$$

**7.36.**  $\mu \approx -0,26 \mu_{яд.}$

**Т.9.** Деление тяжелых стабильных ядер может быть вызвано попаданием в них энергичного нейтрона. Оцените, какая энергия выделится в реакции деления энергичным нейтроном ядра  $^{207}\text{Pb}$  на два симметричных осколка? Считайте, что нейtron остановился внутри покоящегося ядра.

Ответ:  $Q = 133,6 \text{ МэВ}$



2)  $E_{ab} = \varepsilon_1 A - \varepsilon_2 A^{4/3} - \varepsilon_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varepsilon_4 \frac{(A-Z)^2}{A} + \varepsilon_5 \frac{S}{A^{3/4}}$

$$^{108}_{\text{Zn}} \text{P: } E_1 = 15.75 \cdot 208 + 17.8 \cdot 35.1 + 0.71 \cdot 1140 + 23.7 \cdot 93 + \frac{34}{208} \approx 1.624 \cdot 10^3 \text{ M}_3\text{B}$$

$$^{104}_{\text{Zn}} \text{X: } E_2 = 0.879 \cdot 10^3 \text{ M}_3\text{B}$$

$$3) Q = (2 \cdot 879 - 1624) \text{ M}_3\text{B} \approx 133 \text{ M}_3\text{B}$$

Heszen 12

12	17 – 23 нояб.	Радиоактивность.	0-12-1, 0-12-2	7.69, 7.51, 7.20	7.11, 9.11, T.10
----	------------------	------------------	-------------------	---------------------	---------------------

**0-12-1.** Препараты с радиоактивным изотопом натрий-24 используются в медицине для диагностики переноса веществ в организме. С этой целью пациенту ввели внутривенную дозу раствора, содержащего изотоп  $^{24}\text{Na}$ . Активность 1 см<sup>3</sup> этого раствора  $\alpha_0 = 2000$  распадов в секунду. Период полураспада изотопа  $^{24}\text{Na}$  равен  $T = 15,3$  часа. Через  $t = 3 \text{ ч } 50 \text{ мин}$  активность 1 см<sup>3</sup> крови пациента стала равна  $\alpha = 0,28$  распадов в секунду. Каков объём введённого раствора, если общий объём крови пациента  $V = 6 \text{ л}$ ?

0) Распад:  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$  можно skip

Активность:  $A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

Период полураспада:  $T = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow A(t) = A_0 \lambda^{-\frac{t}{T}}$   
 $N(t) = N_0 \lambda^{-\frac{t}{T}}$

1)  $A(0) = \lambda_0 V_{Na}$

$$A(t) = \lambda V_{kp} = A(0) \lambda^{-\frac{t}{T}} = \lambda_0 V_{Na} \lambda^{-\frac{t}{T}} \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{Na} = \frac{\lambda V_{kp}}{\lambda_0} \lambda^{\frac{t}{T}} = \frac{0,28 \cdot 6000}{2000} \cdot 2^{\frac{140}{15,3}} \approx 1 \text{ см}^3$$

**0-12-2.** Препарат полония активностью  $3,7 \cdot 10^9$  распад/с помещен в калориметр теплоёмкостью 1 кал/К. Найти повышение температуры калориметра за 1 час, если известно, что полоний испускает  $\alpha$ -частицы с энергией 5,3 МэВ. Считать период полураспада полония много большим времени эксперимента.

1)  $P\left[\frac{\partial B}{C}\right] = \bar{v} \cdot E_\alpha$

2)  $\Delta T = \frac{P\bar{T}}{C} = \frac{\bar{v} E_\alpha \bar{T}}{C} = \frac{3,7 \cdot 10^9 \cdot 5,3 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \cdot 3600}{1 \cdot 42 \cdot 10^7} \approx 2,7 \text{ К}$

**7.69.** Для  $\alpha$ -распада четно-четных ядер период полураспада  $T_{1/2}$  (в секундах) зависит от энергии  $\alpha$ -частицы  $E_\alpha$  (в МэВ) и заряда дочернего ядра  $Z$  по закону Гейгера–Нэттола

$$\lg T_{1/2} = 9,54 \cdot \frac{Z^{0,6}}{\sqrt{E_\alpha}} - 51,37.$$

Используя капельную модель ядра, найти период полураспада ядра тория  $^{226}_{90}\text{Th}$ , если для ядра радия  $^{226}_{88}\text{Ra}$   $T_{1/2} = 1600$  лет. Для кулоновского и симметричного коэффициентов в формуле Вайцзеккера принять значения  $C_{кул} = 0,71 \text{ МэВ}$  и  $C_{сим} = 23,7 \text{ МэВ}$ .

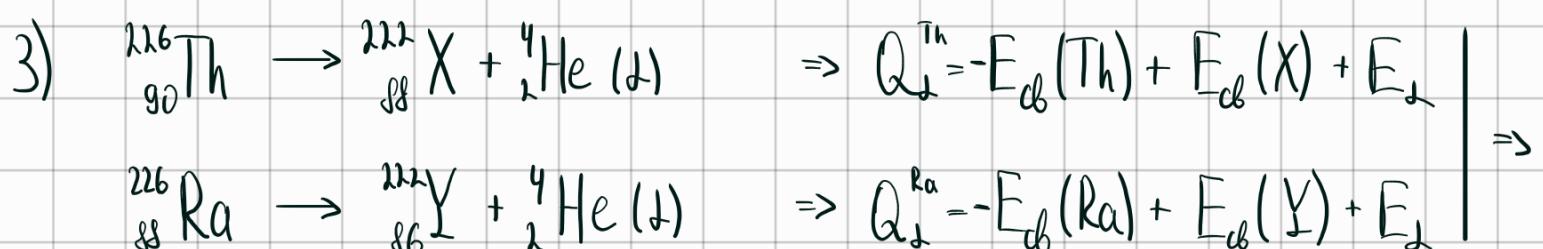


$$\log(1600 \cdot 3.15 \cdot 10^7) = 9.54 \cdot \frac{86^{0.6}}{\sqrt{\varepsilon_d}} - 51.37 \Rightarrow \varepsilon_d^{\text{Ra}} \approx 4.95 \text{ MeV}$$

2) Канельная модель:

$$E_{cb}(A, Z) = \varepsilon_1 A - \varepsilon_2 A^{4/3} - \varepsilon_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \varepsilon_4 \frac{(A-Z)^2}{A} + \varepsilon_5 \frac{S}{A^{3/4}}$$

Используем ее, чтобы найти  $\Delta Q = Q_d^{\text{Th}} - Q_d^{\text{Ra}}$



$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta Q &= -E_{cb}(\text{Th}) + E_{cb}(X) + E_{cb}(\text{Ra}) - E_{cb}(\text{Y}) = \\ &= [E(222, 88) - E(222, 86)] - [E(226, 90) - E(226, 88)] \quad \textcircled{O} \end{aligned}$$

Меняются только члены с  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$

$$\textcircled{O} \left( -40.8 \overset{\varepsilon_3}{+} 41.5 \right) \text{MeV} + \left( 41.0 \overset{\varepsilon_4}{-} 40.27 \right) \text{MeV} \approx 1.4 \text{ MeV}$$

4) Т.к. 2-засима много легче ядра,

то норма ее энергия  $\left( \frac{M}{m+d} = \frac{222}{226} = 98\% \right)$  передает ей  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \varepsilon_d(\text{Th}) - \varepsilon_d(\text{Ra}) \approx Q_d(\text{Th}) - Q_d(\text{Ra}) = 1.4 \text{ MeV} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\varepsilon_d(\text{Th}) = 4.95 + 1.4 \text{ MeV} \approx 6.35 \text{ MeV}}$$

5) Теперь используя  $\varepsilon_{\alpha}(\text{Th})$  найдем  $T_{\text{Th}}$ :

$$\log(T_{\text{Th}}) = 9.54 \cdot \frac{88^{0.6}}{\sqrt{6.35}} - 51.37 \approx 4.2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\text{Th}} \approx 265 \text{ мин}$$

7.69\*  $T_{1/2}^{\text{Th}} \approx 15900 \text{ с} = 265 \text{ мин.}$

Решение. По заданному периоду полураствора находим энергию  $\alpha$ -частицы при распаде ядра радио:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha}^{\text{Ra}} &= [9.54 Z^{0.6} (\lg T_{1/2}^{\text{Ra}} + 51.37)]^2 = \\ &= 9.54 \cdot 86^{0.6} [\lg(1600 \cdot 3.156 \cdot 10^7) + 51.37]^2 = 4.95 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

Поскольку дочернее ядро примерно в 60 раз тяжелее  $\alpha$ -частицы, то можно считать, что кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы равна дефекту массы реакции. Выражая дефект масс через энергию связи частиц, для кинетической энергии  $\alpha$ -частицы получим

$$\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{\text{cb}}(A-4, Z) + E_{\text{cb}}(4, 2) + \varepsilon_{\text{cb}}(A-4, Z+2).$$

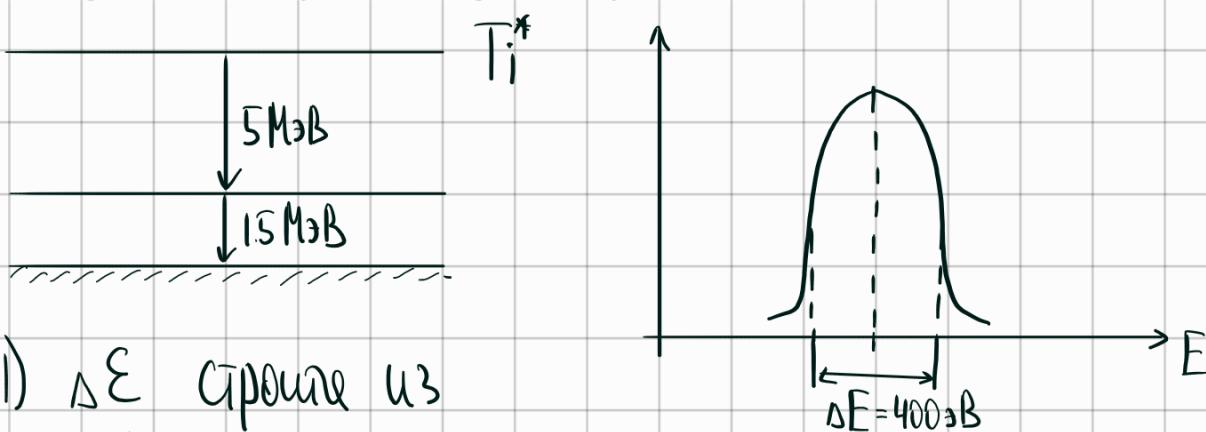
Так как у ядер радио и тория одинаковые массовые числа, то объемный, поверхностный и учитывающий четность числа нуклонов члены в формуле Вайзеккера будут одинаковы для материнских и дочерних ядер этих элементов. Разница в величине кинетической энергии  $\alpha$ -частиц будет обусловлена отличием только кулоновских и симметричных членов для этих ядер:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha}^{\text{Th}} - \varepsilon_{\alpha}^{\text{Ra}} &= \\ &= C_{\text{кул}} [(Z_{\text{Th}}^2 - Z_{\text{Ra}}^2) A^{-1/3} - ((Z_{\text{Th}} - 2)^2 - (Z_{\text{Ra}} - 2)^2)(A-4)^{-1/3}] + \\ &+ C_{\text{сим}} [(A-2Z_{\text{Th}})^2 - (A-2Z_{\text{Ra}})^2] [A^{-1} - (A-4)^{-1}] = 1.40 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

Здесь  $Z_{\text{Th}} = 90$  и  $Z_{\text{Ra}} = 88$  — заряды исходных (материнских) ядер; мы также учли, что разница числа нейтронов и протонов  $A-2Z$  одинакова для материнского и дочернего ядер.

Подставляя значения величин, получаем для энергии  $\alpha$ -частицы тория  $\varepsilon_{\alpha}^{\text{Th}} = 4.95 + 1.40 = 6.35 \text{ МэВ}$ , а затем из формулы Гейгера-Неттольда находим период полураствора ядра тория:  $\lg T_{1/2}^{\text{Th}} = \frac{9.54 \cdot 88^{0.6}}{\sqrt{6.35}} - 51.37 \approx 4.2$ , или  $T_{1/2}^{\text{Th}} \approx 15900 \text{ с} = 265 \text{ мин.}$  Экспериментальное значение 30,9 мин.

7.51. На спектрометре высокого разрешения GAMS4 в Гренобле (Франция) у изотопа  $^{49}\text{Ti}$  зарегистрирован каскадный переход из высоковозбужденного в основное состояние с последовательным испусканием двух  $\gamma$ -квантов с энергиями  $\varepsilon_1 = 5 \text{ МэВ}$  и  $\varepsilon_2 = 1.5 \text{ МэВ}$ . Прецизионные измерения формы линии  $\varepsilon_2$  показали, что она имеет ширину  $\Delta\varepsilon = 400 \text{ эВ}$ . Оценить время жизни уровня с энергией  $\varepsilon_2$ . Учесть, что детектор спектрометра регистрирует  $\gamma$ -излучение в узком телесном угле вблизи нормали к окну детектора.



- 1)  $\Delta\varepsilon$  строится из  
a) принципа колебр  
b) эффекта Доплера

$$2) \Delta\varepsilon_{\text{некор}} = \frac{\hbar}{T}$$

$$3) P = \frac{E_1}{C} - \text{ после } 1^{\text{го}} \text{ перехода}$$

$$\omega_2^{\text{афс}} = \omega_2^{\text{отн}} (1 + \beta \cos \theta) - \text{ эффект Доплера}$$

$$\Delta \omega_2^{\text{афс}} = 2 \omega_2^{\text{отн}} \beta = 2 \omega_2^{\text{отн}} \frac{V}{C} = 2 \omega_2^{\text{отн}} \frac{PC}{MC^2} = 2 \omega_2^{\text{отн}} \frac{E_1}{MC^2}$$

$$4) \Delta\varepsilon_{\text{допн}} = \hbar \Delta\omega = 2 \hbar \omega_2^{\text{отн}} \frac{E_1}{MC^2} = \frac{2 E_1 E_2}{MC^2} \approx \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 5}{49 \cdot 930} \approx 330 \text{ эВ}$$



$$5) \text{ Show: } \Delta E = \Delta E_{\text{diss}} + \Delta E_{\text{heatcap}} = \frac{2E_1 E_2}{MC^2} + \frac{\hbar}{T}$$

$$T \approx \frac{\hbar}{\Delta E - 2 \frac{E_E}{mc^2}} \approx \frac{\hbar}{70 \cdot B} \approx \frac{1054 \cdot 10^{-27}}{70 \cdot 16 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-10}} \sim 10^{-17} \text{ C}$$

$$7.51^* \tau \approx \frac{\hbar}{(\Delta\mathcal{E} - 2\delta\mathcal{E}_{\text{доп}})} \approx 10^{-17} \text{ с, где } \delta\mathcal{E}_{\text{доп}} \approx 160 \text{ эВ.}$$

Указание. При испускании  $\gamma$ -кванта с энергией 5 МэВ ядро испытывает отдачу, и поэтому линия излучения с энергией 1,5 МэВ оказывается уширенной на  $2\delta_{\text{доп}}$ .

**7.20.** Ядро  $^{234}_{92}\text{U}$  является продуктом распада основного изотопа урана  $^{238}_{92}\text{U}$ . Определить период полураспада  $^{234}_{92}\text{U}$ , если его содержание в естественном уране в настоящее время составляет 0,0055%. Период полураспада  $^{238}_{92}\text{U}$   $T_8 = 4,51 \cdot 10^9$  лет. Считать, что вначале «наработанного»  $^{234}_{92}\text{U}$  не было.

**7.20.** В силу радиоактивного равновесия между  $^{238}\text{U}$  и  $^{234}\text{U}$   $\lambda_4 N_4 = \lambda_8 N_8$  (вековое уравнение), откуда

$$\frac{T_4}{T_8} = \frac{\lambda_8}{\lambda_4} = \frac{N_4}{N_8} = 5,5 \cdot 10^{-5}; \quad T_4 = 2,48 \cdot 10^5 \text{ лет.}$$

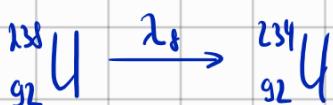
Период полураспада  $^{234}\text{U}$  много меньше возраста Земли ( $\approx 10^9$  лет); таким образом, наше предположение о наличии радиоактивного равновесия между  $^{238}\text{U}$  и  $^{234}\text{U}$  оправдано.

1) Bekoboe yп-e:

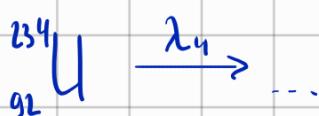
$$\frac{N_4}{N_3} = \frac{\lambda_4}{\lambda_3} = \frac{T_{12}^{(4)}}{T_{12}^{(3)}}$$

$$\Rightarrow \bar{T}_{h_2}^{(u)} = \frac{N_4}{N_3} \bar{T}_{h_2}^{(d)} = 5.5 \cdot 10^{-5} \cdot 4.51 \cdot 10^9 \approx$$

Смысл:



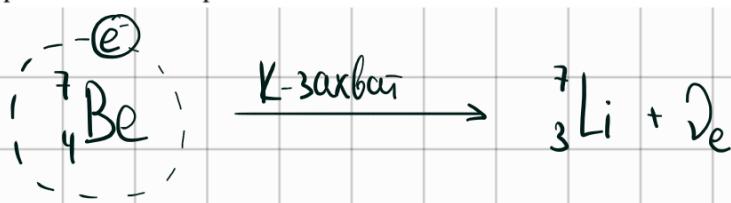
$$\frac{dN_s}{dt} = -\lambda_s N_s \rightarrow N_s(t) = N_{s_0} e^{-\lambda_s t}$$



$$\frac{dM_4}{dt} = -\lambda_4 M_4 + \lambda_8 M_8$$

Через большое время активности работы ( $2, N_1 = 2_2 N_2$ ) и  
отношение содержания ( $\frac{N_1}{N_2} = \text{const}$ )

**7.11.** Определить энергию отдачи ядра атома лития, которое образуется в основном состоянии при поглощении электрона с  $K$ -оболочки ядром атома бериллия.



$$1) \text{ 3Cu: } p_{\text{v}} = p_{\text{L}} = p$$

$$3C: M_{eC} C^2 + M_e C^2 - \overline{E}_{\text{kin}}^{\text{man}} = M_u C^2 + T_u + p_2 C$$

$$2) \quad \underbrace{(M_{Be} + M_e - M_{Li})}_{\text{dm}} C^L = PC + \frac{P^2 C^2}{2 M_{Li} C^L} = E_J + \frac{E_J^2}{2 M_{Li} C^L}$$

Табличные данные:

$$M(^7Be) = 7.01693 \text{ а.е.}$$

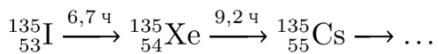
$$M(^7Li) = 7.01600 \text{ а.е.}$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \left( -M_u c^4 + \sqrt{(2M_u c^4)^2 + 8M_u c^4 \Delta m} \right) \approx 0.862 \text{ МэВ}$$

$$T_{1/2} = \frac{E_0}{\lambda M_u c^2} \approx \frac{(0.862)}{2.653 \cdot 10^3} \text{ МэВ} \approx 57 \text{ эВ}$$

### 7.11. $\mathcal{E} \approx 57 \text{ эВ.}$

**9.11\*** В работающем ядерном реакторе в числе многих элементов из урана все время образуются изотопы иода  $^{135}_{53}\text{I}$ , претерпевающие следующую последовательность бета-распадов (периоды полураспада указаны)



Так как ядра  $^{135}_{54}\text{Xe}$  обладают очень большим сечением поглощения нейтронов, в работающем реакторе накопления этого изотопа не происходит. Однако при остановке реактора ксенон начинает накапливаться, тем самым уменьшается коэффициент размножения нейтронов и сразу же повторный запуск реактора затрудняется (образуется так называемая йодная яма). Через какое время после остановки реактора количество ядер  $^{135}\text{Xe}$  будет максимальным? Считать, что в момент остановки реактора ядер ксенона в нем нет.

$$9.11* t^* = \frac{T_1 T_2 \ln(T_2/T_1)}{(T_2 - T_1) \ln 2} \approx 11 \text{ ч.}$$

Решение. Пусть при  $t=0$  имеется  $N_0$  ядер йода I и  $N_2(0)=0$  ядер ксенона Xe. Процесс  $\beta$ -распада I описывается уравнением

$$dN_1 = -N_1 \lambda_1 dt,$$

откуда  $N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$ , где  $\lambda_1$  — постоянная распада ядер йода. Ядра ксенона не только постоянно образуются из йода, но и одновременно распадаются с постоянной распада  $\lambda_2$ . Запишем уравнение этого процесса и его решение:

$$dN_2 = -N_2 \lambda_2 dt + N_1 \lambda_1 dt,$$

$$N_2(t) = ae^{-\lambda_1 t} + be^{-\lambda_2 t}.$$

Поскольку  $N_2(0)=0$ , то  $a=-b$ ,  $N_2(t)=b(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t})$ . Подстановка  $N_1(t)$  в дифференциальное уравнение для  $N_2$  дает

$$b(\lambda_1 - \lambda_2) = N_0 \lambda_1, \quad \text{откуда} \quad b = \frac{N_0 \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Таким образом,

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).$$

Условие максимума числа ядер ксенона  $\frac{dN_2}{dt} = 0$ , откуда  $\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = (\lambda_1 - \lambda_2)t^*$ .

Таким образом, искомое время

$$t^* = \frac{T_1 T_2 \ln(T_2/T_1)}{(T_2 - T_1) \ln 2} \approx 11 \text{ ч.}$$

**T.10.** С какой относительной точностью нужно измерять границу спектра кинетической энергии электронов от бета-распада трития, чтобы достичь точности эксперимента Troitsk Nu-mass, если было поставлено ограничение на массу нейтрино  $m_\nu < 2.2$  эВ. Масса атома  ${}^3\text{H} = 3,016049$  а.е.м., а  ${}^3\text{He} = 3,016029$  а.е.м.

Ответ:  $\delta T/T = m_\nu / (M(1,3) - M(2,3)) \approx 1,2 \times 10^{-4}$ ,  $M(Z,A)$  — масса атома.



1) ЗСД:  $M_{\text{H}}^{(3)} C^2 = M_{\text{He}}^{(3)} C^2 + T_{\text{He}} + M_e C^2 + T_e + E_\nu$

$$\Delta M C^2 = (M_{\text{H}}^{(3)} - M_{\text{He}}^{(3)} - M_e) C^2 = (M_{\text{H}} - M_{\text{He}}) C^2 \approx (M_e C^2 \text{ в кн. в атом. массы})$$

$$\approx 0.000020 \cdot 931.5 \text{ MeV} \approx 18.6 \text{ keV}$$

Тогда:  $\Delta M C^2 = T_e + E_\nu + T_{\text{He}}$

2) Граница спектра —  $T_e = T_e^{\max}$

Логично при  $E_\nu = M_e C^2$  ( $T_\nu \approx 0$ )  
 $T_{\text{He}} = 0$  (т.к. ядро генератора)

$$\Delta M C^2 = M_e C^2 + T_e^{\max} \Rightarrow \text{нейтрино "сбивает" границу} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{M_e C^2}{\Delta M C^2} \quad (\text{т.к. } M_e C^2 \sim \text{эВ}, \Delta M C^2 \sim 10 \text{ кэВ})$$

3) Уравнение:  $\frac{\Delta T}{T} = \frac{M_e C^2}{\Delta M C^2} = \frac{M_e}{M_{\text{H}} - M_{\text{He}}} = \frac{2.2 \text{ эВ}}{18.6 \text{ кэВ}} \approx 1.2 \cdot 10^{-4}$

Hedera 13

13 24 – 30  
нояб.

## Ядерные реакции

0-13-1,  
0-13-28.45, 8.53,  
9.48.68, 9.5,  
T.11

**0-13-1.** В реакции синтеза ядердейтерия и трития  $d + t \rightarrow \alpha + n + Q$  выделяется энергия  $Q = 17,8$  МэВ. Какова энергия, уносимая нейтроном?

$$\begin{aligned} 1) \quad d &= {}^2_1 H \\ t &= {}^3_1 H \\ \alpha &= {}^4_2 He \\ n &= \text{нейтр.} \end{aligned}$$

$Q$  – Энергия, выб. в реакции

$$2) \quad \text{В ЦМ} \Rightarrow p_d = p_n = P - 3\text{СИ}$$

$$3) \quad 3\text{СИ}: \quad Q = T_d + T_n = \frac{P}{2m_d} + \frac{P}{2m_n} = T_n \left( \frac{m_n}{m_d} + 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_n = \frac{m_d}{m_d + m_n} Q = \frac{4}{5} Q \approx 14.2 \text{ МэВ}$$

**0-13-2.** Сечение поглощения нейтрино с энергией более 5 МэВ ядром железа составляет  $\sigma = 10^{-42} \text{ см}^2$ . Какова вероятность поглотиться для такого нейтрино, движущегося по диаметру в ядре Земли? Считать, что ядро состоит из железа ( $A = 56$  а.е.м.,  $\rho = 7,8 \text{ г}/\text{см}^3$ ), его радиус  $R = 3000 \text{ км}$ .

$$1) \quad dj(x) = -n \sigma j(x) dx, \quad \text{зде}$$

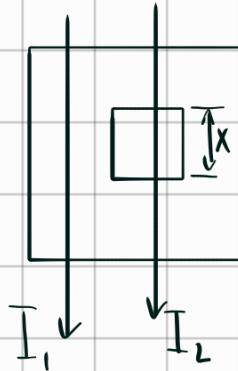
$$\cdot n = \frac{\rho}{A} N_A = \frac{7.8}{56} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \approx 8.4 \cdot 10^{22} \frac{\text{ядр}}{\text{см}^3}$$

$$2) \quad \frac{dj}{j} = -n \sigma dx \Rightarrow j(x) = j(0) e^{-n \sigma x}$$

$$j(2R) = j(0) e^{-n \sigma \cdot 2R}$$

$$3) \quad W = 1 - \frac{j(2R)}{j(0)} = 1 - \exp(-2n \sigma R) = 1 - \exp\left(-2 \cdot 8.4 \cdot 10^{22} \cdot 10^{-42} \cdot 3 \cdot 10^5\right) \approx 5 \cdot 10^{-11}$$

**8.45.** При просвечивании детали монохроматическими тепловыми нейтронами с длиной волны  $\lambda = 1\text{ \AA}$  на изображении было обнаружено слабое темное пятно, свидетельствующее о наличии внутри детали инородного включения. Контраст изображения (отношение интенсивностей прошедших нейтронов в области включения к соседним однородным областям) был равен 1,26. Какова должна быть длина волны нейтрона, чтобы контраст возрос до 2? Считать, что сечение взаимодействия нейтронов с веществом носит нерезонансный характер.



1) Закон Бете:  $\delta \propto \frac{1}{\lambda} \propto \lambda_{\text{в}}$

$$2) 1.26 = V_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} = \frac{\exp(-n_1 \delta_1 x)}{\exp(-n_1 \delta_1 x) + \exp(-n_2 \delta_2 x)} = \exp[-x(n_1 \delta_1 - n_2 \delta_2)]$$

$$2 = V_2 = \frac{I_1'}{I_1' + I_2'} = \exp[-x(n_2 \delta_2' - n_1 \delta_1')] = \exp[-Kx(n_2 \delta_2 - n_1 \delta_1)]$$

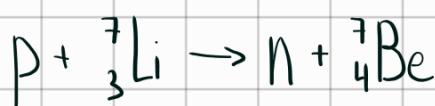
$$3) \text{ Уравнение: } 1.26^k = 2 \Rightarrow k = 3$$

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{\lambda'}{\lambda} = k = 3 \Rightarrow \lambda' = 3\lambda = 3\text{ \AA}$$

изменили  $\lambda$  в  $k$  раз  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$   $\delta$  изменилась в  $k$  раз

$$8.45. \lambda' = 3\lambda = 3\text{ \AA}.$$

**8.53.** Реакция  ${}^3\text{Li}(p, n){}^4\text{Be}$  является удобным источником монохроматических нейтронов в интервале  $0,2 \div 1,5$  МэВ. Для изменения энергии нейтронов можно менять как энергию первичных протонов, так и угол наблюдения. Найти: а) выделение энергии в реакции  ${}^3\text{Li}(p, n){}^4\text{Be}$ , зная массу атомов  ${}^3\text{Li}$ ,  ${}^4\text{Be}$ ,  ${}^1\text{H}$  и нейтрона в атомных единицах; б) при какой минимальной энергии протонов возможна эта реакция. Какова связь между энергиями нейтрона и протона в лабораторной системе и системе центра масс?



$$1) \text{ ЗСД: } Q = (M_p + M_n - M_{Be} - M_{Li}) C^2 = T_n + T_{Be} \\ \Downarrow -1.645 \text{ МэВ} - \text{Энергия поглощ.}$$

2) Расч. реакцию в CO  ${}^3\text{Li}$ : протон на него несет

$$P_{\text{кан}} = P_p = \sqrt{2M_p T_p} = M_p U$$

$P_{\text{кан}} = (M_n + M_{Be}) V$  — движутся с одинак. скоростью,  
т.к. мы имели  $T_{\text{погр.}}$  и  $V_{\text{отн. сум}} = 0$

**8.53.** а) При реакции поглощается энергия (см. табл. 7 в Приложении 2)  $Q = -931,5(7,016004 + 1,007825 - 7,016930 - 1,008665)$  МэВ = 1,645 МэВ.

б) Из закона сохранения энергии и импульса для неупругого процесса найдем, полагая  $m_n = m_p = m_{Be}/7 = m_{Li}/7$ :

1) в системе центра масс

$$\mathcal{E}_n^c = \mathcal{E}_p^c - \frac{7}{8}Q;$$

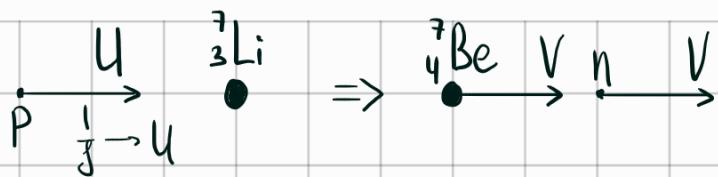
2) в лабораторной системе

$$\mathcal{E}_n = \frac{49}{64} \left[ (\mathcal{E}_p - \frac{8}{7}Q) + \frac{2}{7} \sqrt{\mathcal{E}_p (\mathcal{E}_p - \frac{8}{7}Q)} \cos \alpha_c + \frac{\mathcal{E}_p}{49} \right] =$$

$$= \frac{1}{64} \left[ \sqrt{\mathcal{E}_p} \cos \alpha + \sqrt{49(\mathcal{E}_p - \frac{8}{7}Q) - \mathcal{E}_p \sin^2 \alpha} \right]^2,$$

где  $\mathcal{E}_n^c$  и  $\mathcal{E}_n$  — энергии нейтрона в системе центра масс и лабораторной системе;  $\mathcal{E}_p^c$ ,  $\mathcal{E}_p$  — то же для протона;  $\alpha_c$  и  $\alpha$  — углы между направлениями скорости протона и нейтрона в системе центра масс и лабораторной системе.

Из формул видно, что минимальная энергия протона (порог реакции) в системе центра масс равна  $\mathcal{E}_p^c = (7/8)Q = 1,44$  МэВ, а в лабораторной системе  $\mathcal{E}_p = (8/7)Q = 1,88$  МэВ.



3) U:  $m_p U = (m_n + m_{Be}) V \approx 8 m_p V \rightarrow U = 8V$

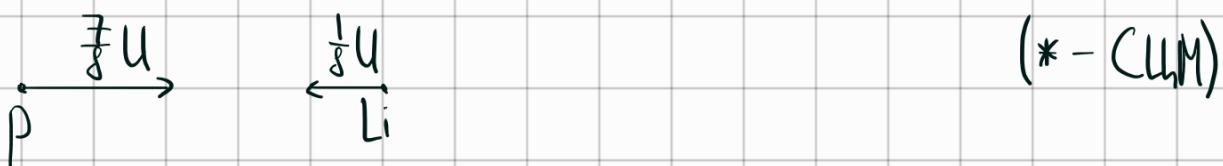
3) J:  $T_{KOH} = \frac{1}{2} (m_n + M_{Be}) V^2 \approx \frac{1}{2} \cdot 8 m_p V^2 = \frac{1}{16} m_p U^2 = \frac{1}{8} T_p$

$$T_{KOH} = \frac{1}{8} T_p = T_{Hart} + Q = T_p + Q \rightarrow Q = \frac{7}{8} T_p$$

$$\rightarrow T_p^{nuclear} = \frac{8}{7} Q = \frac{8}{7} \cdot 1.645 M_e B \approx 1.88 M_e B$$

3) B (CLIM):

$$T_p^{*}_{nuclear} = \left(\frac{7}{8}\right)^2 T_p = \left(\frac{7}{8}\right)^2 \cdot \frac{8}{7} Q = \frac{7}{8} Q \approx 1.44 M_e B$$



$$\cdot T_{Be}^* = \left(\frac{7}{8}\right)^2 T_p + \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot 8 T_p = \frac{7}{8} T_p; \quad T_p^* = \left(\frac{7}{8}\right)^2 T_p$$

$T_{Be}^* = T^* + Q$ , аналогично калории (как более легкий) попадут волны  
также этически

$$T_n^* = \frac{7}{8} T^*, \quad T_{Be}^* = \frac{1}{8} T^*$$



$$\cdot \frac{7}{8} T_{Be}^* = \frac{7}{8} T^* + \frac{7}{8} Q \rightarrow T_n^* = T_p^* - \frac{7}{8} Q$$

(1)  $\frac{49}{64} T_p - \frac{7}{8} Q = \left(\frac{7}{8}\right)^2 \left(T_p - \frac{7}{8} Q\right)$  — Относительные энергии  
простое в CLIM, переходы  
обратно в NCO

$$4) V_n^* = \sqrt{\frac{2 T_n^*}{m_n}} = \frac{7}{8} V, \quad \frac{m_n V^2}{2} = \frac{64}{49} \frac{m_n T_n^{*2}}{2} = \frac{64}{49} T^{*2}$$

$$V_c = \frac{1}{g} U = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2 T_p}{M_p}}$$

$$\cdot \vec{V}_n = \vec{V}_n^* + \vec{V}_c \Rightarrow V_n^2 = V_n^{*2} + 2V_c V_n^* \cos \lambda^* + V_c^2 - 1 \cdot \frac{m}{2}$$

$$\Rightarrow T_n = T_n^* + \frac{1}{64} T_p + \frac{1}{4} \sqrt{T_n^* T_p} \cos \lambda^*$$

$$(1) \Rightarrow T_n = \frac{49}{64} \left[ \left( T_p - \frac{g}{f} Q \right) + \frac{2}{7} \sqrt{T_p (T_p - \frac{g}{f} Q)} \cos \lambda^* + \frac{1}{49} T_p \right]$$

5) Переходим от  $\lambda^*$  к  $\lambda$

$$\cos \lambda = \frac{V_c + V_n^* \cos \lambda^*}{\sqrt{V_c^2 + V_n^{*2} + 2V_c V_n^* \cos \lambda^*}}, \quad \sin \lambda = \frac{V_n^* \sin \lambda^*}{V_n}$$

После небольших преобр. получим формулу из ответа !!

**9.4\*** Оценить эффективное сечение деления ядра  $^{235}_{92}\text{U}$  нейтронами с энергиями 0,025 эВ (тепловые нейтроны) и 10 кэВ. Считать, что сечение деления равно сечению образования составного ядра. Ядерный потенциал аппроксимировать прямоугольной одномерной потенциальной ямой глубиной 40 МэВ.



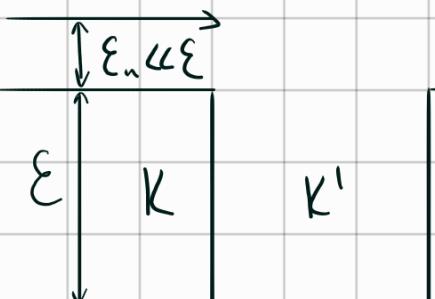
$$1) \bar{\sigma} = \pi (\Gamma_{\text{sep}} + \chi)^2$$

$$\cdot \Gamma_{\text{sep}} = 1.3 \cdot 10^{-13} \cdot 235^{1/3} \approx 8 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

$$\cdot \chi = \frac{\hbar}{P} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m \Sigma_h}} \approx \begin{cases} 3 \cdot 10^{-9} \text{ см} \gg \Gamma_{\text{sep}} & \text{тепловой} \\ 5 \cdot 10^{-11} \text{ см} \gg \Gamma_{\text{sep}} & 10 \text{ кэВ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{\sigma} = \pi \chi^2, \quad \bar{\sigma}_{AC^*} = \pi \chi^2 D$$

$$2) D = \frac{4KK'}{(K+K')^2} \approx \frac{4K}{K'}$$



$$\cdot K = \frac{1}{\lambda} = \frac{\sqrt{2m \Sigma_h}}{\hbar} \ll K' = \frac{\sqrt{2m(\epsilon + \epsilon_n)}}{\hbar}$$

$$3) \bar{\sigma}_{AC^*} = \pi \frac{1}{K^2} \cdot \frac{4K}{K'} = \frac{4\pi}{KK'} = \begin{cases} 2600 \text{ см}^{-2} \\ 4.1 \text{ см}^{-2} \end{cases}$$

$$(\delta H = 10^{-4} \text{ см}^2)$$

$$9.4^* \quad \sigma = \frac{4\pi}{kk'} \approx \begin{cases} 2600 \text{ бн} & (\text{тепловые нейтроны}), \\ 4,1 \text{ бн} & (\text{при } \mathcal{E} = 10 \text{ кэВ}), \end{cases} \quad \text{где } k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m\mathcal{E}}, \quad k' = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(\mathcal{E} + U_0)}.$$

Решение. При энергиях тепловых нейтронов дебройлевская длина волны нейтрона  $\lambda = \hbar/\sqrt{2m\mathcal{E}} = 3 \cdot 10^{-9}$  см  $\gg R_U = 8 \cdot 10^{-13}$  см, и сечение образования составного ядра  $\sigma \approx \pi \lambda^2 D$ , где  $D$  — коэффициент прохождения нейтронной волной границы ядра. Коэффициент прохождения  $D$  определяется соотношением (см. задачу 3.25)

Рис. 179

$$D = \frac{4kk'}{(k+k')^2} \approx \frac{4k}{k'},$$

где волновые числа  $k$  и  $k'$  определяются как коэффициенты в уравнениях Шредингера для областей вне ядра и внутри ядра (рис. 179):

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m\mathcal{E}}, \quad k' = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(\mathcal{E} + U_0)}.$$

Искомое сечение взаимодействия

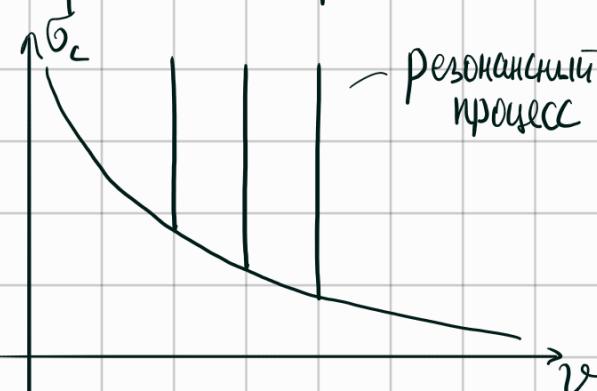
$$\sigma \approx \frac{4\pi}{kk'} \approx \frac{2\pi\hbar^2}{2\sqrt{\mathcal{E}U_0}} \approx 2600 \text{ бн.}$$

Для нейтрона с энергией 10 кэВ  $\lambda \approx 3 \cdot 10^{-9}$  см, и искомое сечение  $\sigma \approx 4,1$  бн. Как видно из формулы, при данных энергиях  $\sigma \propto 1/\sqrt{\mathcal{E}} \propto 1/v$ . Такая зависимость сечения деления от скорости нейтронов называется **законом Бетта**. Здесь он выполняется, поскольку рассматриваемые энергии лежат далеко от области резонансного поглощения нейтронов ядрами  $^{235}\text{U}$  ( $1 \div 100$  эВ).

**8.68.** При облучении ядра  $^{115}\text{In}$  нейtronами с энергией  $\mathcal{E} = 1,44$  эВ происходит их резонансное поглощение. Распад составного ядра происходит по двум каналам — радиационному (с испусканием  $\gamma$ -квантов) и упругому (с вылетом нейтрона). Полное сечение этой реакции равно  $\sigma_{\text{полн}} = 2,7 \cdot 10^4$  бн. Ширина нейтронного канала распада  $\Gamma_n = 1,2 \cdot 10^{-3}$  эВ. Оценить среднее время жизни составного ядра относительно испускания  $\gamma$ -квантов, считая, что  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ . Частицы считать бесспиновыми.

**8.68.**  $\tau \approx \frac{m_n \mathcal{E}_n \sigma_{\text{полн}}}{2\hbar \Gamma_n} = 4,1 \cdot 10^{-15}$  с. Если учесть статистический фактор, то в знаменатель надо добавить (см. задачу 8.61)  $\frac{2J^*+1}{2(2J+1)}$ , где  $J^* = 5$  — полный момент (спин) составного ядра  $^{116}\text{In}$ , 2 — число проекций спина нейтрона,  $J = 9/2$  — полный момент (спин) ядра  $^{115}\text{In}$ ,  $g = 0,55$  и  $\tau$  будет равно  $7,45 \cdot 10^{-15}$  с.

## 1) Брейт-Виннер



резонансный процесс



$$\sigma_{a,b} = \pi \chi^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_{\text{расщеп}})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

где  $\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b$  — полная ширина  
 $\Gamma_a$  — ширина выхода канала  
 $\Gamma_b$  — II- выход — II-

$$\Gamma_j \downarrow$$

$$\sigma_{\text{полн}} = \pi \chi^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_j}{(E - E_p)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} = 4\pi \chi^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_j}{(\Gamma_n + \Gamma_j)^2} \approx 4\pi \chi^2 \frac{\Gamma_n}{\Gamma_j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Gamma_j = \frac{4\pi \chi^2 \Gamma_n}{\sigma_{\text{полн}}}.$$

$$\tau_j = \frac{\hbar}{\Gamma_j} = \frac{\hbar \sigma_{\text{полн}}}{4\pi \chi^2 \Gamma_n} = \frac{\hbar \sigma_{\text{полн}} \cdot 2m \mathcal{E}_n}{4\pi \Gamma_n \hbar^2}$$

$$\tau_j = \frac{\sigma_{\text{полн}} \cdot m \mathcal{E}_n}{2\pi \hbar \Gamma_n} = \frac{2,7 \cdot 10^4 \cdot 10^{-24} \cdot 1,67 \cdot 10^{-24} \cdot 1,44}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,054 \cdot 10^{-27}} \approx 8,2 \cdot 10^{-15} \text{ с}$$

**9.5.** Сечение деления  $^{238}_{92}\text{U}$  быстрыми нейтронами с энергией  $\mathcal{E} = 5 \text{ МэВ}$  равно  $\sigma(n, f) = \sigma_{\text{дел}} = 0,5 \text{ бн}$ . Какова относительная вероятность этого нерезонансного процесса по отношению ко всем процессам, идущим через компаунд-состояние? Глубину одномерной прямоугольной потенциальной ямы ядра урана принять равной  $U = 50 \text{ МэВ}$ .

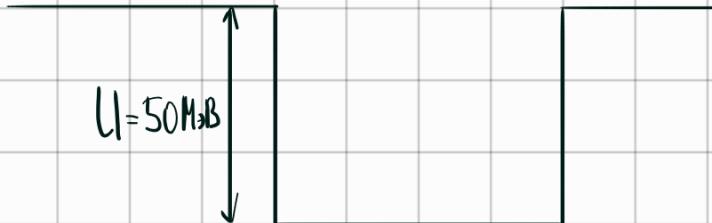
$$1) \lambda = \frac{\sigma_{\text{дел}}}{\sigma_{\text{AC*}}}$$

$$2) \sigma = \pi (r_a + \lambda)^2 \approx \pi r_a^2$$

$$\cdot r_a = 1.3 \cdot 10^{-13} \sqrt[3]{A} \approx 8.06 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

$$\cdot \lambda = \frac{\hbar}{P} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m\mathcal{E}}} = \frac{1.054 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 50 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}} \approx 6.4 \cdot 10^{-14} \text{ см} \ll r_a$$

$$3) \xrightarrow{\mathcal{E} = 5 \text{ МэВ}}$$



$$D = \frac{4K_1 K_2}{(K_1 + K_2)^2} = \frac{4\sqrt{E} \sqrt{E+U}}{(E + \sqrt{E+U})^2} = \frac{4\sqrt{\pi}}{(1 + \sqrt{\pi})^2} \approx 0.712$$

$$K_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

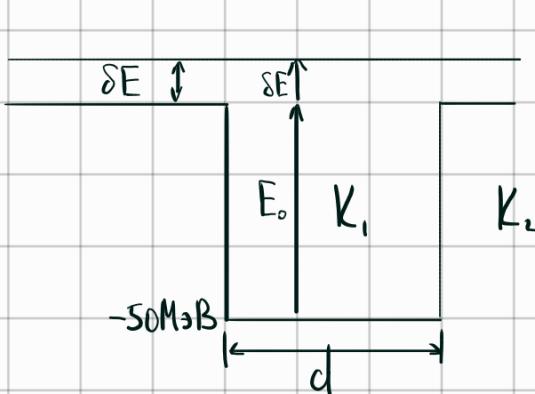
$$K_2 = \frac{\sqrt{2m(E+U)}}{\hbar}$$

$$4) \text{Уточн.: } \lambda = \frac{\sigma_{\text{дел}}}{\sigma_{\text{AC*}}} = \frac{\sigma_{\text{дел}}}{\pi r_a^2 D} = \frac{0.5 \cdot 10^{-24}}{3.14 \cdot (8.06 \cdot 10^{-13})^2 \cdot 0.712} \approx 0.3$$

**9.5.**  $\sigma_c = \pi(R + \lambda)^2 D = 2,3 \text{ бн}$ , где  $D = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} \approx 0,7$ ,  $\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2m\mathcal{E}}}$ . Относительная вероятность деления к полной вероятности реакций, идущих через составное ядро,  $\Gamma_{\text{дел}}/\Gamma_{\text{сост}} = \sigma_{\text{дел}}/\sigma_c \approx 0,2$ .

**T.11.** В некоторых ядрах возможно выбивание нейтрона при поглощении гамма-кванта (так называемые фотонейтроны). Например, ядро висмута-209 может испускать нейtron при поглощении гамма кванта с энергией более  $E_0 = 7,46$  МэВ. Оценить время, через которое фотонейtron покинет родительское ядро  $^{209}\text{Bi}$  после поглощения гамма кванта, если энергия гамма-кванта больше пороговой на  $\delta E = 0,01$  МэВ. Для оценки считать эффективный потенциал в ядре висмута прямоугольной одномерной потенциальной ямой глубиной  $U = 50$  МэВ и шириной  $d = 14$  фм. Сравнить уширение уровня с его энергией

Ответ:  $\tau = 2,55 \cdot 10^{-21}$  с;  $\delta E = \hbar/\tau \approx 250$  кэВ  $\gg \delta E = 10$  кэВ



$$1) D = \frac{4K_1 K_2}{(K_1 + K_2)^2} \approx \frac{4K_2}{K_1} = 4\sqrt{\frac{\delta E}{U}} \approx 5.66\% - \text{против}$$

$$K_1 = \frac{\sqrt{2m(U+\delta E)}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mU}}{\hbar} \gg \frac{\sqrt{2m\delta E}}{\hbar} = K_2$$

2) То есть нейтрон ударяется об стены ямы и с шансом 5.66% выпадает

$$V = \sqrt{\frac{2U}{m}} = \sqrt{\frac{2U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}}{1.67 \cdot 10^{-24}}} \approx 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{с}} = \frac{1}{3} \text{с} - \text{будем оставаться}$$

$$\nu = \frac{V}{d} = \frac{10^{10}}{14 \cdot 10^{-13}} \approx 0.7 \cdot 10^{22} - \text{частота ударов}$$

в керні. приближени

$$(50 \text{MeV} - U \ll m_n c^2 \approx 940 \text{ MeV})$$

$$3) \tau \sim \frac{1}{\nu D} = \frac{1}{0.7 \cdot 10^{22} \cdot 0.0566} \approx 2.5 \cdot 10^{-24} \text{ с}$$

$$4) \text{Соотн. квонр.: } \Delta E \tau \sim \hbar \Rightarrow \Delta E \sim \frac{\hbar}{\tau} = \frac{1.054 \cdot 10^{-17}}{2.5 \cdot 10^{-24} \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}} \approx 260 \text{ кэВ} \gg \delta E$$

# Неделя 14

## Частицы

Лептоны

I	II	III	зар.
$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	0
$e^-$	$\mu^-$	$\tau^-$	-1

Стрекозы

- 1) Саранчи  $B=1$
- 2) Мезоны  $B=0$

Лептонный заряд

$L_e$  - 1 для  $e^-, \nu_e$ ; 0 иначе

$L_\mu$  - аналог  
 $L_\tau$

поколение

I	II	III	зар.	B
u	c	t	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
d	s	b	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

(переходы по горизонтали)  
невозможны

Например:  $p = (uud)$   $\rightarrow q = e; B=1$   
 $n = (ddu) \rightarrow q = 0; B=1$

Резонанс (частца):  $\tau \sim 10^{-23} \text{ с}$

$$\Delta^+ = (u u u)$$

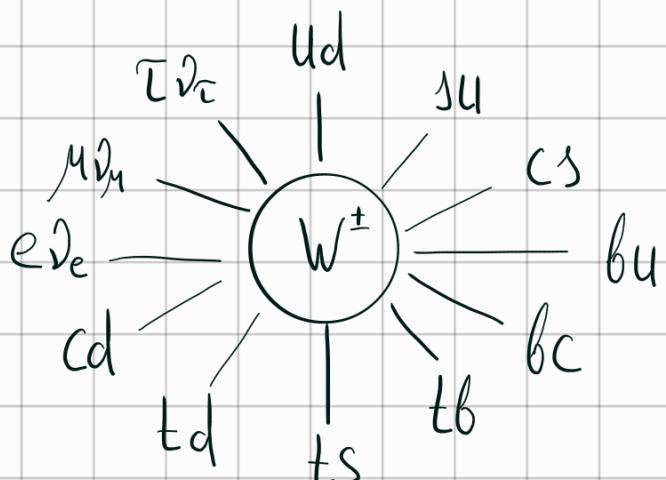
$$\Delta^- = (d d d)$$

Реакции через  $W^\pm$ -bosон

Пример:

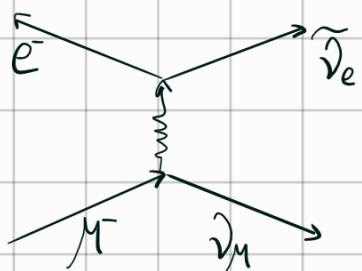
$$N \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (\leftrightarrow)$$

$$\begin{array}{l} B \\ I \\ Le \\ \text{Зар} \end{array} \begin{array}{l} 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 \\ 0 \rightarrow 0 + 1 - 1 \\ 0 \rightarrow 1 - 1 + 0 \end{array}$$



☞  $n = \begin{pmatrix} d \\ d \\ u \\ u \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ d \\ u \\ d \end{pmatrix} = p$

Пример:  $M^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu$  / реакции строят на основе сохранения  $q_1, L_e, L_\mu, L_\tau, B$

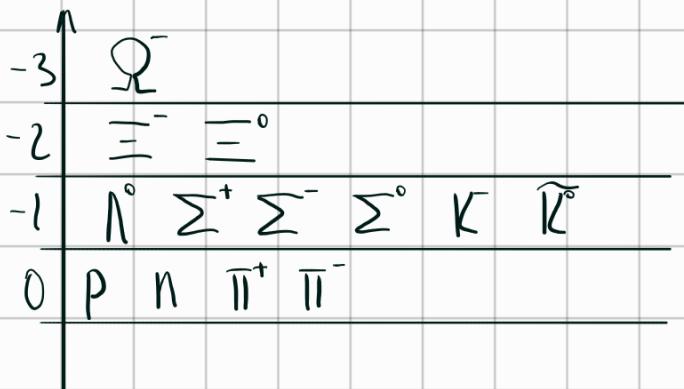


Пороговая Энергия Реакции:



$$E_{min} = \frac{(\sum m_c c^2)^2 - (m_a + m_b)^2 c^4}{2 m_b c^2}$$

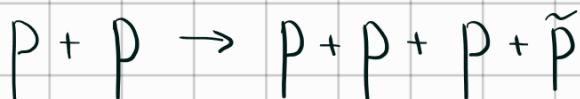
$S$  (странности) — характеристика 3-кварков



14

1 - 7  
дек.Фундаментальные взаимо-  
действия и частицы.0-14-1,  
0-14-210.69,  
10.62, 10.9210.21,  
10.99,  
T.12

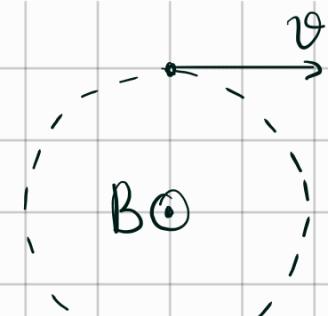
**0-14-1.** Определите минимальную кинетическую энергию протона, налетающего на неподвижный протон, необходимую для рождения пары протон–антинпротон.



|| 1/3 Теории:

$$T_{\min} = \frac{(4m_p c^4) - (2m_p c^4)}{2m_p c^2} = 6 m_p c^2 = 6 \cdot 940 M_e B \approx 5.6 \text{ ГэВ}$$

**0-14-2.** Определить энергию релятивистского электрона, если радиус кривизны его следа в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле  $B = 10^5 \text{ Гс}$ , составляет  $R = 2 \text{ м}$ .



$$1) |F| = |e[\frac{v}{c}, B]| = e \frac{v}{c} B$$

$$2) \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} = \frac{d}{dt}(jmv\vec{\vartheta}) = \left| \begin{array}{l} j = \text{const} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{v} = \frac{v^2}{R} \end{array} \right| = jm\vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\frac{dp}{dt} = F = jm \frac{v^2}{R} = e \frac{v}{c} B \rightarrow$$

$$\rightarrow p = jm v = \frac{eRB}{c} = \frac{4.8 \cdot 10^{-10} \cdot 200 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{10}} \approx 3.2 \cdot 10^{13} \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$3) E = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} = \sqrt{e^2 R^2 B^2 + m_e^2 c^4} = \sqrt{\left(\frac{3.2 \cdot 10^{13} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{1.6 \cdot 10^{-11}}\right)^2 + (0.511 \cdot 10^6)^2} = 6 \text{ ГэВ}$$

**10.69\*** В реакциях при больших энергиях ( $\sim 100 \text{ ГэВ}$ ) известны полные сечения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  соответственно для реакций  $K^+ + \Sigma^+$  и  $K^+ + \Xi^0$ . Определить на основе кварковой модели сечение  $\sigma_3$  для реакции  $K^+ + \Omega^-$ .

0)  $K^+ - \text{Мезон } (B=0), S=+1 \Rightarrow \exists \tilde{S} \Rightarrow K^+ = (u \tilde{s})$

(м. Теорию)

Чтобы  $B=0, q=1, S=1$

$B=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=0$

$q=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=1$

$S=0+1=1$

$$\Sigma^+ - \text{Баррон } (B=1), S=-1 \Rightarrow \exists S \Rightarrow \Sigma^+ = (u u s)$$

$$\Xi^0 - \text{Баррон } (B=1), S=-2 \Rightarrow \exists S, S \Rightarrow \Xi^0 = (u s s)$$

$$\Omega^- - \text{Баррон } (B=1), S=-3 \Rightarrow \Omega^- = (s s s)$$

2) При  $\mathcal{E} \gg mc^2$  по Т. Померанчука  $\sigma(xy) = \sigma(x\bar{y})$

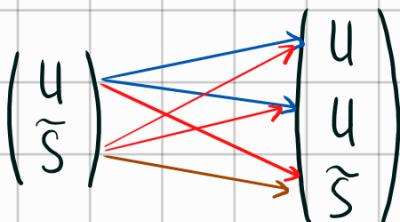
Также  $\sigma(xy) \approx \sigma(xz)$ , если夸克  $y$  и  $z$  одинаковы поколения

$$\Rightarrow \bar{\sigma}_a = \sigma(uu) = \sigma(u\bar{d}) = \sigma(\bar{u}d) = \sigma(\bar{u}\bar{d}) \quad \text{(blue wavy line)}$$

$$\bar{\sigma}_b = \sigma(us) = \sigma(d\bar{s}) = \sigma(u\bar{s}) = \sigma(\bar{u}s) = \dots \quad \text{(red wavy line)}$$

$$\bar{\sigma}_c = \sigma(ss) = \sigma(s\bar{s}) = \sigma(\bar{s}s) = \sigma(\bar{s}\bar{s}) \quad \text{(orange wavy line)}$$

3)  $\cdot K^+ + \Sigma^+$ :  $\bar{\sigma}_1 = 2\bar{\sigma}_a + 3\bar{\sigma}_b + \bar{\sigma}_c$



$\cdot K^+ + \Xi^0$ :  $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_a + 3\bar{\sigma}_b + 2\bar{\sigma}_c$

10.69\*:  $\sigma_3 = 2\sigma_2 - \sigma_1$ .

Решение. Квартовый состав частиц из задачи:

$$K^+ = (u\bar{s}), \quad \Sigma^+ = (u\bar{u}), \quad \Xi^0 = (u\bar{s}\bar{s}), \quad \Omega^- = (s\bar{s}).$$

Обозначим сечения взаимодействия夸克ов, имея в виду, что в задаче могут взаимодействовать夸克 двух поколений:  $u$  — из первого поколения,  $s$  — из второго. Кроме того, заметим, что при  $\mathcal{E} \gg mc^2$  сечения рассеяния частица-частица и частица-античастица одинаковы (теорема Померанчука). Таким образом,

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \sigma(uu) \approx \sigma(u\bar{d}) = \sigma(u\bar{d}) = \sigma(\bar{u}\bar{d}); \\ \sigma_b &= \sigma(us) = \sigma(u\bar{s}) \approx \sigma(\bar{d}s) = \sigma(\bar{d}s) \text{ и т. д.}; \\ \sigma_c &= \sigma(ss) = \sigma(s\bar{s}) = \sigma(s\bar{s}). \end{aligned}$$

Рассмотрим в качестве примера первую реакцию (рис. 183). Стрелками обозначены взаимодействия夸克ов: сплошная стрелка — с сечением  $\sigma_a$ ; штриховая стрелка — с сечением  $\sigma_b$ ; волнистая стрелка — с сечением  $\sigma_c$ . При указанных в задаче энергиях дебройлевская длина волн кварков оказывается много меньше размера частиц, поэтому можно считать, что происходят только одночастичные взаимодействия夸克ов, и в каждой из указанных реакций надо просуммировать сечения по всем возможным каналам. Таким образом, сечение взаимодействия

$$\sigma_1 = 2\sigma_a + 3\sigma_b + \sigma_c.$$

Вторая реакция  $K^+ + \Xi^0$  дает сечение

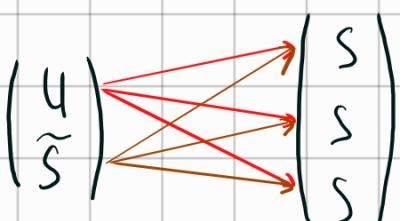
$$\sigma_2 = \sigma_a + 3\sigma_b + 2\sigma_c.$$

Аналогичное рассмотрение взаимодействия  $K^+ + \Omega^-$  приводит к следующему выражению:

$$\sigma_3 = 3\sigma_b + 3\sigma_c.$$

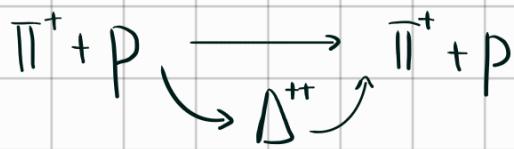
Решая полученную систему уравнений, выражаем неизвестное сечение  $\sigma_3$  через заданные сечения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ :

$$\sigma_3 = 2\sigma_2 - \sigma_1.$$

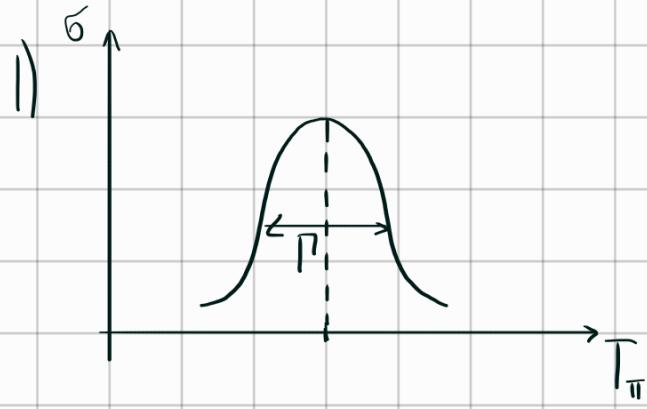


4) Выразим  $\sigma_3$  через  $\bar{\sigma}_1$  и  $\bar{\sigma}_2$ :  $\bar{\sigma}_3 = 2\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1$

**10.62.** В полном сечении реакции  $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$  при  $T_\pi = 190$  МэВ наблюдается резонанс с полной шириной  $\Gamma = 120$  МэВ, называемый  $\Delta^{++}$ -изобарой. Определить время жизни и энергию покоя этой частицы.



$$\Delta^{++} = (\text{ууу})$$



$$\bar{\sigma}_{\text{упр}} = \pi \chi^2 \frac{\Gamma^2}{(E - E_{\text{рас}}) - \Gamma/4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{\sigma}_{\text{упр}}^{\max} = 4\pi \chi^2$$

$$2) \tau \cdot \Gamma \sim \hbar \Rightarrow \tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{1.054 \cdot 10^{-37}}{120 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}} \approx 5.5 \cdot 10^{-24} \text{ с}$$

$$3) \text{ ЗС: } E_\pi + m_p c^2 = E_\Delta$$

$$\text{ЗСИ: } p_\pi = p_\Delta$$

$$E_\pi^2 + 2E_\pi m_p c^2 + m_p^2 c^4 = E_\Delta^2 = p_\Delta^2 c^2 + m_\Delta^2 c^4$$

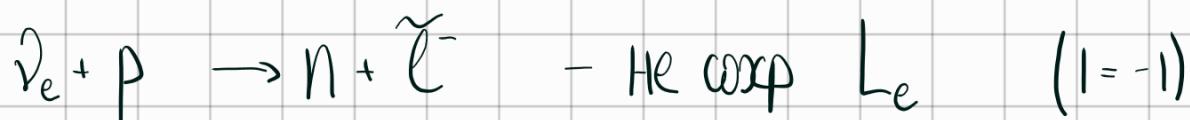
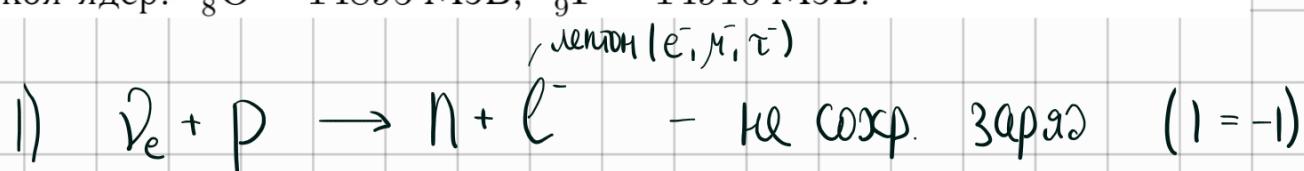
$$\cancel{p_\pi^2 c^2 + m_\pi^2 c^4}$$

$$m_\pi^2 c^4 + 2(E_\pi + m_\pi c^2)m_p c^2 + m_p^2 c^4 = m_\Delta^2 c^4 \Rightarrow$$

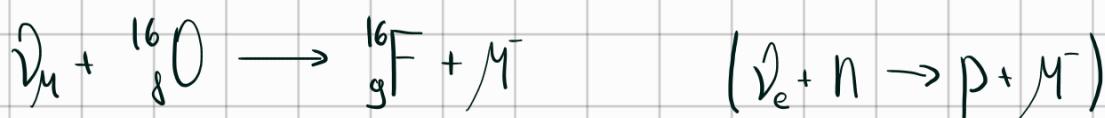
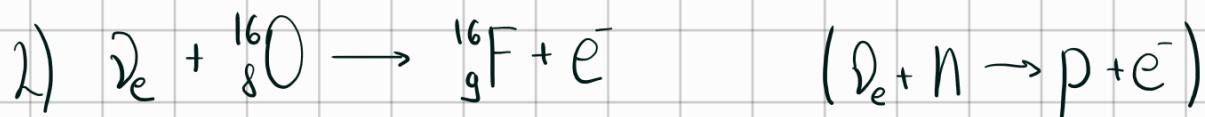
$$\Rightarrow m_\Delta c^2 = \sqrt{(m_\pi + m_p)^2 c^4 + 2m_p c^2 \Gamma_\pi} = \sqrt{(135 + 940)^2 + 2 \cdot 940 \cdot 190} \approx 1232.5 \text{ МэВ}$$

**10.62.**  $m_\Delta c^2 = 2m_p c^2 T_\pi + (m_p + m_\pi)^2 c^4 = 1232.5$  МэВ;  $\tau \approx \hbar/\Gamma = 5.5 \cdot 10^{-24}$  с.

**10.92.** Обыкновенная вода  $H_2O$  используется для регистрации нейтрино по реакции, обратной  $K$ -захвату. Регистрируются вторичные заряженные лептоны. Какова пороговая энергия регистрируемых таким детектором нейтрино? При какой энергии нейтрино возможна регистрация как электронных, так и мюонных нейтрино? Энергии покоя ядер:  $^{16}_8O - 14895 \text{ МэВ}$ ,  $^{16}_9F - 14910 \text{ МэВ}$ .



$\Rightarrow \bar{\nu}_e + p$  — реакция запрещена  $\Rightarrow$  происходит  $\bar{\nu}_e + n$

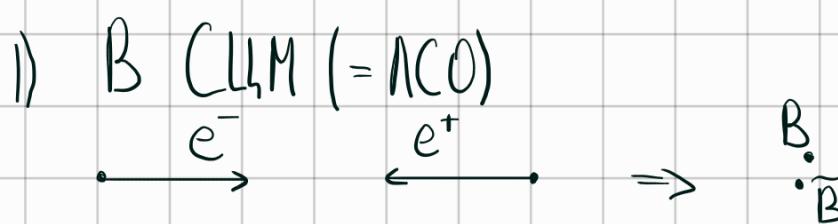


$$3) \sum_{\bar{\nu}_e}^{\text{пор}} = \frac{(M_F c^2 + M_e c^2)^2 - M_o^2 c^4}{2 M_o c^2} = \frac{14.91^2 - 14.895^2}{2 \cdot 14.895} \approx 15.5 \text{ МэВ}$$

$$\sum_{\bar{\nu}_\mu}^{\text{пор}} = \frac{(M_F c^2 + M_\mu c^2)^2 - M_o^2 c^4}{2 M_o c^2} \approx \frac{15.015^2 - 14.895^2}{2 \cdot 14.895} \approx 121.5 \text{ МэВ}$$

**10.92.**  $\mathcal{E}_{\bar{\nu}_e}^{\text{пор}} = 15.5 \text{ МэВ}; \mathcal{E}_{\bar{\nu}_\mu}^{\text{пор}} = 121.5 \text{ МэВ.}$

**10.21.** Определить, выше какой минимальной энергии  $\mathcal{E}_{\min}$  встречных электрон-позитронных пучков, имеющих одинаковую энергию, могут рождаться частицы из семейства «красивых» (B-мезоны). Энергия покоя B-мезона  $m_B c^2 \approx 5279 \text{ МэВ.}$



2) Зад.:  $\vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} = \vec{0} \Rightarrow$  для  $E_{\min}$  B-мезоны будут покоящимися

Зад.:  $\mathcal{E}_{\min} = E_{e^-} + E_{e^+} \approx 2 T_e = 2 m_B c^2 \approx 10.56 \text{ ГэВ}$

**10.21.**  $\mathcal{E}_{\min} \geq 2m_B c^2 \approx 10.56 \text{ ГэВ.}$

**10.99.** В августе 2008 г. группа BABAR Collaboration сообщила о регистрации  $\eta_b(1S)$ -мезона — основного состояния боттомониума, соответствующего антипараллельной ориентации спинов пары  $(b, \bar{b})$  (так называемый паработтомониум в состоянии  $1^1S_0$ ). На встречных  $(e^-, e^+)$ -пучках при суммарной энергии  $\mathcal{E} = 10355$  МэВ рождался  $\Upsilon(3S)$ -мезон, соответствующий возбужденному состоянию системы  $(bb)$  с параллельными спинами (так называемый ортоботтомониум в состоянии  $3^3S_1$ ). Рожденный мезон распадался на мезон  $\eta_b(1S)$  и  $\gamma$ -квант:  $\Upsilon(3S) \rightarrow \eta_b(1S) + \gamma$ . Определить массу  $\eta_b(1S)$ -мезона и типа испускаемого  $\gamma$ -кванта, если энергия  $\gamma$ -кванта  $E_\gamma = 921,2$  МэВ. Какова разница в энергиях основных состояний орто- и паработтомониума, определяемая переворотом спина одного из夸克ов? Масса основного состояния ортоботтомониума  $m_{\Upsilon(1S)} = 9460,4$  МэВ/с<sup>2</sup>. (См. также задачи 10.56, 10.59 и 10.60.)

$$\eta_b(1S) = (b\bar{b}) - \text{паработтомониум} \quad (11)$$

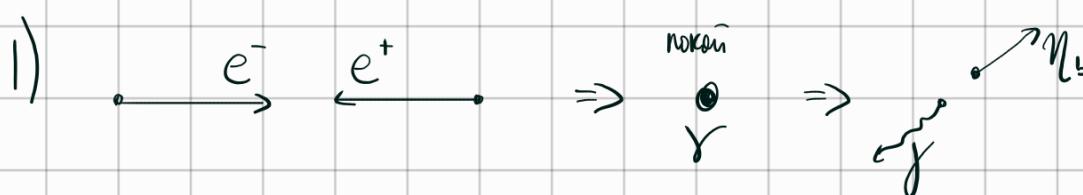
$$e^- + e^+ \rightarrow \Upsilon(3S) - \text{ортоботтомониум} \quad (11)$$

$$\mathcal{E} = 10355 \text{ МэВ}$$

$$\Upsilon(3S) \rightarrow \eta_b(1S) + \gamma, \quad E_\gamma = 921,2 \text{ МэВ}$$

$$M_\gamma c^2 = 9460,4 \text{ МэВ}, \quad M_\eta c^2 = ? \quad \text{так} \quad \gamma = ?$$

$$\Delta M c^2 = M_\gamma c^2 - M_\eta c^2$$



ЗСУ:  $\vec{P}_{\text{кан}} = \vec{0} = \vec{P}_\gamma + \vec{P}_{\eta_b} \rightarrow P_\gamma = P_{\eta_b} = P$

ЗСЭ:  $E = M_\gamma c^2 = \sqrt{M_\eta^2 c^4 + P^2 c^2} + P c = \sqrt{M_\eta^2 c^4 + E_\gamma^2} + E_\gamma$

$$\Rightarrow M_\eta c^2 = \sqrt{(E - E_\gamma)^2 - E_\gamma^2} = E \sqrt{1 - \frac{E_\gamma^2}{E^2}} = 9388,7 \text{ МэВ}$$

2)  $\Delta M c^2 = M_\gamma c^2 - M_\eta c^2 = (9460,4 - 9388,7) \text{ МэВ} = 71,7 \text{ МэВ}$

3)  $\Upsilon(3S) \rightarrow \eta_b(1S)$ : правила отбора

$$P = (-1)^l$$

$$P_u \cdot P_v = \begin{cases} (-1)^j - E_j \\ (-1)^{j+1} - M_j \end{cases} \rightarrow M_1, E_2, M_3, \dots$$

$$0 > |\bar{I}_h - \bar{I}_k| \leq j \leq |\bar{I}_h + \bar{I}_k| = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \rightarrow j = 0, 1, \text{ подходит M1}$$

**10.99.**  $m_{\eta_b(1S)} = \frac{\mathcal{E}}{c^2} \sqrt{1 - \frac{2\mathcal{E}_\gamma}{\mathcal{E}}} = 9388,7 \frac{\text{МэВ}}{c^2}; \Delta m = m_{\Upsilon(1S)} - m_{\eta_b(1S)} = 71,4 \frac{\text{МэВ}}{c^2}$ . Испускается магнитный дипольный  $\gamma$ -квант M1.

**T.12.** Мюонное нейтрино, попав в жидколоводородную камеру, рождает W-бозон при рассеянии на протоне. Порог образования - энергия нейтрино 3.5 ТэВ. Определите заряд образующегося W-бозона. Оцените по этим данным массу бозона и характерный радиус слабого взаимодействия.

Ответ: +1; 81 ГэВ;  $10^{-16}$  см

1)  $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \bar{\mu} + p + W^+$  - именно  $W^+$ , чтобы сохр. заряда

2)  $E_\gamma^{\text{пор}} = \frac{(M_p c^2 + M_w c^2 + M_\mu c^2)^2 - (M_p c^2)^2}{2 M_p c^2}$

$$\frac{(940 + M_w c^2 + 106)^2 - 940^2}{2 \cdot 940} = 3'500'000 \Rightarrow M_w c^2 \approx 80 \text{ ГэВ}$$

3)  $\Delta E \Delta \tau \sim \hbar \rightarrow \tau \sim \frac{\hbar}{M_w c^2}$

$$r_s \sim C \tau \sim \frac{\hbar c}{M_w c^2} = \frac{200 \text{ МэВ фм}}{80'000 \text{ МэВ}} \sim 10^{-16} \text{ см}$$