

# 1. Наивная(Канторовская) теория множеств

1. Множества  $A, B, \dots, F_1, G_{10}$
2.  $a \in A$
3.  $A = B - (\forall x \in A : x \in B)$
4. Порядок элементов в множестве несущественен
5. Элементы не могут повторяться

Множество - многое, мыслимое нами как единое целое.

## Способы задания множества:

1. Множество задаётся набором элементов:
  - $A = \{1, 2, a, c\}, B = \{a, b, c, d\}, C = \{a_1, \dots, a_n\}$
2. Множество формируется из элементов другого множества:
  - $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ and } \sqrt{x^2 + 1} < 3\}$ , где  $P(x)$  - **предикат** (условие)
  - $B = \{x : x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{N}\}$
3. Множество формируется из элементов этого же множества:
  - $F = \{f(i) : f(0) = 1, f(1) = 1, f(i) = f(i-1) + f(i-2), i = 2, 3, \dots\}$

**Опр.** Множество, состоящее из конечного числа элементов, называется **конечным**, из бесконечно числа элементов - **бесконечным**.

**Опр.** Множество, не содержащее элементов, называется **пустым множеством** ( $\emptyset$ ).

**Опр.** Множество, состоящее из элементов, образующих все возможные множества данной задачи или класса задач, называется **универсальным**:  $U$

**Опр.** Множество  $B$  называется подмножеством множества  $A$ , если каждый элемент  $B$  является элементом  $A$ .

**Обоз.**  $B \subseteq A$  - нестрогое включение (" $A$  включает  $B$ " или " $B$  содержится в  $A$ ")

По опр.:

- $\emptyset \subseteq A$
- $A \subseteq U$
- $(A = B) \iff (A \subseteq B \text{ и } B \subseteq A)$
- $B \subseteq A, A \equiv B \Rightarrow B \subset A$  - строгое включение,  $B$  - собственное подмножество  $A$

**Опр.** Булеан - множество всех подмножеств  $A$

**Обоз.**  $2^A, 2^{2^A} \dots$

## Свойства включения множеств:

1.  $A \subseteq A$
2.  $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

$|A|$  - мощность множества  $A$  по Кантору

$|A| = |B| = n = \text{const}$

$|A| = |B| \Rightarrow A = B$

$|A| < \infty$  - конечное множество

$|A| = \infty$  - бесконечное множество

Если  $A$  - бесконечное множество, то оно равномощно некоторому подмножеству.

Множество, у которого отсутствует равномощное ему собственное подмножество, называется конечным.

**Теорема.** Множество, имеющее бесконечное подмножество, само бесконечно.

**Следствие.** Все подмножества конечного множества конечны.

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = |A_1| + \dots + |A_n| - (|A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| + \dots + |A_{n-1} \cap A_n|) + \\ + (|A_1 \cap A_2 \cap A_3| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n|) - \dots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|$$