

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ «КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ» (модуль 1).
2 КУРС, 3 СЕМЕСТР, ИУ6.**

Вариант 1.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{x/2}^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{x/2}^{2/x} f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 9x$, $x = y$, $x + y = 2$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $z = x^2 + y^2 + 1$ (внутри параболоида).

Вариант 2.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 - 4y^2$, $z = 0$, $x = 4$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 - z^2 = 9$, $z = 0$, $z = 4$.

Вариант 3.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4x$; $z^2 = 4 - 4x$; $y = 0$; $x + y = 2$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $(x - 1)^2 + y^2 = 1$; $z = 0$.

Вариант 4.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 = 4y$; $y + z = 4$; $y + 2z = 4$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$; $x + y + z = 4$.

Вариант 5.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_2^4 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $y = x^2$; $y = 1$; $z = 0$.
3. Вычислить объёмы частей шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, на которые он делится плоскостью $z = 1$.

Вариант 6.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^3 dx \int_{x^2}^{3+2x} f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - y^2$; $x = 0$; $z = x$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $(x - 1)^2 + y^2 = 1$; $z = 0$; $x + y + z = 4$.

Вариант 7.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 1 - x^2$; $z = 1 - y^2$; $z = 0$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z = \sqrt{7}$, $z = 2\sqrt{3}$.

Вариант 8.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_1^2 dx \int_{2/x}^{2x} f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4xy$; $z = 0$; $y = 2$; $x + y = 4$, $y > 2$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 8 - y^2$; $z = 2x^2 + y^2$.

Вариант 9.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = y$, $z^2 = 4 - y$, $x + y = 4$, $x = 0$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 9 - x^2 - y^2$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = 4$ (вне цилиндра).

Вариант 10.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{2x-x^2}}^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 - z^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 9$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2$; $y = 0$; $z = y$.

Вариант 11.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-8/3}^0 dy \int_{-2(y+1)}^{\sqrt{4+y^2}} f(x, y) dx$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4y$; $x = y$; $x + y = 2$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 6$; $z = x^2 + y^2$ (внутри параболоида).

Вариант 12.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^0 f(x, y) dy$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2$; $z = 1 - y^2$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $y = 0$; $z = 0$; $x + y + z = 4$; $2x + z = 4$.

Вариант 13.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^{\sqrt{y+1}} dx$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = y$; $y = x^2$; $z = 2 - y$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + (y - 2)^2 = 4$; $z = 0$; $z = 6 - x$.

Вариант 14.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-y^2/2}^{1-y^2} f(x, y) dx$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 0$; $y = 1$; $y = 2x$; $y = 6 - x$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = x^2 + y^2$; $2z^2 = x^2 + y^2 + 1$.

Вариант 15.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 2 - x^2$; $z = x$; $y = x$; $y = 2x$, ($x \geq 0, y \geq 0$).
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$; $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$.

Вариант 16.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = y^2$; $z = 4$; $y = 3 - x$; $x = 0$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$; $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (вне цилиндра).

Вариант 17.

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^x f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 2x^2 + 2y^2$; $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 0$; $y = 2 + 2x$; $y = x/2 - 1$; $x + y = 2$; $z = 1 + y^2$.

Вариант 18.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}-2} f(x, y) dy.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = x^2 + 2y^2$; $y = x$; $y = 2x$; $x = 1$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 10 - x^2$; $z = 0$; $x^2 + y^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 9$.

Вариант 19.

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-x^2-4x}}^{\sqrt{-x^2-4x}} f(x, y) dy + \int_{-2}^{\sqrt{8}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 + 2y^2 = 8$; $y = x - 2$; $y = -x - 2$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 0$; $z = 4 - x^2 - y^2$; $z = 2(4 - x^2 - y^2)$; $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$; $y = \sqrt{3}x$; ($x \geq 0$); ($y \geq 0$).

Вариант 20.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{2x-1}^{(x+1)/2} f(x, y) dy.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + 2y^2$; $z = 8 - x^2$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = \frac{2}{y}$; $x + y + z = 3$; $z + y - 2x = 3$.

Вариант 21.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-2}^0 dx \int_{-x-2}^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2 - y^2$; $z = 4 - 2y$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - y^2$; $z = 0$, $y = 2 - x^2$.

Вариант 22.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-2}^2 dx \int_{-2+\sqrt{4-x^2}}^{2+\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2$; $y + z = 4$; $z = 0$; $y = 0$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 6$; $z = 10 - x^2 - y^2$.

Вариант 23.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^{8/3} dx \int_{2x-2}^{\sqrt{4+x^2}} f(x, y) dy.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 8 - x^2$; $z = 3y$; $z = 8 - y$; $y = 0$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 5 - x^2 - y^2$; $z = 1$.

Вариант 24.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dy \int_{2y-1}^{(y+1)/2} f(x, y) dx.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $4z = x^2$; $y = 0$; $y + z = 4$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 1$; $z = 4$.

Вариант 25.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^{2-x} f(x, y) dy.$
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $y + z = 2$; $z = 0$; $4z + 2y + x = 8$; $2z + x + y = 4$.
3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 2x$.

Вариант 26.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^0 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

Задача 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = \sqrt{4-x}$; $y^2 = 4-x$; $z = 0$; $x = 0$.

Задача 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 4$; $y = 1$, ($y > 1$).

Вариант 27.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x + z = 1$; $x + y = 1$; $x = 0$; $y = 0$; $z = 0$.

Задача 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + z^2 = 5a^2$; $x^2 - y^2 + z^2 = 4a^2$.

Вариант 28.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt{y+1}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx.$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = y^2$; $z = y$; $y = x$; $x = 1$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 9 - x^2 - y^2$; $z = 0$; $x^2 + y^2 = 4$ (вне цилиндра).

Вариант 29.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{-2+\frac{1}{2}(x-2)^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = -y^2 - 2$; $z = y$; $y = x$; $x = 0$, $z = 0$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 - z^2 = 0$; $x^2 + y^2 = a^2$; $x^2 + y^2 = 4a^2$.

Вариант 30.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^3 dy \int_{y-3}^0 f(x, y) dx + \int_3^6 dy \int_0^{y-3} f(x, y) dx.$$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y^2 - x^2 = 1$; $x + z = 3$; $z = 0$; $x = 0$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $2z = x^2 + y^2$; $x^2 + y^2 - z^2 = 1$; $z = 0$.

Вариант 31.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{-\sqrt{1+x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} f(x, y) dy.$

2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $y + z = 2$; $y = 0$; $z = 2x^2$; $z = 4x^2 - 2$.

3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 5 - x^2 - y^2$; $z = 5 - 4x$.

Вариант 32.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-3}^0 dx \int_0^{3+x} f(x, y) dy + \int_0^3 dx \int_{2x}^{3+x} f(x, y) dy.$

2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 0$; $y = x + 1$; $y = 5 - x$; $y = \sqrt{4 - z}$; $y = \frac{1}{2}\sqrt{4 - z}$.

3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $y = \pm x$; $x^2 + y^2 = 1$; $x = 4$; $z = 0$; $z = x$; ($x \geq 0$).