2. Прямое (декартово) произведение множеств

$a \in A, b \in B$
$\{a, b\} = \{b, a\}$ - неупорядоченная пара
$(a, b) \overline{=} (a, b)$ - упорядоченная пара

$A_1, A_2, \ldots, A_n$
$a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \ldots, a_n \in A_n$
$(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ - **кортеж**

Опр. Множество всех кортежей длины n на множествах $A_1, .., A_n$ называется **прямым (декартовым) произведением** этих множеств.
Обоз. $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{(x_1, .., x_n) : x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$

Если $A_1 = A_2 = \ldots A_n$, то $A \times A \times \cdots \times A = A^n$ - n-степень множества A

- $n = 2 : A^2$ - декартов квадрат
- $n = 1 : A^1 = A$

$A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$
$A \times B \overline{=} B \times A$
Пример:

> $A = \{a_1, a_2\}$
> $B = \{b_1, b_2, b_3\}$
> $A \times B = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_2, b_3)\}$
> $B \times A = \{(b_1, a_1), (b_1, a_2), (b_2, a_1), (b_2, a_2), (b_3, a_1), (b_3, a_2)\}$

$|A \times B| = |A||B|$
$|A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n| = |A_1||A_2| \ldots |A_n|$

$A = [a_1, a_2], B = [b_1, b_2]$ - отрезки
Геометрический смысл прямого (декартова) произведения заключается в том, что $A \times B$ - множество координат всех точек заштрихованного прямоугольника таких, что абсциссы $\in A$ и ординаты $\in B$
$|A^n| = |A|^n$

Свойства декартова произведения:

1. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
2. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
3. $A \times \varnothing = \varnothing \times A = \varnothing$
   Доказываются методом включений