7. Мощность множеств (углублённое введение)

Опр. Множество A называется равномощным множеству B, если существует биекция $f : A \leftrightarrow B$
Обоз. $A \sim B$

- Из равномощности A и B следует, что $\exists f^{-1} : B \leftrightarrow A$
- Из определения равномощности и свойств биекции следует, что $A \sim A$
- Равномощность рефлексивна, симметрична и транзитивна, то есть относится к классу эквивалентности
- **Равномощность - это не то же самое, что равенство множеств**
- Если обозначить класс эквивалентности $|A|$ по отношению равномощности, то получим мощность множества $A\backslash$

Опр. Мощность множества A - класс эквивалентности по отношению равномощности

- Если $|A| = |B|$, $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$, и $B = \{b_1, \ldots, b_m\}$, то $m = n$
- Если множество конечно, оно не будет равномощно ни одному своему собственному подмножеству

Теорема. Если A - некоторое множество и имеет место инъекция из A в A, то она является сюръекцией и биекцией.
На примере счётных множеств:
Опр. Любое множество, равномощное множеству $\mathbb{N}$ называется счётным
Опр. Биекцию множества M с множеством $\mathbb{N}$ называют нумерацией: $\varphi : M \leftrightarrow \mathbb{N}$