

Explorando alguns efeitos dos erros de Ponto Flutuante

E. R. L. D. Ribas[†], D. S. Pazini[‡], L. A. D'Afonseca, L. M. Rocha

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG)
enzorochaleitedinizribas@gmail.com[†], danielspazini3@gmail.com[‡]

Resumo

Este trabalho apresenta resultados de estudos realizados em um projeto de iniciação científica cujo objetivo é explorar graficamente alguns efeitos do cálculos realizados com ponto flutuante.

Um sistema de ponto flutuante é a maneira utilizada pelos computadores para representar números reais através de uma notação compacta e eficaz, padronizado pelo IEEE. Ele permite escrever números de grandezas diversas utilizando apenas números inteiros. No entanto, essa representação fica limitada ao adequar o número ao sistema adotado, causando erros que podem se acumular em operações sucessivas, produzindo resultados imprecisos ou incorretos.

Um erro comum neste sistema é o da perda de significância, ou cancelamento catastrófico, que ocorre quando a subtração de dois números resulta em um valor com menos dígitos significativos do que os números originais. Um exemplo desse comportamento é a função $f(x) = x^{10} + 1 - x^{10}$. Embora para $x \in \mathbb{R}$ o resultado é igual a 1, ao efetuarmos os cálculos usando ponto flutuante, observamos o comportamento ilustrado no gráfico da Figura 1, em que o valor correto é exibido apenas até um certo valor de x . Após esse valor observamos um intervalo em que ocorre uma oscilação caótica no resultado da função. Posteriormente, observamos que a função assume o valor zero.

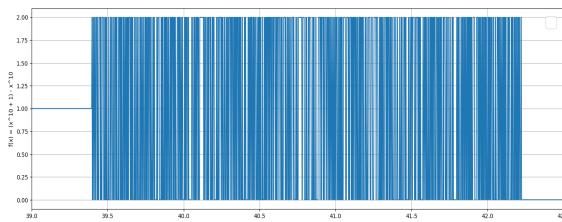


Figura 1: Perda de significância.

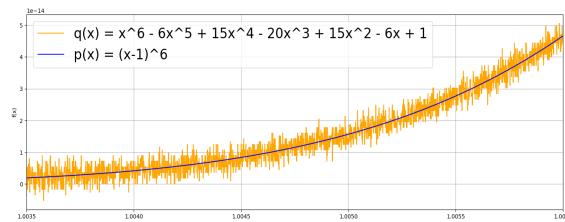


Figura 2: Expressões equivalentes.

Um outro erro é o não cancelamento adequado de termos em expressões matematicamente equivalentes. A Figura 2 apresenta a comparação entre os resultados obtidos ao calcular $p(x) = (x - 1)^6$ e sua forma expandida $q(x) = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1$. Nesta figura, o gráfico de p exibe os resultados obtidos pelo cálculo da expressão fatorada utilizando ponto flutuante obtendo a curva esperada. Entretanto, o gráfico da expressão expandida q , calculado no mesmo sistema de ponto flutuante, produz resultados caóticos. Note que, apesar de possivelmente surpreendente, esse fenômeno não invalida a utilidade do ponto flutuante, pois o erro observado é da ordem de 10^{-14} .

Os fenômenos observados nas figuras decorrem de erros de arredondamento inerentes ao sistema de ponto flutuante, destacando a importância da escolha das expressões matemáticas em implementações computacionais.