

北京交通大学软件学院  
M210004B - 算法设计与分析(2025年春)  
书面作业7

这是本课程的第七次书面作业，占总成绩的2%，对于下面的证明题你需要写出详细的证明过程（即不可以出现诸如“显然”、“易得”等论证方式），对于所有的计算题需写明计算步骤，**只列出答案的不得分**。在提交作业时，你**只能够提交PDF版本**，推荐使用 $\text{\LaTeX}$ 对作业进行排版（课程主页上有一些教程供参考，你也可以自己查看其它的相关教程），你也可以使用MS-Word或者WPS排版，但请不要提交排版的源文件（tex文件或者doc/docx文件）。**未按要求提交PDF格式的作业将不被评阅，直接记为0分！**此外，你被允许与其他同学讨论课程的作业内容，但是一旦当你开始书写作业时，所有你将提交的作业内容都必须由自己独立完成。请参见《教学大纲实施细则》了解有关学业诚信的特别规定。如果你不清楚你的行为是否违反了有关学业诚信的特别规定，请**先**通过邮件、讨论区的方式与课程组取得联系。本次作业的截止时间为2025年6月17日00:00:00，也就是说你需要在2025年6月16日23:59:59前将作业提交至KL教学平台。

1. (10分) **找零问题(1)**：假设某国家的货币体系中，有1元、4元、6元、7元这四种货币类型。你作为一家商铺的老板需要给你的顾客找零钱，假设你需要找 $x$ 元零钱给你的顾客，同时还假设每一种货币类型均有无穷多张。请你设计一个算法来求解货币找零方案，使得所使用的货币总张数最少。该问题能否使用贪婪策略求解？如果可以，请设计一个贪婪策略的算法并证明算法的正确性，如果不可以，请设计一个动态规划策略的算法，并证明算法的正确性。
2. (10分) **找零问题(2)**：假设某国家的货币体系中，有1元、5元、10元、20元这四种货币类型。你作为一家商铺的老板需要给你的顾客找零钱，假设你需要找 $x$ 元零钱给你的顾客，同时还假设每一种货币类型均有无穷多张。请你设计一个算法来求解货币找零方案，使得所使用的货币总张数最少。该问题能否使用贪婪策略求解？如果可以，请设计一个贪婪策略的算法并证明算法的正确性，如果不可以，请设计一个动态规划策略的算法，并证明算法的正确性。