

# Теория игр - камни

# Что нужно знать

- в простых играх можно найти выигрышную стратегию, просто перебрав все возможные варианты ходов соперников
- полный перебор вариантов реально выполнить только для очень простых игр; например, в шахматах сделать это за приемлемое время не удастся
- все позиции в простых играх делятся на выигрышные и проигрышные

# Что нужно знать

- **выигрышная позиция** – это такая позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантированно выиграть при любой игре соперника, если не сделает ошибку; при этом говорят, что у него есть выигрышная стратегия – алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть
- если игрок начинает играть в **проигрышной** позиции, он обязательно проиграет, если ошибку не сделает его соперник; в этом случае говорят, что у него нет выигрышной стратегии; таким образом, общая стратегия игры состоит в том, чтобы своим ходом создать проигрышную позицию для соперника

# Что нужно знать

- выигрышные и проигрышные позиции можно охарактеризовать так:
  - позиция, из которой все возможные ходы ведут в выигрышные позиции – **проигрышная**;
  - позиция, из которой хотя бы один из возможных ходов ведет в проигрышную позицию - **выигрышная**, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в эту проигрышную (для соперника) позицию



# №1

- Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее **52**.
- Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 52 камня или больше.
- В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 45$ .

# Задание 1

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

## Задание 2

Укажите все значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

# Задание 3

Укажите хотя бы одно значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).



# Самостоятельно

- Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **два** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее **80**. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 80 камней или больше. В начальный момент в первой куче было 7 камней, в во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 72$ .

**Задание 1.** а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.** Укажите все значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите хотя бы одно значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).