

Самостоятельная работа «Теория игр»

Решить задачу:

Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу **один камень** или увеличить количество камней в куче **в три раза** и затем **убрать из кучи два камня**. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее **31**. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 30$.

Задание 1. а) Укажите все такие значения числа S , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения S .

б) Укажите такое значение S , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

Задание 2. Укажите все значения S , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём Паша не может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Паши.

Задание 3. Укажите хотя бы одно значение S , при котором у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, и у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Васи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы).