Lista de Exercícios 3 de Cálculo II
Professor: Luiz Otávio

PUC Minas

Leia atentamente antes de iniciar as atividades.

- Esta lista deverá ser resolvida e entregue individualmente.
- **Coloque o seu nome em TODAS as páginas entregues. Se não colocar, a nota máxima será 1**.
- As resoluções deverão ser entregues no Canvas, em Tarefas.
- **As resoluções deverão estar completas**. Questões com apenas a resposta final serão anuladas.
- A entrega deverá ser feita em um **arquivo ÚNICO no formato pdf**. **ATENÇÃO**: Caso não seja entregue desta forma, o trabalho não será corrigido e a nota será 0.
- Resolva a lista e utilize um aplicativo que simula Scanner para gerar o pdf.
- Confira antes de enviar. Se o trabalho não abrir, a nota será 0 e não poderá ser enviado posteriormente.
- Prazo de entrega: 21/06/2025 (até 23h59).
- **Não serão aceitos trabalhos fora do prazo em nenhuma hipótese**. Mensagens enviadas solicitando envio em data posterior não serão consideradas. Por isso, envie com **antecedência**.
- Valor da Atividade: 5 pontos.

1) Se $z = 2x + 6y + xy$, com $x = 2$ e $y = -t^2$, calcule $\frac{dz}{dt}$.

2) Considere $z = xy^2 + y + 3x$, onde $x = 2t + t^2$ e $y = \cos(t)$. Encontre $\frac{dz}{dt}$.

3) A concentração de um poluente em um lago é modelada pela função

$$f(x, y) = 4x + xy^2 + 3y + 10,$$

em que x e y representam coordenadas em quilômetros a partir de um ponto de referência no lago, e $f(x, y)$ fornece a concentração de poluente em partes por milhão (ppm) naquele ponto.

a) Calcule as derivadas parciais $f_x(x, y)$ e $f_y(x, y)$. Essas derivadas representam as taxas de variação da concentração de poluente ao longo das direções x e y, respectivamente.

b) Escreva o vetor gradiente de $f(x, y)$ aplicado no ponto $P(2, 5)$. O vetor gradiente aponta na direção de maior aumento da concentração de poluente a partir desse ponto e pode ser útil para entender como o poluente se dispersa no lago.

c) Calcule a derivada direcional da função f no ponto $P(2, 5)$ na direção e sentido do vetor $\overrightarrow{v} = (-6, 8)$. Esse valor representa a taxa de variação da concentração de poluente na direção específica indicada por $\overrightarrow{v}$.

d) Determine o menor valor possível para a derivada direcional no ponto $(5, 3)$. Esse menor valor indicaria a direção na qual a concentração de poluente diminui mais rapidamente a partir desse ponto.

4) Encontre e o(s) ponto(s) crítico(s) da função $f(x, y) = 2x^3 - 6xy^2 + 5$ e aplique o Teste da segunda derivada.

5) Para a função $f(x,y) = 2y + x^2 - y^2$, encontre os pontos o(s) ponto(s) crítico(s) e aplique o Teste da segunda derivada.

6) Determine os valores extremos da função $f(x,y) = x^2 + y^2$, considerando o domínio $x^2 + y^2 \leq 4$.

7) Determine os valores máximos e mínimos da função $f(x,y) = xy$ no triângulo delimitado pelos pontos $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,1)$.

8) Determine os pontos de mínimo de de máximo absolutos da função $f(x,y) = x^2 - 2x - y^2 + 4y$ na região $[0,3] \times [0,5]$.

9) Deseja-se construir uma estrutura no formato de uma caixa retangular, sem tampa. O material a ser utilizado na base tem o custo de R\$ $1,00$ a cada metro quadrado e material que deve ser utilizado nas faces laterais tem como preço R\$ $6,00$ por metro quadrado. Determine as dimensões (comprimento, largura e altura) para que o custo total da construção dessa estrutura seja o menor possível, considerando que seu volume deve ser $16\ \text{m}^3$.