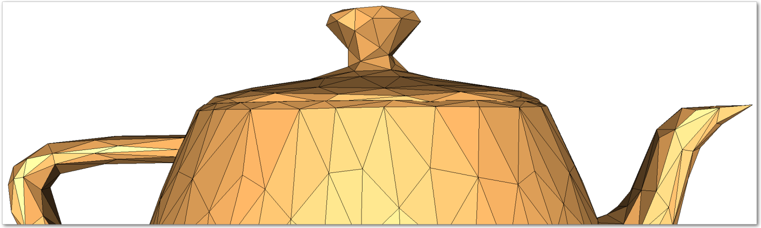


Iso-Superfícies

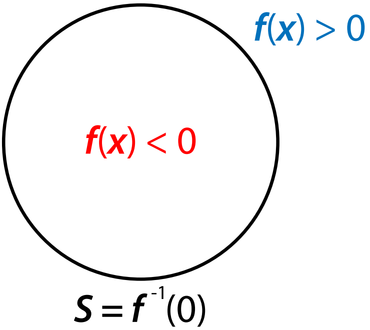
Afonso Paiva
ICMC-USP

11 de março de 2014

Poligonização

Objetivo: Queremos aproximar por polígonos (triângulos) uma superfície implícita $S = f^{-1}(0)$, onde $f \in C^0$ e 0 é valor regular de f.

Considerações:

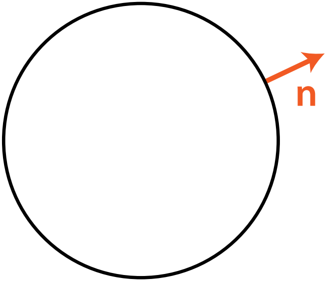


A função f define duas regiões no espaço.

Poligonização

Objetivo: Queremos aproximar por polígonos (triângulos) uma superfície implícita $S = f^{-1}(0)$, onde $f \in C^0$ e 0 é valor regular de f.

Considerações:



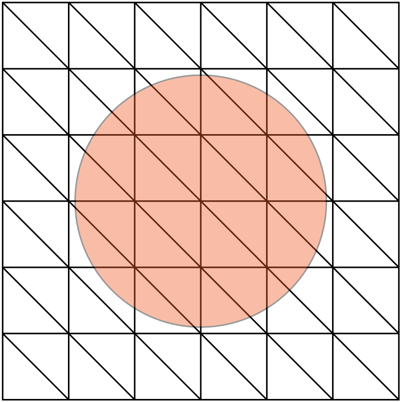
O vetor normal é dado por $\mathbf{n} = \nabla f(\mathbf{x})$.

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Algoritmo

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

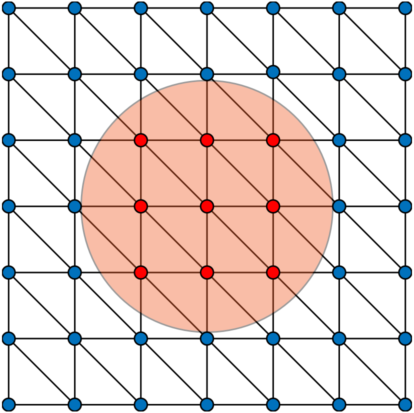
Algoritmo



Passo 1: fazer uma decomposição simplicial no domínio de f, isto é, dividir o domínio em tetraedros.

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

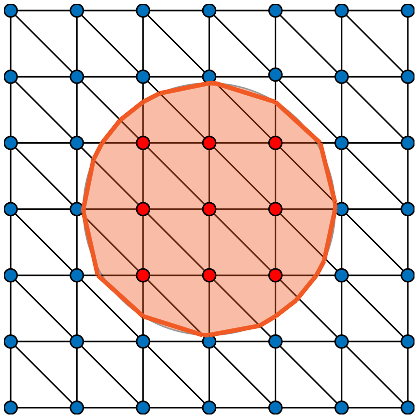
Algoritmo



Passo 2: se f não for uma função discreta, então avalie $f(\mathbf{x})$ em todos os vértices do grid.

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Algoritmo

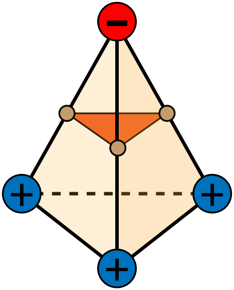


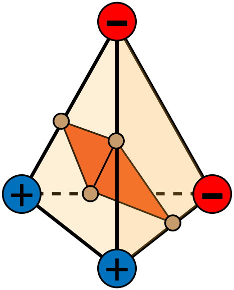
Passo 3: aproxime $f(\mathbf{x})$ linearmente nos tetraedros onde f muda de sinal.

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

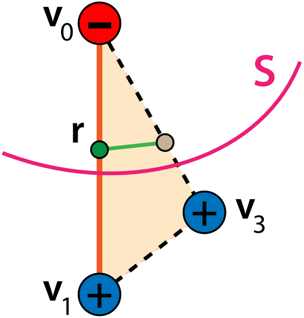
Tabela de Casos

- 2 casos (a menos de permutações) de configuração de sinal da função f em cada tetraedro.



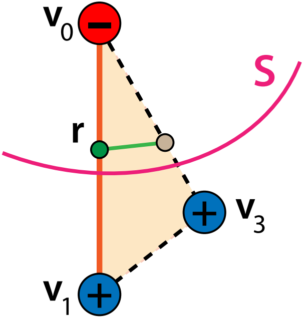


Aproximação linear por partes



Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

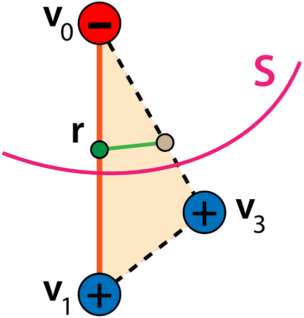
Aproximação linear por partes



Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

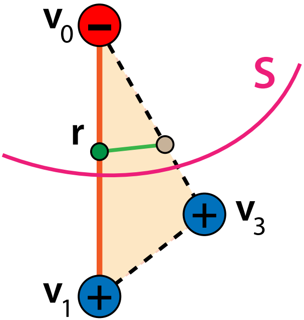
Aproximação linear por partes



Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1 - t)\, \mathbf{v}_0 + t\, \mathbf{v}_1$$

Aproximação linear por partes

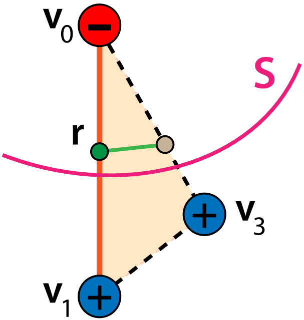


Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1 - t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

Basta determinar o valor de t.

Aproximação linear por partes



Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

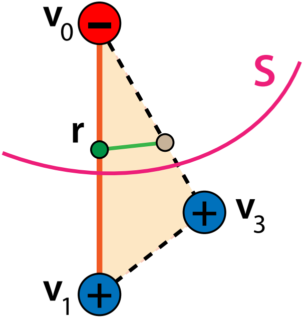
$$\mathbf{r} = (1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

Basta determinar o valor de t. Fazendo,

$$0 \;\;=\;\; f(\mathbf{r}) = f((1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1)$$

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Aproximação linear por partes



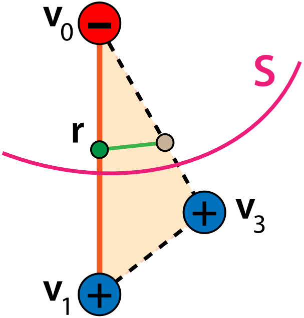
Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

Basta determinar o valor de t. Fazendo,

$$\begin{aligned} 0 &= f(\mathbf{r}) = f((1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1) \\ &\approx (1-t)\,f(\mathbf{v}_0) + t\,f(\mathbf{v}_1) \end{aligned}$$

Aproximação linear por partes



Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

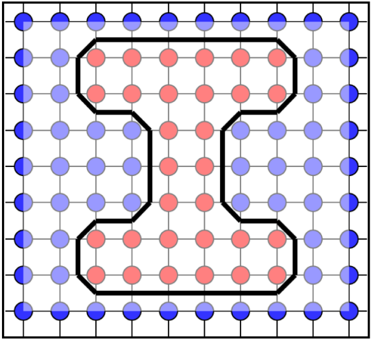
Basta determinar o valor de t. Fazendo,

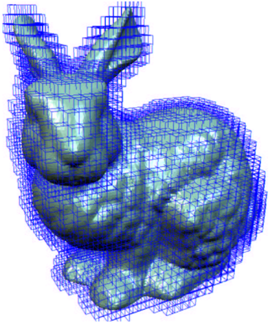
$$\begin{aligned} 0 &= f(\mathbf{r}) = f((1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1) \\ &\approx (1-t)\,f(\mathbf{v}_0) + t\,f(\mathbf{v}_1) \end{aligned}$$

Portanto,

$$t = \frac{f(\mathbf{v}_0)}{f(\mathbf{v}_0) - f(\mathbf{v}_1)}$$

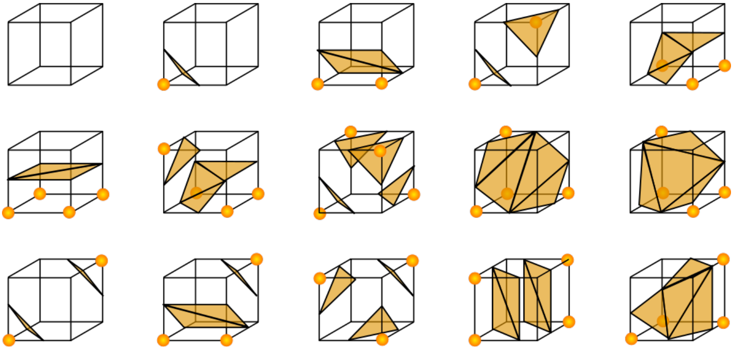
Marching Cubes: *Lorensen & Cline, 1987*





- Faz uma decomposição celular do domínio de f, isto é, particiona o domínio em cubos.

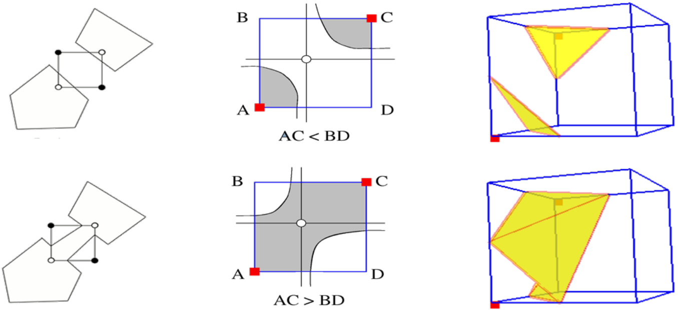
Marching Cubes: *Lorensen & Cline, 1987*



- 15 casos (a menos de permutações) de configuração de sinal da função f em cada cubo.

Problemas:

- Problemas de ambiguidade
- Difícil de implementar



Marching Cubes: *Lorensen & Cline, 1987*

Problemas:

- Problemas de ambiguidade
- Difícil de implementar