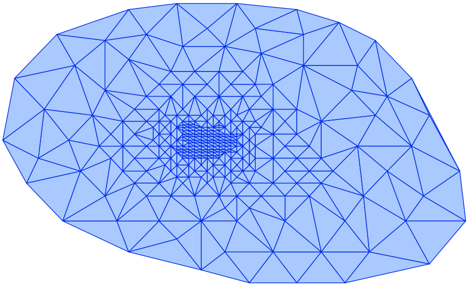


Métodos Numéricos para Geração de Malhas – SME0250

Poligonização

Afonso Paiva
ICMC-USP

26 de agosto de 2016

Aquecimento: curva de nível no MATLAB

Como visualizar as curvas de nível do paraboloide

$$z(x,y) = 3x^2 + y^2 - \frac{1}{2}xy - 3\,, \quad (x,y) \in [-2,2]^2 = [-2,2] \times [-2,2]$$

Aquecimento: curva de nível no MATLAB

Como visualizar as curvas de nível do paraboloide

$$z(x, y) = 3x^2 + y^2 - \frac{1}{2}xy - 3\,, \quad (x, y) \in [-2, 2]^2 = [-2, 2] \times [-2, 2]$$

Curvas de nível podem ser obtidas com o comando:

```
cs = contour(X,Y,Z)
clabel(cs)
% X,Y,Z: matrizes de coordenadas usando meshgrid
```

Aquecimento: curva de nível no MATLAB

Como visualizar as curvas de nível do paraboloide

$$z(x, y) = 3x^2 + y^2 - \frac{1}{2}xy - 3\,, \quad (x, y) \in [-2, 2]^2 = [-2, 2] \times [-2, 2]$$

Curvas de nível podem ser obtidas com o comando:

```
cs = contour(X,Y,Z)
clabel(cs)
% X,Y,Z: matrizes de coordenadas usando meshgrid
```

Combinando as curvas de nível com a superfície paramétrica:

```
surfc(X,Y,Z)
```

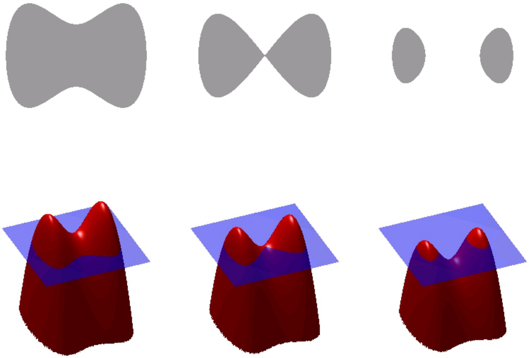
Poligonização

Objetivo: Queremos aproximar por polígonos (triângulos) uma superfície implícita (isosuperfície) $S = f^{-1}(c)$ para um valor regular (isovalor) c, onde $f \in \mathcal{C}^0$.

Poligonização

Objetivo: Queremos aproximar por polígonos (triângulos) uma superfície implícita (isosuperfície) $S = f^{-1}(c)$ para um valor regular (isovalor) c, onde $f \in \mathcal{C}^0$.

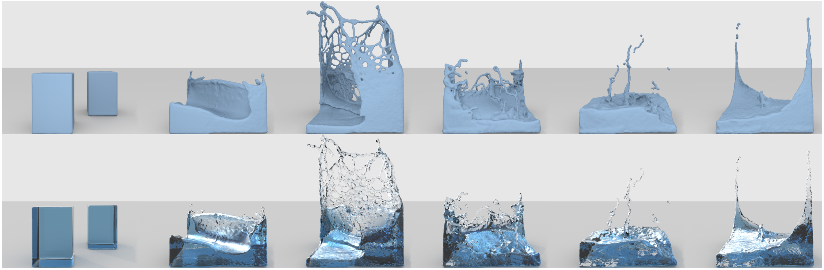
Considerações:



Poligonização

Objetivo: Queremos aproximar por polígonos (triângulos) uma superfície implícita (isosuperfície) $S = f^{-1}(c)$ para um valor regular (isovalor) c, onde $f \in \mathcal{C}^0$.

Considerações:

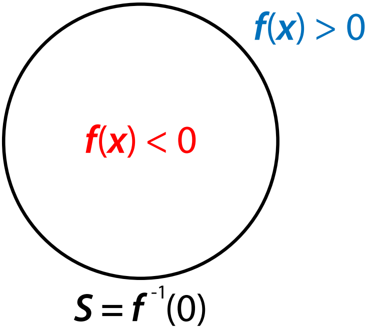


Em várias simulações de escoamento de fluidos a superfície livre é definida através de uma função implícita (*level-set*).

Poligonização

Objetivo: Queremos aproximar por polígonos (triângulos) uma superfície implícita (isosuperfície) $S = f^{-1}(c)$ para um valor regular (isovalor) c, onde $f \in \mathcal{C}^0$.

Considerações:

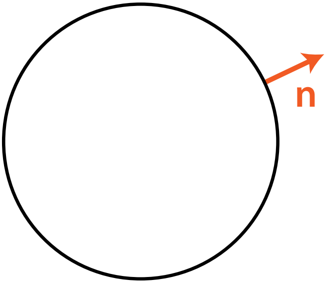


A função f define duas regiões no espaço.

Poligonização

Objetivo: Queremos aproximar por polígonos (triângulos) uma superfície implícita (isosuperfície) $S = f^{-1}(c)$ para um valor regular (isovalor) c, onde $f \in \mathcal{C}^0$.

Considerações:



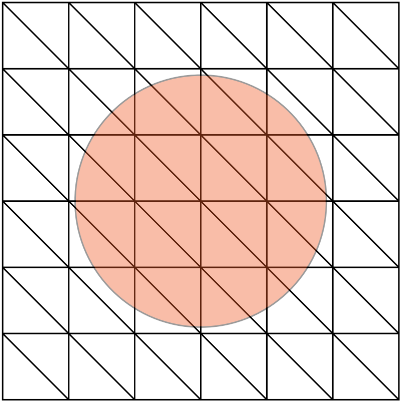
O vetor normal é dado por $\mathbf{n} = \frac{\nabla f(\mathbf{x})}{\|\nabla f(\mathbf{x})\|}$.

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Algoritmo

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

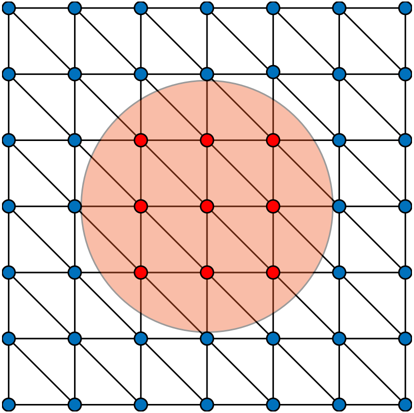
Algoritmo



Passo 1: fazer uma decomposição simplicial no domínio de f, isto é, dividir o domínio em tetraedros (triangulação KFC).

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

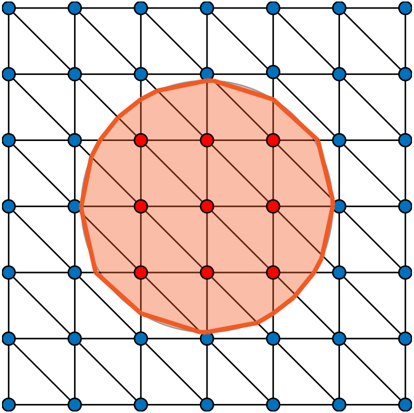
Algoritmo



Passo 2: se f não for uma função discreta, então avalie $f(\mathbf{x})$ em todos os vértices do grid.

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Algoritmo

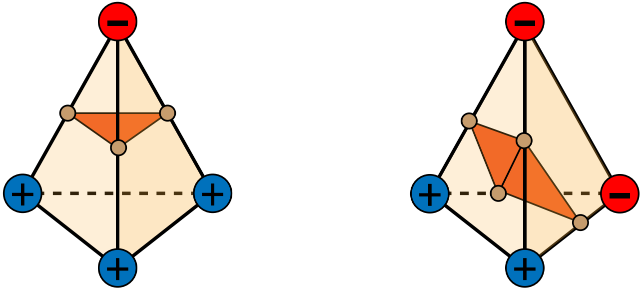


Passo 3: aproxime $f(\mathbf{x})$ linearmente nos tetraedros onde f muda de sinal.

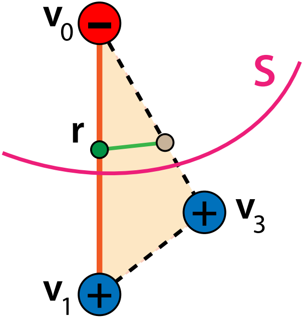
Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Tabela de Casos

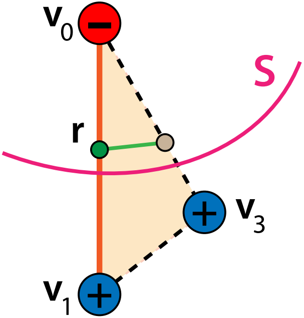
- 2 casos (a menos de permutações) de configuração de sinal da função f em cada tetraedro.



Aproximação linear por partes



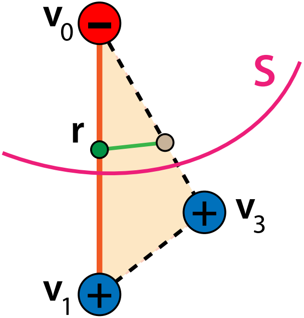
Aproximação linear por partes



Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Aproximação linear por partes

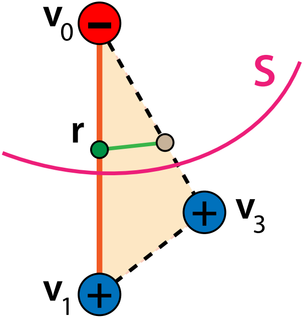


Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1 - t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Aproximação linear por partes

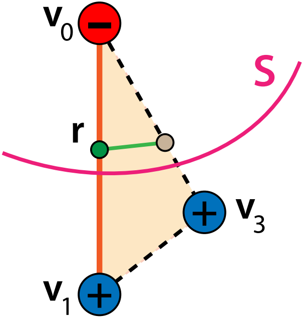


Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1 - t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

Basta determinar o valor de t.

Aproximação linear por partes



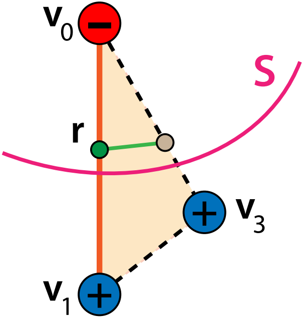
Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

Basta determinar o valor de t. Fazendo,

$$0 \;=\; f(\mathbf{r}) = f((1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1)$$

Aproximação linear por partes



Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

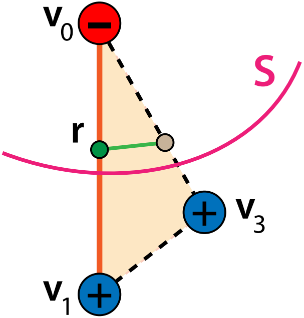
$$\mathbf{r} = (1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

Basta determinar o valor de t. Fazendo,

$$\begin{aligned} 0 &= f(\mathbf{r}) = f((1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1) \\ &\approx (1-t)\,f(\mathbf{v}_0) + t\,f(\mathbf{v}_1) \end{aligned}$$

Marching Tetrahedra: *Bloomenthal, 1998*

Aproximação linear por partes



Seja $\mathbf{r} \in f^{-1}(0)$ na aresta $\langle \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1 \rangle$, logo:

$$\mathbf{r} = (1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1$$

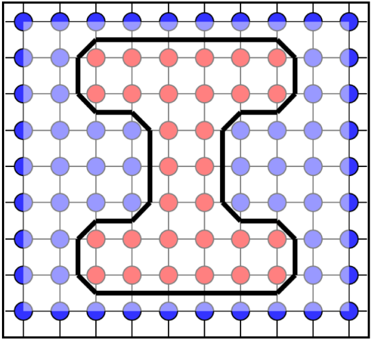
Basta determinar o valor de t. Fazendo,

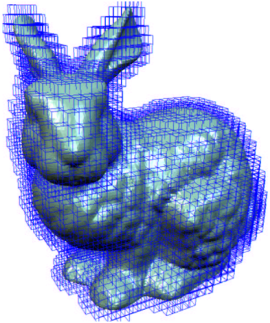
$$\begin{aligned} 0 &= f(\mathbf{r}) = f((1-t)\,\mathbf{v}_0 + t\,\mathbf{v}_1) \\ &\approx (1-t)\,f(\mathbf{v}_0) + t\,f(\mathbf{v}_1) \end{aligned}$$

Portanto,

$$t = \frac{f(\mathbf{v}_0)}{f(\mathbf{v}_0) - f(\mathbf{v}_1)}$$

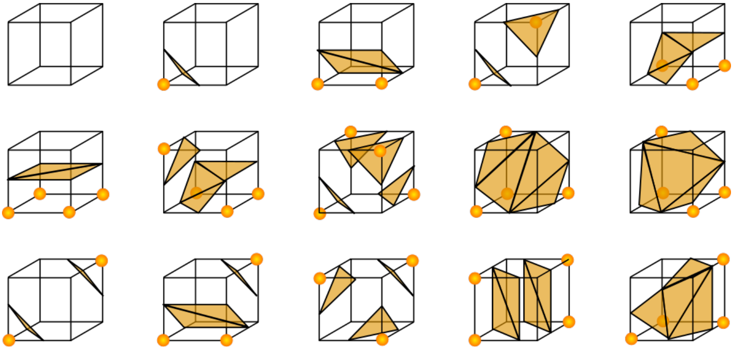
Marching Cubes: *Lorensen & Cline, 1987*





- Faz uma decomposição celular do domínio de f, isto é, particiona o domínio em cubos.

Marching Cubes: *Lorensen & Cline, 1987*

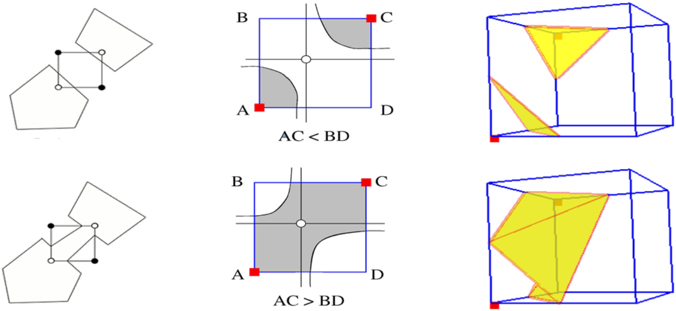


- 15 casos (a menos de permutações) de configuração de sinal da função f em cada cubo.

Marching Cubes: *Lorensen & Cline, 1987*

Problemas:

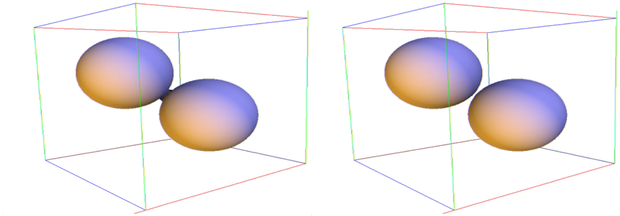
- Problemas de ambiguidade
- Difícil de implementar



Marching Cubes: *Lorensen & Cline, 1987*

Problemas:

- Problemas de ambiguidade
- Difícil de implementar



Isosuperfícies no MATLAB

Como calcular a isosuperfície dada pela equação:

$$\left(2x^2 + y^2 + z^2 - 1\right)^3 - \left(\frac{1}{10}x^2 + y^2\right) z^3 = 0\,, \quad (x, y, z) \in [-3, 3]^3$$

Isosuperfícies no MATLAB

Como calcular a isosuperfície dada pela equação:

$$\left(2x^2 + y^2 + z^2 - 1\right)^3 - \left(\frac{1}{10}x^2 + y^2\right) z^3 = 0\,, \quad (x, y, z) \in [-3, 3]^3$$

Para isso basta usar a função:

```
isosurface(F,isovalor)
% F: função implícita
```

Isosuperfícies no MATLAB

Como calcular a isosuperfície dada pela equação:

$$\left(2x^2 + y^2 + z^2 - 1\right)^3 - \left(\frac{1}{10}x^2 + y^2\right) z^3 = 0\,, \quad (x, y, z) \in [-3, 3]^3$$

Para isso basta usar a função:

```
isosurface(F,isovalor)
% F: função implícita
```

Comando que podem ser úteis na visualização:

```
lighting phong % modelo de iluminação
axis equal % ajusta a proporção entre os eixos
colormap('flag'); % mapa de cores
view([55 34]); % posição da câmera virtual
```

Isosuperfícies no MATLAB

Como calcular a isosuperfície dada pela equação:

$$\left(2x^2 + y^2 + z^2 - 1\right)^3 - \left(\frac{1}{10}x^2 + y^2\right) z^3 = 0\,, \quad (x, y, z) \in [-3, 3]^3$$

Para isso basta usar a função:

```
isosurface(F,isovalor)
% F: função implícita
```

Comando que podem ser úteis na visualização:

```
lighting phong % modelo de iluminação
axis equal % ajusta a proporção entre os eixos
colormap('flag'); % mapa de cores
view([55 34]); % posição da câmera virtual
```

Aonde está a malha triangular?

Isosuperfícies no MATLAB

Usando uma pequena modificação do comando isosurface:

```
[trigs,verts] = isosurface(F,isovalor);
% trigs:  lista triângulos
% verts:  lista de vértices
```

Isosuperfícies no MATLAB

Usando uma pequena modificação do comando isosurface:

```
[trigs,verts] = isosurface(F,isovalor);
% trigs:  lista triângulos
% verts:  lista de vértices
```

Para visualizar basta usar o comando trimesh.