





# Geração de Malhas por Refinamento de Delaunay

Marcelo Siqueira

DMAT-UFRN

mfsiqueira@mat.ufrn.br

Afonso Paiva
ICMC-USP
apneto@icmc.usp.br

Paulo Pagliosa
FACOM-UFMS
pagliosa@facom.ufms.br







### Conteúdo

27/7	Aula 1	Introdução	12h30min às 13h	Paulo Pagliosa
27/7	Aula 2	Fundamentos	13h às 14h	Marcelo Siqueira
28/7	Aula 3	Triangulações	12h30min às 14h	Marcelo Siqueira
29/7	Aula 4	Geração de malhas	12h30min às 14h	Afonso Paiva
30/7	Aula 5	Geração de malhas	12h30min às 13h30min	Afonso Paiva
30/7	Aula 6	Aplicação	13h30min às 14h	Paulo Pagliosa
31/7	Aula 7	Aplicação	12h30min às 14h	Paulo Pagliosa







## Aula 1

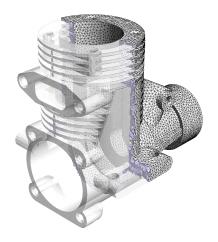
## Introdução

Aula 1 - 27 de julho de 2015 - 12h30min às 13h

- O que é uma malha
- ► Subdivisão de um domínio geométrico em formas geométricas menores e mais simples, chamadas células ou elementos

O que é uma malha

► Subdivisão de um domínio geométrico em formas geométricas menores e mais simples, chamadas células ou elementos



O que é uma malha

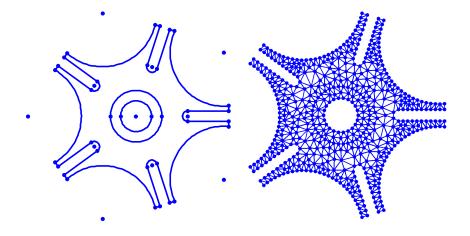
 Subdivisão de um domínio geométrico em formas geométricas menores e mais simples, chamadas células ou elementos

Malhas são usadas em diversas áreas do conhecimento

- Geografia e cartografia
- Processamento gráfico
- Aplicações em ciências e engenharia

- Método numérico de solução de equações diferenciais parciais
- Pré-requisito: subdivisão de um domínio Ω em elementos

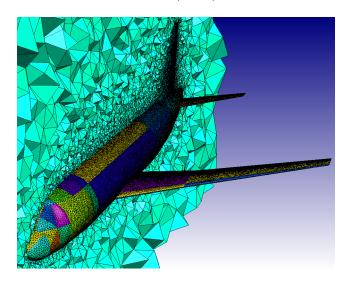
- Método numérico de solução de equações diferenciais parciais
- Pré-requisito: subdivisão de um domínio Ω em elementos



- Método numérico de solução de equações diferenciais parciais
- Pré-requisito: subdivisão de um domínio Ω em elementos
- Processo de geração de malhas deve ser automático

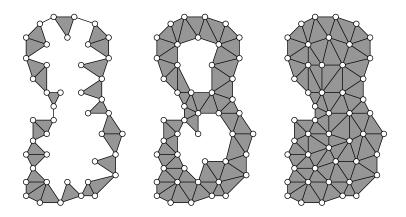
- Método numérico de solução de equações diferenciais parciais
- Pré-requisito: subdivisão de um domínio Ω em elementos
- Processo de geração de malhas deve ser automático
- Requisitos da malha
  - A malha deve estar "em conformidade" com a forma do domínio
  - A malha não deve ser desnecessariamente "grande"
  - Tamanho dos elementos pode variar ao longo do domínio
  - Elementos devem ter forma e tamanhos "corretos"
  - Elementos podem ser anisótropos

- Método numérico de solução de equações diferenciais parciais
- Pré-requisito: subdivisão de um domínio Ω em elementos
- Processo de geração de malhas deve ser automático
- Requisitos da malha
  - A malha deve estar "em conformidade" com a forma do domínio
  - A malha não deve ser desnecessariamente "grande"
  - Tamanho dos elementos pode variar ao longo do domínio
  - ► Elementos devem ter forma e tamanhos "corretos"
  - ► Elementos podem ser anisótropos
- Aplicações
  - Exploração de petróleo
  - Modelagem de transistores e circuitos integrados
  - Aerodinâmica de aeronaves e automóveis
  - Mecânica quântica, terremotos, buracos negros



- Anos 1980: pesquisas pioneiros em engenharia
  - Métodos: Delaunay, octree, avanço de fronte

- ► Anos 1980: pesquisas pioneiros em engenharia
  - ► Métodos: Delaunay, octree, avanço de fronte



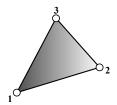
- ▶ Anos 1980: pesquisas pioneiros em engenharia
  - Métodos: Delaunay, octree, avanço de fronte
  - ► Técnicas de "melhoria" da malha

- Anos 1980: pesquisas pioneiros em engenharia
  - Métodos: Delaunay, octree, avanço de fronte
  - ► Técnicas de "melhoria" da malha
  - Deficiências: algoritmos não-robustos, malhas "insatisfatórias"

- Anos 1980: pesquisas pioneiros em engenharia
  - Métodos: Delaunay, octree, avanço de fronte
  - ► Técnicas de "melhoria" da malha
  - Deficiências: algoritmos não-robustos, malhas "insatisfatórias"
- Anos 1990: geração de malhas comprovadamente "boas"
- Anos 2000: geração de malhas torna-se maior que o MEF
  - Animação por computador
  - Processamento de imagens
  - Sistemas de informação geográfica
  - **.** . . .

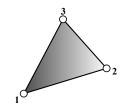
#### Tipos de malhas

- ► Elementos 2D: domínios 2D e malhas de superfície em 3D
  - Triângulo linear

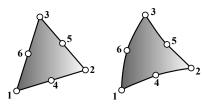


#### Tipos de malhas

- ► Elementos 2D: domínios 2D e malhas de superfície em 3D
  - Triângulo linear

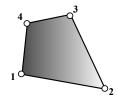


► Triângulo quadrático



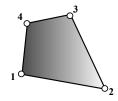
#### Tipos de malhas

- ► Elementos 2D: domínios 2D e malhas de superfície em 3D
  - Quadrilátero linear

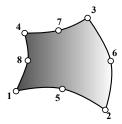


#### Tipos de malhas

- ► Elementos 2D: domínios 2D e malhas de superfície em 3D
  - Quadrilátero linear

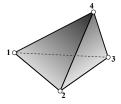


Quadrilátero quadrático



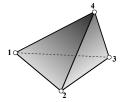
#### Tipos de malhas

- ► Elementos 3D
  - ► Tetraedro linear

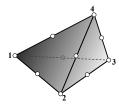


#### Tipos de malhas

- ► Elementos 3D
  - ► Tetraedro linear

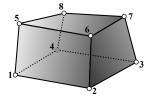


► Tetraedro quadrático



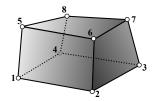
#### Tipos de malhas

- ► Elementos 3D
  - Hexaedro linear

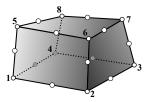


#### Tipos de malhas

- ► Elementos 3D
  - Hexaedro linear



Hexaedro quadrático

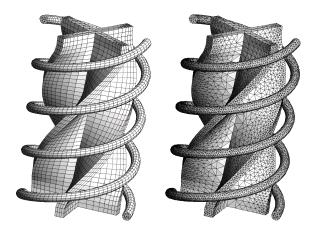


#### Tipos de malhas

► Malhas simpliciais: triângulos e tetraedros

#### Tipos de malhas

- Malhas simpliciais: triângulos e tetraedros
- Malhas estruturadas/não-estruturadas



Neste curso

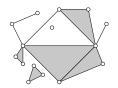
Malhas 2D, simpliciais, não-estruturadas

#### Neste curso

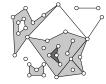
Malhas 2D, simpliciais, não-estruturadas

Objetivo da geração de malhas: triangulação de um dominio planar

- ► Entrada: complexo linear por partes
- ► Saída: complexo simplicial









#### Neste curso

Malhas 2D, simpliciais, não-estruturadas

Objetivo da geração de malhas: triangulação de um dominio planar

- ► Entrada: complexo linear por partes
- Saída: complexo simplicial
  - Malhas de elementos conformes





#### Neste curso

▶ Malhas 2D, simpliciais, não-estruturadas

Objetivo da geração de malhas: triangulação de um dominio planar

- Entrada: complexo linear por partes
- Saída: complexo simplicial
  - Malhas de elementos conformes

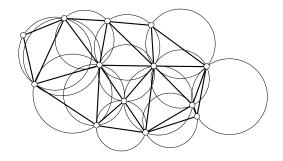




► Elementos com restrições de tamanho e forma

#### Geração de malhas por refinamento de Delaunay

- Baseada na triangulação de Delaunay
  - ► Todo triângulo tem circuncírculo vazio
  - Maximiza o ângulo mínimo



#### Geração de malhas por refinamento de Delaunay

- Baseada na triangulação de Delaunay
- Malha conforme ao domínio, sem elementos "magros"
  - ► Triangulação de Delaunay restrita
  - ► Triangulação de Delaunay conforme: pontos de Steiner

