Chapitre VII - Fonctions polynômes

Exercice bilan N°2

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

$f'(x) = 3x^2 - 12 \times 1 = 3x^2 - 12$ (voir les formules de dérivation du cours).

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

2. On admet que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-3\,;\,3]$ on a :
   $f'(x) = 3(x-2)(x+2)$.
   Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

On construit un tableau de signes.
On résout tout d'abord $x - 2 = 0$ qui donne $x = 2$ puis $x + 2 = 0$ qui donne $x = -2$.

x	-3 -2	2	3
signe de 3			
signe de $x-2$			
signe de $x+2$			
signe de $f'(x)$			

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

2. On admet que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-3\,;\,3]$ on a :
   $f'(x) = 3(x-2)(x+2)$.
   Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

On construit un tableau de signes.
On résout tout d'abord $x - 2 = 0$ qui donne $x = 2$ puis $x + 2 = 0$ qui donne $x = -2$.

x	-3		-2		2		3
signe de 3		$+$		$+$		$+$	
signe de $x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $f'(x)$							

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

2. On admet que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-3\,;\,3]$ on a :
   $f'(x) = 3(x-2)(x+2)$.
   Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

On construit un tableau de signes.
On résout tout d'abord $x - 2 = 0$ qui donne $x = 2$ puis $x + 2 = 0$ qui donne $x = -2$.

x	-3		-2		2		3
signe de 3		$+$		$+$		$+$	
signe de $x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

D'après le signe de $f'(x)$, on peut déterminer le tableau de variations de f. On n'oublie pas de calculer les images.

x	-3		-2		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f							

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

D'après le signe de $f'(x)$, on peut déterminer le tableau de variations de f. On n'oublie pas de calculer les images.

x	-3		-2		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

D'après le signe de $f'(x)$, on peut déterminer le tableau de variations de f. On n'oublie pas de calculer les images.
Cela peut se faire très rapidement avec un tableau de valeurs sur la calculatrice. On a alors :
$f(-3) = 10$; $f(-2) = 17$; $f(2) = -15$ et $f(3) = -8$.

x	-3		-2		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	10	$\nearrow$	17	$\searrow$	-15	$\nearrow$	-8

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

4. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.
   Soit Δ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   a) Donner l'équation réduite de la droite Δ.

Une équation de Δ, tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est :
$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

4. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.
   Soit Δ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   a) Donner l'équation réduite de la droite Δ.

Une équation de Δ, tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est :
$y = f'(0)(x-0) + f(0)$ où $f'(0) = 3(0-2)(0+2) = -12$ et
$f(0) = 0^3 - 12 \times 0 + 1 = 1$.
On obtient ainsi $y = -12(x-0) + 1$ c'est-à-dire $y = -12x + 1$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

4. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.
   Soit Δ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   b) Résoudre sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ l'équation $f(x) = -12x + 1$ et interpréter graphiquement le résultat.

$f(x) = -12x + 1$ équivaut à $x^3 - 12x + 1 = -12x + 1$

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

4. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.
   Soit Δ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   b) Résoudre sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ l'équation $f(x) = -12x + 1$ et interpréter graphiquement le résultat.

$f(x) = -12x + 1$ équivaut à $x^3 - 12x + 1 = -12x + 1$
c'est-à-dire $x^3 = 0$ ce qui donne $x = 0$.
Donc la seule solution de cette équation est 0.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 3]$ par :
$f(x) = x^3 - 12x + 1$.

4. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-3 ; 3]$.
   Soit Δ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   b) Résoudre sur l'intervalle $[-3 ; 3]$ l'équation $f(x) = -12x + 1$ et interpréter graphiquement le résultat.

$f(x) = -12x + 1$ équivaut à $x^3 - 12x + 1 = -12x + 1$
c'est-à-dire $x^3 = 0$ ce qui donne $x = 0$.
Donc la seule solution de cette équation est 0.
Donc la courbe $\mathscr{C}$ coupe la droite Δ en un unique point d'abscisse 0.