Exercice 17 p.229

1. On souhaite déterminer le coefficient directeur de la droite d'équation $-4x+2y+1=0$.

Solution : Il suffit d'écrire cette équation sous forme réduite.
Cela se fait en isolant y dans l'équation de la droite :

$$\begin{aligned} -4x+2y+1=0 &\iff 2y=4x-1 \\ &\iff y=\frac{4x-1}{2} \\ &\iff y=2x-\frac{1}{2} \end{aligned}$$

On conclut que le coefficient directeur de cette droite est 2.

Exercice 18 p.229

On cherche à déterminer le coefficient directeur de la droite (AB) où
$A(1\,;\,1)$ et $B(-5\,;\,0)$

Solution : Appliquons la formule du cours.
Le coefficient directeur est $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.
On obtient $m=\dfrac{0-1}{-5-1}=\dfrac{-1}{-6}=\dfrac{1}{6}$.

Exercice 41 p.231

La droite a pour équation $y=-23x+18$ et $A(2\,;\,-28)$ et $B(-1\,;\,41)$.

Solution :
On remplace x par l'abscisse du point et on vérifie si y devient son ordonnée.

- Pour A : $y=-23\times 2+18=-46+18=-28$ on obtient y_A donc A est bien sur cette droite.
- Pour B : $y=-23\times(-1)+18=23+18=41$ on obtient y_B donc B est bien sur cette droite.

Exercice 44 p.231

On veut savoir si le point A est sur la droite d.
1. d a pour équation $x+4y-20=0$ et $A(-4\,;\,9)$.

Pour $x=-4$ et $y=9$, $x+4y-20=-4+4\times 9-20=12\neq 0$ donc A n'est pas sur cette droite.

Exercice 45 p.231

On a une droite d et on cherche à calculer l'ordonnée d'un point A de la droite dont on a l'abscisse.
1. A a pour abscisse -5 et d a pour équation $3x-y-2=0$.

Pour $x=-5$, on obtient :

$$\begin{aligned} 3\times(-5)-y-2=0 &\iff -y-17=0 \\ &\iff -y=17 \\ &\iff y=-17 \end{aligned}$$

Donc $A(-5\,;\,-17)$

Exercice 50 p. 232

3. Les points A et B n'ont pas la même abscisse donc la droite (AB) admet un coefficient directeur égal à $\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{-5-(-2)}{1-(-2)}=-1$.
   La droite d étant parallèle à (AB), elle admet également -1 pour coefficient directeur et une équation de d est de la forme $y=-x+p$.

   De plus $C(-6\,;\,2)$ est sur d, d'où $2=-(-6)+p \iff 2=6+p \iff -4=p$.
   Donc d a pour équation $y=-6x-4$.

Exercice 52 p. 232

1. On développe l'expression pour voir si elle peut être écrite sous la forme $ax+by+c=0$.

$$\begin{aligned} 2x(y+1)-(x+1)(2y+1)=2 &\iff 2xy+2x-(2xy+x+2y+1)=2 \\ &\iff 2xy+2x-2xy-x-2y-1=2 \\ &\iff x-2y-3=0 \end{aligned}$$

   Donc cet ensemble est bien une droite dont une équation cartésienne est $x-2y-3=0$.

2. Mettons l'équation de d sous forme réduite :

$$6x + 9y - 1 = 0 \iff 9y = -6x + 1 \iff y = \frac{-6x+1}{9} \iff y = \frac{-6x}{9} + \frac{1}{9} \iff y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$$

Le coefficient directeur de cette droite est $-\frac{2}{3}$ et un vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

Or $\det(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -\frac{2}{3} & -2 \end{vmatrix} = 1 \times (-2) - 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et $\overrightarrow{v}$ est bien un vecteur directeur de d.

3. Écrivons ces deux équations sous forme réduite :

$$4x + 8y - 3 = 0 \iff 8y = -4x + 3 \iff y = \frac{-4x+3}{8} \iff y = \frac{-4x}{8} + \frac{3}{8} \iff y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{8}$$

$$-5x + 10y + 7 = 0 \iff 10y = 5x - 7 \iff y = \frac{5x-7}{10} \iff y = \frac{5x}{10} - \frac{7}{10} \iff y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{10}$$

Ces deux droites n'ont donc pas le même coefficient directeur $\left(-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}\right)$ donc elles ne sont pas parallèles.

Exercice 69 p. 234

Le calcul des coefficients directeurs des droites (lorsqu'ils existent) permet de répondre à la question.

2. Les 3 points ont des abscisses différentes.

(AB) a pour coefficient directeur : $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{0-3}{1-(-2)} = \dfrac{-3}{3} = -1$

(AC) a pour coefficient directeur : $\dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{1-3}{4-(-2)} = \dfrac{-2}{6} = -\dfrac{1}{3}$

Ces coefficients directeurs sont différents donc A, B et C ne sont pas alignés.

3. Les trois points ont la même ordonnée 2. Ils sont donc alignés (sur la droite d'équation $y = 2$).

Attention, pour la question 4, il n'était pas question de parler de coefficient directeur car A et B ont la même abscisse.
(AB) est donc parallèle à l'axe des ordonnées (sur la droite d'équation $x = 4$). Comme C n'est pas sur cette droite (abscisse différente), ces 3 points ne sont pas alignés.

Exercice 82 p. 236

Dans chacun des cas, le couple solution du système représente les coordonnées du point d'intersection des deux droites dont on donne les équations.

1. $\begin{cases} x - y = -1 \\ -x + 7y = -17 \end{cases}$ a pour couple solution $(x;\ y) = (-4;\ -3)$, ce sont les coordonnées du point d'intersection de la droite jaune avec la droite rouge.

En remplaçant x par -4 et y par -3 dans chacun des deux équations, on doit vérifier qu'il y a bien égalité :

$-4 - (-3) = -1$ et $-(-4) + 7 \times (-3) = -17$ donc ce couple est bien solution du système.

On peut aussi résoudre ce système. Dans ce cas, la méthode par substitution est parfaitement adaptée (il est facile d'isoler l'une des inconnues) :

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ -x + 7y = -17 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y - 1 \\ -(y-1) + 7y = -17 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y - 1 \\ 6y + 1 = -17 \end{cases} \iff \begin{cases} y = -3 \\ x = -3 - 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = -3 \\ x = -4 \end{cases}$$

2. De même $\begin{cases} -5x - y = -13 \\ x - y = -1 \end{cases}$ a pour couple solution $(x\ ;\ y) = (3\ ;\ -2)$ (coordonnées du point d'intersection de la droite bleue avec la droite rouge). On peut vérifier comme dans la question 1 que ce couple vérifie bien chacune de ces deux équations ou résoudre de nouveau ce système (par substitution, cela fonctionne bien également).

3. Enfin $\begin{cases} -x + 7y = -17 \\ -5x - y = -13 \end{cases}$ a pour couple solution $(x\ ;\ y) = (2\ ;\ 3)$.