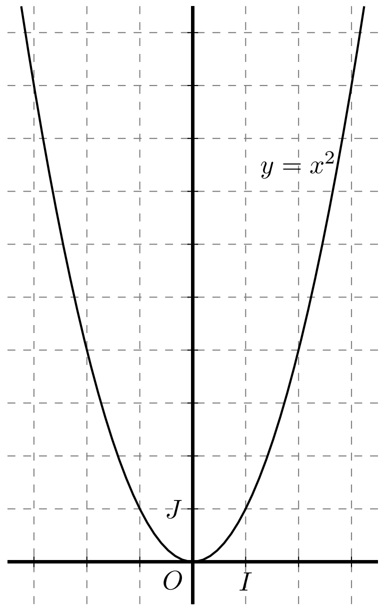
Chapitre IX : Étude de deux fonctions de référence

I - Fonction carrée

a) Synthèse sur la fonction carrée



- La fonction carrée est le fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
- Sa courbe représentative est une parabole.
- Pour tout réel x, $x^2 \geqslant 0$. La courbe représentative est alors située au-dessus de l'axe des abscisses.
- Pour tout réel x, $(-x)^2 = x^2$ donc la fonction carrée est **paire**. Sa courbe représentative admet ainsi **l'axe des ordonnées pour axe de symétrie**.
- La fonction carrée est strictement décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$ et strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Conséquence des variations de la fonction carrée :

- La fonction carrée étant strictement décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$, pour tous réels a et b négatifs, si $a < b$ alors $a^2 > b^2$ (l'application de la fonction **change** l'ordre).
- La fonction carrée étant strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$, pour tous réels a et b négatifs, si $a < b$ alors $a^2 < b^2$ (l'application de la fonction **conserve** l'ordre).
- Si a et b sont de signe contraire, on ne peut pas comparer leurs carrés si ce n'est en les calculant.

Exemple : Comparer les nombres suivants sans calculatrice.

- $1{,}325^2$ et $1{,}874^2$
- $(-2{,}7)^2$ et $(-2{,}978)$
- π^2 et $3{,}1^2$
- $\left(-\dfrac{2}{3}\right)$ et $(-0{,}6)^2$

Solution : On peut s'aider de la courbe : on positionne les nombres proposés correctement sur l'axe des abscisses et on compare alors facilement les images de ces nombres par la fonction carrée.

- $1{,}325$ et $1{,}874$ sont deux réels positifs avec $1{,}325 < 1{,}874$, ainsi $1{,}325^2 < 1{,}874^2$ car la fonction carrée est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.
- $-2{,}7$ et $-2{,}978$ sont deux réels négatifs avec $-2{,}7 > -2{,}978$, ainsi $(-2{,}7)^2 < (-2{,}978)^2$ car la fonction carrée est strictement décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$.
- π et $3{,}1$ sont deux réels positifs avec $\pi > 3{,}1$, ainsi $\pi^2 > 1{,}874^2$ car la fonction carrée est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.
- $-\dfrac{2}{3}$ et $-0{,}6$ sont deux réels négatifs avec $-\dfrac{2}{3} < -0{,}6$, ainsi $\left(-\dfrac{2}{3}\right) < (-0{,}6)^2$ car la fonction carrée est strictement décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$.