III - Signe d'un produit ou quotient de fonctions affines

L'objectif est de déterminer tous les intervalles sur lesquels une fonction, produit ou quotient de fonctions affines, est strictement positive, strictement négative ou nulle.
Pour réussir, il convient de s'appuyer sur la méthode permettant de déterminer le signe d'une fonction affine.

a) Produit de fonctions affines

Exemple : On souhaite résoudre l'inéquation $(4-3x)(5x+2) \leqslant 0$.
On détermine tout d'abord le signe de chacun des facteurs ($4-3x$ et $5x+2$).

On résout $4-3x=0$, ce qui donne ....

Cette fonction affine étant strictement .... sur $\mathbb{R}$, on obtient le signe de $4-3x$:

x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $4-3x$	

version numérique pour vérifier

On résout ensuite $5x+2=0$, ce qui donne ....

Cette fonction affine étant strictement .... sur $\mathbb{R}$, on obtient le signe de $5x+2$:

x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $5x+2$	

version numérique

Consignons alors le signe de $4-3x$ et celui de $5x+2$ dans un même tableau et utilisons la règle des signes pour déterminer le signe du produit. Dans la première ligne, on place les deux valeurs trouvées précédemment **dans l'ordre sur l'axe des réels**.

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $4-3x$			
signe de $5x+2$			
signe du produit			

version numérique

On conclut que l'ensemble des solutions de l'inéquation $(4-3x)(5x+2) \leqslant 0$ est ....

Remarque : Cette méthode s'étend à la recherche du signe d'un produit de plus de deux facteurs.

Exemple : Déterminer le signe de $-2x(4x+2)(3x+2)$.

Solution : On étudie le signe de chacun des facteurs :
On résout

x	$-\infty$			$+\infty$
signe de $-2x$				
signe de $4x+2$				
signe de $2x+3$				
signe du produit				

version numérique

Exercice numérique de construction d'un tableau de signes avec facteurs aléatoires
Ces exercices peuvent être prolongés par une résolution d'inéquation :
Tableau de signes et résolution d'inéquation