Chapitre X - Droites du plan

II - Systèmes linéaires

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Il est déjà possible de vérifier si le système admet un unique couple solution ou non.

Résoudre le système : $\left\{ \begin{array}{ll} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{array} \right.$

Il est déjà possible de vérifier si le système admet un unique couple solution ou non.

Ici $4 \times 5 - (-3) \times 1 = 23 \neq 0$, donc le système admet un unique couple solution.

Systèmes linéaires (Résolution par substitution)

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Cet exemple se prête à cette méthode par substitution car il est facile d'isoler l'une des deux variables dans l'une des équations.

N'utiliser cette méthode par substitution que lorsque le coefficient devant l'une des variables vaut 1 ou -1 dans l'une des deux égalités.

Systèmes linéaires (Résolution par substitution)

Résoudre le système : $\left\{ \begin{array}{ll} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{array} \right.$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Systèmes linéaires (Résolution par substitution)

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Le système devient : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{cases}$

Systèmes linéaires (Résolution par substitution)

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Le système devient : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{cases}$

On peut alors remplacer x par $-5y + 13$ dans l'équation $[1]$

Résoudre le système : $\left\{ \begin{array}{ll} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{array} \right.$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Le système devient : $\left\{ \begin{array}{ll} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{array} \right.$

On peut alors remplacer x par $-5y + 13$ dans l'équation $[1]$ qui devient :

$4(-5y + 13) - 3y = 6$

Systèmes linéaires (Résolution par substitution)

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Le système devient : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{cases}$

On peut alors remplacer x par $-5y + 13$ dans l'équation $[1]$ qui devient :

$$4(-5y + 13) - 3y = 6 \iff -20y + 52 - 3y = 6$$
$$\iff -23y = -46 \iff y = 2$$

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Le système devient : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{cases}$

On peut alors remplacer x par $-5y + 13$ dans l'équation $[1]$ qui devient :

$$\begin{aligned} 4(-5y + 13) - 3y = 6 &\iff -20y + 52 - 3y = 6 \\ &\iff -23y = -46 \iff y = 2 \end{aligned}$$

Le système équivaut alors à $\begin{cases} y = 2 \\ x = -5y + 13 \end{cases}$.

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Le système devient : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{cases}$

On peut alors remplacer x par $-5y + 13$ dans l'équation $[1]$ qui devient :

$$4(-5y + 13) - 3y = 6 \iff -20y + 52 - 3y = 6$$
$$\iff -23y = -46 \iff y = 2$$

Le système équivaut alors à $\begin{cases} y = 2 \\ x = -5y + 13 \end{cases}$.

Il ne reste plus qu'à remplacer y par 2 dans la deuxième égalité :

Systèmes linéaires (Résolution par substitution)

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Isolons x dans l'équation $[2]$.

Le système devient : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{cases}$

On peut alors remplacer x par $-5y + 13$ dans l'équation $[1]$ qui devient :

$$4(-5y + 13) - 3y = 6 \iff -20y + 52 - 3y = 6$$
$$\iff -23y = -46 \iff y = 2$$

Le système équivaut alors à $\begin{cases} y = 2 \\ x = -5y + 13 \end{cases}$.

Il ne reste plus qu'à remplacer y par 2 dans la deuxième égalité :

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -5 \times 2 + 13 = 3 \end{cases}.$$

Systèmes linéaires (Résolution par substitution)

Résoudre le système : $\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x + 5y = 13 & [2] \end{cases}$

Isolons x dans l'équation $[2]$. Le système devient :

$$\begin{cases} 4x - 3y = 6 & [1] \\ x = -5y + 13 & [2'] \end{cases}$$

On peut alors remplacer x par $-5y + 13$ dans l'équation $[1]$ qui devient :

$$\begin{aligned} 4(-5y + 13) - 3y = 6 &\iff -20y + 52 - 3y = 6 \\ &\iff -23y = -46 \iff y = 2 \end{aligned}$$

Le système équivaut alors à $\begin{cases} y = 2 \\ x = -5y + 13 \end{cases}$.

Il ne reste plus qu'à remplacer y par 2 dans la deuxième égalité :

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -5 \times 2 + 13 = 3 \end{cases}.$$

Donc l'unique couple solution du système est $(x\ ;\ y) = (3\ ;\ 2)$.