Résolution de systèmes linéaires

Exercice 104 p.27

On souhaite résoudre le système linéaire : $\begin{cases} 5x + 2y = 4 & [1] \\ 2x + 3y = -5 & [2] \end{cases}$

Il est préférable de résoudre ce système par **combinaisons linéaires**

Les coefficients devant la variable x sont 5 et 2, un multiple commun de ces deux nombres est 10.

Les coefficients devant y sont 2 et 3, un multiple commun de ces deux nombres est 6.

Donc je vais choisir la variable y et **multiplier tous les termes de la ligne [1] par 3 et tous ceux de la ligne [2] par 2**.

On obtient : $\begin{cases} 15x + 6y = 12 & [1'] \\ 4x + 6y = -10 & [2'] \end{cases}$ et nous sommes arrivés à un système avec **le même nombre - au signe près - devant l'une des inconnues**.

À cet instant, une addition ou soustraction terme à terme des égalités permettra d'obtenir une équation ne comportant plus qu'une seule inconnue.

Ici, nous allons effectuer $[1'] - [2']$, par contre, **on n'oublie pas de conserver l'une des équations déjà présentes ou une équation donnée au départ**.

$\begin{cases} 15x + 6y = 12 \\ 15x - 4x + 6y - 6y = 12 - (-10) \end{cases} \iff \begin{cases} 15x + 6y = 12 \\ 11x = 22 \end{cases}$

On trouve alors facilement x que nous allons aussitôt remplacer dans la première équation :

$\begin{cases} 15 \times 2 + 6y = 12 \\ x = \dfrac{22}{11} = 2 \end{cases}$

Il ne reste plus qu'à résoudre la première équation :

$\begin{cases} 6y = -18 \\ x = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$

Donc le couple solution du système est $(x\,;\,y) = (2\,;\,-3)$.

Exercice 105 p. 27

On souhaite résoudre le système linéaire : $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = -6 \end{cases}$.

Dans cet exemple, il est très simple d'isoler x dans la première équation donc je vais utiliser la méthode par substitution.

$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = -6 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 4 + 2y \\ 2(4 + 2y) + 3y = -6 \end{cases}$

La deuxième équation devient alors $8 + 4y + 3y = -6 \iff 7y = -14 \iff y = \dfrac{-14}{7} = -2$

Le système devient alors $\begin{cases} x = 4 + 2 \times (-2) \\ y = -2 \end{cases}$ en remplaçant y par -2 dans la première équation.

En conclusion $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$ et l'unique couple solution est $(x\,;\,y) = (0\,;\,-2)$.