

La solution de l'équation $x^3 = 2$ est le nombre réel $\sqrt[3]{2}$ qui n'est pas un nombre entier (pas plus rationnel). On peut chercher une valeur approchée de ce nombre à l'aide d'un algorithme. Il existe deux méthodes générales sachant qu'on peut déjà facilement encadrer ce nombre par deux entiers. En effet $1^3 < 2 < 2^3$ (encadrement de 2 par les cubes de deux entiers consécutifs) donc $1 < \sqrt[3]{2} < 2$.

• Méthode par balayage

Cette méthode consiste à parcourir l'intervalle $[1; 2]$ avec un certain pas et s'arrêter dès qu'on dépasse la valeur souhaitée (ici quand le cube sera supérieur à 2). On peut choisir de mettre le pas comme argument de la fonction :

```
1 def balayage(pas):
2     a=1
3     while a**3<2:
4         a=a+pas
5     return a
```

x	f(x)
1	1
1.1	1.331
1.2	1.728
1.3	2.197
1.4	2.744
1.5	3.375
1.6	4.096

Cela se représente très facilement avec le tableau de valeurs de la calculatrice (par exemple pour `pas=0.1` :

Le parcours de l'algorithme lorsqu'on demande `balayage(0.1)` nous donne :

Valeur de a	Test a**3<2
1	False
1.1	False
1.2	False
1.3	True

`balayage(0.1)` renvoie donc la valeur 1.3.

• Méthode par dichotomie

Cette méthode consiste à approcher de plus en plus la solution d'une équation en la positionnant par rapport au centre de l'intervalle. Ceci permet de diviser l'intervalle dans lequel elle se trouve par 2 à chaque étape. Lorsque cette fonction s'arrête la longueur de l'intervalle est inférieure à un certain seuil qui peut être placé en tant qu'argument de la fonction.

```
1 def dichotomie(seuil):
2     a=1
3     b=2
4     while b-a>seuil:
5         m=(a+b)/2
6         if m**3>2 :
7             b=m
8         else :
9             a=m
10    return a
```

Parcours de l'algorithme quand on saisit `dichotomie(0.01)` :

a	b	b-a>seuil	m	m**3>2
1	2	True	1.5	True
1	1.5	True	1.25	False
1.25	1.5	True	1.375	True
1.25	1.375	True	1.3125	True
1.25	1.3125	True	1.28125	True
1.25	1.28125	True	1.265625	True
1.25	1.265625	True	1.2578125	False
1.2578125	1.265625	False		

Donc `dichotomie(0.01)` renvoie la valeur 1.2578125.

8 étapes ont été nécessaires pour obtenir cette valeur approchée, alors qu'avec la méthode par balayage il aurait fallu 26 étapes pour obtenir une autre valeur approchée.

Dans les deux cas, la valeur obtenue est une valeur approchée de la solution de $x^3 = 2$ (donc de $\sqrt[3]{2}$).

Par exemple `balayage(0.01)` ou `dichotomie(0.01)` donnent une valeur approchée de $\sqrt[3]{2}$ à 0,01 près.