Correction des exercices

1. Chaque tonne étant vendue 150 €, la recette réalisée pour la vente de x tonnes vaut $150x$.

   $$\begin{aligned} B(x) &= \text{Recettes} - \text{Coûts de production} \\ &= 150x - \left(x^3 - 15x^2 + 78x - 650\right) = 150x - x^3 + 15x^2 - 78x + 650 \\ &= -x^3 + 15x^2 + 72x + 650. \end{aligned}$$

2. En utilisant les formules de dérivation, on obtient :

   $B'(x) = -3x^2 + 15 \times 2x + 72 \times 1 + 0 = -3x^2 + 30x + 72.$

3. Pour cette question, il suffit de développer l'expression proposée. Cela se fait en 2 étapes en terminant par la distribution du facteur -3.

   $$\begin{aligned} -3(x+2)(x-12) &= -3(x^2 - 12x + 2x - 24) \\ &= -3x^2 + 36x - 6x + 72 = -3x^2 + 30x + 72 \end{aligned}$$

   Donc $B'(x) = -3(x+2)(x-12)$.

4. On résout tout d'abord $x + 2 = 0$ qui donne $x = -2$ puis $x - 12 = 0$ qui donne $x = 12$.

   On construit dans un premier temps le tableau de signes du produit sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-2		12		$+\infty$
signe de -3		$-$	|	$-$	|	$-$	
signe de $x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
signe de $x-12$		$-$	|	$-$	0	$+$	
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

   On en déduit alors le tableau de variation de B sur l'intervalle $[0\,;\,16]$:

x	0				12
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
B	650	$\nearrow$	1946	$\searrow$	1546

   On n'oublie pas de calculer les images : $B(0) = 650)$; $B(12) = 1946$ et $B(16) = 1546$.

5. D'après les variations de B, le maximum est atteint pour $x = 12$.

   Donc on obtient un bénéfice maximal lorsqu'on produit et vend 12 tonnes de courgettes. Ce bénéfice maximal est alors de 1946 €.