c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Soit Ω un univers muni d'une loi de probabilité p.
Soit X une variable aléatoire, définie sur Ω et pouvant prendre les valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
Pour tout entier i compris entre 1 et n, on note $p_i = p(X = x_i)$.

Définition : L'**espérance** de la variable aléatoire X est notée $E(X)$ et a pour valeur :

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i.$$

....

Exercice : Soit X une variable aléatoire ne prenant que les valeurs 2, 5, 7 et 9. soit a un réel appartenant à l'intervalle $[0;1]$. La loi de probabilité de X est donnée dans le tableau ci-contre :

1. Déterminer a.
2. Calculer l'espérance de X. Interpréter le résultat.

....

III - Répétition d'épreuves de Bernoulli

a) Loi de Bernoulli

Définition : Une expérience qui ne comporte que deux issues possibles (qu'on peut appeler « succès » ou « échec ») est appelée **épreuve de Bernoulli**.

Exemples :

- Le jet d'une pièce de monnaie bien équilibrée : la probabilité du succès (« pile » par exemple) est 0,5 et celle d'un échec (« face ») est également 0,5.
- Le jet d'un dé classique si l'on décide par exemple qu'un succès consiste à obtenir le 6 et qu'un échec consiste à ne pas obtenir le 6. La probabilité du succès est $\frac{1}{6}$ et celle de l'échec est $\frac{5}{6}$.

Remarque : Si dans une épreuve de Bernoulli la probabilité du succès est p avec $0 < p < 1$ $(P(S) = p)$, la probabilité de l'échec est $1 - p$ $(P(\overline{S}) = 1 - p)$. On dit alors que la loi de Bernoulli est de paramètre p.
Cette loi de Bernoulli peut être représentée par le tableau suivant :

Valeur	succès S	échec $\overline{S}$
Probabilité	p	$1 - p$

b) Répétition d'épreuves de Bernoulli

Cette partie du chapitre se traitera à partir de deux exemples :

Exemple 1	Exemple 2
Une machine permet de lancer une balle de façon totalement aléatoire sur une cible circulaire comportant une zone rouge et une zone blanche. Le tir est réussi si la balle atteint la zone rouge. La cible est construite de sorte que la probabilité de réussir un tir vaut 0,16. On effectue 4 lancers successifs.	Une urne contient deux boules rouges, deux noires et une bleue. On tire une boule au hasard, on la remet dans l'urne, puis on en tire une deuxième au hasard. On admet que tous les tirages d'une boule sont équiprobables.

- Dans l'exemple 1, chaque lancer de balle constitue une épreuve de Bernoulli où le succès peut être défini par le fait de toucher la zone rouge et l'échec de ne pas la toucher.

  Dans ce cas $p = P(S) =$ .... et $P(\overline{S}) =$ ....

- Dans l'exemple 2, chaque tirage est un épreuve de Bernoulli où le succès peut être défini par le fait de tirer une boule rouge et l'échec de tirer une boule qui n'est pas rouge.

  Dans ce cas $p = P(S) =$ .... et $P(\overline{S}) =$ ....