Chapitre VII : Fonctions polynômes de degrés 2 et 3

I - Les fonctions $x \longmapsto a(x-x_1)(x-x_2)$

Définition : a, x_1 et x_2 sont trois nombres réels ($a \neq 0$).
Toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

- est une fonction polynôme de degré 2 (ou polynôme du second degré) ;
- est écrite sous forme factorisée ;
- est représentée par une parabole coupant l'axe des abscisses en deux points dès que $x_1 \neq x_2$.

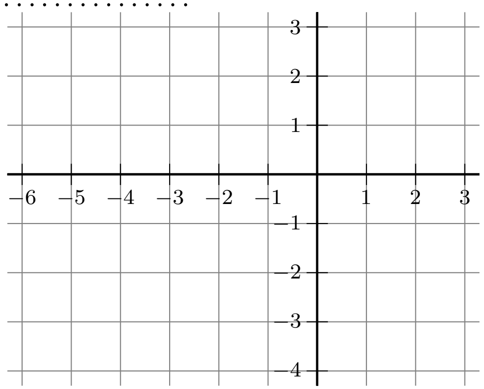
Lorsque $a > 0$, alors la parabole est tournée vers le haut. Lorsque $a < 0$, elle est tournée vers le bas.

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0{,}3(x-1)(x+5)$.

Comme $-0{,}3 < 0$, la parabole représentant cette fonction est ....

De plus, pour déterminer l'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on résout l'équation $f(x) = 0$ ce qui donne :
$-0{,}3(x-1)(x+5) = 0$ équivaut à :

La parabole représentant f coupe alors l'axe des abscisses en deux points de coordonnées ....

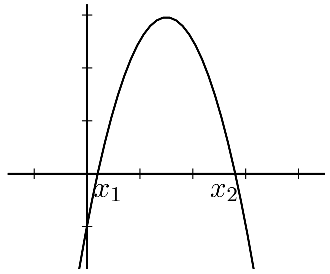
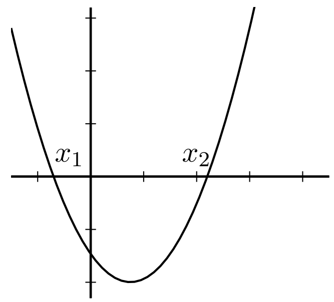


Remarque : $f(x)$ peut aussi s'écrire sous forme développée :
$f(x) = ax^2 + bx + c$ où le réel a est **le même** que celui qui est présent dans l'écriture $a(x-x_1)(x-x_2)$.
La détermination de b et c ne peut quant à elle se faire qu'en développant l'expression.

Propriété :
f étant une fonction polynôme de degré 2 de la forme $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$, l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : x_1 et x_2 (une seule lorsque $x_1 = x_2$).
x_1 et x_2 sont appelées **racines du polynôme**.
La parabole représentant cette fonction coupe l'axe des abscisses en deux points de coordonnées $(x_1 ; 0)$ et $(x_2 ; 0)$.
De plus, la parabole admet pour **axe de symétrie** la droite d'équation $x = c$ où $c = \dfrac{x_1+x_2}{2}$.

Dans l'exemple précédent, $x_1 =$ ..... et $x_2 =$ .... Or $\dfrac{x_1+x_2}{2} =$................
Donc la droite d'équation .... est l'axe de symétrie de la parabole représentant la fonction.

Propriété : Dans le cas où on prend $x_1 < x_2$:

Si $\boldsymbol{a < 0}$	Si $\boldsymbol{a > 0}$
La fonction est **négative sauf sur l'intervalle $[x_1 ; x_2]$**	La fonction est **positive sauf sur l'intervalle $[x_1 ; x_2]$**
	

Exercice : Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3(x-2)(x+3)$.
   Écrire $f(x)$ sous forme développée.
2. g est la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x^2 + 18x - 10$.
   (a) Vérifier que -5 et $\dfrac{1}{2}$ sont des racines du polynôme.
   (b) En déduire la forme factorisée de $g(x)$.
3. h est la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 3x^2 + 3x - 18$ et admettant 2 pour racine.
   (a) Déterminer la valeur de la deuxième racine.
   (b) En déduire l'équation réduite de l'axe de symétrie de la parabole représentant h.