Chapitre VII - Fonctions polynômes

II - Les fonctions polynômes de degré 3

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Par exemple, déterminons le signe de $4(x-5)(x+3)(x-2)$.

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Par exemple, déterminons le signe de $4(x-5)(x+3)(x-2)$.

On doit faire apparaitre dans le tableau le signe de chacun des quatre facteurs : -3 ; $x-5$; $x+3$ et $x-2$.

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

Par exemple, déterminons le signe de $4(x-5)(x+3)(x-2)$.

On doit faire apparaitre dans le tableau le signe de chacun des quatre facteurs : -3 ; $x-5$; $x+3$ et $x-2$.

On résout $\quad x-5=0 \quad ; \quad x+3=0 \quad ; \quad x-2=0$

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Par exemple, déterminons le signe de $4(x-5)(x+3)(x-2)$.

On doit faire apparaitre dans le tableau le signe de chacun des quatre facteurs : -3 ; $x-5$; $x+3$ et $x-2$.

On résout $\quad x - 5 = 0 \quad ; \quad x + 3 = 0 \quad ; \quad x - 2 = 0$

$$x = 5 \qquad x = -3 \qquad x = 2$$

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

On complète alors le signe de chacun des facteurs (comme ce qui a été fait dans le cas des polynômes de degré 2) puis on déterminer le signe du produit en comptant le nombre de **facteurs négatifs** :

- lorsqu'il y a un nombre **pair** de facteurs négatifs, alors le produit est positif ;
- lorsqu'il y a un nombre **impair** de facteurs négatifs, alors le produit est négatif.

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Voici le tableau qu'il faut compléter :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
signe de 4	
signe de $x - 5$	
signe de $x + 3$	
signe de $x - 2$	
signe du produit	

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

On place tout d'abord les racines du polynôme (5 ; -3 et 2) **dans l'ordre croissant.**

x	$-\infty$	-3	2	5 $+\infty$
signe de 4				
signe de $x-5$				
signe de $x+3$				
signe de $x-2$				
signe du produit				

b) Les fonctions $x \longmapsto a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

4 est un facteur strictement positif.

x	$-\infty$ $\quad$ -3	2	5	$+\infty$
signe de 4	$+$	$+$	$+$	$+$
signe de $x-5$				
signe de $x+3$				
signe de $x-2$				
signe du produit				

$x - 5$ s'annule en 5. Le coefficient devant x vaut 1 qui est positif donc cette fonction sera positive après s'être annulée (et donc négative avant).

x	$-\infty$		-3		2		5		$+\infty$
signe de 4		$+$		$+$		$+$		$+$	
signe de $x - 5$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x + 3$									
signe de $x - 2$									
signe du produit									

On déterminer les signes de $x+3$ et $x-2$ de la même façon :

x	$-\infty$		-3		2		5		$+\infty$
signe de 4		$+$		$+$		$+$		$+$	
signe de $x-5$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
signe de $x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
signe du produit									

On termine en appliquant la règle des signes rappelée précédemment pour avoir le signe du produit. On n'oublie pas qu'en -3, 2 et 5, l'un des facteurs s'annule donc le produit vaut 0.

x	$-\infty$		-3		2		5		$+\infty$
signe de 4		$+$		$+$		$+$		$+$	
signe de $x-5$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
signe de $x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	