

Exercice 97 p. 121

Dans cet exercice, il faut faire attention aux unités : x est en milliers de pneus (compris entre 0 et 30) et $B(x)$ en milliers d'euros.

B est un polynôme de degré 2 (de la forme $ax^2 + bx + c$). L'étude de cette fonction sera alors de la même nature que pour les exercices 71 p. 116 et 73 p. 117 dont vous avez eu les corrigés.

B est définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par $B(x) = -4x^2 + 126x - 574$.

1. $B'(x) = -4 \times 2x + 126 + 0 = -8x + 126$.

$B'(x)$ est affine. On résout alors $-8x + 126 = 0$ ce qui donne $-8x = -126$ et $x = \frac{-126}{-8} = 15,75$.

Le coefficient -8 me permet alors de déterminer le signe de $B'(x)$ (voir le tableau de la question suivante).

2. On est capable de donner le signe de $B'(x)$ et ainsi construire le tableau de variations de B . Attention à calculer les images de 0 ; 15,75 et 30 par B .

x	0	15,75	30
$B'(x)$	+	0	-
B	-574	418,25	-394

$B(0) = -574$, $B(30) = -394$ et $B(15,75) = 418,25$ ce qui nous permet de compléter le tableau.

3. (a) La plus petite solution de $B(x) = 0$ est entre 5 et 6.
(b) On calcule les images par B des nombres compris entre 5 et 6 avec un pas de 0,1.
Or $B(5,5) = -2 < 0$ et $B(5,6) = 6,16 > 0$. Ces deux images étant de signe contraire, on conclut que cette solution est entre 5,5 et 5,6.
(c) $B(26) = -2$ dont 26 n'est pas solution de $B(x) = 0$.
4. D'après les variations de B , le bénéfice est maximal lorsque $x = 15,75$ c'est-à-dire pour 15 750 pneus et ce bénéfice maximal vaut 418 250 €.