Chapitre VII - Fonctions polynômes

I - Les fonctions $x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)$

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,3(x - 1)(x + 5)$.
Comme $-0,3 < 0$, la parabole représentant cette fonction est tournée vers le bas.

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,3(x - 1)(x + 5)$.
Comme $-0,3 < 0$, la parabole représentant cette fonction est tournée vers le bas.

De plus, pour déterminer l'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on résout l'équation $f(x) = 0$ ce qui donne :

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,3(x-1)(x+5)$.
Comme $-0,3 < 0$, la parabole représentant cette fonction est tournée vers le bas.

De plus, pour déterminer l'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on résout l'équation $f(x) = 0$ ce qui donne :
$-0,3(x-1)(x+5) = 0$ équivaut à :

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,3(x-1)(x+5)$.
Comme $-0,3 < 0$, la parabole représentant cette fonction est tournée vers le bas.

De plus, pour déterminer l'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on résout l'équation $f(x) = 0$ ce qui donne :
$-0,3(x-1)(x+5) = 0$ équivaut à :
$x - 1 = 0$ **ou** $x + 5 = 0$ (le facteur $-0,3$ étant non nul, il est omis)

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,3(x - 1)(x + 5)$.
Comme $-0,3 < 0$, la parabole représentant cette fonction est tournée vers le bas.

De plus, pour déterminer l'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on résout l'équation $f(x) = 0$ ce qui donne :
$-0,3(x - 1)(x + 5) = 0$ équivaut à :
$x - 1 = 0$ **ou** $x + 5 = 0$ (le facteur $-0,3$ étant non nul, il est omis)
$x = 1$ **ou** $x = -5$

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,3(x-1)(x+5)$.
Comme $-0,3 < 0$, la parabole représentant cette fonction est tournée vers le bas.

De plus, pour déterminer l'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses, on résout l'équation $f(x) = 0$ ce qui donne :
$-0,3(x-1)(x+5) = 0$ équivaut à :
$x-1=0$ **ou** $x+5=0$ (le facteur $-0,3$ étant non nul, il est omis)
$x=1$ **ou** $x=-5$

La parabole représentant f coupe alors l'axe des abscisses en deux points de coordonnées $(1\ ;\ 0)$ et $(-5\ ;\ 0)$.

Exemple : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,3(x-1)(x+5)$.

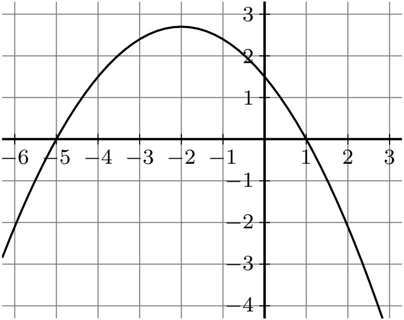
La parabole représentant f coupe alors l'axe des abscisses en deux points de coordonnées $(1\,;\,0)$ et $(-5\,;\,0)$.

Utilisation de la calculatrice pour construire un tableau de valeurs et ainsi placer des points permettant de tracer la courbe.

Reprendre le modèle présent dans le chapitre V (correction de l'ex 97 p. 121)

casio Graph35

casio collège



Remarque : $f(x)$ peut aussi s'écrire sous forme développée :
$f(x) = ax^2 + bx + c$ où le réel a est **le même** que celui qui est présent dans l'écriture $a(x-x_1)(x-x_2)$.
La détermination de b et c ne peut quant à elle se faire qu'en développant l'expression.

Propriété : f étant une fonction polynôme de degré 2 de la forme $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : x_1 et x_2 (une seule lorsque $x_1 = x_2$).
x_1 et x_2 sont appelées **racines du polynôme**.
La parabole représentant cette fonction coupe l'axe des abscisses en deux points de coordonnées $(x_1 \,;\, 0)$ et $(x_2 \,;\, 0)$.
De plus, la parabole admet pour **axe de symétrie** la droite d'équation $x = c$ où $c = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$.

Les fonctions $x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)$

Dans l'exemple précédent, $x_1 = 1$ et $x_2 = -5$.

Dans l'exemple précédent, $x_1 = 1$ et $x_2 = -5$.
Or $\dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{1 + (-5)}{2} = -2$.

Dans l'exemple précédent, $x_1 = 1$ et $x_2 = -5$.
Or $\dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{1 + (-5)}{2} = -2$.
Donc la droite d'équation $x = -2$ est l'axe de symétrie de la parabole représentant la fonction.

Propriété : Dans le cas où on prend $x_1 < x_2$:

Si $a < 0$	Si $a > 0$
La fonction est **négative sauf sur l'intervalle $[x_1 ; x_2]$**	La fonction est **positive sauf sur l'intervalle $[x_1 ; x_2]$**