

Dernier exercice dans le même état d'esprit que ceux qui étaient à rendre

---

Une entreprise produit et vend des courgettes.

Elle a la capacité de produire entre 0 et 16 tonnes.

On note  $C(x)$  le coût de production, exprimé en euros, de  $x$  tonnes de courgettes. La fonction  $C$  est donc définie sur  $[0 ; 16]$  et elle est donnée par :  $C(x) = x^3 - 15x^2 + 78x - 650$ .

Chaque tonne de courgettes est vendue 150 euros.

On rappelle que le bénéfice correspond à la différence entre la recette et le coût de production.

1. Vérifier que le bénéfice  $B(x)$  s'exprime par :

$$B(x) = -x^3 + 15x^2 + 72x + 650.$$

2. On admet que la fonction  $B$  est dérivable sur  $[0 ; 16]$  et on note  $B'$  sa dérivée.

Déterminer  $B'(x)$ .

3. Montrer que  $B'(x) = -3(x + 2)(x - 12)$  pour  $x$  appartenant à  $[0 ; 16]$ .

4. À l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de  $B'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 16]$  et en déduire le tableau de variation de la fonction  $B$  sur  $[0 ; 16]$ .

5. Quelle quantité de courgettes l'entreprise doit-elle produire et vendre pour avoir un bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?