

# Chapitre VI - Variables aléatoires

## II - Variables aléatoires discrètes

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Dans l'exemple des tirages de deux boules dans une urne :  
Je rappelle la loi de  $Y$  (inutile de la recopier) :

$y_i$	0	1	2
$p(Y = y_i)$	0,36	0,48	0,16

Ainsi  $E(Y) = 0 \times P(Y = 0) + 1 \times P(Y = 1) + 2 \times P(Y = 2)$

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Dans l'exemple des tirages de deux boules dans une urne :  
Je rappelle la loi de  $Y$  (inutile de la recopier) :

$y_i$	0	1	2
$p(Y = y_i)$	0,36	0,48	0,16

Ainsi  $E(Y) = 0 \times P(Y = 0) + 1 \times P(Y = 1) + 2 \times P(Y = 2)$   
 $E(Y) = 0 \times 0,36 + 1 \times 0,48 + 2 \times 0,16 = 0,8.$

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Dans l'exemple des tirages de deux boules dans une urne :  
Je rappelle la loi de  $Y$  (inutile de la recopier) :

$y_i$	0	1	2
$p(Y = y_i)$	0,36	0,48	0,16

Ainsi  $E(Y) = 0 \times P(Y = 0) + 1 \times P(Y = 1) + 2 \times P(Y = 2)$

$$E(Y) = 0 \times 0,36 + 1 \times 0,48 + 2 \times 0,16 = 0,8.$$

On conclut qu'**en moyenne**, le nombre de boules noires obtenues vaut 0,8.

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Exercice : Soit  $X$  une variable aléatoire ne prenant que les valeurs 2, 5, 7 et 9. soit  $a$  un réel appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ . La loi de probabilité de  $X$  est donnée dans le tableau ci-contre :

$x_i$	2	5	7	9
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$a$

1. Déterminer  $a$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$ . Interpréter le résultat.

Solution :

1.

2.

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Exercice : Soit  $X$  une variable aléatoire ne prenant que les valeurs 2, 5, 7 et 9. soit  $a$  un réel appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ . La loi de probabilité de  $X$  est donnée dans le tableau ci-contre :

$x_i$	2	5	7	9
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$a$

1. Déterminer  $a$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$ . Interpréter le résultat.

Solution :

1. On sait que :  $p(X = 2) + p(X = 5) + p(X = 7) + p(X = 9) = 1$ ,

2.

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Exercice : Soit  $X$  une variable aléatoire ne prenant que les valeurs 2, 5, 7 et 9. soit  $a$  un réel appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ . La loi de probabilité de  $X$  est donnée dans le tableau ci-contre :

$x_i$	2	5	7	9
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$a$

1. Déterminer  $a$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$ . Interpréter le résultat.

Solution :

1. On sait que :  $p(X = 2) + p(X = 5) + p(X = 7) + p(X = 9) = 1$ , donc  
$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} + a = 1 \text{ et } a = \frac{2}{5}.$$

2.

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Exercice : Soit  $X$  une variable aléatoire ne prenant que les valeurs 2, 5, 7 et 9. soit  $a$  un réel appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ . La loi de probabilité de  $X$  est donnée dans le tableau ci-contre :

$x_i$	2	5	7	9
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$a$

1. Déterminer  $a$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$ . Interpréter le résultat.

Solution :

1. On sait que :  $p(X = 2) + p(X = 5) + p(X = 7) + p(X = 9) = 1$ , donc  $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} + a = 1$  et  $a = \frac{2}{5}$ .
2.  $E(X) = 2 \times p(X = 2) + 5 \times p(X = 5) + 7 \times p(X = 7) + 9 \times p(X = 9)$



## c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Exercice : Soit  $X$  une variable aléatoire ne prenant que les valeurs 2, 5, 7 et 9. soit  $a$  un réel appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ . La loi de probabilité de  $X$  est donnée dans le tableau ci-contre :

$x_i$	2	5	7	9
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$a$

1. Déterminer  $a$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$ . Interpréter le résultat.

Solution :

1. On sait que :  $p(X = 2) + p(X = 5) + p(X = 7) + p(X = 9) = 1$ , donc  
$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} + a = 1 \text{ et } a = \frac{2}{5}.$$
2. 
$$\begin{aligned} E(X) &= 2 \times p(X = 2) + 5 \times p(X = 5) + 7 \times p(X = 7) + 9 \times p(X = 9) \\ &= 2 \times \frac{1}{5} + 5 \times \frac{3}{10} + 7 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{2}{5} \end{aligned}$$

### c) Espérance d'une variable aléatoire discrète

Exercice : Soit  $X$  une variable aléatoire ne prenant que les valeurs 2, 5, 7 et 9. soit  $a$  un réel appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ . La loi de probabilité de  $X$  est donnée dans le tableau ci-contre :

$x_i$	2	5	7	9
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$a$

1. Déterminer  $a$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$ . Interpréter le résultat.

Solution :

1. On sait que :  $p(X = 2) + p(X = 5) + p(X = 7) + p(X = 9) = 1$ , donc  
$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} + a = 1 \text{ et } a = \frac{2}{5}.$$
2. 
$$E(X) = 2 \times p(X = 2) + 5 \times p(X = 5) + 7 \times p(X = 7) + 9 \times p(X = 9)$$
$$= 2 \times \frac{1}{5} + 5 \times \frac{3}{10} + 7 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{2}{5}$$
$$E(X) = \frac{31}{5} = 6,2. \text{ En } \mathbf{moyenne} \text{ } X \text{ prend la valeur } 6,2.$$