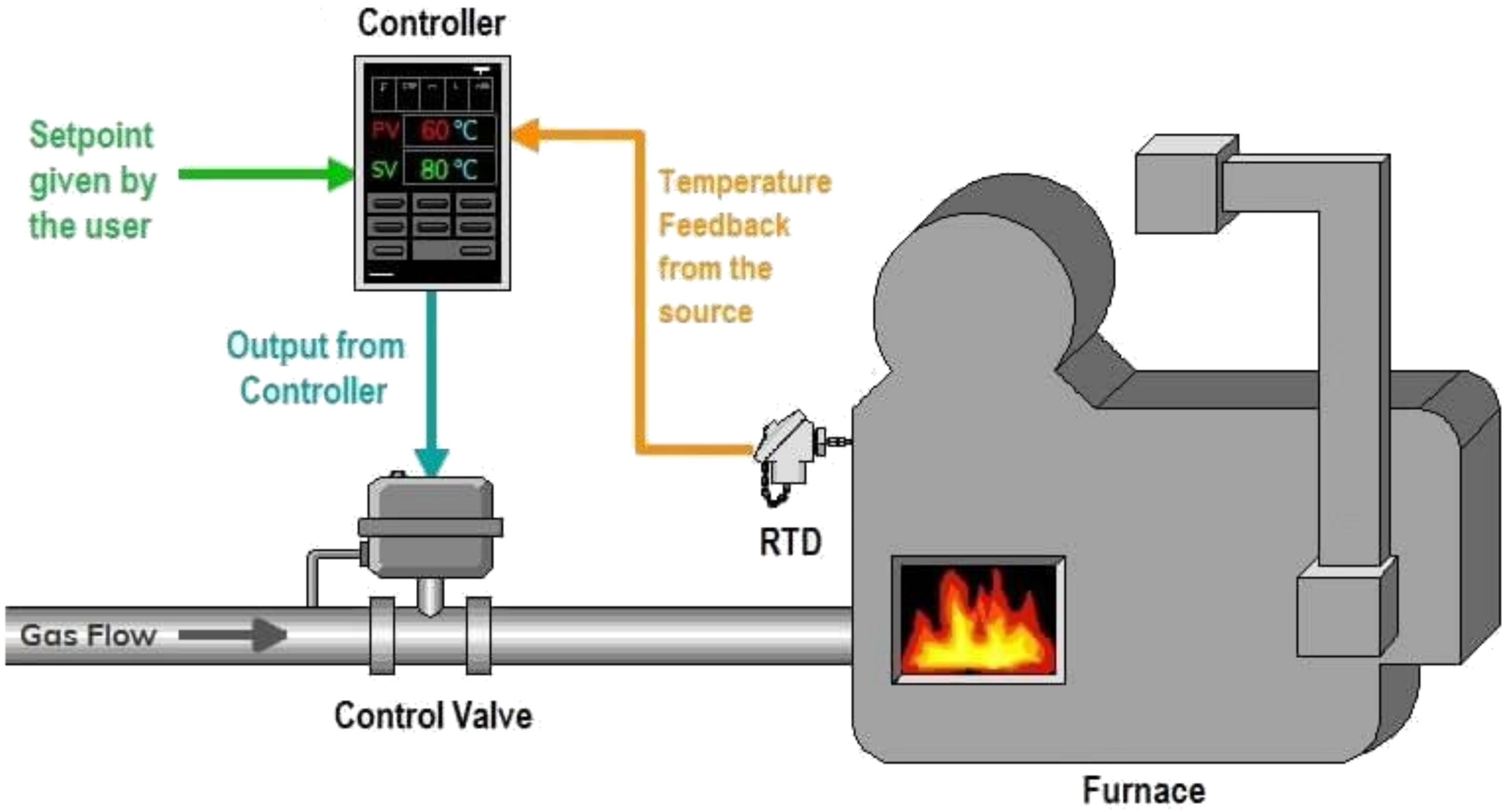
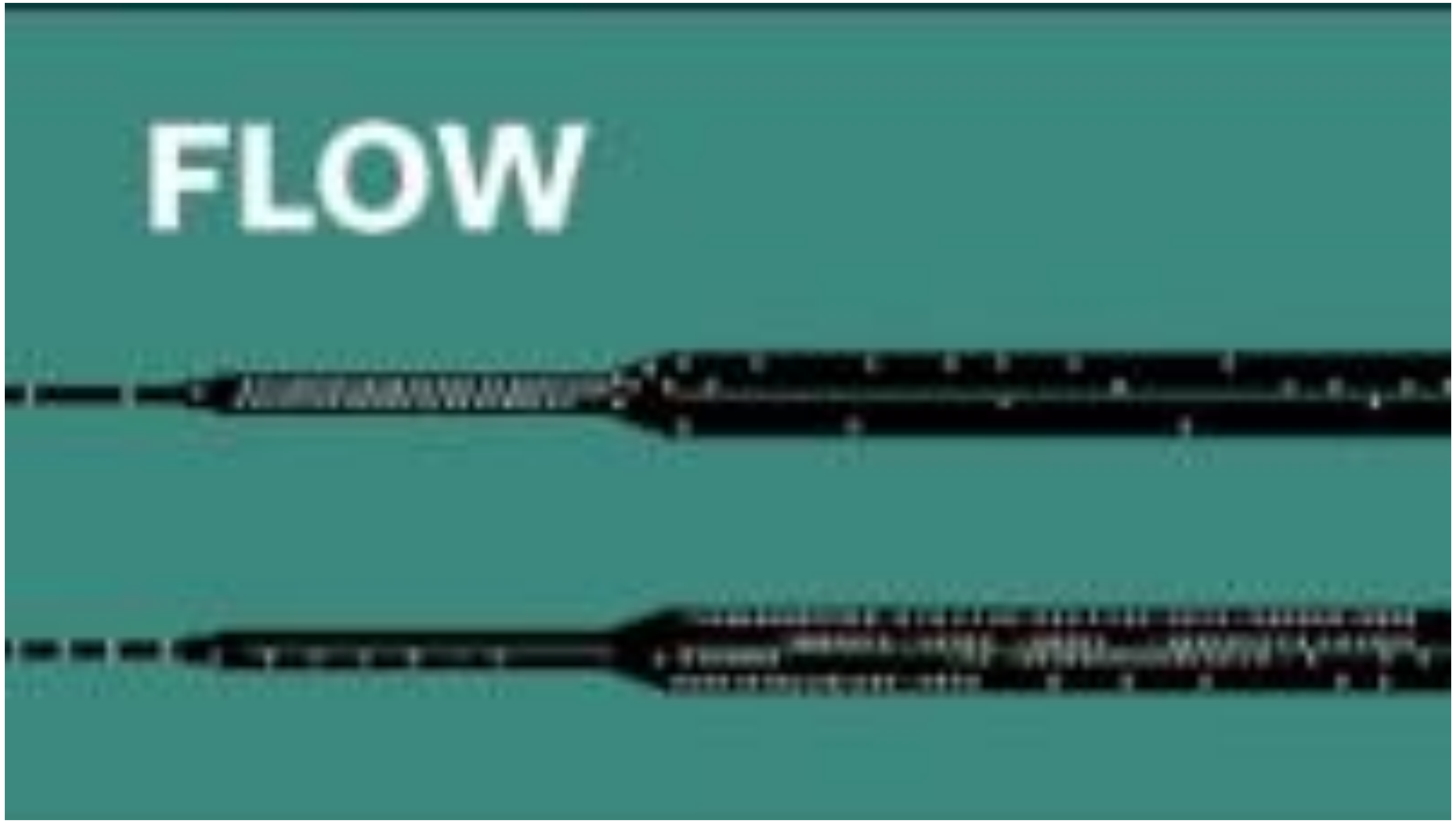
Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística

Sistemas Urbanos Inteligentes

Control de agentes basado en aprendizaje

Hans Löbel
Dpto. Ingeniería de Transporte y Logística
Dpto. Ciencia de la Computación


Controller
PV 60 °C
SV 80 °C
Setpoint given by the user
Temperature Feedback from the source
Output from Controller
RTD
Gas Flow
Control Valve
Furnace

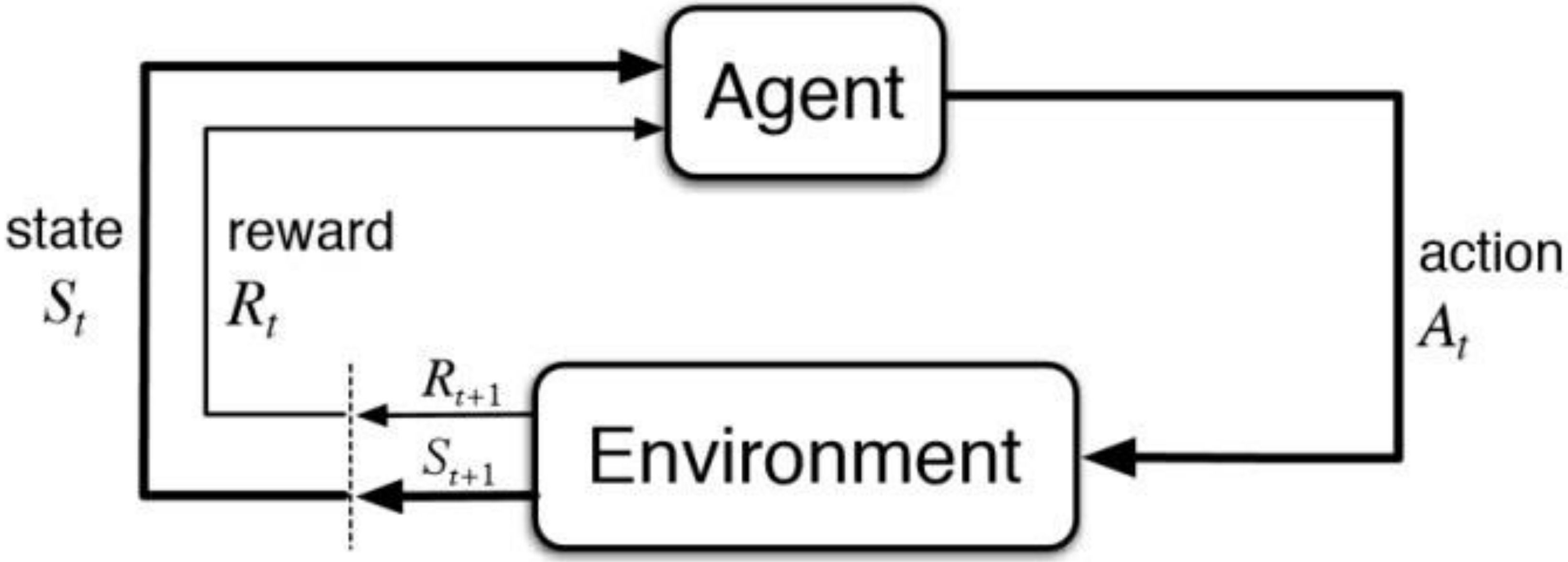


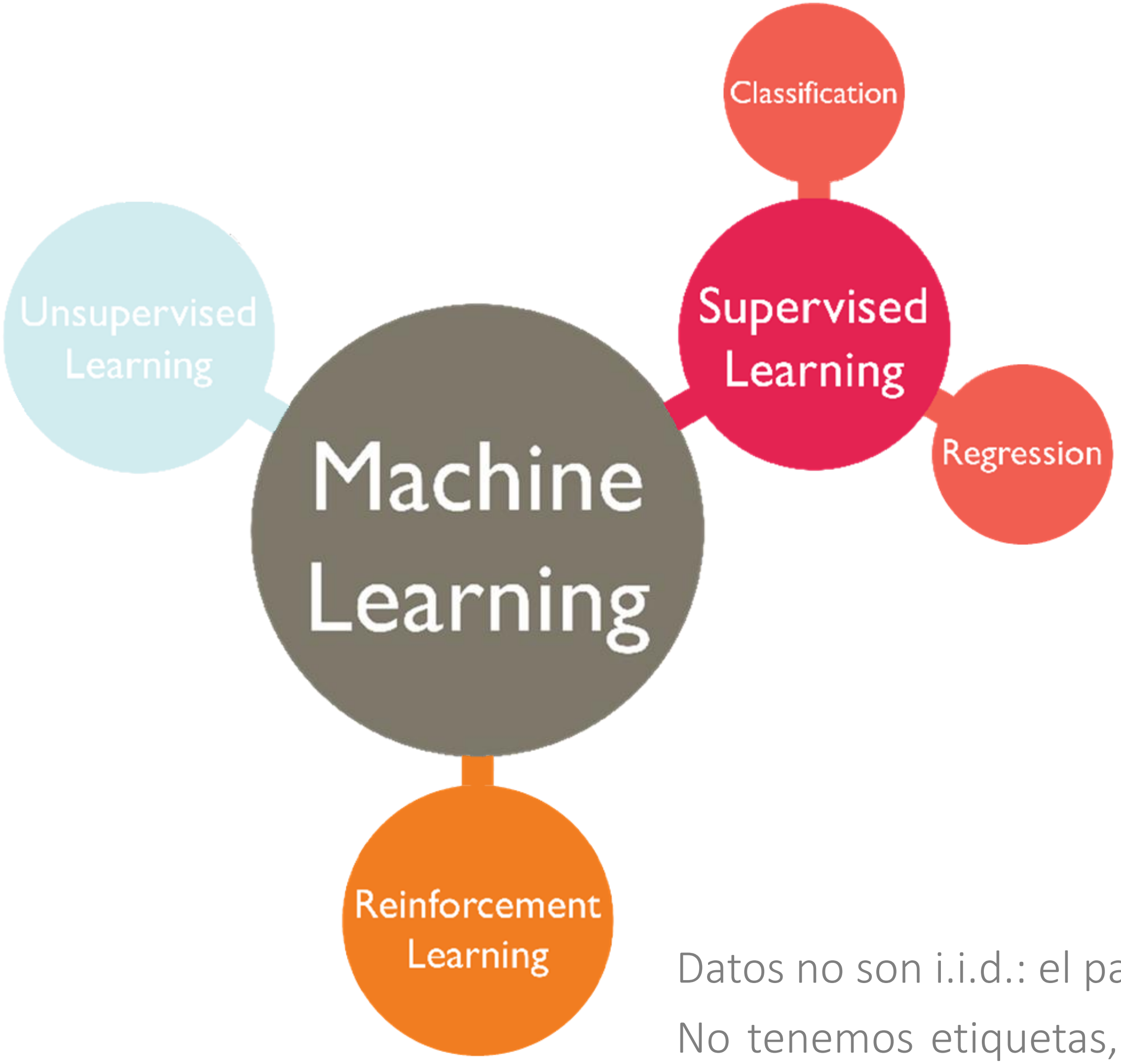
https://www.youtube.com/watch?v=P7xx9uH2i7w

Para esto, utilizaremos aprendizaje reforzado

Aprendizaje reforzado es:

- Formalismo matemático / enforque para aprender a tomar decisiones y controlar agentes basado en la experiencia/aprendizaje


Agent
state
S_t
reward
R_t
action
A_t
R_{t+1}
S_{t+1}
Environment



Datos etiquetados e i.i.d.

Datos no son i.i.d.: el pasado influencia el futuro

No tenemos etiquetas, solo sabemos si tuvimos éxito o no (o si recibimos una recompensa)

- Acciones: ?
- Observaciones (estado): ?
- Recompensa: ?

- Acciones: movimientos musculares
- Observaciones (estado): vista, olfato, tacto, oído, gusto
- Recompensa: comida

- Acciones: ?
- Observaciones (estado): ?
- Recompensa: ?

- Acciones: qué y cuánto comprar
- Observaciones (estado): niveles de inventario
- Recompensa: ganancia

Dificultad y técnicas a usar tienen que ver principalmente con el nivel de estructura del ambiente/entorno

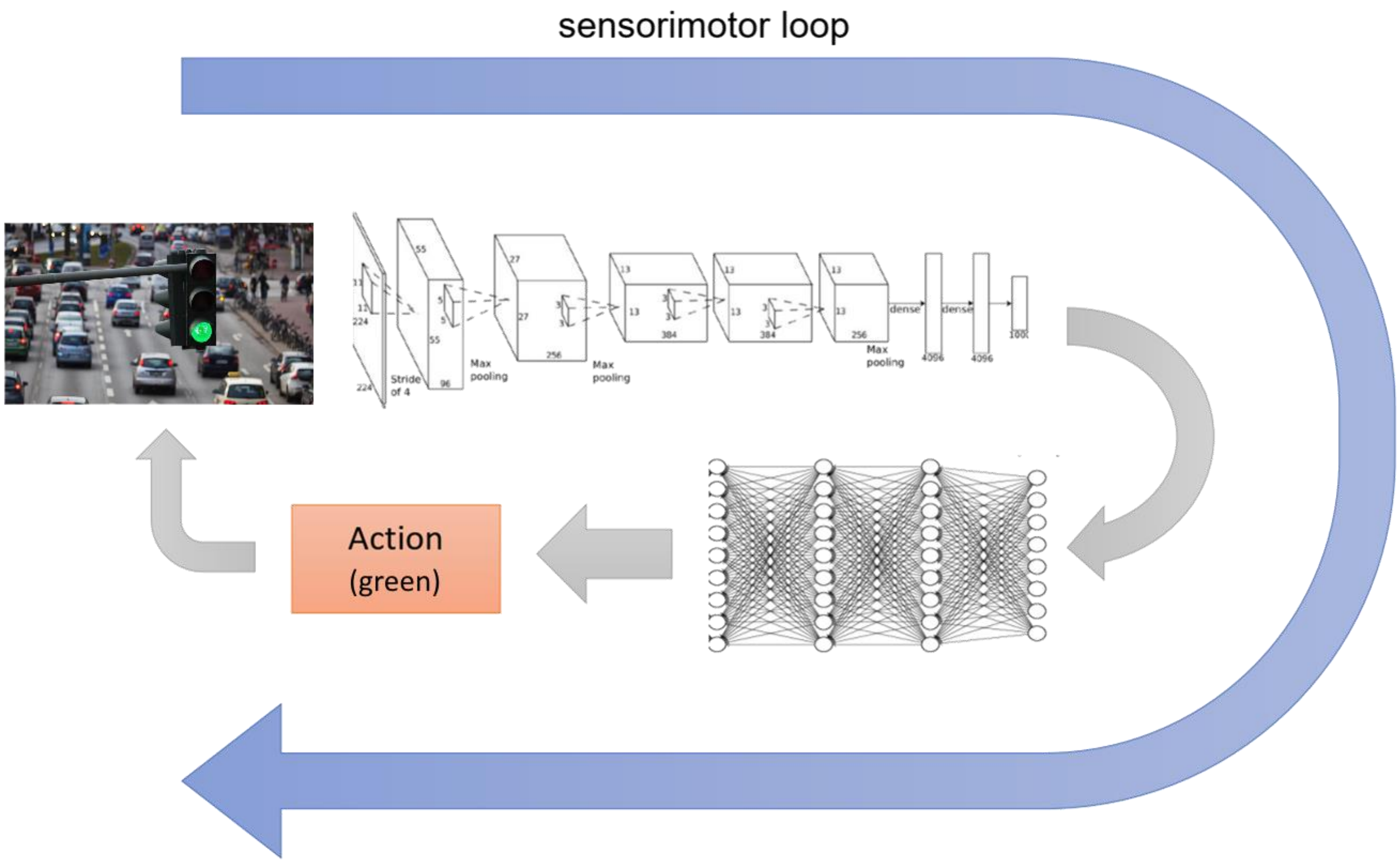
Entornos altamente estructurados: *feature engineering* para caracterizar el estado del mundo. Problema se remite “solo” a aprender a elegir la mejor acción dado el estado.

Reinforcement Learning

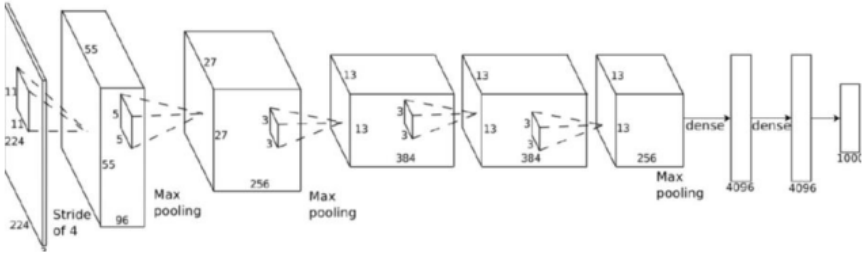
En entornos no estructurados: además de aprender a elegir la mejor acción, es necesario aprender a percibir el mundo.

Deep Reinforcement Learning

Por ejemplo, en un entorno urbano, generalmente carecemos de estructura



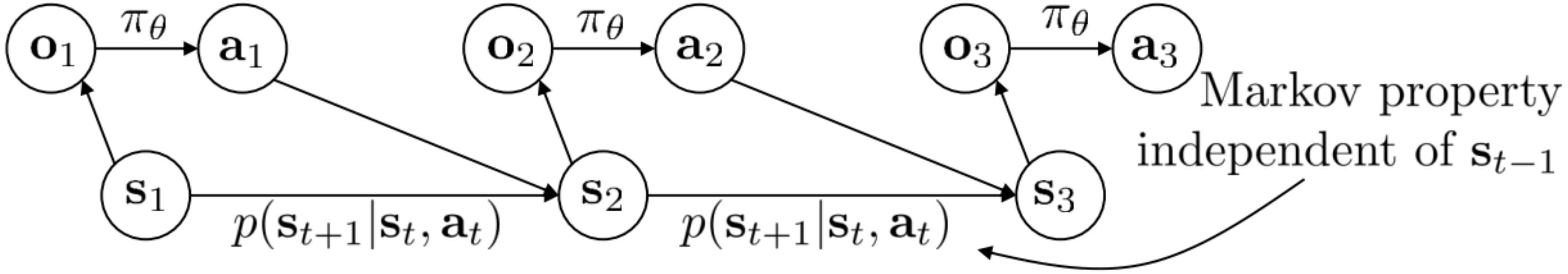
Antes de empezar con las técnicas, un poco de notación…



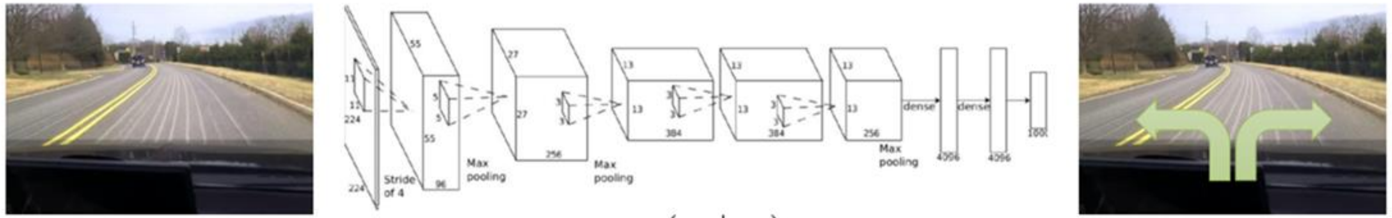
$\mathbf{o}_t$ $\pi_\theta(\mathbf{a}_t|\mathbf{o}_t)$ $\mathbf{a}_t$

$\mathbf{s}_t$ – state
$\mathbf{o}_t$ – observation
$\mathbf{a}_t$ – action

$\pi_\theta(\mathbf{a}_t|\mathbf{o}_t)$ – policy
$\pi_\theta(\mathbf{a}_t|\mathbf{s}_t)$ – policy (fully observed)



La recompensa actúa como una especia de supervisión



$\mathbf{o}_t$ $\pi_\theta(\mathbf{a}_t|\mathbf{o}_t)$ $\mathbf{a}_t$

which action is better or worse?

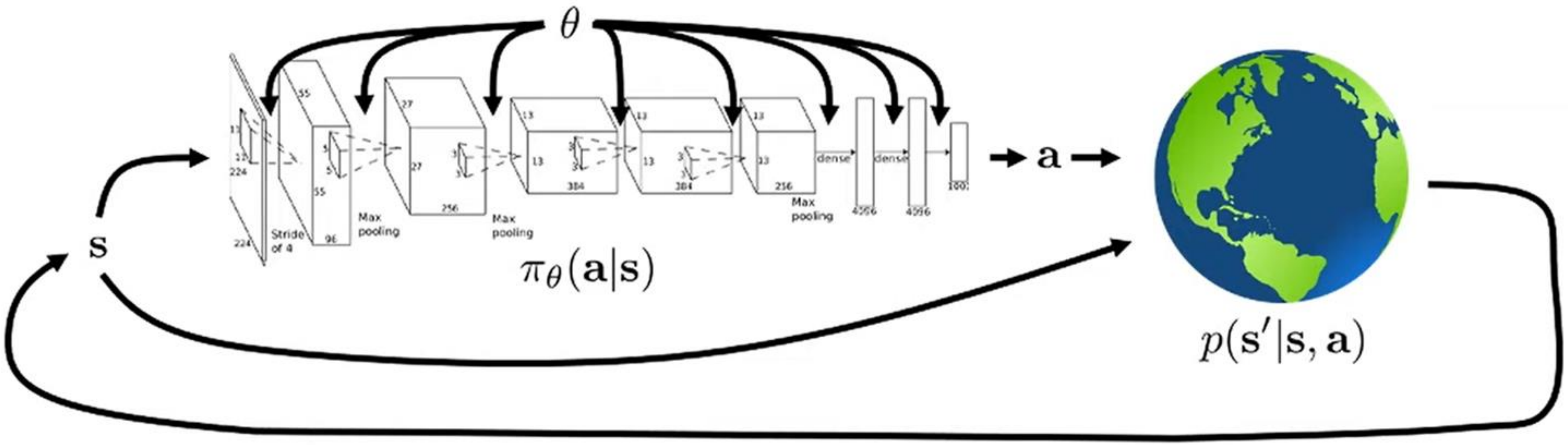
$r(\mathbf{s},\mathbf{a},\mathbf{s}')$: reward function $\longrightarrow$ tells us which states and actions are better

high reward 

 low reward

$s, a, r(s,a,s')$ y $p(s'|s,a)$ definen un proceso de decisión markoviano (MDP)

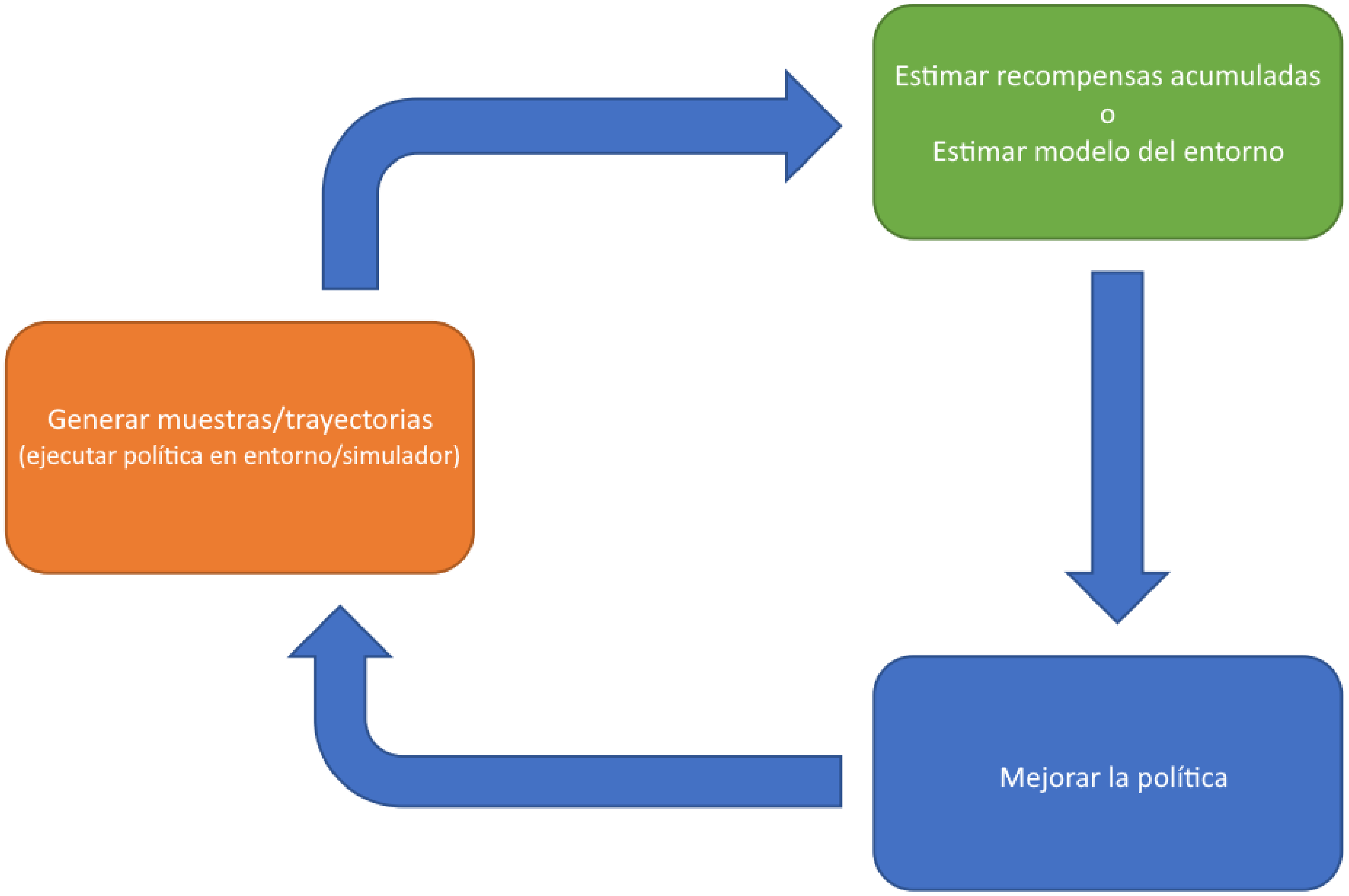
En (D)RL, buscamos la política que maximiza la recompensa esperada



$$\underbrace{p_\theta(\mathbf{s}_1, \mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{s}_T, \mathbf{a}_T)}_{p_\theta(\tau)} = p(\mathbf{s}_1) \prod_{t=1}^{T} \pi_\theta(\mathbf{a}_t|\mathbf{s}_t) p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t)$$

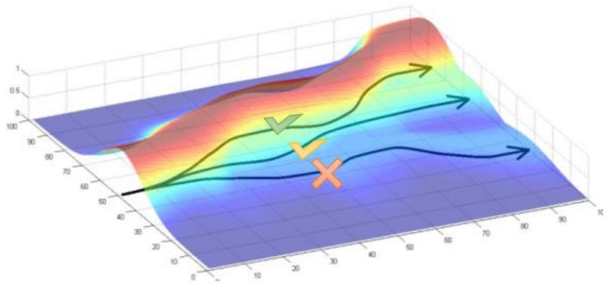
$$\theta^\star = \arg\max_\theta E_{\tau \sim p_\theta(\tau)} \left[\sum_t r(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{s}_{t+1}) \right]$$

(Casi) Todos los algoritmos siguen la misma estructura básica



Por ejemplo, si queremos optimizar directamente la política...

Estimar recompensas acumuladas
o
Estimar modelo del entorno



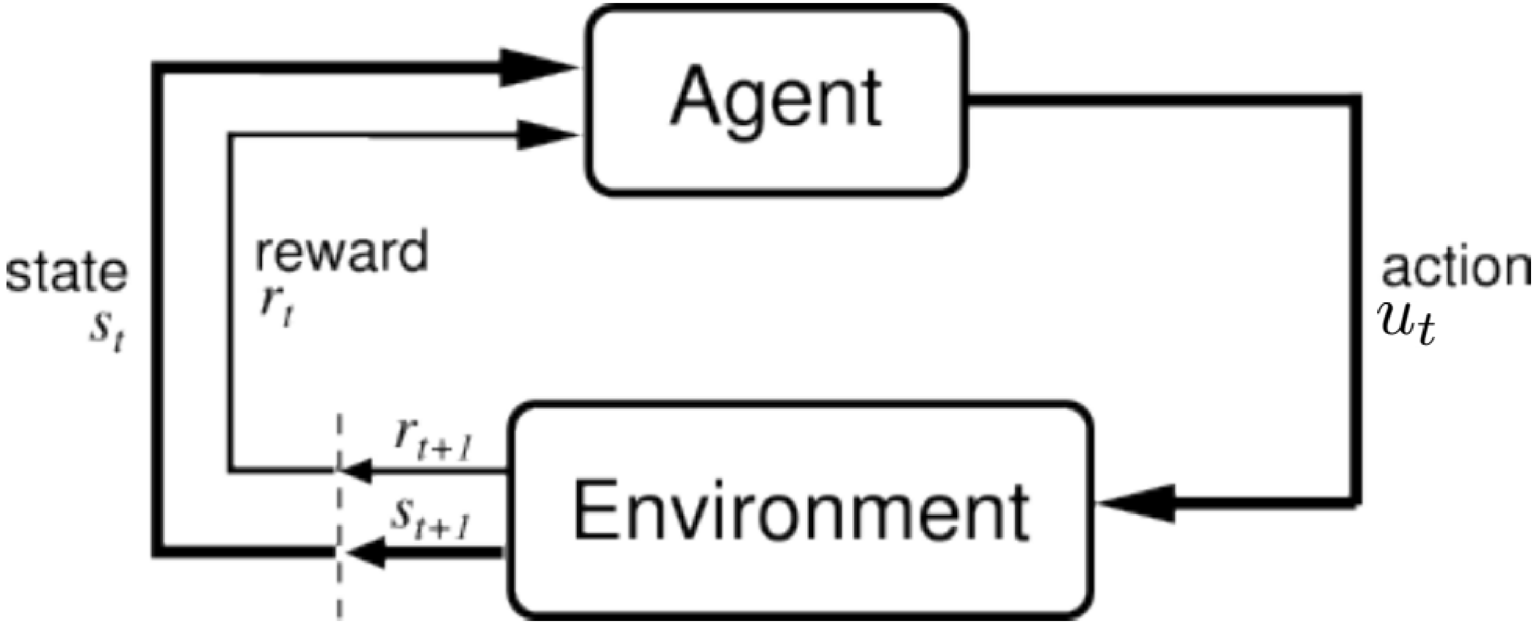
$$J(\theta) = E_\pi\left[\sum_t r_t\right] \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_t r_t^i$$

Generar muestras/trayectorias
(ejecutar política en entorno/simulador)

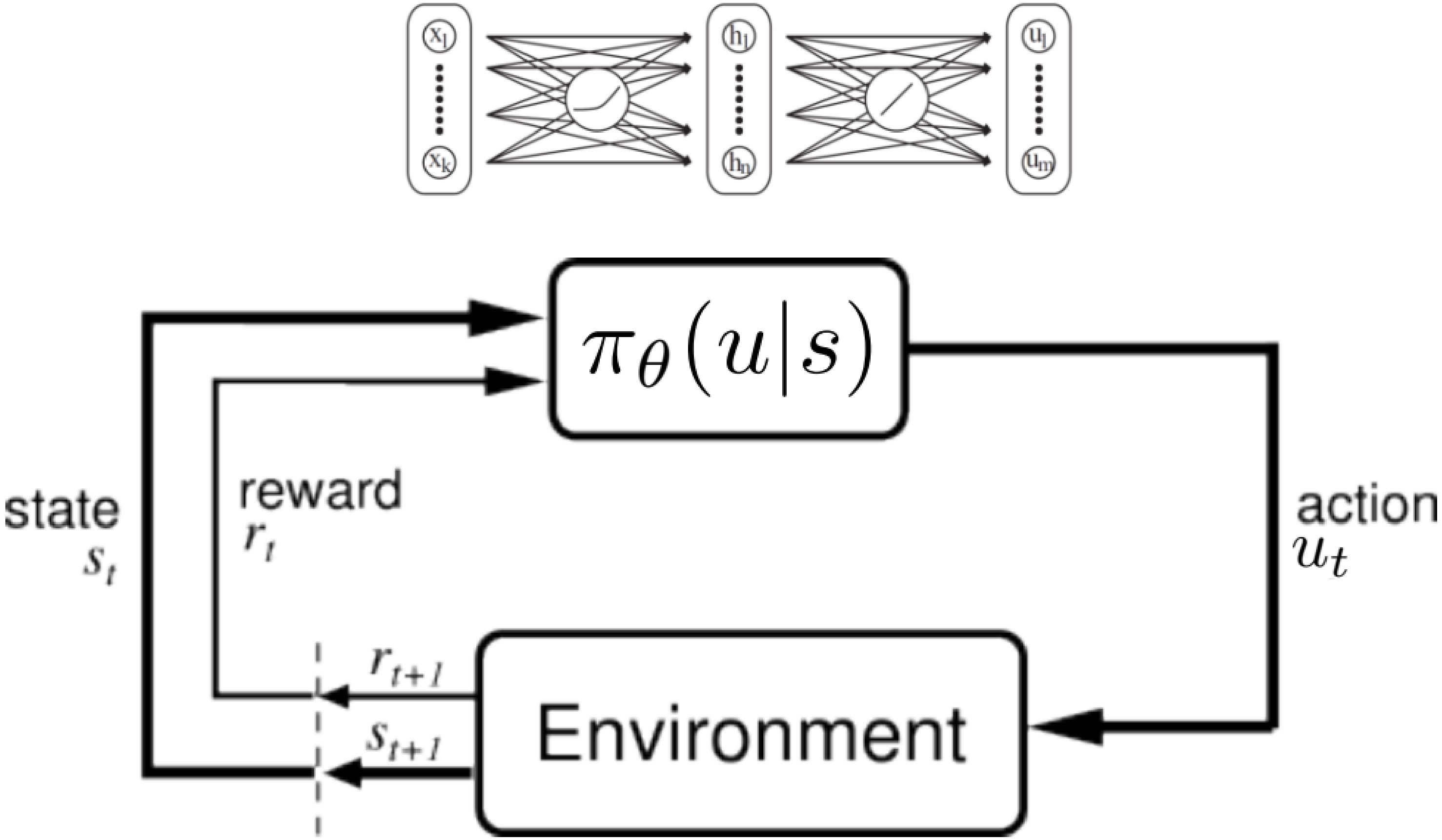
Mejorar la política

$$\theta \leftarrow \theta + \alpha \nabla_\theta J(\theta)$$

Introducimos un muy leve cambio en la notación



Introducimos un muy leve cambio en la notación



Veamos la formulación

Consideramos la optimización de una política de control parametrizada por un vector θ:

$$\max_{\theta} \; \mathrm{E}[\sum_{t=0}^{H} R(s_t, u_t); \pi_\theta]$$

Con el fin de "suavizar" el problema (para usar gradientes), utilizamos una política estocástica $\pi_\theta(u \mid s)$, que entrega la probabilidad de cada acción condicionada en el estado actual.

Veamos la formulación

Como primer paso de cualquier problema de optimización, definimos la función objetivo:

$$U(\theta) = \mathrm{E}[\sum_{t=0}^{H} R(s_t, u_t); \pi_\theta] = \sum_{\tau} P(\tau; \theta) R(\tau)$$

Buscamos los parámetros θ que cumplan lo siguiente:

$$\max_{\theta} U(\theta) = \max_{\theta} \sum_{\tau} P(\tau; \theta) R(\tau)$$

Veamos la formulación

Tomando el gradiente de la función objetivo, obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\nabla_\theta U(\theta) &= \nabla_\theta \sum_\tau P(\tau;\theta)R(\tau)\\ &= \sum_\tau \nabla_\theta P(\tau;\theta)R(\tau)\end{aligned}$$

$$p_\theta(\tau)\nabla_\theta \log p_\theta(\tau) = p_\theta(\tau)\frac{\nabla_\theta p_\theta(\tau)}{p_\theta(\tau)} = \nabla_\theta p_\theta(\tau)$$

Veamos la formulación

Tomando el gradiente de la función objetivo, obtenemos lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
\nabla_\theta U(\theta) &= \nabla_\theta \sum_\tau P(\tau;\theta)R(\tau) \\
&= \sum_\tau \nabla_\theta P(\tau;\theta)R(\tau) \\
&= \sum_\tau \frac{P(\tau;\theta)}{P(\tau;\theta)} \nabla_\theta P(\tau;\theta)R(\tau) \\
&= \sum_\tau P(\tau;\theta) \frac{\nabla_\theta P(\tau;\theta)}{P(\tau;\theta)} R(\tau)
\end{aligned}
$$

$$
p_\theta(\tau)\nabla_\theta \log p_\theta(\tau) = p_\theta(\tau)\frac{\nabla_\theta p_\theta(\tau)}{p_\theta(\tau)} = \nabla_\theta p_\theta(\tau)
$$

Veamos la formulación

Tomando el gradiente de la función objetivo, obtenemos lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
\nabla_\theta U(\theta) &= \nabla_\theta \sum_\tau P(\tau;\theta)R(\tau) \\
&= \sum_\tau \nabla_\theta P(\tau;\theta)R(\tau) \\
&= \sum_\tau \frac{P(\tau;\theta)}{P(\tau;\theta)} \nabla_\theta P(\tau;\theta)R(\tau) \\
&= \sum_\tau P(\tau;\theta)\frac{\nabla_\theta P(\tau;\theta)}{P(\tau;\theta)} R(\tau) \\
&= \sum_\tau P(\tau;\theta)\nabla_\theta \log P(\tau;\theta)R(\tau)
\end{aligned}
$$

$$p_\theta(\tau)\nabla_\theta \log p_\theta(\tau) = p_\theta(\tau)\frac{\nabla_\theta p_\theta(\tau)}{p_\theta(\tau)} = \nabla_\theta p_\theta(\tau)$$

Veamos la formulación

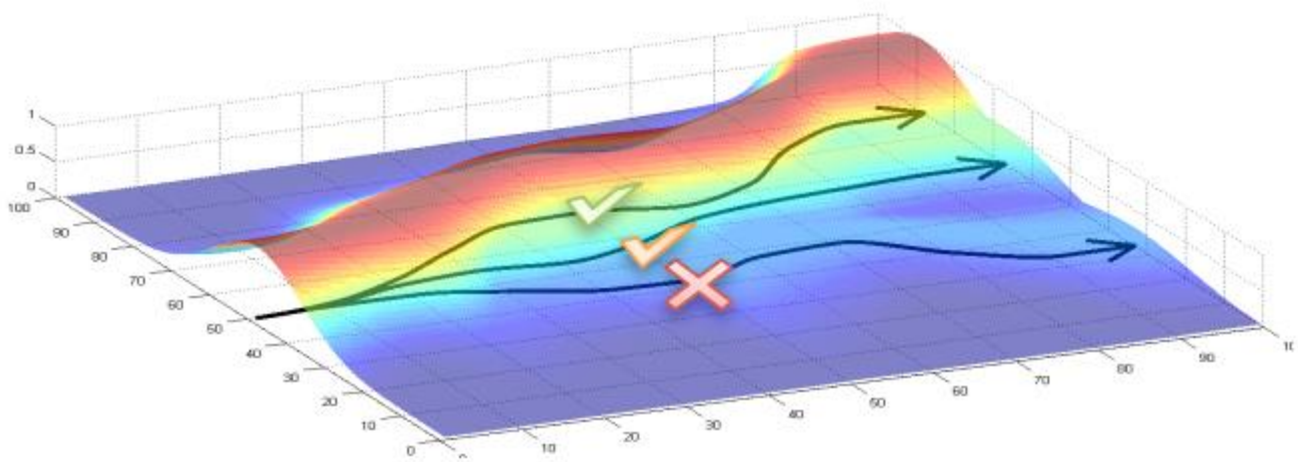
$$\nabla_\theta U(\theta) = \sum_\tau P(\tau;\theta) \nabla_\theta \log P(\tau;\theta) R(\tau)$$

Como en el caso de Q-Learning, podemos siempre aproximar el valor esperando a través de muestreo:

$$\nabla_\theta U(\theta) \approx \hat{g} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \nabla_\theta \log P(\tau^{(i)};\theta) R(\tau^{(i)})$$

¿Qué hace un *policy gradient*?

- Esencialmente, todo depende de la recompensa: si esta es positiva, probabilidad de trayectoria sube, si no, baja
- Visto de otra forma, esta expresión formaliza un esquema de prueba y error



$$\nabla_\theta U(\theta) \approx \hat{g} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \nabla_\theta \log P(\tau^{(i)}; \theta) R(\tau^{(i)})$$

Continuemos con la derivación

$$\nabla_\theta \log P(\tau^{(i)};\theta) = \nabla_\theta \log \left[\prod_{t=0}^{H} \underbrace{P(s_{t+1}^{(i)}|s_t^{(i)}, u_t^{(i)})}_{\text{dynamics model}} \cdot \underbrace{\pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)})}_{\text{policy}} \right]$$

Continuemos con la derivación

$$\nabla_\theta \log P(\tau^{(i)};\theta) = \nabla_\theta \log \left[\prod_{t=0}^{H} \underbrace{P(s_{t+1}^{(i)}|s_t^{(i)}, u_t^{(i)})}_{\text{dynamics model}} \cdot \underbrace{\pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)})}_{\text{policy}} \right]$$

$$= \nabla_\theta \left[\sum_{t=0}^{H} \log P(s_{t+1}^{(i)}|s_t^{(i)}, u_t^{(i)}) + \sum_{t=0}^{H} \log \pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)}) \right]$$

Continuemos con la derivación

$$
\begin{aligned}
\nabla_\theta \log P(\tau^{(i)};\theta) &= \nabla_\theta \log \left[\prod_{t=0}^{H} \underbrace{P(s_{t+1}^{(i)}|s_t^{(i)}, u_t^{(i)})}_{\text{dynamics model}} \cdot \underbrace{\pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)})}_{\text{policy}} \right] \\
&= \nabla_\theta \left[\sum_{t=0}^{H} \log P(s_{t+1}^{(i)}|s_t^{(i)}, u_t^{(i)}) + \sum_{t=0}^{H} \log \pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)}) \right] \\
&= \nabla_\theta \sum_{t=0}^{H} \log \pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)}) \\
&= \sum_{t=0}^{H} \underbrace{\nabla_\theta \log \pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)})}_{\text{no dynamics model required!!}}
\end{aligned}
$$

Un par de detalles para cerrar la formulación

1. Necesitamos recompensas negativas y positivas para reducir probabilidad de malas trayectorias (recordar que estamos muestreando):

$$\hat{g} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \nabla_\theta \log P(\tau^{(i)};\theta)\underbrace{(R(\tau^{(i)}) - b)}_{\text{advantage}}$$

baseline

Un par de detalles para cerrar la formulación

2. Podemos reducir la varianza si consideramos la causalidad acción/recompensa (acciones presentes no influyen en recompensas pasadas):

$$
\begin{aligned}
\hat{g} &= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \nabla_\theta \log P(\tau^{(i)};\theta)(R(\tau^{(i)}) - b) \\
&= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{t=0}^{H-1} \nabla_\theta \log \pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)})\right)\left(\sum_{t=0}^{H-1} R(s_t^{(i)}, u_t^{(i)}) - b\right) \\
&= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{t=0}^{H-1} \nabla_\theta \log \pi_\theta(u_t^{(i)}|s_t^{(i)}) \left[\cancelto{0}{\left(\sum_{k=0}^{t-1} R(s_k^{(i)}, u_k^{(i)})\right)} + \left(\sum_{k=t}^{H-1} R(s_k^{(i)}, u_k^{(i)})\right) - b\right]\right)
\end{aligned}
$$

Todos estos ingredientes nos permiten construir un algoritmo para obtener una política

Algorithm 1 "Vanilla" policy gradient algorithm

Initialize policy parameter θ, baseline b

for iteration$=1, 2, \ldots$ **do**

  Collect a set of trajectories by executing the current policy

  At each timestep in each trajectory, compute

   the *return* $R_t = \sum_{t'=t}^{T-1} \gamma^{t'-t} r_{t'}$, and

   the *advantage estimate* $\hat{A}_t = R_t - b(s_t)$.

  Re-fit the baseline, by minimizing $\|b(s_t) - R_t\|^2$,

   summed over all trajectories and timesteps.

  Update the policy, using a policy gradient estimate $\hat{g}$,

   which is a sum of terms $\nabla_\theta \log \pi(a_t \mid s_t, \theta)\hat{A}_t$

end for

https://youtu.be/9498aIQ1Bd4

https://www.youtube.com/watch?v=vHfc08KoUP4

https://www.youtube.com/watch?v=VMp6pq6_QjI

https://youtu.be/kopoLzvh5jY

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística

Sistemas Urbanos Inteligentes

Control de agentes basado en aprendizaje

Hans Löbel
Dpto. Ingeniería de Transporte y Logística
Dpto. Ciencia de la Computación