

数分:

1.  $\{\sin n\}$ 、 $\{\sin n\}$ 、 $\{\frac{\sin n}{n}\}$  在  $n \rightarrow \infty$  时是否收敛?

2. 叙述函数极限的 Cauchy 准则, 函数连续定义, 一致连续定义, 并说明三者关系。

3. 若  $f(x)$  在  $x \rightarrow x_0$  时连续, 是否存在  $\delta > 0$ , 使得  $f(x)$  在  $U(x_0, \delta)$  上连续? (好想是, 这个记不清了)

4.  $x \sin x$  有界吗? 一致连续吗?  $x \rightarrow +\infty$  时是无穷大吗?

5. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{2 + e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{4}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|} \right]$

6. 构造一个函数, 使其同时具有可去、跳跃、以及第二类间断点。

7.  $f(x) \in C[0, +\infty)$ , 且  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  存在,  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  是否一致连续?

8. 用有限覆盖证明确界原理。

9.  $f(x) \in C[0, 1]$ , 存在序列  $\{x_n\}$ ,  $x_n = \frac{1}{2^n} \sum_{k=1}^{2^n} f(\frac{k}{2^n})$ , 序列是否收敛?

10. 是否存在函数  $f(x)$ , 满足  $\forall x_0 \in (a, b)$ , 有  $f(x_0) > 0$ , 且  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ ?