

20241104作业

1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且对任意的 $x \in [a, b]$, $f(x) \geq a > 0$.

记 $D = [a, b] \times [a, b]$, 证明 $\iint_D \frac{f(x)}{f(y)} d\sigma \geq (b-a)^2$.

2. 计算积分 $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^1 \frac{8x}{(x^2 + y^2 + 1)^2} dy$.

3. 计算积分 $\iint_D \sin y^3 d\sigma$, 其中 D 由 $y = \sqrt{x}, y = 2$ 与 $x = 0$ 所围.

4. 设 $f(x) \in C^1[a, b]$, $f(a) = 0$, 证明:

$$\int_a^b f^2(x) dx \leq \frac{1}{2} \int_a^b [f'(x)]^2 [(b-a)^2 - (x-a)^2] dx.$$

5. 写出积分 $\int_0^1 dy \int_{-y}^y dz \int_{-\sqrt{y^2-z^2}}^{\sqrt{y^2-z^2}} f(x, y, z) dx$ 的其他各种积分累次积分.

6. 计算重积分: $\iiint_{\Omega} \cos x \cos y \cos z dv$, 其中 Ω 为闭区域 $|x| + |y| + |z| \leq 1$.