

## 20241021作业

1. 求函数  $f(x, y) = xy \ln(x^2 + y^2)$  的极值.
2. 设  $f(x, y) = (y - x^2)(y - 3x^2)$ , 证明: 当  $f(x, y)$  的定义域限制在过  $(0, 0)$  的任一条直线上时它在  $(0, 0)$  取极小值.
3. 设函数  $u = u(x, y)$  在单位圆盘  $B = \{(x, y); x^2 + y^2 < 1\}$  的闭包上具有二阶连续偏导数, 在  $B$  内满足  $u(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  并且在  $\partial B$  上  $u(x, y) \equiv 0$ . 证明在  $\overline{B}$  上,  $u(x, y) \equiv 0$ .
4. 求  $f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 5z^2$  在平面  $2x + 3y + 4z = 12$  内的最小值点.
5. 求函数  $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$  在约束条件  $x + y = c$  ( $c > 0$ ) 下的极值, 并证明对于  $\forall a \geq 0, b \geq 0, K \in \mathbb{N}$ , 有  $\left(\frac{a+b}{2}\right)^K \leq \frac{a^K + b^K}{2}$ .