1. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导且 $|f'(x)|$ 在 $[a,b]$ 上可积。试问 $f'(x)$ 在 $[a,b]$ 上是否必定可积（试说明理由）

2. 设 $f(x)\in C[0,+\infty)$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty} f(x)=A$ 。证明：$\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1 f(nx)dx=A$

3. 求曲线 $x=t-sint,\quad y=1-cost(0\le t\le 2\pi)$ 绕 x 轴旋转所围成立体的体积

4. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续、非负且严格单调递增，证明：

   （1）对每个 $p>0$ ，存在唯一的 $\xi_p\in(0,1)$ 使得 $f^p(\xi_p)=\int_0^1 f^p(x)dx$ 成立

   （2）求 $\lim\limits_{p\to+\infty}\xi_p$

5. 设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续、非负且 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ 收敛。证明：存在 $[0,+\infty)$ 上的连续函数 $g(x)$ 使得 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\infty$，且 $\int_0^{+\infty} f(x)g(x)dx$ 收敛

6. 讨论 $\int_0^{+\infty}(-1)^{[x^p]}dx(p>0)$ 的敛散性

7. 讨论 $\int_1^{+\infty}\frac{sinx}{x^p+sinx}dx(p>0)$ 的收敛性与绝对收敛性

8. 讨论 $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt[n]{n^2+1}-1)^p(p>0)$ 的敛散性

9. 设 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 绝对收敛，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛。证明：$\lim\limits_{n\to\infty}(a_1b_n+a_2b_{n-1}+\cdots+a_nb_1)=0$

10. 设 P_n 是全体素数排成的序列，证明：$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{P_n}$ 发散