2024/12/11

2200012917 徐靖

1

(1)

情形1 : 玩家 1 手高时下注手低时放弃

- 此时玩家 2 的信念中 $\mu = 1$, 最优反应是 Fold.
- 当玩家手高时, 最优反应是 Bet, 因为收益是 1 大于 Resign 时的 -1.
- 当玩家手低时, 最优反应也是 Bet, 因为收益是 1 大于 Resign 时的 -1. 发生了偏离

因此玩家 1 手高时下注手低时放弃的分离均衡不是PBE.

情形2 : 玩家 1 手高时放弃手低时下注

- 此时玩家 2 的信念中 $\mu = 0$, 最优反应是 Call.
- 当玩家手高时, 最优反应是 Bet, 因为收益是 2 大于 Resign 时的 -1. 发生了偏离
- 当玩家手低时, 最优反应是 Resign, 因为收益是 -1 大于 Bet 时的 -2. 发生了偏离

因此玩家 1 手高时放弃手低时下注的分离均衡不是PBE

综上, 参与者 1 采取纯策略的分离完美贝叶斯均衡不存在.

(2)

情形1 : 玩家 1 始终下注

- 此时玩家 2 的信念中 $\mu = \frac{1}{2}$, 最优反应是 Call.
- 当玩家手高时, 最优反应是 Bet, 因为收益是 2 大于 Resign 时的 -1.
- 当玩家手低时, 最优反应是 Resign, 因为收益是 -1 大于 Bet 时的 -2. 发生了偏离

因此玩家 1 始终下注的混同均衡不是PBE.

情形1 : 玩家 1 始终放弃

- 此时玩家 2 的信念不受限制, 最优反应是 Call 的充要条件是 $2 - 4\mu > -1 \Leftrightarrow \mu < \frac{3}{4}$
  - $\mu < \frac{3}{4}$ 时, 若玩家手高, 最优反应是 Bet, 因为收益是 2 大于 Resign 时的 -1. 发生了偏离.

  - $\mu > \frac{3}{4}$ 时, 若玩家手高, 最优反应是 Bet, 因为收益是 1 大于 Resign 时的 -1. 发生了偏离.

因此玩家 1 始终放弃的混同均衡不是PBE.

综上, 参与者 1 采取纯策略的混同完美贝叶斯均衡不存在.

(3)

- 玩家 1 手高时, Bet是严格占优策略
- 玩家 1 手低时, 假如在 Bet 和 Resign 之间混合, 则二者对于玩家 1 无差异, 这意味着玩家 2 在 Call 和 Fold 之间混合:

$$-2\mu + 2(1-\mu) = -\mu - 1 + \mu \Rightarrow \mu = \frac{3}{4}$$

- 假如玩家 1 手低时有 p 的概率选择下注, 则

$$\frac{3}{4} = \mu = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{p}{2}} \Rightarrow p = \frac{1}{3}$$

- 对玩家 1 手低时的无差异条件,

$$-1 = -2\sigma(call) + (1 - \sigma(call)) \Rightarrow \sigma(call) = \frac{2}{3}$$

综上, 所求半分离 PBE 为:

- 当玩家 1 手高时, 采取 Bet 的纯策略
- 当玩家 1 手低时, 采取 Bet 概率为 $\frac{1}{3}$, Resign 概率为 $\frac{2}{3}$ 的混合策略
- 玩家 2 信念中 $\mu = \frac{3}{4}$, 采取 Call 概率为 $\frac{2}{3}$, Fold 概率为 $\frac{1}{3}$ 的混合策略.

2

(1)

不妨设 Receiver 在信息集 $h_i = (t_1 m_i, t_2 m_i)$ 上的信念为 $[\mu_i], [1-\mu_i]$, 其中 $i \in [2]$.

- 当 t_1 类型的 Sender 发送信号 m_1, 而 t_2 类型的 Sender 发送信号 m_2, 则 $\mu_1 = 1, \mu_2 = 0$, 此时 Receiver 的最优反应为 bc (这里 xy 表示在 h_1 上选择策略 x , 在 h_2 上选择策略 y)
- 对于 t_1 类型的 Sender, 发送 m_1 的收益为 2, 大于发送 m_2 的收益 1.
- 对于 t_2 类型的 Sender, 发送 m_2 的收益为 3, 大于发送 m_1 的收益 1.

综上, 所求分离 PBE 为:

- t_1 类型的 Sender 发送信号 m_1, 而 t_2 类型的 Sender 发送信号 m_2
- Receiver 信念为 $\mu_1 = 1, \mu_2 = 0$, 策略为 bc

(2)

- 当两种类型的 Sender 都发送信号 m_1. 则 $\mu_1 = 0.8$, μ_2 不受限. 注意到 $t_i m_1$ 和 $t_i m_2$ 的相应选择的回报相同, 我们只需计算:

$$\begin{aligned} u_2(a) &= 3\mu + 4(1-\mu) = 4 - \mu \\ u_2(b) &= 4\mu + 0(1-\mu) = 4\mu \\ u_2(c) &= 0\mu + 5(1-\mu) = 5 - 5\mu \end{aligned}$$

容易发现,

$$BR_2(\mu) = \begin{cases} c, & 0 \le \mu < \frac{1}{4}, \\ \{a, c\}, & \mu = \frac{1}{4} \\ a, & \frac{1}{4} < \mu < \frac{4}{5}, \\ \{a, b\}, & \mu = \frac{4}{5}, \\ b, & \frac{4}{5} < \mu \le 1 \end{cases}$$

- 对于信息集 h_1, 由于$\mu_1 = 0.6$, Receiver 选择 a. 对信息集 h_2, 假设 Receiver 采用 $(1-\beta-\gamma) \circ a + \beta \circ b + \gamma \circ c$, 其中 β, γ 不全为正.
- Sender 不偏离的条件:
  - 对于 t_1 类型的 Sender: 一定不偏离, 因为纯策略选 a 收益最大
  - 对于 t_2 类型的 Sender:

$$\mathbb{E}(u_1(m_1|t_2)) \ge \mathbb{E}(u_1(m_2|t_2)) \Rightarrow \beta \ge \gamma \tag{2}$$

- 对不同的 μ_2:
  - $0 < \mu_2 < \frac{1}{4}$: 此时 $\beta = 0, \gamma = 1$, 由 (2) 知矛盾
  - $\frac{1}{4} \le \mu_2 < \frac{4}{5}$: 此时 $\beta = 0$, 由 (2) 知$\gamma = 0$ 满足条件
  - $\mu_2 = \frac{4}{5}$: 此时 $\gamma = 0$, 只要 $\beta \ge 0$ 就满足条件
  - $\frac{4}{5} < \mu_2 \le 1$: 此时 $\beta = 1, \gamma = 0$ 满足条件
- 综上, 以下为所求的混同 PBE :
  - Sender 都选 m_1, Receiver 选 aa, 信念为 $\mu_1 = 0.6, \mu_2 \in [\frac{1}{4}, \frac{4}{5}]$
  - Sender 都选 m_1, Receiver 在 h_1 选 a, 在 h_2 选择 a, b 任意混合或纯策略, 信念为 $\mu_1 = 0.6, \mu_2 = \frac{4}{5}$
  - Sender 都选 m_1, Receiver 选 ab, 信念为 $\mu_1 = 0.6, \mu_2 \in (\frac{4}{5}, 1]$