

## 博弈论课程第三次作业

### 第 1 题：

考虑第一次作业中的兄弟博弈：

一对兄弟一起去看电影，假设哥哥有 30 美元。

第一阶段：哥哥可以分给弟弟 10 美元或者 20 美元。

第二阶段：哥哥与弟弟同时独立地选择看什么电影，假设只有两部影片（分别用 A 和 B 表示）可选，每部影片的票价都是 10 美元。观看电影带来的效用（美元）取决于两人是否一起观看电影，如下表所示：

		弟弟	
		A	B
哥哥	A	16, 12	0, 0
	B	0, 0	12, 16

问题：

- （1）求纯策略纳什均衡。
- （2）求子博弈完美均衡。

### 第 2 题：

三家企业生产完全同质的产品，没有固定成本，只有不变的边际成本  $c$ 。

市场的反需求函数为  $p = a - q$ ，其中  $q = q_1 + q_2 + q_3$ ， $q_i$  表示企业  $i$  的产量。博弈时序如下：

企业 1 首先选择产量  $q_1$ ；

企业 2 和企业 3 观测到  $q_1$ ，然后同时分别选择  $q_2$  和  $q_3$ 。

问题：

- （1）求子博弈完美均衡。
- （2）找出一个不是子博弈完美均衡的纳什均衡。

### 第 3 题:

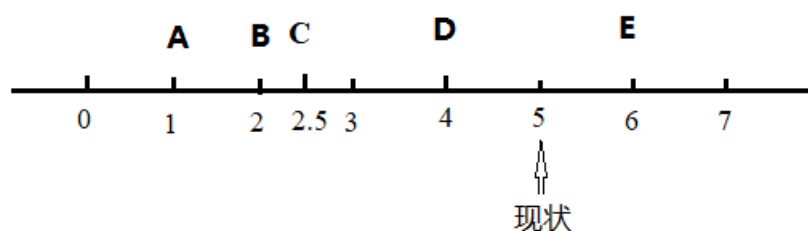
考虑一个两阶段重复博弈，阶段博弈局势如下：

		乙		
		A	B	C
甲	A	10, 10	2, 12	0, 13
	B	12, 2	5, 5	0, 0
	C	13, 0	0, 0	1, 1

不考虑折现，有哪些纯策略子博弈完美均衡？阐述你的分析过程。

### 第 4 题

假设立法委员会由 A、B、C、D、E 这五名委员组成，其中 C 担任主席。立法委员会需要决策是否通过改革法案。C、D、E 三人组成了提案小组，其中 D 为组长。假设可以从某个角度对社会状况以及每名委员的真实立场用数值来刻画，如下图所示：



对任意两种社会状况进行比较时，假设每名委员总是更加偏好接近自己真实立场的社会状况。博弈时序如下：

(1) 提案小组组长 D 决定是否提出一个改革法案。若提出改革法案，则选择一个实数数值代表法案（假设为  $X_d$ ）；若不提出，则博弈结束。

(2) 提案小组投票决定是否把组长 D 提出的法案  $X_d$  提交给立法委员会全体会议。如果小组内支持法案的委员不能过半数，则法案不能通过，博弈结束。

(3) 立法委员会全体会议收到提案小组通过提交的法案后，委员会主席 C 可以提出针对该法案的修正案（即由 C 自行选择一个数值，假设为  $X_c$ ）。

(4) 立法委员会全体会议就法案  $X_d$  和修正案  $X_c$  进行投票表决，得票更多的法案获胜并能进入下一阶段。

(5) 立法委员会全体会议就第 (4) 阶段的获胜法案与维持现状之间进行投票表决。

以上信息是所有委员的共同知识。

请你分析说明：提案小组组长 D 会如何决策？立法委员会主席 C 和其他每名委员又会如何行动？现状是否改变，会通过什么改革法案？你从中获得了什么启示？

### 第 5 题：

考虑一个企业（参与人 1）为消费者（参与人 2）生产一种独一无二的药物。该药物由政府管制，政府规定其价格为  $p=6$ 。阶段博弈局势如下：

企业在消费者决策之前就要决定是否生产高品质药物。高品质药物的生产成本为  $c=4$ ，对消费者的价值为  $v=7$ ；低品质药物的生产成本为  $c=0$ ，对消费者的价值为  $v=4$ 。消费者只有在购买药物之后才能知道药物的质量。

(1) 用策略型表述阶段博弈局势，并求纳什均衡。

(2) 考虑重复两次的博弈（阶段博弈局势先后进行两次）。不考虑贴现，求这个重复博弈的子博弈完美纳什均衡。

(3) 考虑重复无限次的博弈。构造一个子博弈完美纳什均衡，使得“企业生产高品质药物，消费者每个阶段都购买”能作为均衡结果出现，求出贴现因子需要满足的条件。利用“单阶段偏离条件”验证其确为子博弈完美纳什均衡。

(4) 假设消费者正在游说政府将药品价格降为  $p=5$ ，而企业游说政府，如果将药品价格，这对企业和消费者将带来两败俱伤的恶果。你能基于一定的贴现因子取值，运用博弈论来支持企业的主张吗？如果你希望支持消费者的主张，又如何论证？