

## 博弈论课程第一次作业

### 第 1 题：

考虑“一字棋”游戏：两个参与人在一个  $3 \times 3$  矩阵中轮流画“X”或者“O”。参与人 1 先行动，画“X”；然后是参与人 2 行动，画“O”；依此类推。如果其中一个参与人率先使得三子成一行、一列或者对角线，那么他就赢了，否则就是平局。对于该问题，我们还要假设即使已经有一名胜利者，参与人在游戏结束之前也必须完整地填满这个矩阵。

问题：

(1) 参与人 2 第一次需要选择行动（即在参与人 1 第一次行动之后）的信息集有多少个？

(2) 参与人 1 第二次需要选择行动（即在参与人 2 第一次行动之后）的信息集有多少个？

(3) 每个参与人各有多少个信息集？

(4) 该博弈有多少个终节点？

### 第 2 题：

一对兄弟一起去看电影，假设哥哥有 30 美元，考虑哥哥与弟弟之间的博弈：

第一阶段：哥哥可以分给弟弟 10 美元或者 20 美元。

第二阶段：哥哥与弟弟同时独立地选择看什么电影，假设只有两部电影（分别用 A 和 B 表示）可选，每部电影的票价都是 10 美元。观看电影带来的效用（美元）取决于两人是否一起观看电影，如下表所示：

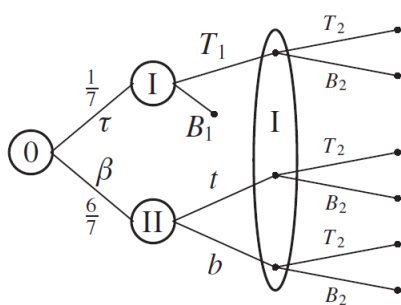
		弟弟	
		A	B
哥哥	A	16, 12	0, 0
	B	0, 0	12, 16

问题：

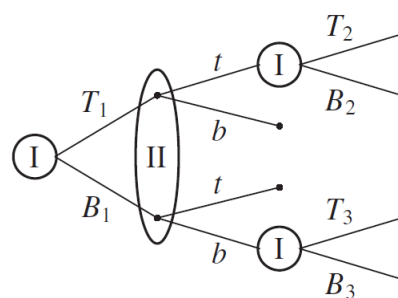
- (1) 画出博弈树。
- (2) 用双变量矩阵形式重新表述这个博弈。

### 第 3 题:

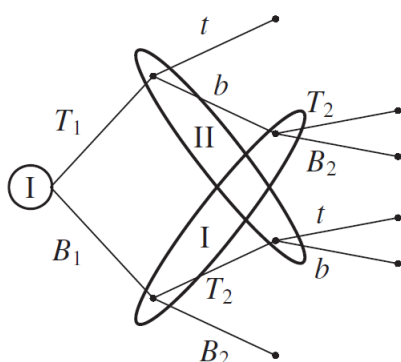
对于下面的每个双人博弈（博弈树中椭圆形的线圈表示信息集，“0”表示“自然”），是否每个参与人都具有完美回忆？如果你认为哪个参与人不具有完美回忆，说明理由。



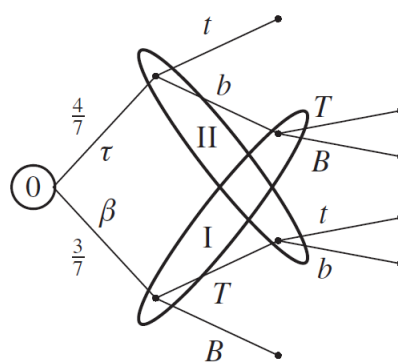
Game E



Game F



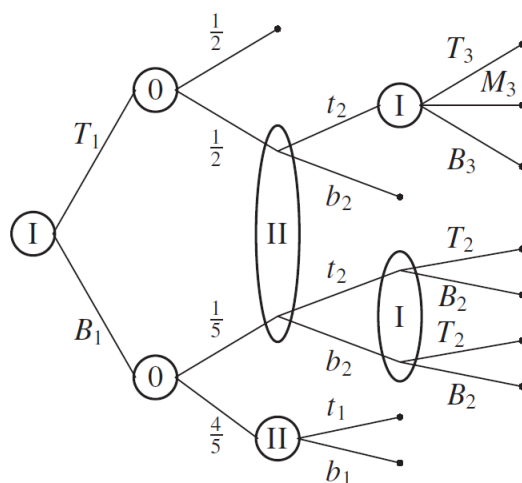
Game G



Game H

### 第 4 题:

考虑下面的博弈树:



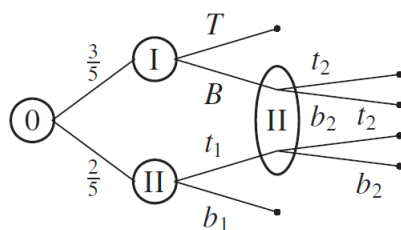
请将两个参与人的如下混合策略表示为行为策略：

$$s_I = \left[ \frac{3}{7}(B_1 B_2 M_3), \frac{1}{7}(B_1 T_2 B_3), \frac{2}{7}(T_1 B_2 M_3), \frac{1}{7}(T_1 T_2 T_3) \right]$$

$$s_{II} = \left[ \frac{3}{7}(b_1 b_2), \frac{1}{7}(b_1 t_2), \frac{1}{7}(t_1 b_2), \frac{2}{7}(t_1 t_2) \right]$$

**第 5 题：**

考虑下面的博弈树：



请将参与人 2 的如下行为策略表示为混合策略：

$$b_{II} = \left( \left[ \frac{4}{9}(t_1), \frac{5}{9}(b_1) \right], \left[ \frac{1}{4}(t_2), \frac{3}{4}(b_2) \right] \right)$$