博弈论HW01

2100010850-娄峻赫

3.2罚球

> 假设运动员为p_1，守门员为p_2，L为左，R为右，假设胜者回报1，负者为-1，则得到两者的收益函数为：

$v_1(L,R)=v_1(R,L)=v_2(L,L)=v_2(R,R)=1, v_1(L,L)=v_1(R,R)=v_2(L,R)=v_2(R,L)=-1$

那么标准式博弈为:

1. 玩家集合：$N=\{1,2\}$
2. 策略空间：$S_1=S_2=\{L,R\}$
3. 收益函数：$v_1(L,R)=v_1(R,L)=v_2(L,L)=v_2(R,R)=1,$
   $v_1(L,L)=v_1(R,R)=v_2(L,R)=v_2(R,L)=-1$

矩阵表示为：其中行为p_1，列为p_2

	L	R
L	-1，1	1，-1
R	1，-1	-1，1

3.3见面

假设两人为p_1，p_2, 塔楼为L，R。两人相见的收益函数均为1，不相见的收益函数均为-1。那么标准式博弈为:

1. 玩家集合：$N=\{1,2\}$
2. 策略空间：$S_1=S_2=\{L,R\}$
3. 收益函数为：$v_1(L,L)=v_1(R,R)=v_2(L,L)=v_2(R,R)=1,$
   $v_1(L,R)=v_1(R,L)=v_2(L,R)=v_2(R,L)=-1$

   矩阵表示为：其中行为p_1，列为p_2

	L	R
L	1，1	-1，-1
R	-1，-1	1，1

3.4 打猎

猎人为p_1，p_2, 选择追捕鹿🦌为D，兔🐰为R。

那么标准式博弈为:

1. 玩家集合：$N=\{1,2\}$
2. 策略空间：$S_1=S_2=\{D,R\}$
3. 收益函数为：$v_1(D,D)=v_2(D,D)=3, v_1(D,R)=v_2(R,D)=0$, $v_2(D,R)=v_1(R,D)=1$

   矩阵表示为：其中行为p_1，列为p_2

	D	R
D	3，3	0，1
R	1，0	1，1

4. n个参与者的一价、二价拍卖

（a）拓展一价拍卖

1. 玩家集合：$N=\{1,2,3,\dots,n\}$
2. 策略空间：$S_i=[0,+\infty),\forall i\in N$
3. 收益函数为：

$$v_i(p_1,p_2,\dots,p_n)=\begin{cases} v_i-p_i & \text{if} \quad p_i=max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}\&|\{j:p_j=\max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}|=1 \\ \dfrac{v_i-p_i}{|\{j:p_j=\max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}|} & \text{if} \quad p_i=max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}\&|\{j:p_j=\max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}|\neq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

（b）拓展二价拍卖

1. 玩家集合：$N=\{1,2\}$
2. 策略空间：$S_i=[0,+\infty),\forall i\in N$
3. 收益函数为：

$$v_i(p_1,p_2,\dots,p_n)=\begin{cases} v_i-\max_{k\neq i}\{p_k\} & \text{if} \quad p_i=max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}\&|\{j:p_j=\max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}|=1 \\ \dfrac{v_i-\max_{j\neq i}\{p_j\}}{|\{j:p_j=\max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}|} & \text{if} \quad p_i=max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}\&|\{j:p_j=\max\{p_1,p_2,\dots,p_n\}|\neq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

4.3 离散式第一价格拍卖

(a)矩阵形式表示

1. 玩家集合：$N=\{1,2\}$
2. 策略空间：$S_i=\{0,1,2\},\forall i\in N$
3. 收益函数参见矩阵表示中形式

矩阵表示为：其中行为p_1，列为p_2

	0	1	2
0	1.5，2.5	0, 4	0, 3
1	2, 0	1, 2	0, 3
2	1, 0	1, 0	0.5, 1.5

(b)有竞标者有严格劣势博弈吗？

有。

玩家1无严格劣势博弈。

玩家2出价1的收益严格大于出价0的收益，从而出价1严格占优于出价0，出价0为严格劣势博弈。

(c)通过IESDS，最终剩下什么策略？

排除两者的出价0策略后，剩下的博弈为：

		2
1	1，2	0，3
2	1，0	0.5，1.5

其中行为p_1，列为p_2。此时可以看出，对于玩家2来说，出价2严格占优于出价1。则博弈为：

	2
1	0，3
2	0.5，1.5

此时明显看出，决策（2，2）为最终的均衡策略。

4.5 重复剔除

矩阵表示为：其中行为p_1，列为p_2

	L	C	R
U	6，8	2，6	8，2
M	8，2	4，4	9，5
D	8，10	4，6	6，7

对于玩家1，策略M严格占优于策略U。则博弈为：

	L	C	R
M	8，2	4，4	9，5
D	8, 10	4，6	6，7

此时对于玩家2，策略R严格占优于策略C。则博弈为

	L	R
M	8，2	9，5
D	8，10	6，7

此时无策略被占优。$\{M, D\} \times \{L, R\}$为最终结果。