

博弈论课程第二次作业

第 1 题：

对于下面的双人博弈，求出全部的（纯策略及混合策略）纳什均衡：

		乙		
		L	C	R
甲	U	3, 1	0, 1	0, 0
	M	0, 1	4, 1	0, 0
	D	1, 1	1, 1	5, 0

第 2 题：

对于如下的矩阵博弈：

		乙	
		L	R
甲	T	2	6
	M	5	5
	B	7	4

- （1）考虑混合策略，求甲的最大最小策略和最大最小值。
- （2）考虑混合策略，求乙的最小最大策略以及甲的最小最大值。

第 3 题：

考虑某种公共资源，比如清洁空气，其总量为 A 。假设世界上有 n 家企业，其生产活动会消耗清洁空气，每家企业同时独立选择消耗多少清洁空气，策略组合为 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。对于企业 i 而言，其收益函数为

$$u_i = \ln(x_i) + \ln\left(A - \sum_{j=1}^n x_j\right)$$

- （1）求这个博弈的纯策略纳什均衡。
- （2）如果所有企业能够协调行动，社会最优结果是什么？
- （3）当趋于无穷大时，比较（1）与（2）的结果。

第 4 题:

考虑两个国家 A 和 B ，分别拥有一家 a 和 b ，这两家企业生产完全同质的产品，每单位产品的生产成本都为 10，没有固定成本。在每个国家，市场的反需求函数都为 $p = 90 - q$ ，其中 q 为市场需求量， p 为产品价格。

(1) 如果两个国家互相隔绝，没有贸易往来，这两家公司分别会将产量设置为多少？

(2) 如果两个国家签订了自由贸易协定，每个国家的公司都可以自由将产品出口到外国市场，关税为 0，但出口产品的单位运输成本为 10，每家公司同时决策，它们分别会采取什么策略（即内销产品的数量和出口产品的数量）？

(3) 如果出口产品的单位运输成本为 40，其他同 (2)，结果又是什么？

第 5 题:

两个参与人陷入一场专利纠纷，官司打到了法院。这项专利对于每个人的价值都是 20，所以获胜者就会得到 20 而失败者分文不得。这个国家贿赂成风，每个参与人都可以私下贿赂法官，而法官会将专利判给贿赂最高的人。如果双方都不贿赂或者贿赂的金额相同，那么每个参与人获得专利的概率都是 0.5。

(1) 如果每个参与人只有三种纯策略——不贿赂、贿赂 9 和贿赂 20，求这个博弈的全部纳什均衡。

(2) 如果每个参与人有四种纯策略——不贿赂、贿赂 9、贿赂 15 和贿赂 20，求这个博弈的全部纳什均衡（提示：考虑对称的混合策略纳什均衡）。

第 6 题:

设有一批选民，其政治观点在一个单位区间从左 ($x=0$) 至右 ($x=1$) 均匀分布。三个候选人同时选择其政治立场（即在 0 与 1 之间取一点）。选民观察候选人的选择，然后将选票投给与自己的立场最接近的候选人。假设每个候选人的目的在于当选。

(1) 请你找出一个纯策略纳什均衡。

(2) 假设每个候选人既可以参选并选择自己的政治立场，也可以选择不参选，后一选择的结果劣于与人并列第一，但优于输掉选举。试证明不存在纯策略纳什均衡。