博弈论课程第四次作业

第 1 题：

考虑一个军事冲突问题：两个国家的军队计划控制有争议的边境地区，该地区的价值为 v。双方同时行动，每方军队要么选择攻击（A），要么选择不攻击（N）。每方军队各以相等的概率有强、弱两种可能，这两种类型的军队战斗的成本分别为 c_l 和 c_h，且 $c_l < c_h$；军队到底是强还是弱，为每方的私人信息。一方的军队可以控制边境地区，要么（1）它攻击而对手不攻击，要么（2）双方都攻击但它强敌弱。如果双方都攻击且势均力敌，那么双方都无法控制边境地区。如果只有一方的军队选择攻击，则双方都不产生战斗成本。

要求：

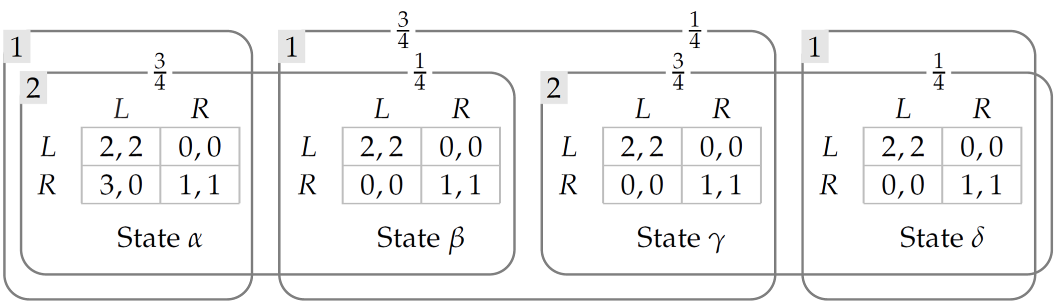
（1）用双变量矩阵形式表述这个博弈。

（2）若 $v = 12,\ c_l = 4,\ c_h = 8$，求纯策略贝叶斯纳什均衡。

（3）若 $v = 12,\ c_l = 8,\ c_h = 16$，求纯策略贝叶斯纳什均衡。

第 2 题：

考虑如下的二人博弈：



显然，状态集合为 $Y = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$。

从收益函数看，状态 β, γ, δ 是相同的，但状态 α 不同于状态 β, γ, δ，差异在于参与者 1 对应于行动组合（R，L）的收益是 3 还是 0。

将事件 A 定义为“参与者 1 对应于行动组合（R，L）的收益是 0”，亦即

$$A=\{\beta,\gamma,\delta\}$$

1．写出每个参与者的信息分割。

2．依据知识算子 K 的定义，计算 K_1A、K_2K_1A、$K_1K_2K_1A$、$K_2K_1K_2K_1A$。

第 3 题：

企业 1 和企业 2 同时决定是否进入某市场，各自进入成本为 $c_i\in[0,5]$，$i=1,2$，c_i 是企业 i 的私人信息。企业 i 相信对手的成本 c_j 在区间 $[0,5]$ 上服从均匀分布。如果只有一个企业 i 进入市场，其收益为 $10-c_i$；如果两个企业都进入市场，那么各自的收益为 $3-c_i$；不进入市场的企业收益为 0。

求此博弈的纳什均衡。

第 4 题：

考虑具有独立私人价值物品的密封拍卖问题：

假设有 $n>1$ 个潜在的买方参与竞标，物品对于每个买方的私人价值相互独立，且服从区间[0,1]上的均匀分布。出价最高者中标，并按照最高报价与第二高报价的平均值向卖方支付。假设所有买方都是风险中性的，求参与者在对称均衡中的出价策略。