

1. 策略: 完备的行动选择. 须要对每个信息集 (即使某个策略可能无法到达该信息集) 说明在其上的行动. 一般以  $S_i$  记参与者  $i$  的策略.
2. 信息集: 由参与者知识得到的等价类. 两个节点处于同一信息集, 若它们无法被区分 (严格定义见书). 信息集的定义依赖于参与者, 也即只会说某一参与者的信息集. 满足完美信息 (注意和完全信息区分) 时, 除终端点外每点都是单独信息集.
3. 效用函数: 对参与者偏好关系的刻画. 以  $S = (S_1, \dots, S_n)$  记各参与者策略, 以  $S_{-i} = (S_1, \dots, S_{i-1}, S_{i+1}, \dots, S_n)$  记除参与者  $i$  外各参与者策略. 一般以  $U_i(S) = U_i(S_i, S_{-i})$  记参与者  $i$  的效用函数.  $U_i$  对每个变量  $S_j$  ( $1 \leq j \leq n$ ) 都是线性的, 也即有  $U_i(pS + (1-p)S') = pU_i(S) + (1-p)U_i(S')$ .  $\forall S, S', \forall p \in (0, 1)$ .
4. 严格劣策略: 若  $\exists S_i, s.t. U_i(S_i, S_{-i}) < U_i(S'_i, S_{-i})$  对所有  $S_{-i}$  成立, 则称  $S_i$  是参与者  $i$  的严格劣策略.
5. 纳什均衡: 若  $\forall i \leq n, \nexists S'_i, s.t. U_i(S'_i, S_{-i}) > U_i(S_i, S_{-i})$ . 则称  $S = (S_1, \dots, S_n)$  是纳什均衡. 若  $S = (S_1, \dots, S_n)$  是纳什均衡, 则  $S_i$  不会是严格劣策略.
6. 最大最小值和最小最大值: 参与者  $i$  的最大最小值为  $\max_{S_i} \min_{S_{-i}} U_i(S_i, S_{-i})$ , 最小最大值为  $\min_{S_{-i}} \max_{S_i} U_i(S_i, S_{-i})$ . 前者得到的  $S_i$  为该参与者的最大最小策略. 当只有两个参与者的情况下, 后者得到的  $S_{-i}$  为另一参与者的最小最大策略. 总是有  $\max_{S_i} \min_{S_{-i}} U_i(S_i, S_{-i}) \leq \min_{S_{-i}} \max_{S_i} U_i(S_i, S_{-i})$ , 当只有两个参与者且考虑所有混合策略 (包括纯策略) 时, 二者相等.
- △7. 行为策略: 刻画参与者在不同信息集上独立行动的策略表述. 行为策略总是可以转化为混合策略.
- △8. 完美回忆: 对某一参与者  $i$ , 若对  $i$  的任一信息集中的节点  $x, y$ , 以及  $x$  在博弈树上的前继  $u \xrightarrow{a} x$  ( $u$  由  $i$  进行行动), 存在和  $u$  处于同一信息集的节点  $v$ , 使得有  $v \xrightarrow{a} y$ , 则称  $i$  在该博弈中具有完美回忆. 若每一参与者都具有完美回忆, 则称该博弈具有完美回忆.
- △9. 库恩定理: 在具有完美回忆的博弈树中, 混合策略总是可以转化为行为策略, 且行为策略  $\rightarrow$  混合策略  $\rightarrow$  行为策略是恒同映射. (混合  $\rightarrow$  行为  $\rightarrow$  混合则不是).



- △ 10. 相关均衡: 给定信号  $s_1, \dots, s_n$  和  $s_i$  出现的概率, 每个  $s_i$  对应各参与者行动组合. 要求每名参与者在得知自己在信号中的行动(而非信号本身)后该行动即为最优反应.
11. 子博弈完美均衡: 在每个子博弈上均构成纳什均衡的行为策略均衡.
- △ 12. 知识算子和信息分割: 定义见ppt第三讲. 注意表述问题, 信息分割是信息集的集合. 通过知识算子我们可以给出共同知识的定义.
13. 贝叶斯博弈: 存在某一参与者的效用函数不为共同知识的博弈.
14. 完美贝叶斯均衡: 满足以下4个要求的贝叶斯<sup>行为策略</sup>均衡.
- ① 在每个参与者  $i$  的每个信息集  $w$  上,  $i$  对其处于  $w$  中的哪个节点具有信念.
  - ② 若  $w$  在均衡路径上 (即  $P(\text{到达 } w) > 0$ ), 则对  $x \in w$ ,  $i$  对其处于  $x$  节点的信念  $\mu = P(\text{到达 } x | \text{到达 } w) = \frac{P(\text{到达 } x)}{P(\text{到达 } w)}$  ( $P(\text{到达 } \cdot)$  为在均衡下博弈到达  $\cdot$  的概率).
  - ③ 若  $w$  不在均衡路径上, 则信念不受其他条件约束.
  - ④ 在每个信息集上, 参与者的策略是基于其信念的最优反应.
15. 序贯均衡: 在完美贝叶斯均衡的基础上, 要求对于任意趋近于该均衡的策略组合  $\sigma$ , 由  $\sigma$  确定的信念系统也趋近于该均衡的信念系统.

各均衡求法习题课上均已明确给出, 不再赘述