

CALCUL NUMERIC – TEMA #8

Ex. 1 Să se afle funcția de interpolare spline liniară și spline pătratică S pentru funcția $f(x) = \sin(x)$ relativ la diviziunea $(-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2})$.

Ex. 2 Fie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă.

- a) Să se construiască în Matlab procedura **SplineL** având sintaxa $y = \text{SplineL}(X, Y, x)$, conform metodei de interpolare spline liniară. Datele de intrare: vectorul X , componentele căruia sunt nodurile de interpolare, i.e. $a = X_1 < X_2 < \dots < X_{n+1} = b$; vectorul Y definit prin $Y_i = f(X_i), i = \overline{1, n+1}$; variabila scalară $x \in [a, b]$. Datele de ieșire: Valoarea numerică y reprezentând valoarea funcției spline liniară $S(x)$ calculată conform metodei spline liniare.
- b) Fie datele: $f(x) = \sin(x), x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$; $n = 2, 4, 10$; X - o diviziune echidistantă a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu $n + 1$ noduri; $Y = f(X)$. Să se construiască grafic funcția f , punctele de interpolare (X, Y) și un vector S calculat conform procedurii **SplineL**, corespunzător unei discretizări x a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu 100 de noduri. Ind.: $S_i = \text{SplineL}(X, Y, x_i), i = \overline{1, 100}$.
- e) Să se modifice procedura $y = \text{SplineL}(X, Y, x)$, astfel încât parametrii de intrare/ieșire x și respectiv y să poată fi vectori.

Ex. 3 Fie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă.

- a) Să se construiască în Matlab procedura **SplineP** având sintaxa $y = \text{SplineP}(X, Y, fpa, x)$, conform metodei de interpolare spline pătratică. Datele de intrare: vectorul X , componentele căruia sunt nodurile de interpolare, i.e. $a = X_1 < X_2 < \dots < X_{n+1} = b$; vectorul Y definit prin $Y_i = f(X_i), i = \overline{1, n+1}$; derivata funcției f în capătul din stânga a intervalului, $fpa = f'(a)$; variabila scalară $x \in [a, b]$. Datele de ieșire: Valoarea numerică y reprezentând valoarea funcției spline pătratică $S(x)$ calculată conform metodei spline pătratice.
- b) Fie datele: $f(x) = \sin(x), x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$; $n = 2, 4, 10$; X - o diviziune echidistantă a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu $n + 1$ noduri; $Y = f(X)$. Să se construiască grafic funcția f , punctele de interpolare (X, Y) și un vector S calculat conform procedurii **SplineP**, corespunzător unei discretizări x a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu 100 de noduri. Ind.: $S_i = \text{SplineP}(X, Y, fpa, x_i), i = \overline{1, 100}$.
- c) Într-o altă figură să se construiască grafic derivata funcției spline reprezentată sub forma vectorului Sp și derivata funcției f calculată numeric cu ajutorul funcției predefinite $diff$.
- d) Să se modifice procedura $y = \text{SplineP}(X, Y, fpa, x)$, astfel încât parametrii de intrare/ieșire x și respectiv y să poată fi vectori.

Ex. 4 Fie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă.

- a) Să se construiască în Matlab procedura **SplineC** având sintaxa $y = \text{SplineC}(X, Y, fpa, fpb, x)$, conform metodei de interpolare spline cubice. Datele de intrare: vectorul X , componentele căruia sunt nodurile de interpolare, i.e. $a = X_1 < X_2 < \dots < X_{n+1} = b$; vectorul Y definit prin $Y_i = f(X_i), i = \overline{1, n+1}$; derivata funcției f în capetele intervalului, $fpa = f'(a)$ și $fpb = f'(b)$; variabila scalară $x \in [a, b]$. Obs.: Pentru rezolvarea sistemului din care determină coeficienții $b_i, i = \overline{1, n+1}$ se va apela metoda Jacobi pentru matrice diagonal dominante. Se va considera $\varepsilon = 10^{-8}$. Datele de ieșire: Valoarea numerică y reprezentând valoarea funcției spline cubice $S(x)$ determinată numeric.
- b) Fie datele: $f(x) = \sin(x), x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$; $n = 2, 4, 10$; X - o diviziune echidistantă a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu $n + 1$ noduri; $Y = f(X)$. Să se construiască grafic funcția f , punctele de interpolare (X, Y) și un vector S calculat conform procedurilor **SplineC**, corespunzător unei discretizări x a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu 100 de noduri. Ind.: $S_i = \text{SplineC}(X, Y, x_i), i = \overline{1, 100}$.
- c) Într-o altă figură să se construiască grafic derivata funcției spline și derivata funcției f calculate numeric cu ajutorul funcției predefinite *diff*.
- d) Într-o altă figură să se construiască grafic derivata a doua a funcției spline și a funcției f calculate numeric cu ajutorul funcției predefinite *diff*.
- e) Să se modifice procedura $y = \text{SplineC}(X, Y, fpa, fpb, x)$, astfel încât parametrii de intrare/ieșire x și respectiv y să poată fi vectori.