Calcul Numeric – Tema #9

Ex. 1 a) Să se creeze în Matlab procedura **DerivNum** cu sintaxa $dy =$**DerivNum**$(x, y, metoda)$. Parametrii de intrare sunt: vectorul x, reprezentând discretizarea $x_1 < a = x_2 < \ldots < x_m = b < x_{m+1}$; vectorul y, reprezentând valoarea funcţiei f în x; $metoda \in \{'diferente\ finite\ progr$ $'diferente\ finite\ regresive'$, $'diferente\ finite\ centrale'\}$. Parametrul de ieşire este vectorul dy calculat conform Algoritmului (Derivare numerica.)

Se va folosi instrucţiunea de selecţie **switch** cu sintaxa Matlab:

```
switch variabila_switch
    case variabila_case
        corp de instrucţiuni
    case variabila_case
        corp de instrucţiuni
  ...
    otherwise (optinal)
        corp de instrucţiuni
```

unde **variabila_switch** poate fi un scalar sau un şir de caractere delimitat cu apostrof la început şi la final. Instrucţiunea **switch** alege să execute acel bloc de instrucţiuni pentru care **variabila_switch** coincide cu **variabila_case**.

b) Fie datele: $f(x) = sin(x)$, $a = 0, b = \pi$; $m = 100$;; $y = f(x)$. Să se construiască grafic, derivata funcţiei f şi derivata obţinută numeric în baza procedurii **DerivNum**, pe intervalul $[0, \pi]$.

c) Într-un alt grafic construiţi eroarea, reprezentând diferenţa în modul dintre derivata exactă şi cea calculată numeric.

Ex. 2 a) Să se construiască în Matlab procedura **MetRichardson** cu sintaxa $[df] =$**MetRichardson**(f, x, h, n), conform algoritmului (Formula de extrapolare Richardson).

b) Să se construiască grafic funcţia $f'(x)$ şi derivata aproximativă determinată în baza procedurii **MetRichardson** pe intervalul $[a, b]$. Consideraţi x o discretizare a intervalului $[a, b]$ cu 100 de noduri şi construiţi vectorul df apelând procedura **MetRichardson** în fiecare nod al discretizării.

Se vor considera următoarele date:

- $a = 0; b = \pi$
- $sin(x)$;
- $n = 4, 6, 8$;
- $\phi(x, h) = \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

c) Să se construiască grafic într-o altă figură eroarea pe intervalul $[a, b]$, reprezentând diferenţa dintre valoarea exactă a derivatei $f'(x)$ şi valoarea aproximativă calculată cu ajutorul procedurii **MetRichardson**.

d) Să se calculeze derivata aproximativă $f''(x)$ prin Metoda Richardson cu ordinul de aproximare $O(h^n)$ apelând aceaşi procedură, $[d2f]$ =**MetRichardson**$(f, x, h, n-1)$ şi $\phi(x, h) = \dfrac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$.

Obs.: Datorită faptului că formula de aproximare pentru $f''(x)$ este de ordinul doi am suprimat o coloană, astfel că matricea Q_{ij} va avea $n-1$ linii şi $n-1$ coloane.

e) Să se reprezinte grafic pe intervalul $[a, b]$ derivata de ordinul doi exactă şi aproximativă calculatš conform procedurii **MetRichardson**.

Ex. 3 Să se deducă formula cuadraturii Newton-Cotes închisă ($n = 3$). Această formulă se mai numeşte şi formula de cuadratură Newton. Să se deducă formula de cuadratură sumată Newton. **Obs.:** Pentru calculul coeficienţilor w_k folosiţi funcţia predefinită *int* destinată calculului simbolic a integralelelor.

Ex. 4 a) Să se construiască în Matlab procedura **Integrare**, având sintaxa
I =**Integrare**$(f, a, b, m, metoda)$, care calculează valoarea aproximativă a integralei $I(f) = \int_a^b f(x)dx$ conform formulelor de cuadratură sumate a (dreptunghiului, trapezului, Simpson, Newton), i.e. $I_{0,m}, I_{1,m}, I_{2,m}, I_{3,m}$.

b) Să se calculeze erorile absolute $|I(f) - I_{0,m}|, |I(f) - I_{1,m}|, |I(f) - I_{2,m}|, |I(f) - I_{3,m}|$.

Se vor considera următoarele date:

- $a = 0; b = \pi$;
- $f(x) = sin(x)$;
- $m = 10$;
- metoda ∈{ 'dreptunghi', 'trapez', 'Simpson','Newton'}.