• Punto 1 Interpolación:

Con la interpolación se busca un polinomio de grado n con $n+1$ puntos conocidos.

Sabiendo que los puntos "x_j" $\rightarrow j \in \{0 \dots N\}$. Para tal caso se sabe que para $n+1$ punto se tiene:

$$
\begin{aligned}
P(x_0) &= y_0 & &\rightarrow & C_0 + C_1 x_0 + x_0^2 C_2 + \cdots x_0^n C_n &= y_0 \\
P(x_1) &= y_1 & &\rightarrow & C_0 + C_1 x_1 + x_1^2 C_2 + \cdots x_1^n C_n &= y_1 \\
P(x_2) &= y_2 & &\rightarrow & C_0 + C_1 x_1 + x_1^2 C_2 + \cdots x_1^n C_n &= y_2 \\
&\vdots & & & & \\
P(x_n) &= y & &\rightarrow & C_0 + C_1 x_1 + x_1^2 C_2 + \cdots x_1^n C_n &= y_n
\end{aligned}
$$

Por lo que se tienen n incognitas (C). Al tener un sistema de ecuaciones lineales, se puede reescribir el sistema de forma matricial:

$$
\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_1 & \cdots & x_n \\ 1 & x_0^2 & x_1^2 & & \vdots \\ 1 & x^3 & x_1^3 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_0^n & x_1^n & & x_n^n \end{bmatrix}}_{n \times n}
\begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}
\rightarrow \text{matriz de valdemone } (x_0 \cdots x_n)
$$

Al saber que la matriz mostrada es equivalente a la de valdemone, se observa que el determinante es:

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_1 & \cdots & x_n \\ 1 & x_0^2 & x_1^2 & & \vdots \\ 1 & x^3 & x_1^3 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_0^n & x_1^n & & x_n^n \end{bmatrix}_{n \times n}\right) = \prod_{0 \leq j \neq i \leq n} (x_i - x_j)$$

Al asumir que $x_0 \cdots x_n \neq \underset{\text{numero par}}{(x_n \% 2 == 0)}$, se tiene que cada $(x_i - x_j) \neq 0$.

Con esto, al tener $(x_i - x_j)(x_i - x_{j+1}) \cdots \neq 0$. Entonces.

$\det(\text{matriz}) \neq 0 \rightarrow$ sistema con unica solución.

Con esto en mente, al saber que los factores de las funciones de interpolación son únicos. Entonces, el polinomio tambien lo es.