

1. Найдите мощность множества всех решений уравнения $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ в целых числах.
2. Выпишите минимальную σ -алгебру, порождаемую множествами $A = [-2; 5)$ и $B = [-2; 0]$ на числовой прямой.
3. Совместный закон распределения X и Y задан табличкой

	$Y = 2$	$Y = 5$
$X = 0$	0.1	0.3
$X = 1$	0.3	0.3

Найдите $E(Y|X)$, $Var(Y|X)$, $Var(E(Y|X))$

Выпишите все события из σ -алгебры $\mathcal{F} = \sigma(X \cdot Y)$

4. Пусть X и Y — независимые случайные величины, равные 1 с вероятностью 0.2 или 0 с вероятностью 0.8. Пусть $Z = 1_{X+Y=0}$. Найдите $E(X|Z)$.
5. Известно, что $E(Y|X) = 0$. Может ли быть отличной от нуля величина $E(Y)$? $Cov(Y, X)$? $Cov(Y^2, X)$? $Cov(Y, X^2)$?
6. Пусть S_n — симметричное случайное блуждание. Верно ли, что мартингалом является S_n^2/n ? $S_n^3 - 3nS_n$?
7. Саша и Маша играют в шахматы много партий подряд. За выигрыш победитель получает одно очко, проигравший — ноль. За ничью оба получают по половине очка. Маша выигрывает с вероятностью 0.4, Саша — с вероятностью 0.3. Обозначим X_t — разницу набранных очков в момент времени t . Они заканчивают играть в момент времени τ , когда разница набранных очков достигнет двух.
Какие значения потенциально принимает X_τ ?
Является ли процесс X_t мартингалом?
При каком a процесс $M_t = a^{X_t}$ будет мартингалом?
При каком b процесс $L_t = X_t - bt$ будет мартингалом?
Найдите вероятность того, что в результате по очкам выиграет Саша. Мартингал M_t вам в помощь.
Найдите среднюю продолжительность партии. Мартингал L_t вам в помощь.