1. Распределение случайных величин X и Y задано вероятностями $\mathbb{P}(X = i, Y = j) = 0{,}1$ при $1 \leqslant i \leqslant j \leqslant 4$. Найдите $\mathbb{E}(Y \mid X)$.

2. Величина X равномерна на отрезке $[0; 1]$, величина Y равновероятно принимает значения 0 и 1. Величины X и Y независимы, $Z = X^Y$. Найдите $\mathbb{E}(Z \mid Y)$, $Var(Z \mid Y)$, $\mathbb{E}(Z \mid X)$, $Var(Z \mid X)$.

3. Величины X_1, ..., X_n независимы и равномерна на отрезке $[0; 1]$. Найдите $\mathbb{E}(X_1 \mid \min\{X_1, ..., X_n\})$ и $\mathbb{E}(X_1 \mid \max\{X_1, ..., X_n\})$.

4. Величины X_1, ..., X_n независимы и одинаково распределены, $S_n = X_1 + ... + X_n$. Найдите $\mathbb{E}(S_k \mid S_n)$ в двух случаях: $k \leqslant n$ и $k > n$.

5. Величина X равномерна на отрезке $[0; 1]$. В шляпе лежат две свернутые бумажки. На одной бумажке написано X, на другой X^2. Вы тяните одну бумажку наугад. Пусть Z — число, написанное на вытянутой Вами бумажке, а W - число на другой бумажке. Увидев число Вы решаете, оставить себе эту бумажку, или отказаться от этой и забрать оставшуюся. Ваш выигрыш - число на оставшейся у Вас бумажке.

   (a) Найдите $\mathbb{E}(W|Z)$

   (b) Максимально подробно (кубическое уравнение там будет суровое, не решайте его) опишите стратегию максимизирующую Ваш выигрыш