

Test 2.

Problem 1. Время между появлением автобусов имеет экспоненциальное распределение с  $\lambda = 1$  (функция плотности  $p(t) = \exp(-t)$  при  $t > 0$ ). Вася приходит на остановку и ждет до первого автобуса. Допустим он ждал  $T$  минут. На следующий день он ждет автобуса в течение времени  $T$ . Какова вероятность того, что за это время придет автобус?

Problem 2. Let  $X_n = X \cdot 1_{X \leq n}$ . In what sense (as., in  $L^2$ , in probability, in law) does the sequence  $\{X_n\}$  converge? What is the limit? Consider two cases:

a.  $X \sim N(0; 1)$  (standard normal distribution).

b.  $X = 2^T$  where  $T$  is the time of the first head in the infinite sequence of coin tosses.

Problem 3. У Маши — неправильная монетка (орел выпадет с вероятностью 0.6), у Светы — правильная. Маша и Света одновременно подкидывают свои монетки до тех пор, пока у кого-то из них орлов не накопится на два больше, чем у подружки. Побеждает в этой игре набравшая больше орлов. Какова вероятность того, что Маша выиграет?

Hints: Пусть  $B_t = M_t - S_t$  — баланс числа орлов, т.е. преимущество Маши над Светой в момент времени  $t$ . Какие значения и с какими вероятностями принимает  $\Delta B_t$ ? При каком  $a$  случайный процесс  $a^{B_t}$  будет мартингалом?