**Заявка на конкурс «2»**

1. Борзых Дмитрий Александрович; Демешев Борис Борисович
2. [borzykh.dmitriy@gmail.com](mailto:borzykh.dmitriy@gmail.com); [bdemeshev@hse.ru](mailto:bdemeshev@hse.ru)
3. ВШЭ, департамент прикладной экономики, кафедра математической экономики и эконометрики (Борзых – 7 лет, Демешев – 13 лет)
4. Борзых – баклавриват, магистратура факультет экономики ВШЭ, Демешев – баклавриват, магистратура факультет экономики ВШЭ, Летняя Школа Университета Эссекса, Великобритания, «Иерархические модели»
5. Борзых – стохастический анализ, стохастический анализ в финансах, Демешев – стохастический анализ.

1. Борзых Д. А. Численное сравнение метода максимального квазиправдоподобия и симуляционного метода моментов для модели со стохастической волатильностью // В кн.: Сборник статей аспирантов — 2012 [Электронный ресурс] / Нац.исслед. ун-т «Высшая школа экономики», ф-т экономики / Науч. ред.: К. А. Букин. М. : Издательский дом НИУ ВШЭ, 2013. С. 4-18.

2. Борзых Д. А., Шоломицкий А. Г. Модель жизненного цикла с «близоруким» принятием решений // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2011. Т. 15. № 3. С. 383-398.

3. Борзых Д., Демешев Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, 2014, URSS

1. Стохастический анализ
2. Целевая аудитория (программа, специализация, курс):

* Стохастический анализ (Бакалавриат; где читается: Факультет экономики; 2-й курс, 1-3 модуль)
* Стохастический анализ (Бакалавриат; где читается: Отделение статистики, анализа данных и демографии; 2-й курс, 1-3 модуль)
* Стохастический анализ в финансах (Магистратура; где читается: Факультет экономики; программа "Фондовый рынок и инвестиции"; 1-й курс, 3 модуль)
* Стохастический анализ в финансах (Магистратура; где читается: Факультет экономики; программа "Финансы"; 1-й курс, 3 модуль)

1. Место курса в программе обучения и требования к студентам:

* Курс стохастического анализа позволяет более глубоко понять математические основы теории вероятностей и случайных процессов.
* Курс стохастического анализа помогает при освоении таких дисциплин как теория вероятностей, анализ временных рядов (модели с условной гетероскедастичностью) и финансовая математика.
* В результате обучения студенты должны освоить следующие темы.
* По курсу “Стохастический анализ”:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Название темы | Всего часов по дисциплине | Аудиторные часы | Самостоятельная работа | |
| лекции | семинары |  |
| **Тема 1** | Основания теории вероятностей |  |  |  |  |
| Тема 1.1 | *Измеримые пространства* | 14 | 4 | 4 | 6 |
| Тема 1.2 | *Случайные величины* | 8 | 2 | 2 | 4 |
| Тема 1.3 | *Интеграл Лебега как математическое ожидание* | 14 | 4 | 4 | 6 |
| Тема 1.4 | *Декартово произведение мер и связь с интегралом Римана* | **8** | **2** | **2** | **4** |
| Тема 1.5 | *Независимость случайных величин* | **8** | **2** | **2** | **4** |
| Тема 1.6 | *Виды сходимостей случайных величин* | **14** | **4** | **4** | **6** |
| **Тема 2** | Мартингалы в дискретном времени |  |  |  |  |
| Тема 2.1 | *Простейшие свойства случайного блуждания* | 10 | 2 | 2 | 6 |
| Тема 2.2 | *Условное ожидание* | 14 | 4 | 4 | 6 |
| Тема 2.3 | *Понятие мартингала* | 8 | 2 | 2 | 4 |
| Тема 2.4 | *Мартингальное преобразование* | 8 | 2 | 2 | 4 |
| Тема 2.5 | *Сходимость мартингалов и мартингальные неравенства* | 14 | 4 | 4 | 6 |
| **Тема 3** | Интеграл Ито |  |  |  |  |
| Тема 3.1 | *Броуновское движение* | 14 | 4 | 4 | 6 |
| Тема 3.2 | *Определение стохастического интеграла и его свойства* | 14 | 4 | 4 | 6 |
| Тема 3.3 | *Модель Блэка-Шоулза* |  | **4** | **4** | **6** |
|  | **Итого** | **162** | **44** | **44** | **74** |

* По курсу “Стохастический анализ в финансах”:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Название темы | Аудиторные часы | Самостоятельная работа | Всего часов по дисциплине | |
|  |  | Лекции | Семинары |  |  |
| **Тема 1** | **Математические основания теории вероятностей** |  |  |  |  |
| Тема 1.1 | Алгебры и сигма-алгебры подмножеств | 2 | 2 | 8 | 12 |
| Тема 1.2 | Случайные величины как измеримые функции | 2 | 2 | 8 | 12 |
| Тема 1.3 | Борелевская сигма-алгебра, борелевские множества и функции | 1 | 1 | 4 | 6 |
| Тема 1.4 | Мера и вероятность | 1 | 1 | 4 | 6 |
| Тема 1.5 | Математическое ожидание как интеграл Лебега | 2 | 2 | 8 | 12 |
| Тема 1.6 | Независимость событий, сигма-алгебр, случайных величин | 1 | 1 | 4 | 6 |
| Тема 1.7 | Условное математическое ожидание случайной величины относительно события, относительно сигма-алгебры, относительно другой случайной величины | 2 | 2 | 8 | 12 |
| **Тема 2** | **Введение в стохастический анализ: дискретное время** |  |  |  |  |
| Тема 2.1 | Примеры мартингалов | 1 | 1 | 4 | 6 |
| Тема 2.2 | Момент остановки и соответствующий мартингал | 1 | 1 | 4 | 6 |
| Тема 2.3 | Применение мартингалов к случайным блужданиям | 1 | 1 | 4 | 6 |
| **Тема 3** | **Приложения стохастического анализа к задачам финансовой математики** |  |  |  |  |
| Тема 3.1 | Биномиальная модель для расчета справедливой цены европейского опциона. Вывод формулы Кокса-Росса-Рубинштейна | 1 | 1 | 4 | 6 |
| Тема 3.2 | Вывод формулы Блэка-Шоулза из формулы Кокса-Росса-Рубинштейна предельным переходом | 1 | 1 | 4 | 6 |
|  | Итого: | 16 | 16 | 64 | 96 |

1. На настоящее время полностью отсутствуют на русском языке сборники задач по стохастическому анализу. Решение задач является неотъемлемой частью любого качественного математического курса.
2. План-проспект пособия

Сигма-алгебры и измеримость функций – 10 стр.

Мера – 10 стр.

Интеграл Лебега – 10 стр.

Виды сходимостей – 10 стр.

Характеристические функции – 10 стр.

Условное ожидание – 20 стр.

Приемы решения задач – 10 стр.

Мартингалы – 20 стр.

Броуновское движение – 20 стр.

Интеграл Ито – 20 стр.

Стохастические дифференциальные уравнения 20 стр.

Модель Блэка-Шоулса – 10 стр.

Компьютерное моделирование – 10 стр.

Разделение авторства 50% на 50%. По темам разделение авторства крайне затруднено, поскольку мы оба пишем задачи по всем темам.

Литература:

1. Wilde, Measure, Integration and Probability. http://www.mth.kcl.ac.uk/~iwilde/notes/mip/index.html

2. Wilde, Stochastic Calculus. http://www.mth.kcl.ac.uk/~iwilde/notes/sa/index.html

3. Jeffrey S. Rosenthal. (2007), A first look at rigorous probability, World Scientific Publishing Co

4. Brzezniak, Zastawniak, (2006), Basic Stochastic Processes, Spinger

5. Fima C. Klebaner, (2006), Introduction to stochastic calculus with applications, Imperial College Press

6. Michael Steele, (2001), Stochastic Calculus and Financial Applications, Springer

7. David Williams, (1991), Probability with Martingales, Cambridge University Press

1. Текущие наработки по задачнику (60 страниц задач и решений из разных глав) приложены отдельным файлом, также доступны по ссылке

<http://goo.gl/pJXopF>

Просим принять данную заявку на конкурс грантов факультета экономики 2014 г.

С условиями конкурса, правилами и порядком выполнения научно-исследовательской работы ознакомлены. С размещением в открытом доступе на сайте факультета отчета и списка публикаций по проекту согласны.

29 марта 2014

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Борзых Дмитрий

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Демешев Борис