

# **FUCO5A - Análise De Circuitos Elétricos 1**

## **Aula 04**

**Prof.: Renan Silva Maciel**

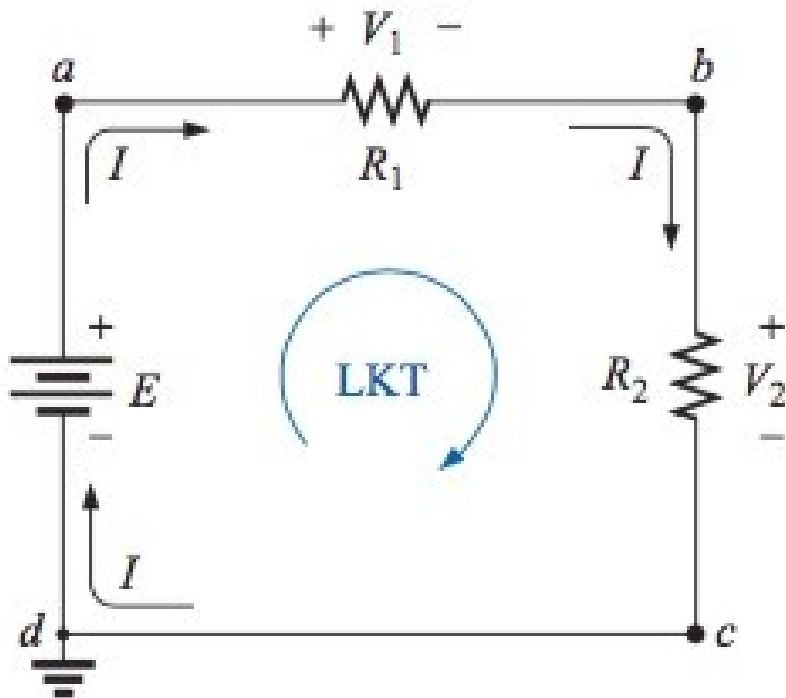
**(slides adaptados de AC64-2018/1 – Prof. Maurício Zardo)**

- **Tópicos:**

- Leis de Kirchhoff;
- Circuitos em série e divisor de tensão;
- Circuitos em Paralelo e divisor de corrente;

- **LEI DE KIRCHHOFF PARA TENSÕES (LKT)**

A soma algébrica das elevações e quedas de potencial em torno de um caminho fechado é zero.



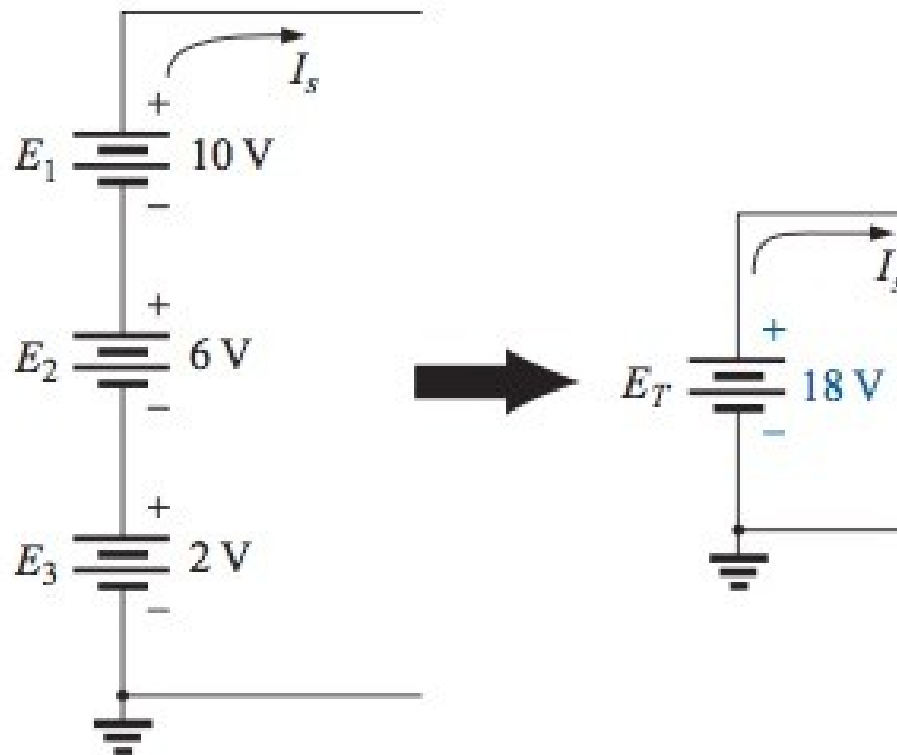
$$\Sigma_{\text{C}} V = 0$$

$$+E - V_1 - V_2 = 0$$

$$E = V_1 + V_2$$

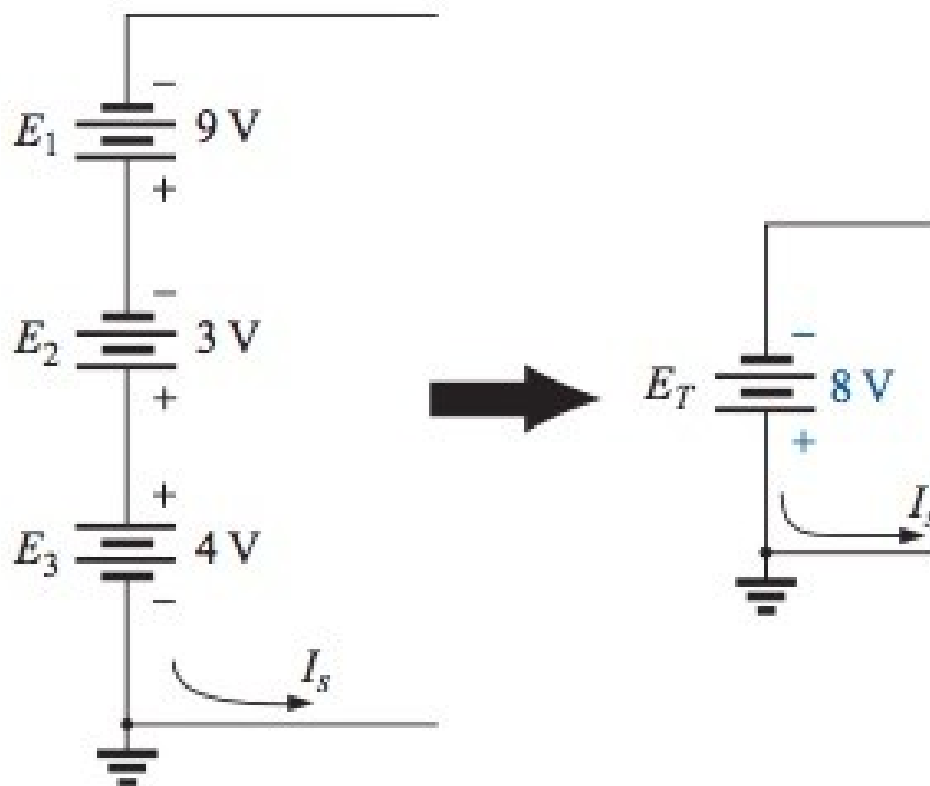
- **FONTES DE TENSÃO EM SÉRIE:**

- A tensão líquida é determinada somando as fontes com a mesma polaridade e subtraindo o total das fontes com a polaridade oposta.

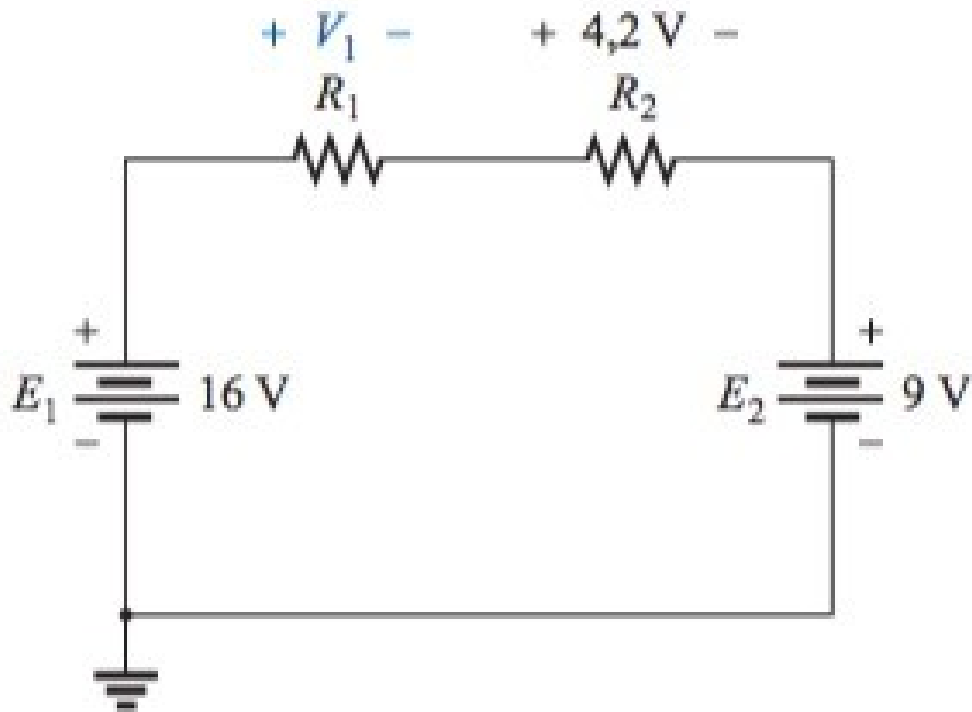


- **FONTES DE TENSÃO EM SÉRIE:**

- A tensão líquida é determinada somando as fontes com a mesma polaridade e subtraindo o total das fontes com a polaridade oposta.

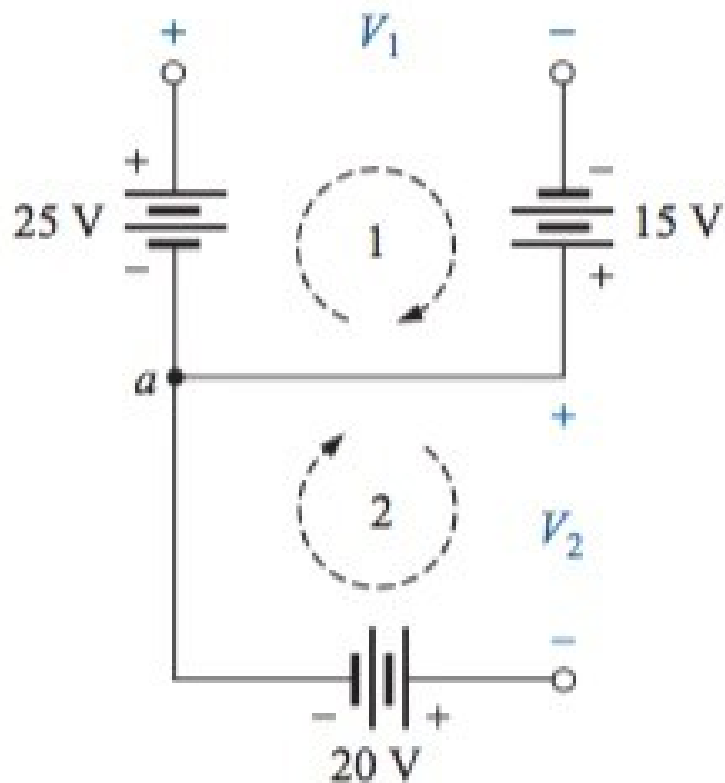


**Exemplo: Qual o valor de  $V_1$ ?**



$$\begin{aligned} +E_1 - V_1 - V_2 - E_2 &= 0 \\ V_1 &= E_1 - V_2 - E_2 \\ &= 16\text{ V} - 4,2\text{ V} - 9\text{ V} \end{aligned}$$

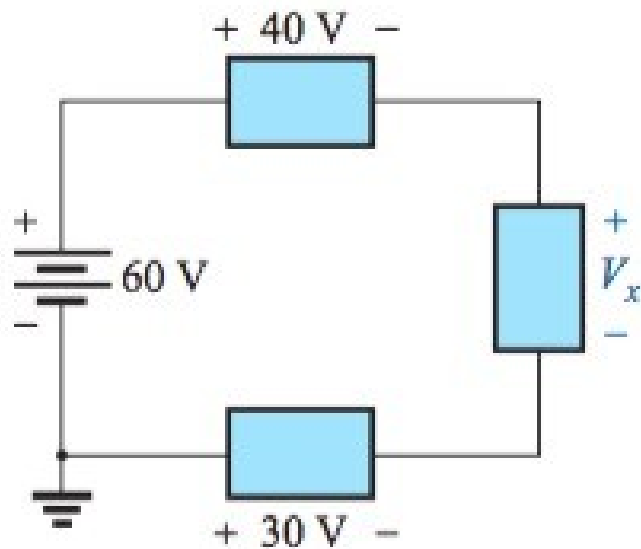
**Exemplo: Qual o valor de  $V_1$  e  $V_2$ ?**



$$+25 \text{ V} - V_1 + 15 \text{ V} = 0$$
$$V_1 = \mathbf{40 \text{ V}}$$

$$-V_2 - 20 \text{ V} = 0$$
$$V_2 = \mathbf{-20 \text{ V}}$$

**Exemplo: Qual o valor de  $V_x$ ?**

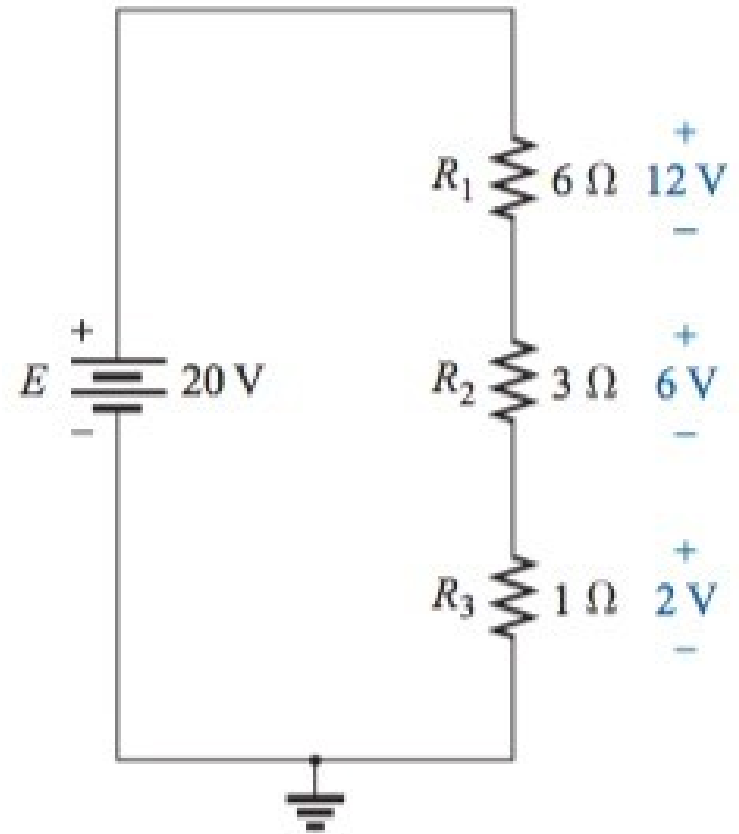


$$\begin{aligned} +60 \text{ V} - 40 \text{ V} - V_x + 30 \text{ V} &= 0 \\ V_x &= 60 \text{ V} + 30 \text{ V} - 40 \text{ V} = 90 \text{ V} - 40 \text{ V} \\ V_x &= \mathbf{50 \text{ V}} \end{aligned}$$



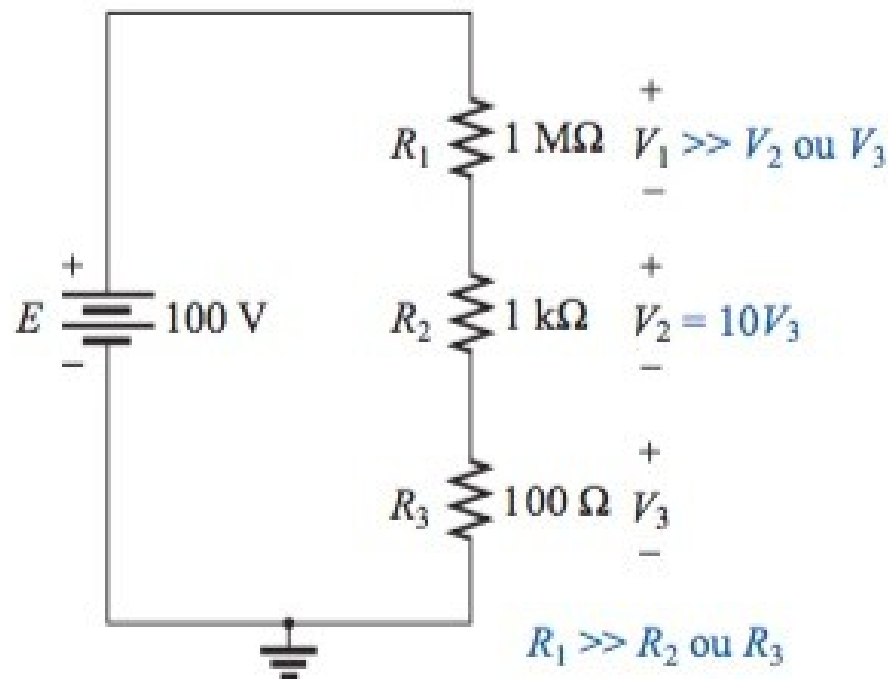
# DIVISÃO DE TENSÃO EM UM CIRCUITO EM SÉRIE:

A tensão através de elementos resistivos em série vai se dividir proporcionalmente ao valor de cada resistência em relação à resistência equivalente da associação em série.



## Exemplo: Qual o valor de $V_x$ ?

Em um circuito resistivo em série, quanto maior a resistência, maior será a tensão.



$$V_1 = I_1 R_1 = I_s R_1 = (99,89\text{ }\mu\text{A})(1\text{ M}\Omega) = \mathbf{99,89\text{ V}}$$

(quase 100 V)

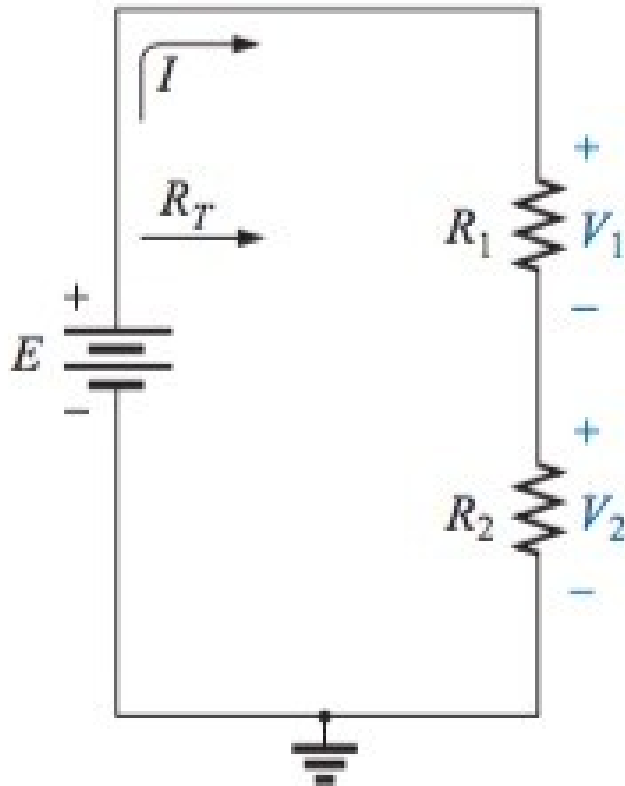
$$V_2 = I_2 R_2 = I_s R_2 = (99,89\text{ }\mu\text{A})(1\text{ k}\Omega) = \mathbf{99,89\text{ mV}}$$

(em torno de 100 mV)

$$V_3 = I_3 R_3 = I_s R_3 = (99,89\text{ }\mu\text{A})(100\text{ }\Omega) = \mathbf{9,989\text{ mV}}$$

(em torno de 10 mV)

- **REGRA DA DIVISÃO DE TENSÃO (VDR)**



$$V_x = R_x \frac{E}{R_T}$$

$$R_T = R_1 + R_2$$

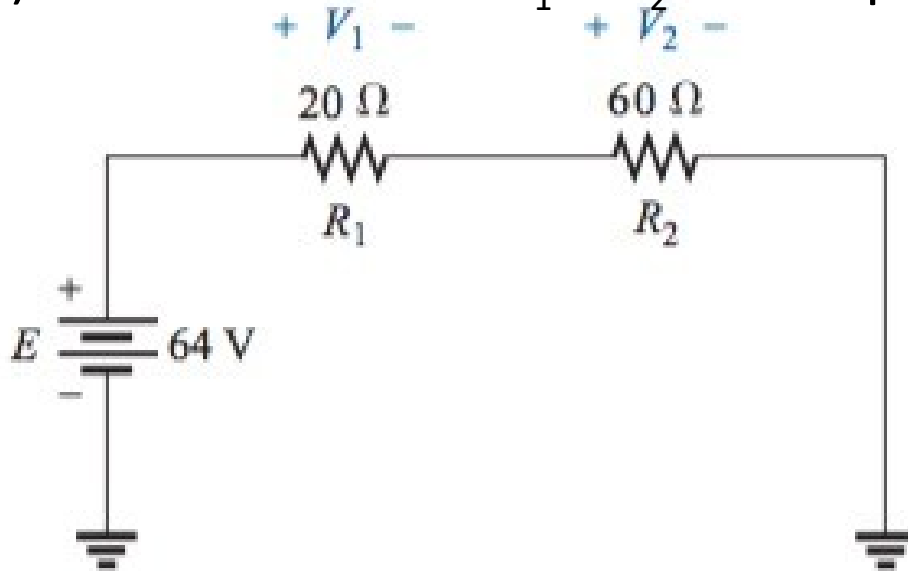
$$I_s = I_1 = I_2 = \frac{E}{R_T}$$

$$V_1 = I_1 R_1 = \left( \frac{E}{R_T} \right) R_1 = R_1 \frac{E}{R_T}$$

$$V_2 = I_2 R_2 = \left( \frac{E}{R_T} \right) R_2 = R_2 \frac{E}{R_T}$$

**Exemplo:** Para o circuito em série abaixo:

- a) qual a relação entre a tensão  $R_2$  comparada com  $R_1$ ?
- b) qual é a tensão  $V_1$  usando apenas a regra do divisor de tensão;
- c) usando a conclusão (a), determine a tensão através de  $R_2$ ;
- d) use a regra do divisor de tensão para determinar a tensão através de  $R_2$  e compare sua resposta com (c);
- e) como a soma de  $V_1$  e  $V_2$  se compara com a tensão aplicada?



$$V_x = R_x \frac{E}{R_T}$$

Soluções:

a) Tendo em vista que o resistor  $R_2$  é três vezes  $R_1$ , espera-se que  $V_2 = 3V_1$ .

$$\begin{aligned} \text{b) } V_1 &= R_1 \frac{E}{R_T} = 20 \, \Omega \left( \frac{64 \, \text{V}}{20 \, \Omega + 60 \, \Omega} \right) = 20 \, \Omega \left( \frac{64 \, \text{V}}{80 \, \Omega} \right) \\ &= \mathbf{16 \, V} \end{aligned}$$

$$\text{c) } V_2 = 3V_1 = 3(16 \, \text{V}) = \mathbf{48 \, V}$$

$$\text{d) } V_2 = R_2 \frac{E}{R_T} = (60 \, \Omega) \left( \frac{64 \, \text{V}}{80 \, \Omega} \right) = \mathbf{48 \, V}$$

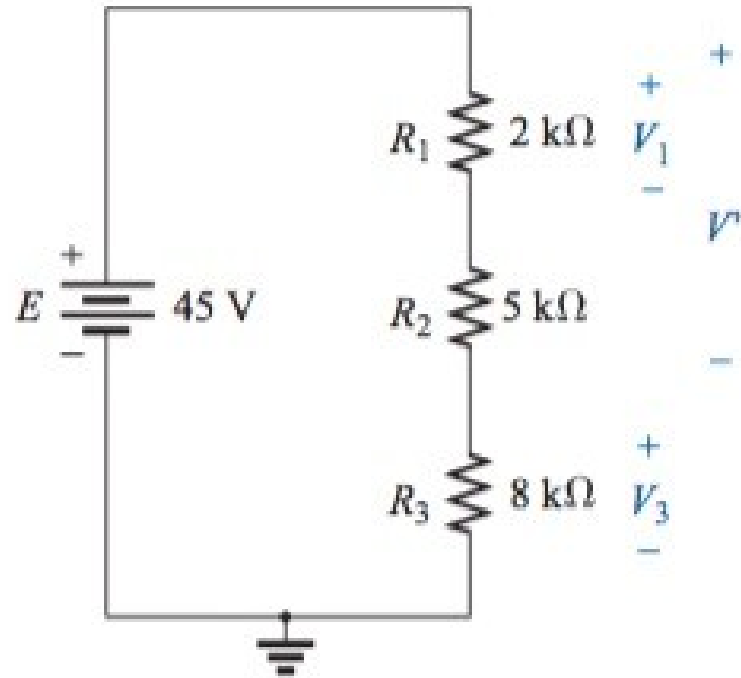
Os resultados são exatamente os mesmos.

$$\text{e) } E = V_1 + V_2$$

$$64 \, \text{V} = 16 \, \text{V} + 48 \, \text{V} = \mathbf{64 \, V} \text{ (confere)}$$

- Extensão – Regras VDR

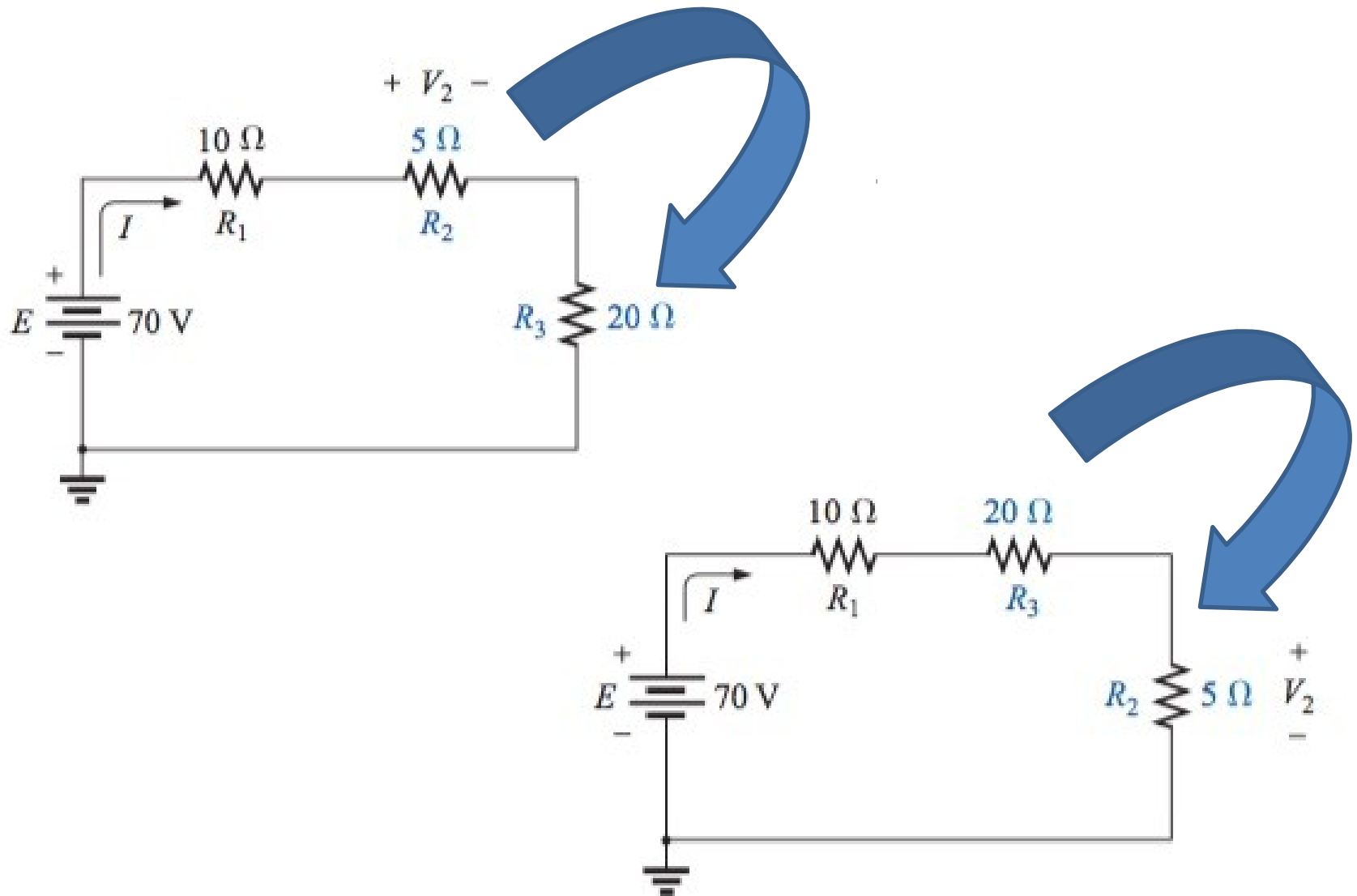
$$V' = R' \frac{E}{R_T}$$



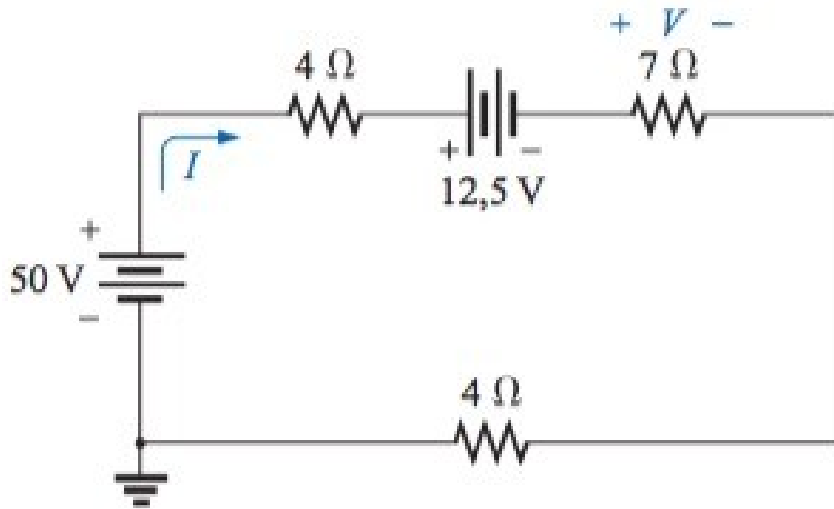
$$R' = R_1 + R_2 = 2 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega = 7 \text{ k}\Omega$$

$$V' = R' \frac{E}{R_T} = 7 \text{ k}\Omega \left( \frac{45 \text{ V}}{15 \text{ k}\Omega} \right) = 21 \text{ V}$$

- **INTERCÂMBIO DE ELEMENTOS EM SÉRIE**



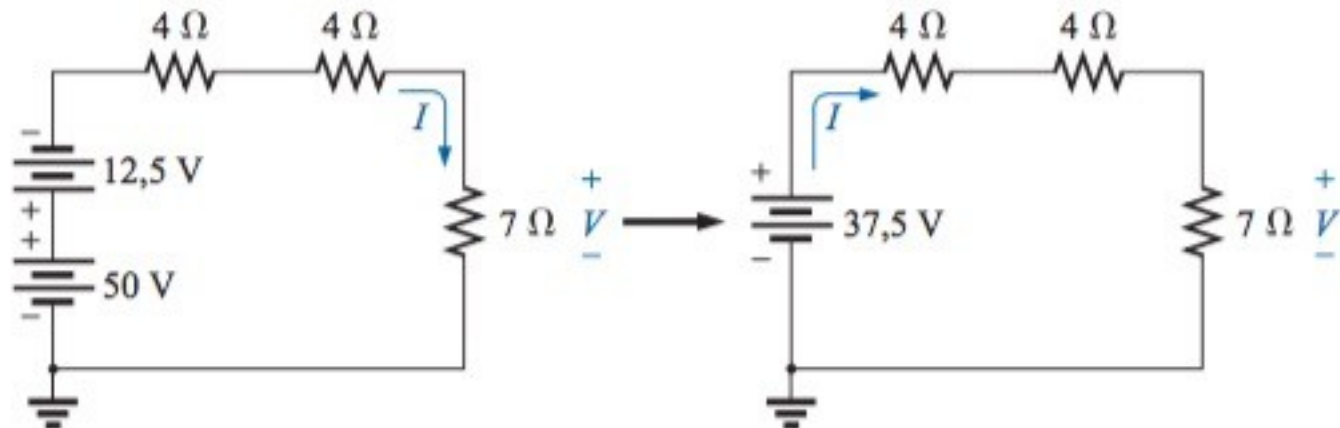
**Exemplo:** Determine a corrente e a tensão entre os terminais do resistor de  $7\Omega$  do circuito



$$R_T = (2)(4\Omega) + 7\Omega = 15\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{37,5\text{ V}}{15\Omega} = 2,5\text{ A}$$

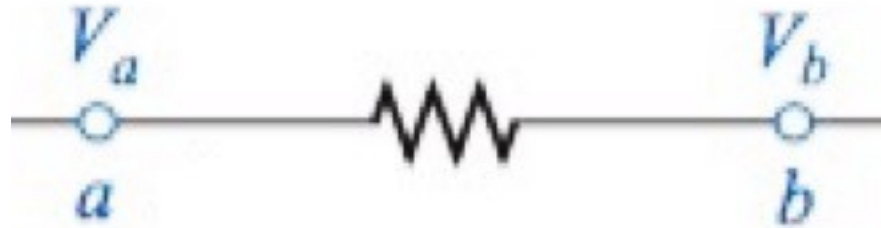
$$V_{7\Omega} = IR = (2,5\text{ A})(7\Omega) = 17,5\text{ V}$$





- Notação de duplo índice inferior:

Como  $a$  é o primeiro índice em  $V_{ab}$ , o ponto  $a$  deve estar a um potencial maior que o ponto  $b$  para que  $V_{ab}$  tenha um valor positivo.



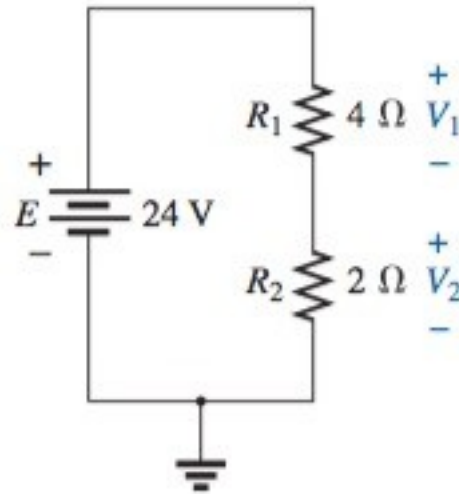
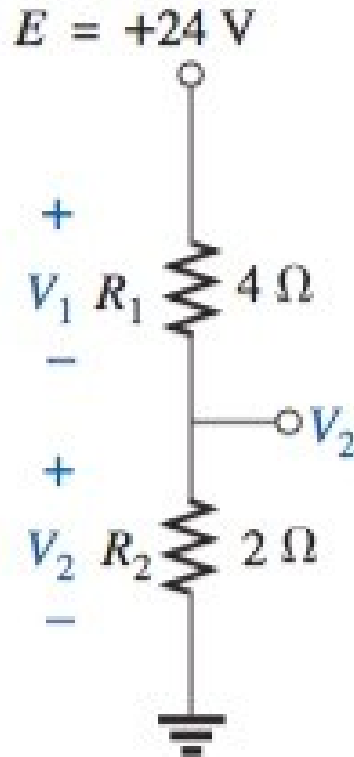
$$V_{ab} = V_a - V_b$$

A notação de duplo índice inferior  $V_{ab}$  especifica o ponto  $a$  como o de maior potencial. Se esse não for o caso, um sinal negativo deve ser associado ao valor de  $V_{ab}$ .

*a notação de índice inferior único  $V_a$  especifica a tensão no ponto  $a$  em relação ao ponto de terra (zero volt). Se a tensão é menor que zero, um sinal negativo deve ser associado ao valor de  $V_a$ .*

- **Exemplo:** Usando a regra dos divisores de tensão, determine as tensões  $V_1$  e  $V_2$

$$V_x = R_x \frac{E}{R_T}$$



$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(4\ \Omega)(24\text{ V})}{4\ \Omega + 2\ \Omega} = 16\text{ V}$$

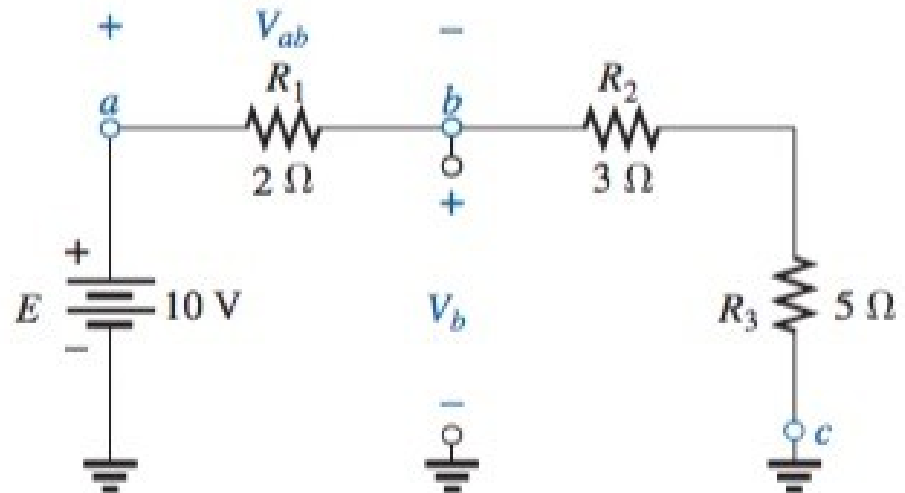
$$V_2 = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} = \frac{(2\ \Omega)(24\text{ V})}{4\ \Omega + 2\ \Omega} = 8\text{ V}$$

- Exemplo:**

a) calcule  $V_{ab}$ ;

b) calcule  $V_b$ ;

c) calcule  $V_c$ .



Soluções:

a) Regra dos divisores de tensão:

$$V_{ab} = \frac{R_1 E}{R_T} = \frac{(2\ \Omega)(10\ \text{V})}{2\ \Omega + 3\ \Omega + 5\ \Omega} = +2\ \text{V}$$

b) Regra dos divisores de tensão:

$$V_b = V_{R_2} + V_{R_3} = \frac{(R_2 + R_3) E}{R_T} = \frac{(3\ \Omega + 5\ \Omega)(10\ \text{V})}{10\ \Omega} = 8\ \text{V}$$

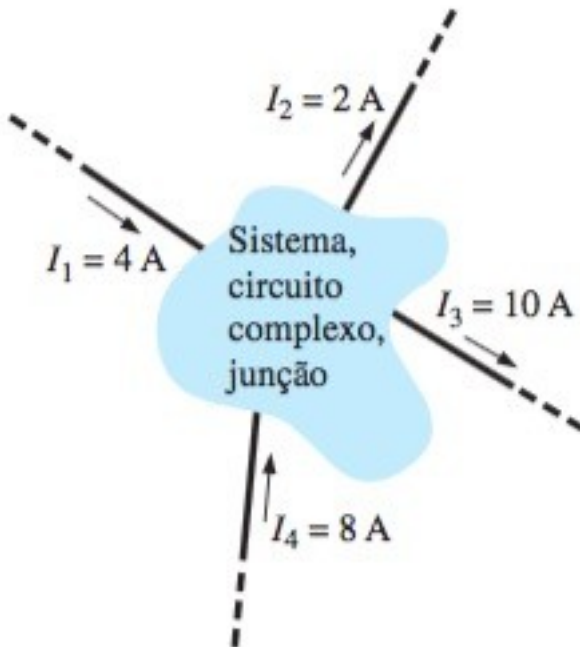
$$\text{ou } V_b = V_a - V_{ab} = E - V_{ab} = 10\ \text{V} - 2\ \text{V} = 8\ \text{V}$$

c)  $V_c = \text{potencial do ponto de terra} = 0\ \text{V}$

$$V_x = R_x \frac{E}{R_T}$$

- **LEI DE KIRCHHOFF PARA CORRENTE (LKC)**

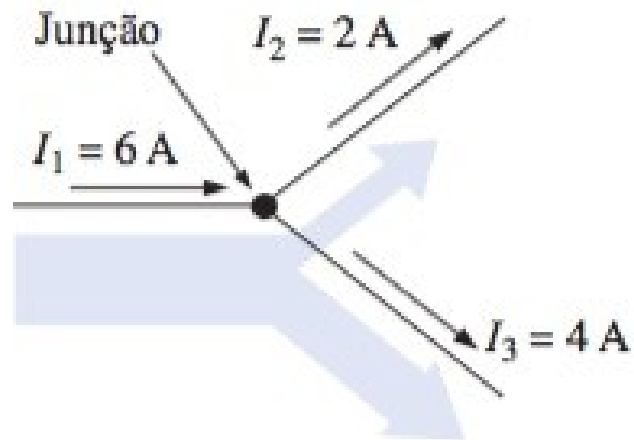
A soma das correntes que entram em uma região  $I_i$ , tem de ser igual à soma das correntes que deixam essa mesma região  $I_o$  (sistema ou nó).



$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

$$\begin{aligned}\Sigma I_i &= \Sigma I_o \\ I_1 + I_4 &= I_2 + I_3 \\ 4 \text{ A} + 8 \text{ A} &= 2 \text{ A} + 10 \text{ A} \\ 12 \text{ A} &= 12 \text{ A (confere)}\end{aligned}$$

# Analogia

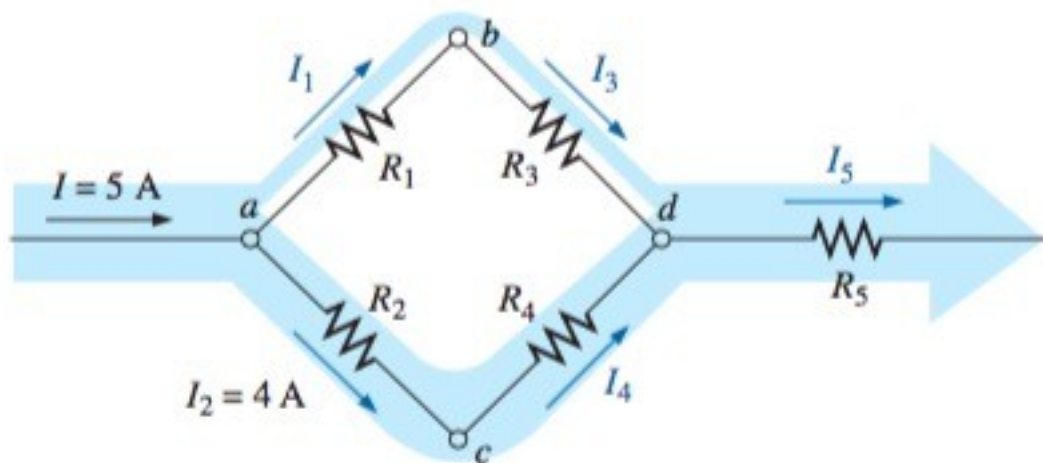


$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$



– **Exemplo:** Determine as correntes  $I_1$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  e  $I_5$  para o circuito

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$



No nó  $a$ ,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$5 \text{ A} = I_1 + 4 \text{ A}$$

$$I_1 = 5 \text{ A} - 4 \text{ A} = 1 \text{ A}$$

No nó  $c$ ,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

$$I_2 = I_4$$

$$I_4 = I_2 = 4 \text{ A}$$

No nó  $b$ ,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

$$I_1 = I_3$$

$$I_3 = I_1 = 1 \text{ A}$$

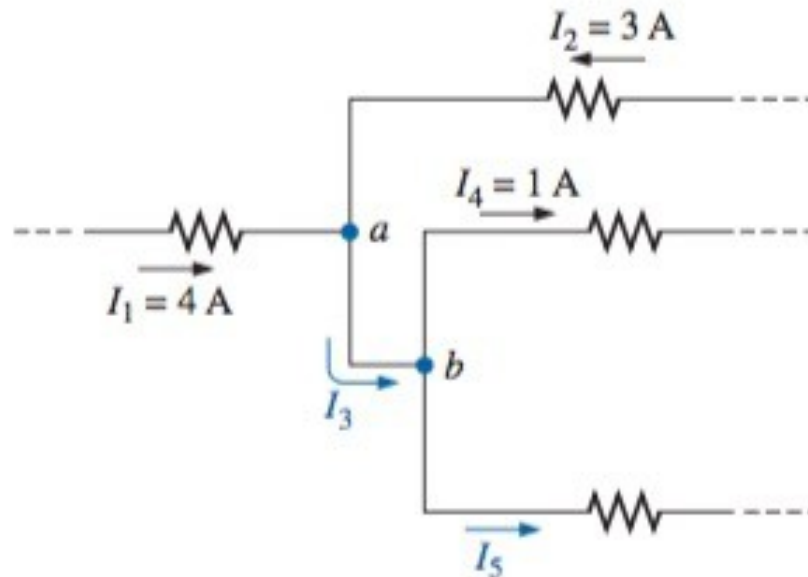
No nó  $d$ ,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

$$I_3 + I_4 = I_5$$

$$1 \text{ A} + 4 \text{ A} = I_5 = 5 \text{ A}$$

- **Exemplo:** Determine as correntes  $I_3$  e  $I_5$  através de aplicações da lei de Kirchhoff para corrente.



$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

No nó  $a$ ,

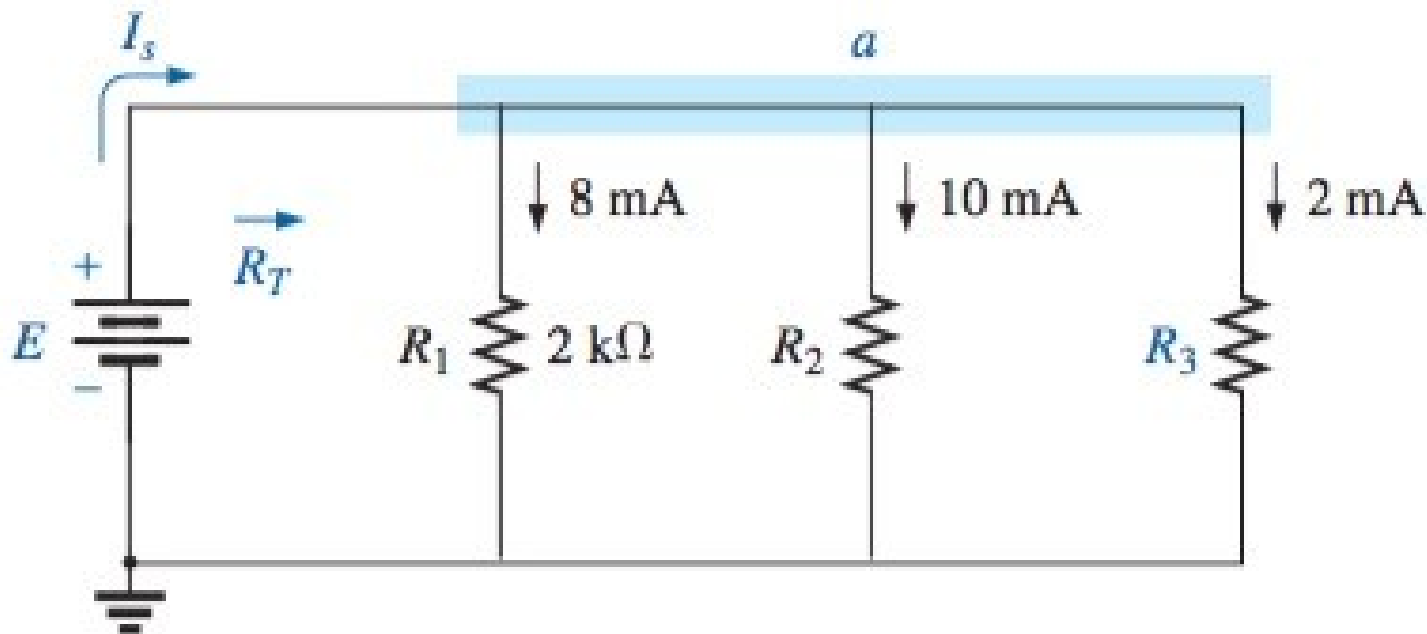
$$\begin{aligned}\Sigma I_i &= \Sigma I_o \\ I_1 + I_2 &= I_3 \\ 4 \text{ A} + 3 \text{ A} &= I_3 = 7 \text{ A}\end{aligned}$$

No nó  $b$ ,

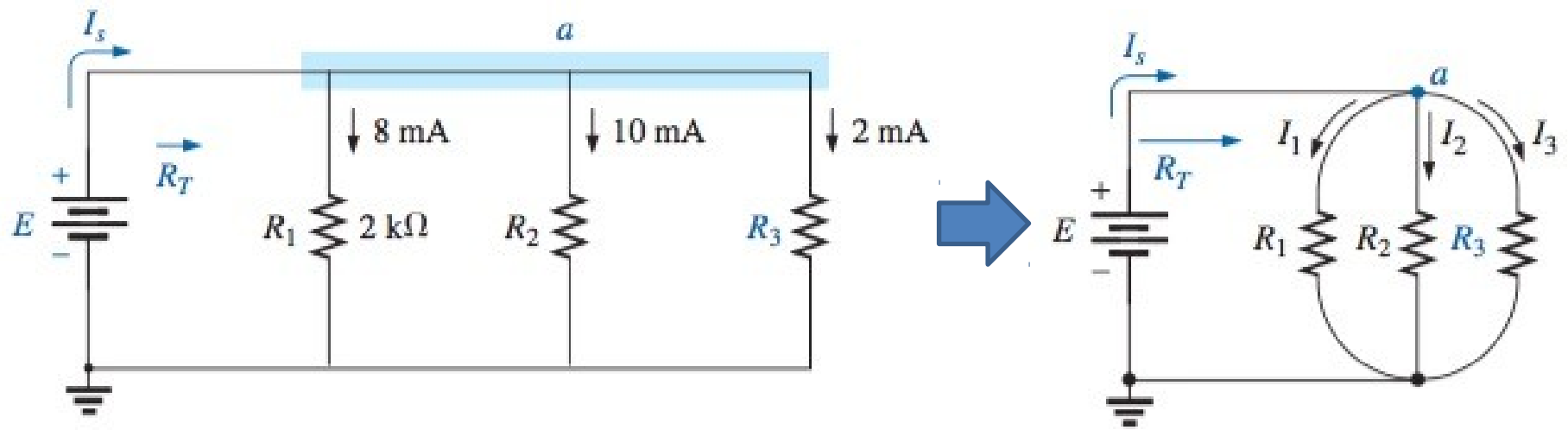
$$\begin{aligned}\Sigma I_i &= \Sigma I_o \\ I_3 &= I_4 + I_5 \\ 7 \text{ A} &= 1 \text{ A} + I_5 \\ I_5 &= 7 \text{ A} - 1 \text{ A} = 6 \text{ A}\end{aligned}$$

- **Exemplo:** Para o circuito CC em paralelo:
  - a) determine a corrente fornecida pela fonte  $I_s$ ;
  - b) descubra a tensão fornecida pela fonte  $E$ ;
  - c) determine  $R_3$ ;
  - d) calcule  $R_T$ .

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$







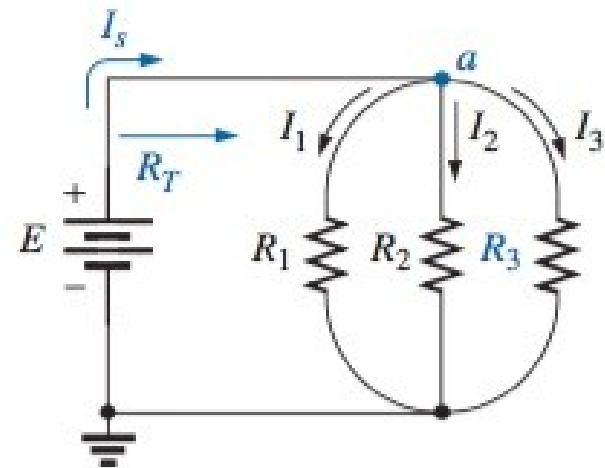
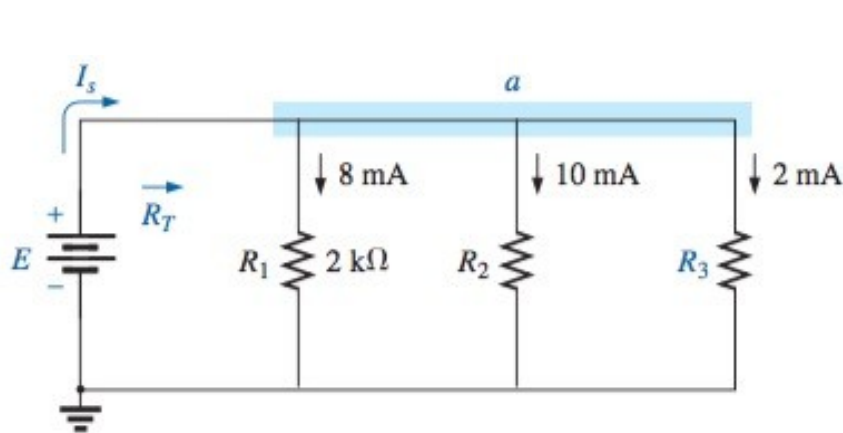
a) determine a corrente fornecida pela fonte  $I_s$ ;

$$\sum I_i = \sum I_o$$

$$I_s = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_s = 8 \text{ mA} + 10 \text{ mA} + 2 \text{ mA}$$

$$= 20 \text{ mA}$$



b) descubra a tensão fornecida pela fonte  $E$ ;

$$E = V_1 = I_1 R_1 = (8 \text{ mA})(2 \text{ k}\Omega) = \mathbf{16 \text{ V}}$$

c) determine  $R_3$ ;

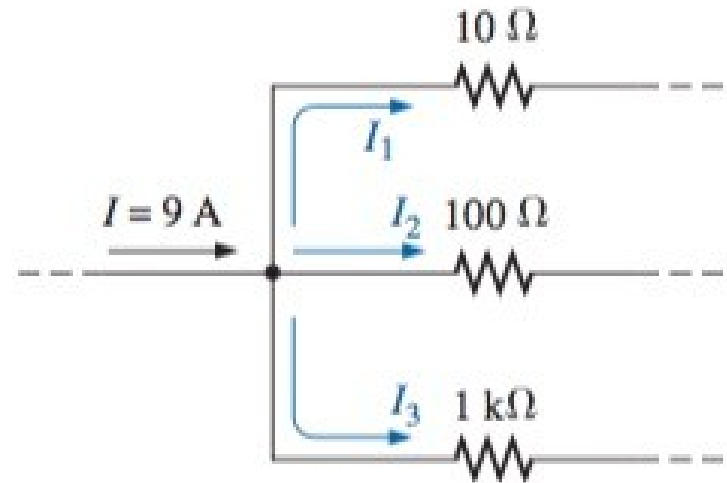
$$R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{E}{I_3} = \frac{16 \text{ V}}{2 \text{ mA}} = \mathbf{8 \text{ k}\Omega}$$

d) calcule  $R_T$ .

$$R_T = \frac{E}{I_s} = \frac{16 \text{ V}}{20 \text{ mA}} = \mathbf{0,8 \text{ k}\Omega}$$

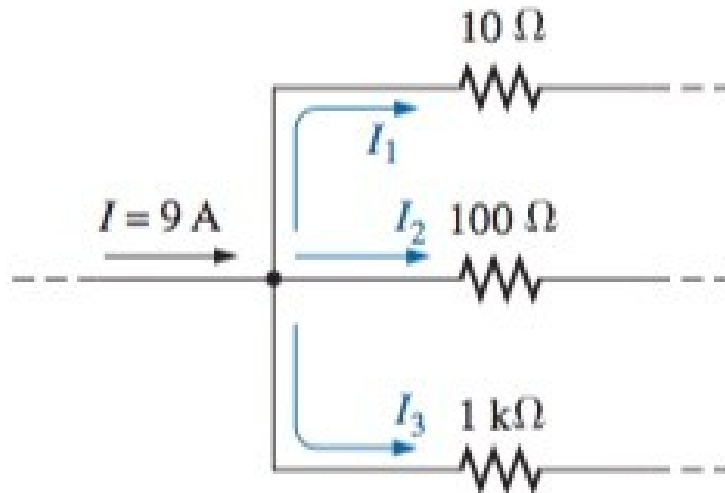
- **REGRA DO DIVISOR DE CORRENTE**

A razão entre os valores das correntes nos dois ramos será inversamente proporcional à razão entre suas resistências.



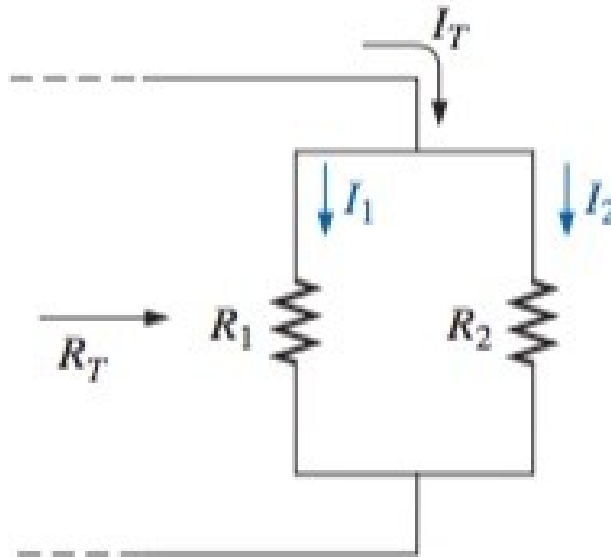
$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T$$

- **Exemplo:** Para o circuito, determine a corrente  $I_1$



$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T$$

- Caso especial: dois resistores em paralelo



$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T$$

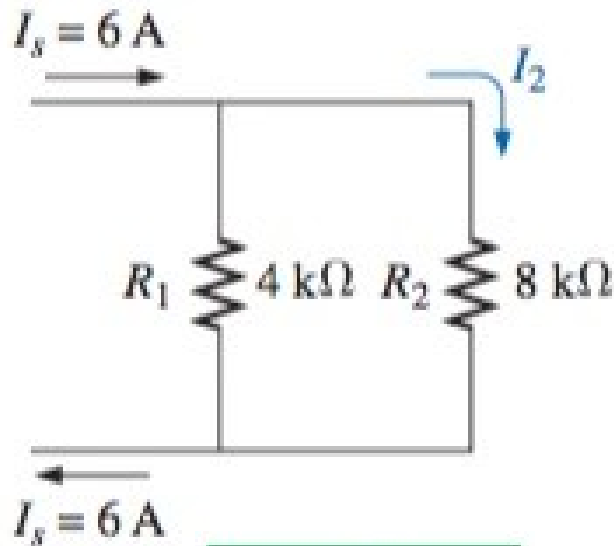
$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I_T = \left( \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} \right) I_T$$

$$I_1 = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) I_T$$

$$I_2 = \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) I_T$$

- Exemplo:** Determine a corrente  $I_2$  para o circuito usando a regra do divisor de corrente.

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_T$$



$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T$$

$$I_1 = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) I_T$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) I_T \\ &= \left( \frac{4 \text{ k}\Omega}{4 \text{ k}\Omega + 8 \text{ k}\Omega} \right) 6 \text{ A} = (0,333)(6 \text{ A}) = 2 \text{ A} \end{aligned}$$

OU

$$R_T = 4 \text{ k}\Omega \parallel 8 \text{ k}\Omega = \frac{(4 \text{ k}\Omega)(8 \text{ k}\Omega)}{4 \text{ k}\Omega + 8 \text{ k}\Omega} = 2,667 \text{ k}\Omega$$

$$I_2 = \left( \frac{2,667 \text{ k}\Omega}{8 \text{ k}\Omega} \right) 6 \text{ A} = (0,333)(6 \text{ A}) = 2 \text{ A}$$

- Exemplo:** Determine o resistor  $R_1$  para implementar a divisão da corrente mostrada

$\Sigma I_i = \Sigma I_o$

LKC

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

$$I = I_1 + I_2$$

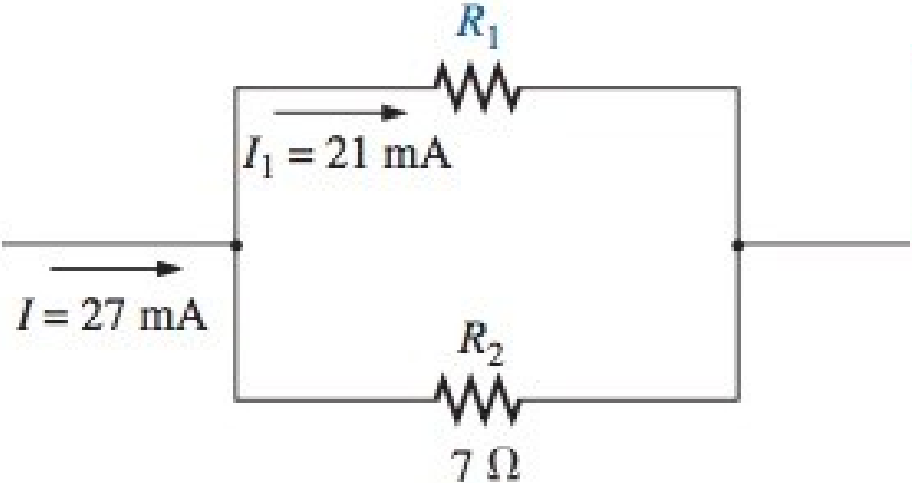
$$27 \text{ mA} = 21 \text{ mA} + I_2$$

$$I_2 = 27 \text{ mA} - 21 \text{ mA} = 6 \text{ mA}$$

$$V_2 = I_2 R_2 = (6 \text{ mA})(7 \Omega) = 42 \text{ mV}$$

$$V_1 = V_2 = 42 \text{ mV}$$

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{42 \text{ mV}}{21 \text{ mA}} = 2 \Omega$$



VDC

$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T$

$I_1 = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) I_T$

VDC

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_T$$

$$21 \text{ mA} = \left( \frac{7 \Omega}{R_1 + 7 \Omega} \right) 27 \text{ mA}$$

$$(R_1 + 7 \Omega)(21 \text{ mA}) = (7 \Omega)(27 \text{ mA})$$

$$(21 \text{ mA})R_1 + 147 \text{ mV} = 189 \text{ mV}$$

$$(21 \text{ mA})R_1 = 189 \text{ mV} - 147 \text{ mV} = 42 \text{ mV}$$

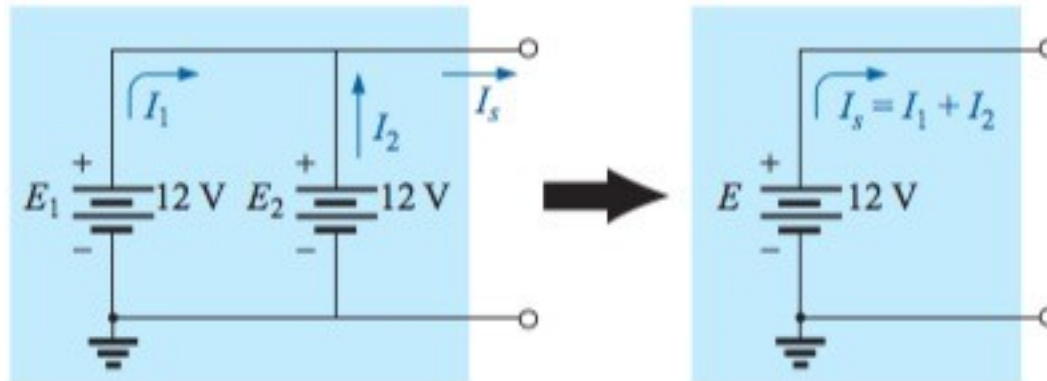
$$R_1 = \frac{42 \text{ mV}}{21 \text{ mA}} = 2 \Omega$$

e

- FONTES DE TENSÃO EM PARALELO

*fontes de tensão podem ser colocadas em paralelo somente se elas tiverem a mesma tensão.*

Objetivo: aumentar a corrente acima daquela de uma única fonte.



$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 = I \\ P_T &= E(I_1 + I_2) = E(I + I) = E(2I) = 2(EI) \\ &= 2P_{\text{(uma fonte)}} \end{aligned}$$

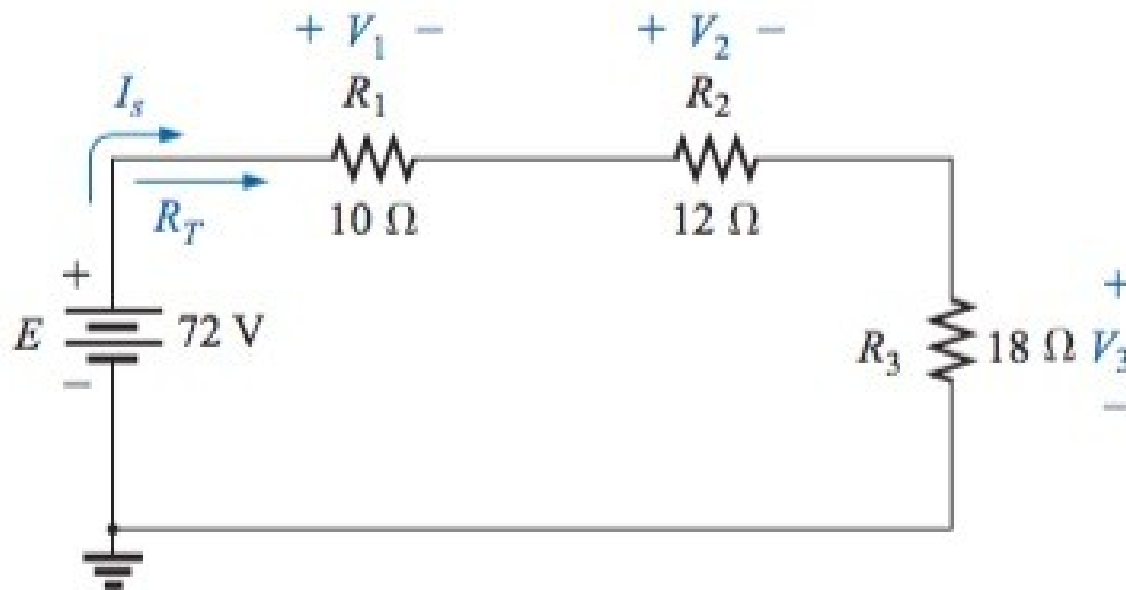


- **FONTES DE TENSÃO EM PARALELO:**

- Unidades de mesma tensão;
- Ganho de potência fornecida pelo arranjo de fontes;
- Não representar fontes ideais com tensões diferentes em paralelo;
- Para fontes reais, há a descarga da fonte de maior tensão.

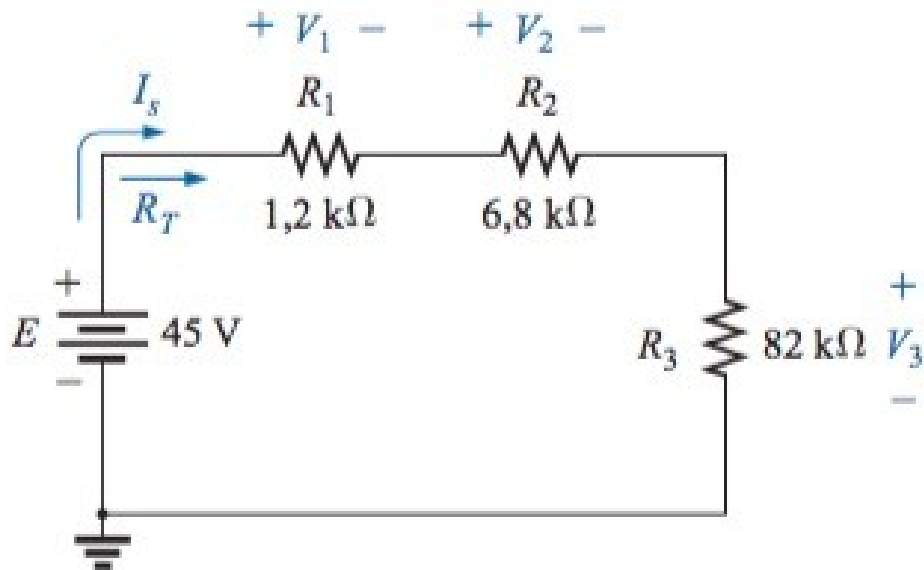
**Exercício 1-** Para a configuração em série :

- a) descubra a resistência total;
- b) calcule a corrente;
- c) descubra a tensão através de cada elemento resistivo;
- d) calcule a potência fornecida pela fonte;



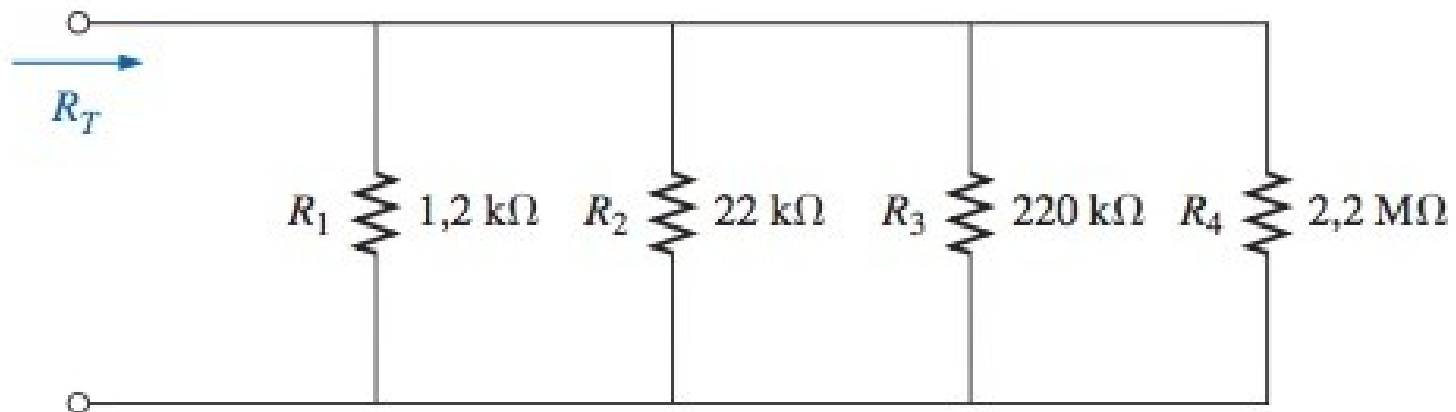
**Exercício 2-** Para a configuração em série:

- sem fazer um único cálculo, qual elemento resistivo terá a maior tensão através dele? Qual terá a menor?
- qual resistor terá maior impacto sobre a resistência total?
- Descubra a resistência total e a corrente.
- Descubra a tensão através de cada elemento e reveja sua resposta para a parte (a)



**Exercício 3-** Para o circuito em paralelo, responda:

- a) Qual resistor tem o maior impacto sobre a resistência total? b) Sem que nenhum cálculo seja feito, qual é o valor aproximado para a resistência total?
- c) Calcule a resistência total e comente sua resposta para a parte (b).
- d) Em uma base aproximada, quais resistores podem ser ignorados ao se determinar a resistência total?
- e) Se adicionarmos outro resistor em paralelo de qualquer valor ao circuito, qual será o impacto sobre a resistência total?



**Exercício 4-** Para o circuito em paralelo, faça o que se pede:

- a) Sem que um único cálculo seja feito, adivinhe  $R_t$ .
- b) Calcule  $R_t$  e a compare com seu palpite na parte (a).
- c) Sem que um único cálculo seja feito, qual ramo terá mais corrente? Qual terá a menor?
- d) Calcule a corrente através de cada ramo, e compare seus resultados com os pressupostos da parte (c).
- e) Descubra a corrente fornecida pela fonte e teste se ela se iguala à soma das correntes dos ramos.

