AT4 - Sistemas

→ O que é um sistema?

- Sistema elétrico
- Sistema mecânico
- Sistema computacional
- Sistema químico

} SISTEMAS ARTIFICIAIS

- Sistema político
- Sistema econômico

⋮

} SISTEMAS NATURAIS

* A Engenharia lida c/ sistemas artificiais

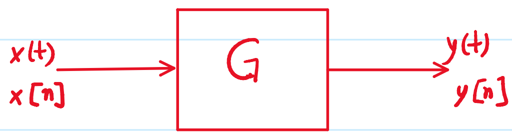
Objetivos

- Introduzir a nomenclatura de descrição de sistemas
- Demonstrar a modelagem matemática de sistemas por ED
- Desenvolver técnicas de classificação de sistemas

↳ SISTEMAS

- Manipula ou processa sinais presentes em uma ou mais entradas e gera sinais em uma ou mais saídas.

- Na análise de sistemas, a representação dos sistemas utiliza-se diagrama de blocos, por exemplo:



A terminologia adotada p/ análise de sistemas é:

- G consiste de um sistema que realiza uma operação sobre o sinal $x(t)$. O resultado desta operação é $y(t)$.

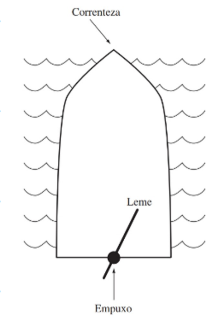
- O sistema é excitado por sinal(is) de entrada aplicado(s)

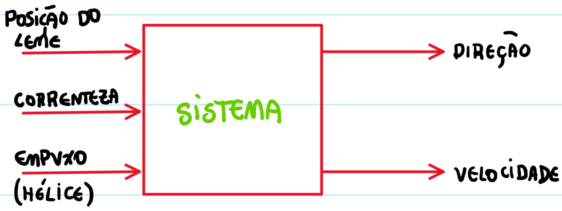
- O sistema é excitado por sinal(is) de entrada aplicado(s) em uma ou mais entradas.

- Uma resposta ou sinal(is) de saída surgem em uma ou mais saídas.

Exemplos de sistemas?

1)



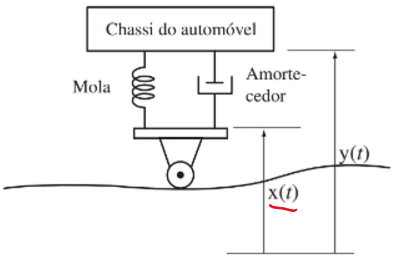


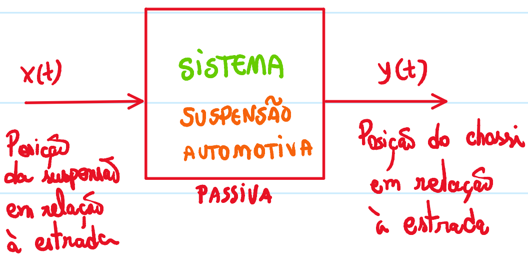
Somente duas saídas?

VIBRAÇÕES NA ESTRUTURA
SONORIDADE PLUVIAL (CHOQUE C/ AS ÁGUAS)
BALANÇO / INCLINAÇÃO DA EMBARCAÇÃO
⋮
OUTRO FENÔMENO FÍSICO

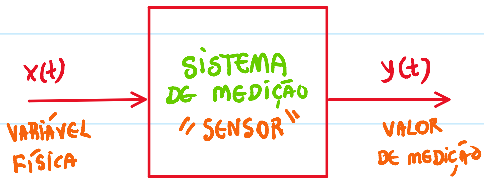
∴ O que é significante?

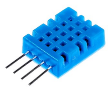
2)

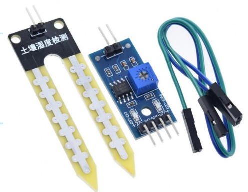




3) Sensores ⇝ classe de sistemas (SISO)
↳ Single Input Single Output







4) PONTE

Tacoma Bridge Collapse: The Wobbliest Bridge in the World? (1940) | British Pathé

f = Vento, 65 km/h → SISTEMA DINÂMICO → Oscilação

90 cm, T = 36 ciclos/min

60 ciclos/s

9h30 → 11h00

→ Ressonância → Orçamento reduzido (1928-1938;

→ Fenômeno aeroelástico Flutter: falta de rigidez torcional e transversal

5) Sistema biológico

→ Célula → Excreção → Energia, Nutrientes → Corpo humano

→ Farmaco cinética (Medicamento mg/8h)

Taxa de infusão → Corpo Humano → Concentração

Taxa de eliminação →

Resposta significativa

6) Epidemia

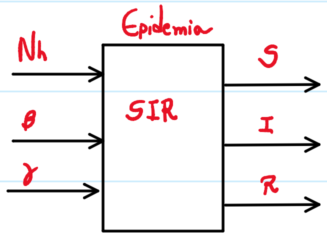
MODELO SIR (Suscetíveis - Infectados - Recuperados)

$\beta \to$ taxa de crescimento , $\gamma \to$ taxa de recuperação

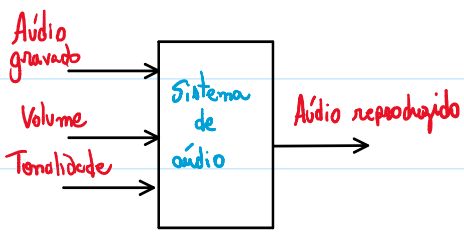
$$\dot{S} = -\beta \frac{SI}{N_h} \quad , \quad N_h = S + I + R$$

$$\dot{I} = \beta \frac{SI}{N_h} - \gamma I$$

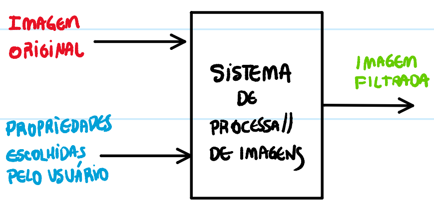
$$\dot{R} = \gamma I$$



7) Reprodução de áudio



8) Filtros



* Conclusão parcial

$x(t) \rightarrow$ SISTEMA ? $\rightarrow y(t)$

$x[n]$ $\qquad$ $y[n]$

Resposta ao impulso

↳ Representação em espaço de estados $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$

↳ Equações diferenciais / de diferenças

$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n = b_1 x(t)$

$\rightarrow y[k] + a_1 y[k-1] \dots + a_n y[k-n] = b_1 u[k] + \dots + b_n u[k-n]$

↳ Função transferência $G(s)$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s)$$

$$Y(s) = G(s) \cdot X(s)$$

Resposta em frequência

- Bode — dB, °
- Polar (Nyquist)
- Ganho(dB)/Fase(°) (Carta Nichols)

- O processo de descrição de um sistema e sua análise sem a necessidade de construí-lo é conhecido como modelagem.

MODELAGEM
- → Equações diferenciais
- → Diagrama de blocos: ganho, somador, integração

Aplicações → Sistemas de grande porte e de alto custo
- Aeronaves comerciais (EMBRAER)
- Pontes suspensas
- Petroleiros
- Redes de comunicação (5G)

- Um sistema é descrito e analisado, muitas vezes, como uma associação de componentes

PROJETO DE CIRCUITOS

↳ COMPONENTES: resistor, capacitor, indutor, amplificador operacional, transistor...

↳ SISTEMAS: amplificador de potência, modulador, conversores, filtros...

PROJETO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO

↳ COMPONENTES: amplificadores, moduladores, filtros, antenas...

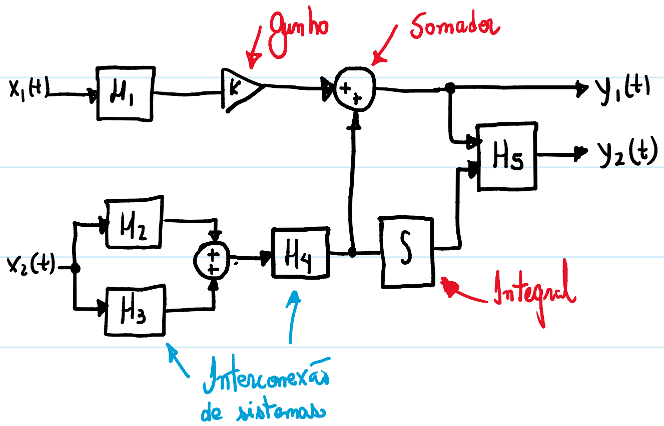
↳ SISTEMAS: enlace de microondas, tronco de fibra óptica, centrais telefônicas...

PROJETO DE AUTOMÓVEIS

↳ COMPONENTES: rodas, motor, para-choques, suspensão, lanternas, direção, freios

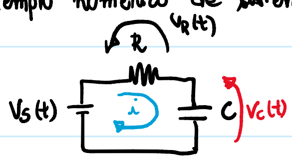
↳ SISTEMAS: térmico, hidráulico, elétrico } AUTOMÓVEL

* Note que sistemas de grande porte (linhas aéreas comerciais, SUS, redes de telefonia, usinas de energia elétrica ...) possuem diversos níveis hierárquicos de componentes e sistemas.



Exemplo numérico de sistema

1)



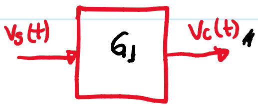
- $V_S(t) = V_R(t) + V_C(t)$

  $V_S(t) = R\,i(t) + V_C(t)$ (1)

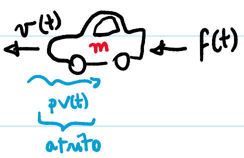
- $i_C(t) = C\,\dfrac{dV_C(t)}{dt}$ (2)

$$\therefore\; V_S(t) = R.C\,\frac{dV_C(t)}{dt} + V_C(t)$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}V_C(t) - \frac{1}{RC}V_S(t) = 0 \qquad \text{EDO}$$



2) CARRO

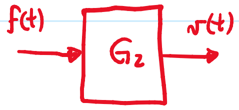


$$\sum F = ma$$

$$\sum F = m\frac{dv(t)}{dt}$$

$$f(t) - p.v(t) = m\frac{dv(t)}{dt}$$

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{p}{m}v(t) - \frac{1}{m}f(t) = 0 \qquad \underline{\text{EDO}}$$



* Os dois exemplos se configuram com eq. dif. lineares de 1ª ordem

$$\frac{dy(t)}{dt} + a\,y(t) + b\,x(t) = 0$$ ⇝ Sistemas de 1ª ordem

$y(t)$ → saída
$x(t)$ → entrada

★ Classificação/Propriedades de sistemas

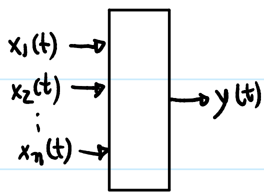
- ⇝ linear ou não linear
- ⇝ parâmetros constantes ou parâmetros variantes no tempo
- ⇝ instantâneo (sem memória) ou dinâmico (com memória)
- ⇝ causal ou não causal
- ⇝ contínuo ou discreto no tempo
- ⇝ analógico ou digital
- ⇝ inversível ou não-inversível
- ⇝ estável ou instável

① Linearidade

⇝ proporcionalidade
"homogenidade"

$y(t) = k\,x(t)$

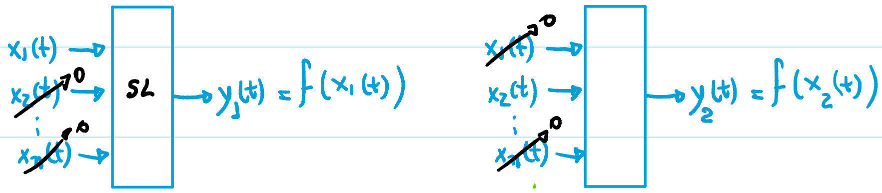
⇝ aditiva
"princípio da superposição"



$y(t) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots \alpha_n x_n$

COMBINAÇÃO LINEAR DAS ENTRADAS
⇓
COMBINAÇÃO LINEAR DAS SAÍDAS

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

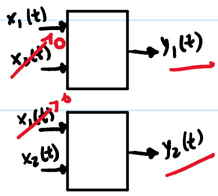


$\therefore$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + \cdots + y_n(t)$$

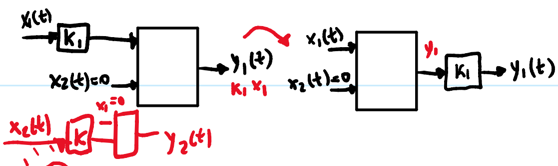
$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i(t))$$

Um sistema linear deve satisfazer a homogeneidade (escalamento) e aditividade



- $y_1(t) = f(x_1(t))$ • $y_2(t) = f(x_2(t))$

$\Rightarrow$ $\underline{y(t)} = y_1(t) + y_2(t)$



- $y_1(t) = f(K_1 \cdot x_1(t))$, $y_2(t) = f(K_2 \cdot x_2(t))$

$\Rightarrow$ $y(t) = K_1\, f(x_1(t)) + K_2\, f(x_2(t))$

$$y(t) = K_1\, y_1(t) + K_2\, y_2(t)$$

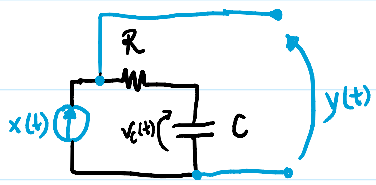
Série de Fourier

Se $x(t)$ for arbitrária?

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k\, e^{jk\omega_0 t}$$

⤳ Resposta temporal de um sistema linear

Exemplo:



$$v_c = \frac{Q}{C} = \frac{\int i\, dt}{C}$$

$$\hookrightarrow\ i_c = \frac{1}{C}\frac{dv_c}{dt}$$

$$y(t) = R\, x(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$$

$$y(t) = R\, x(t) + \underbrace{\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} x(\tau)\, d\tau}_{v_c(0)} + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} x(\tau)\, d\tau$$

$$y(t) = \underbrace{v_c(\overset{t_0}{0})}_{\text{Resposta de entrada nula}} + \underbrace{R\, x(t) + \frac{1}{C}\int_{0 \to t_0}^{t} x(\tau)\, d\tau}_{\text{Resposta de estado nulo}}$$

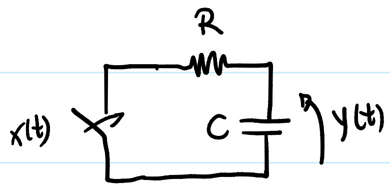
- Se $x(t) = 0, t \geq 0$ $\Rightarrow$ $y(t) = v_c(0)$ ⤳ resposta de entrada nula
- Se $v_c(0) = 0$ $\Rightarrow$ $y(t) = R\, x(t) + 1/C \int_0^t x(\tau)\, d\tau$ ⟶ resposta de estado nulo

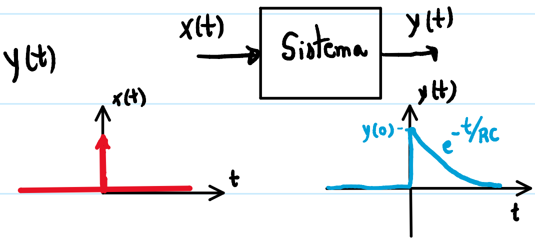
condição inicial

- Sistemas em geral são não-lineares, porém ser linearizados para uma análise de pequenos sinais
- Sistemas não-lineares geralmente são difíceis de descrever matematicamente.
- Mudanças de condições iniciais ou nas amplitudes das entradas podem alterar a natureza do problema.
- Mas c/ o princípio de superposição simplifica a análise dos sistemas (exemplo fuzzy)

* CASO DE ANÁLISE

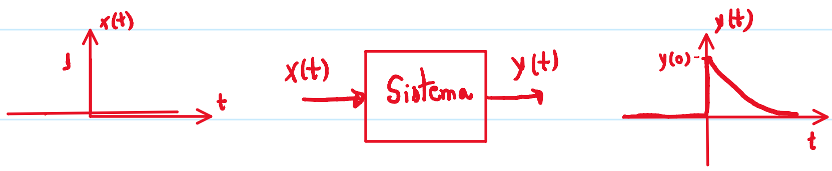
↳ Resposta ao impulso unitário de um sistema



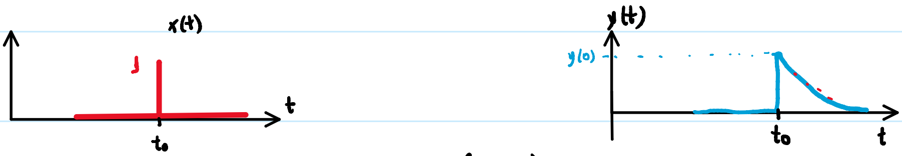


$y(0) = v_C(0) \quad \tau = RC$

② Invariância no tempo (parâmetros constantes)



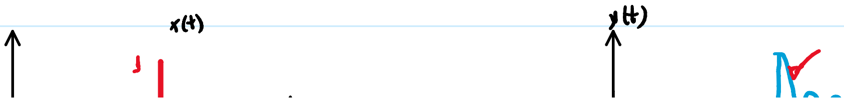
↳ Sistema invariante no tempo

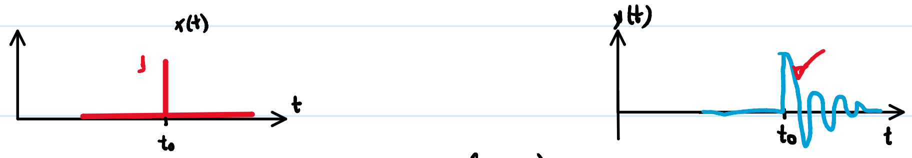


$y(t) = f(x(t))$

$y(t - t_0) = f(x(t - t_0))$

↳ Sistema variante no tempo



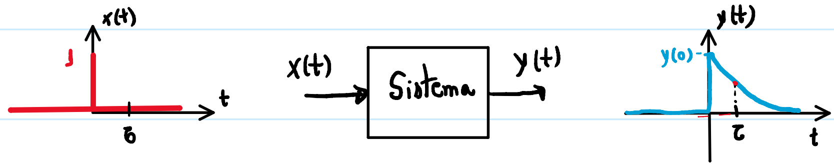


$y(t) = f(x(t))$

$y(t - t_0) \neq f(x(t - t_0))$

③ Instantâneo (Sem memória) e Dinâmico (c/ memória)

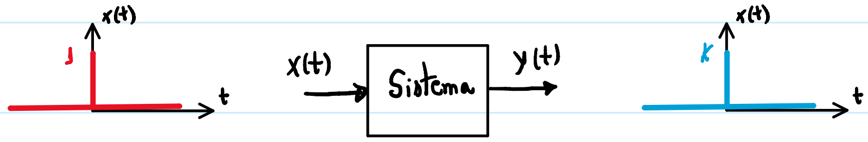
↳ Sistema c/ memória



∴ $y(\tau) = f(t),\ t < \tau$ ↳ depende de valores passados

↳ Capacitores, indutores ... amortecedores, molas ...

↳ Sistema sem memória (instantâneo)

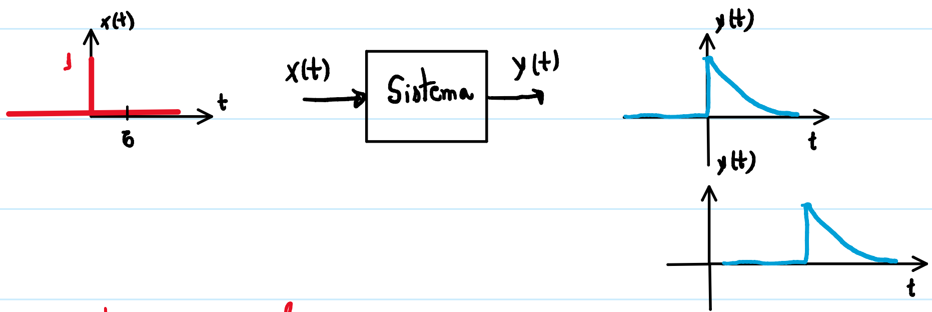


$y(t) = K\,x(t)$

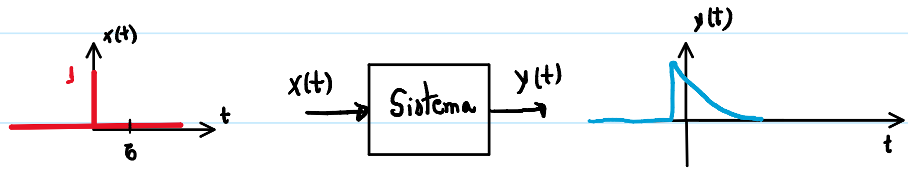
↳ Resistores ... massa de um objeto ...

④ Causalidade

↳ Sistema causal

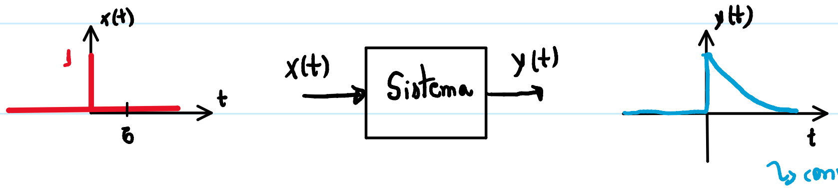


↳ Sistema não-causal



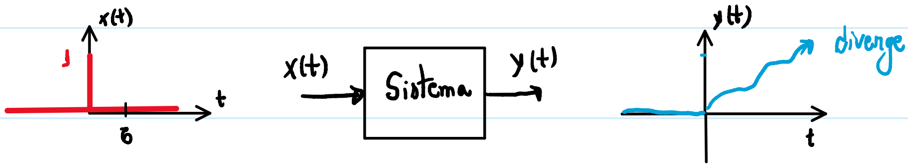
⑤ Estabilidade

↳ Sistema assintoticamente estável (BIBO)



↳ converge
sinal do tipo energia

↳ Sistema instável



↳ Sistema marginalmente estável (NÃO é BIBO)