SLCO4A - Aula Prática 5

Sumário

Sistemas........1
Classificação de sistemas........1
SISO - Single-Input Single-Output........1
MISO - Multiple-Input Single-Output........2
SIMO - Single-Input Multiple-Output........4
MIMO - Multiple-Input Multiple-Output........5
Propriedades de sistemas........7
Causal e não causal........7
Estático (sem memória) e dinâmico (com memória)........9
Linear e não linear........11
Invariante no tempo e variante no tempo........16
Estável e instável........18
Invertível e não invertível........21

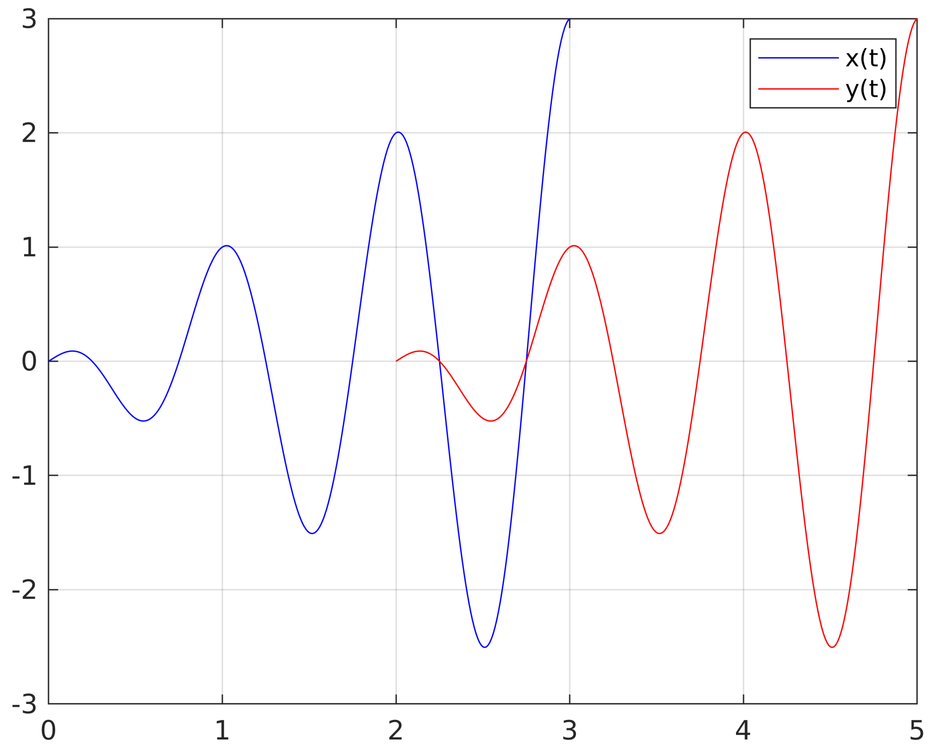
Sistemas

Classificação de sistemas

SISO - Single-Input Single-Output

a) A relação que descreve um sistema S é $y(t) = x(t-2)$. Compute e plot a resposta do sistema para um sinal de entrada $x(t) = \text{tcos}(2\pi\, t)$, $0 \leq t \leq 3$.

```
t=0:0.01:3;
x=t.*cos(2*pi*t);
plot(t,x,'b')
hold on
plot(t+2,x,'r')
grid on
legend('x(t)', 'y(t)')
```




```
figure
t=0:0.01:3;
x=t.*cos(2*pi*t);

for i=1:length(t)
    if t(i)<=2
        y(1,i)=0;
    else
        y(1,i)=(t(i)-2).*cos(2*pi*(t(i)-2));
    end
end

%plot(t,x,'b',t,y,'r')
grid on
legend('x(t)','y(t)')
```

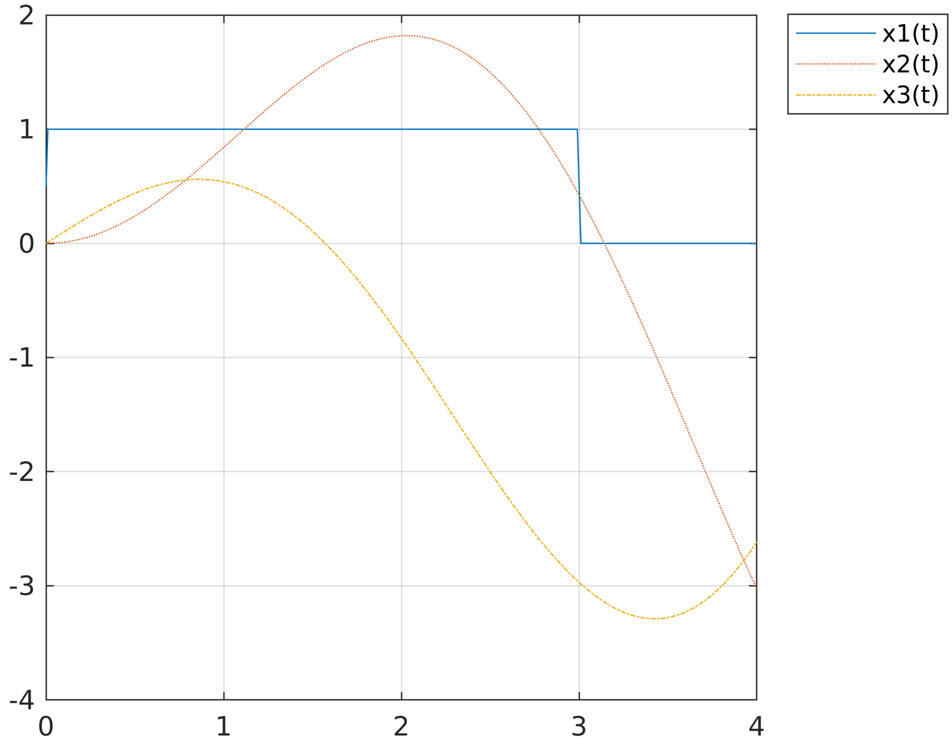
```
Warning: Ignoring extra legend entries.
```

MISO - Multiple-Input Single-Output

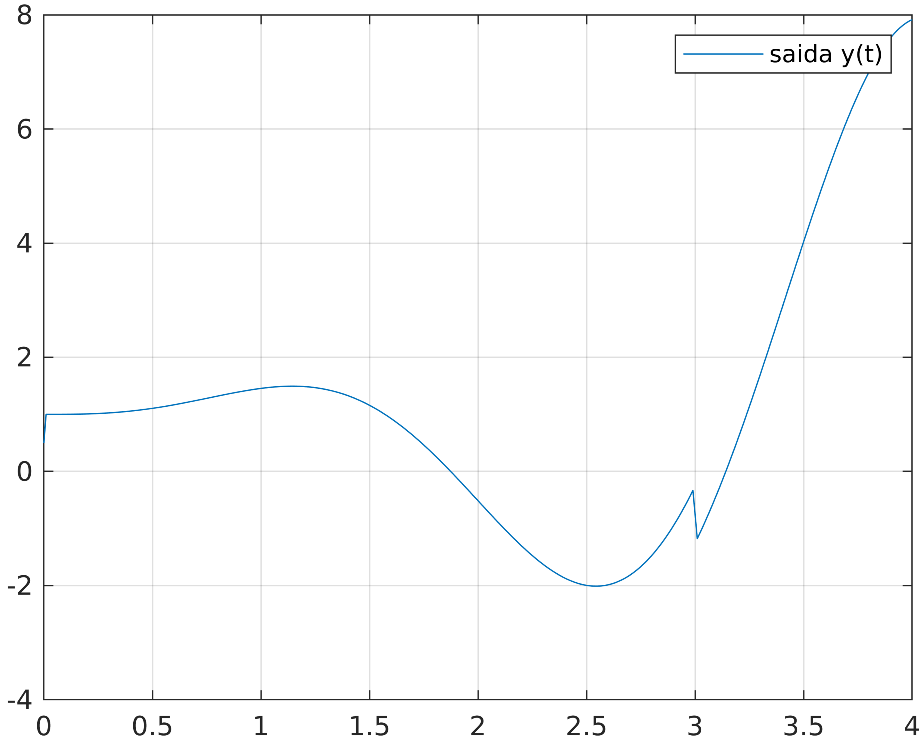
b) Suponha que um sistema MISO S é descrito pela relação entrada saída $y(t) = x_1(t) + x_2(t)x_3(t)$. Compute e plot a saída do sistema se os sinais de entrada são dados por $x_1(t) = u(t) - u(t-3)$, $x_2(t) = t\sin(t)$ e $x_3(t) = t\cos(t)$, $0 \le t \le 4$.

```
t=0:0.01:4;
x1=heaviside(t)-heaviside(t-3);
```

```
x2=t.*sin(t);
x3=t.*cos(t);
plot(t,x1,t,x2,':',t,x3,'-.')
legend('x1(t)','x2(t)','x3(t)','location', 'bestoutside')
grid on
```



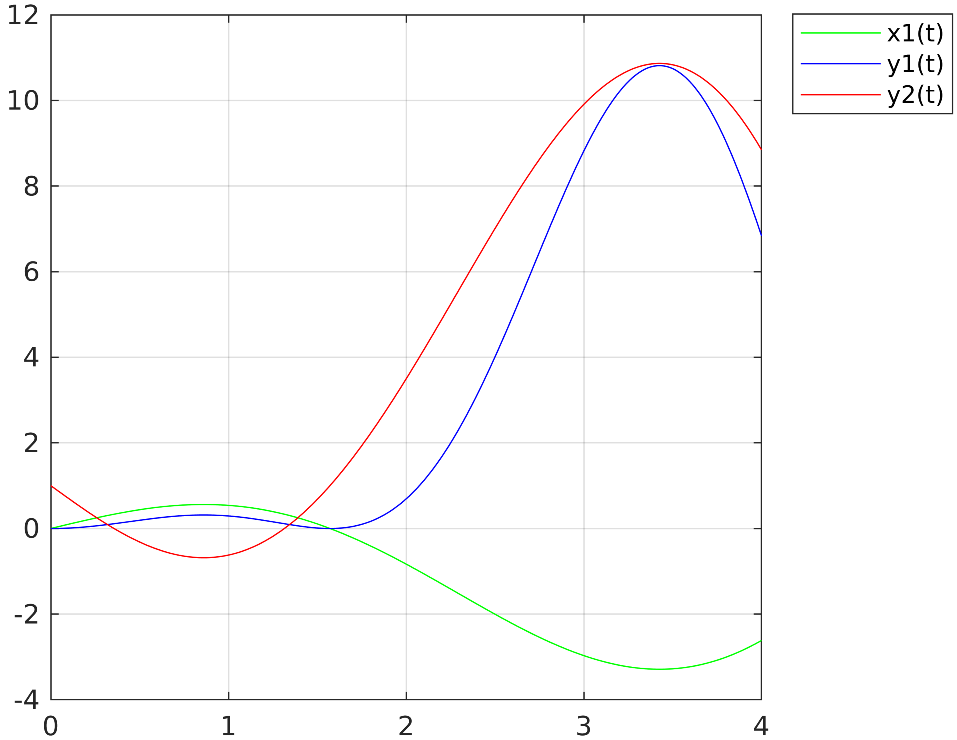

```
y=x1+x2.*x3;
plot(t,y)
grid on
legend('saida y(t)')
```



SIMO - Single-Input Multiple-Output

c) Suponha que um sistema SIMO S é descrito pelas relações $y_1(t) = x_1^2(t)$ e $y_2(t) = 1 - 3x_1(t)$. Compute e plot a saída do sistema se o sinal de entrada é dado por $x_1(t) = t\cos(t)$, $0 \le t \le 4$.

```
t=0:0.01:4;
x1=t.*cos(t);
y1=x1.^2;
y2=1-3.*x1;
plot(t,x1,'g',t,y1,'b',t,y2,'r')
grid on
legend('x1(t)','y1(t)','y2(t)','location','bestoutside')
```

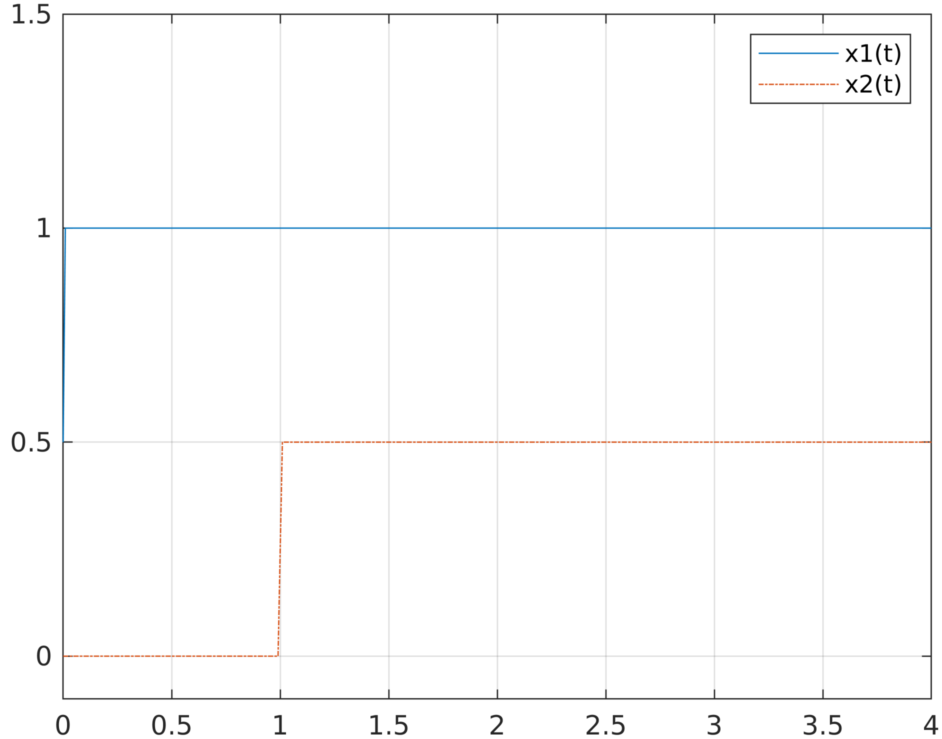


MIMO - Multiple-Input Multiple-Output

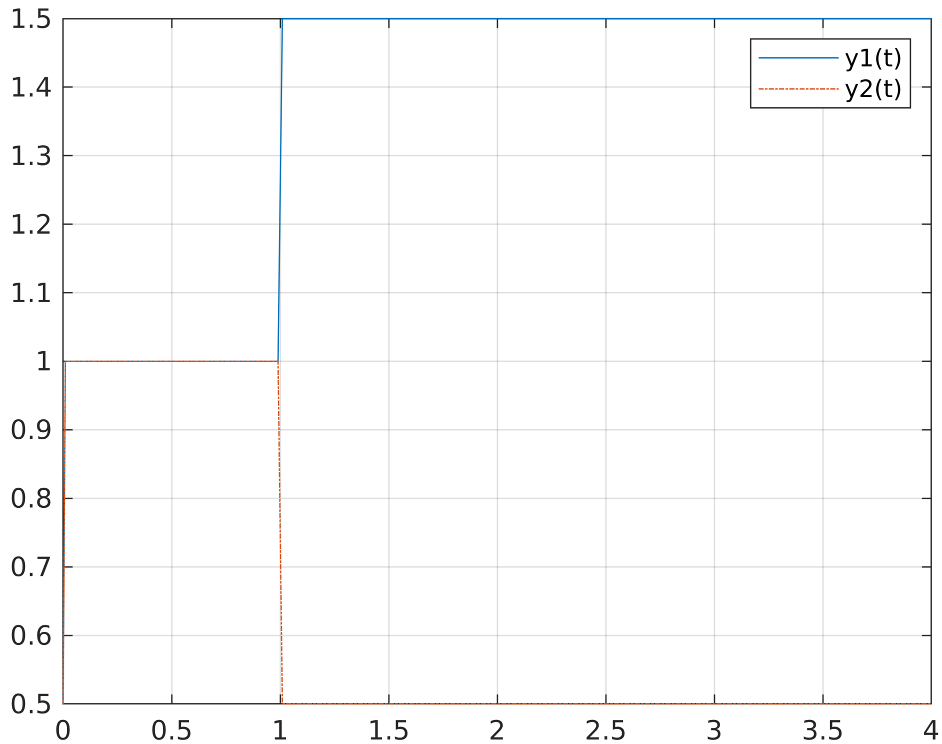
d) Suponha que um sistema MIMO S é descrito pelas relações de entrada saída $y_1(t) = x_1(t) + x_2(t)$ e $y_2(t) = x_1(t) - x_2(t)$. Compute e plot a saída do sistema se os sinais de entrada são dados por $x_1(t) = u(t)$, $x_2(t) = 0.5u(t-1)$, $0 \leq t \leq 4$.

```
t=0:0.01:4;
x1=heaviside(t);
x2=0.5*heaviside(t-1);
y1=x1+x2;
y2=x1-x2;
plot(t,x1,t,x2,'-.')
grid on
legend('x1(t)','x2(t)')

ylim([-0.1 1.5])
```




```
plot(t,y1,t,y2,'-.')
grid on
legend('y1(t)','y2(t)')
```



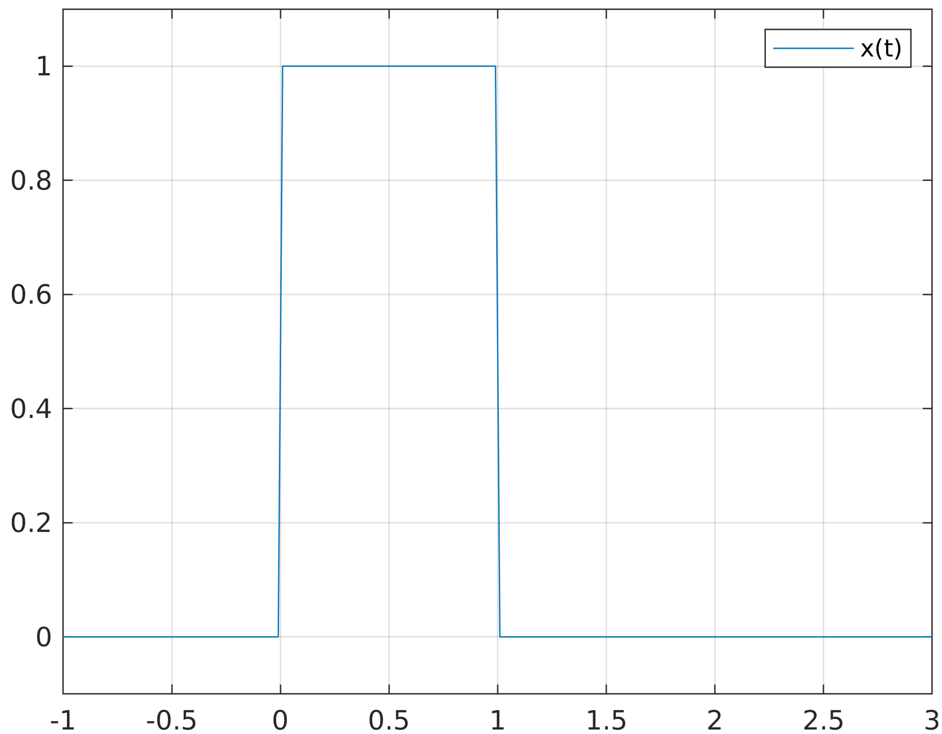

```
%ylim([-0.5 ])
```

Propriedades de sistemas

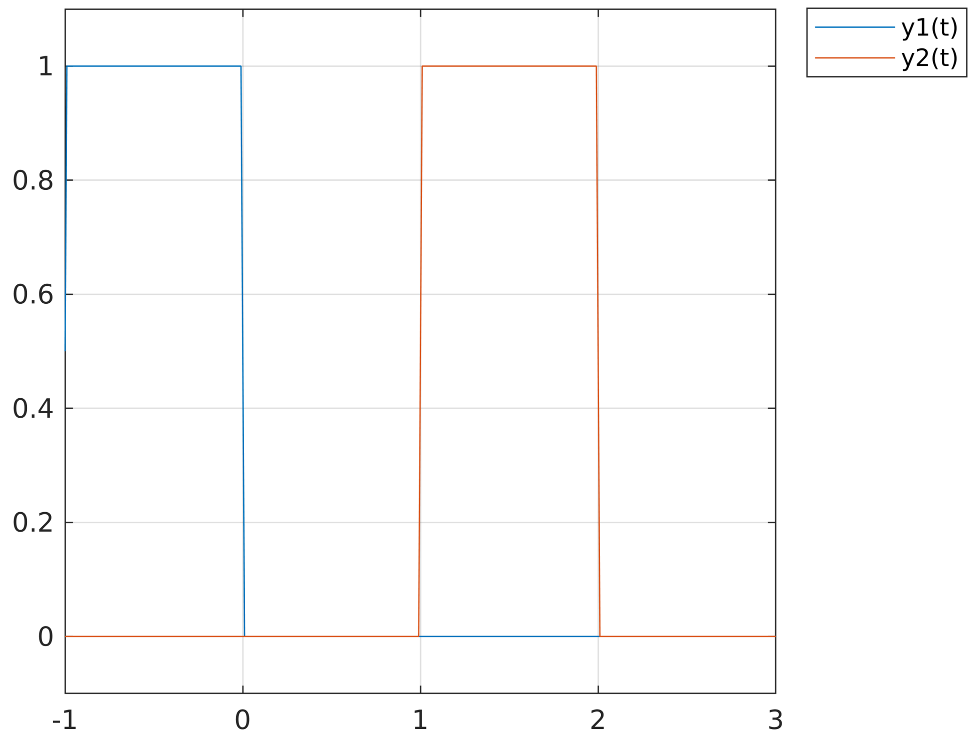
Causal e não causal

e) Suponha que o sistema S1 é descrito pela relação de entrada saída $y_1(t) = x(t+1)$ enquanto que do sistema S2 é dada por $y_2(t) = x(t-1)$. Considerando que o sinal de entrada é $x(t) = u(t) - u(t-1)$, $-3 \leq t \leq 3$. Determine se os dois sistemas são causais.

```
t=-1:0.01:3;
x=heaviside(t)-heaviside(t-1);
figure
plot(t,x)
grid on
ylim([-0.1 1.1])
legend('x(t)')
```



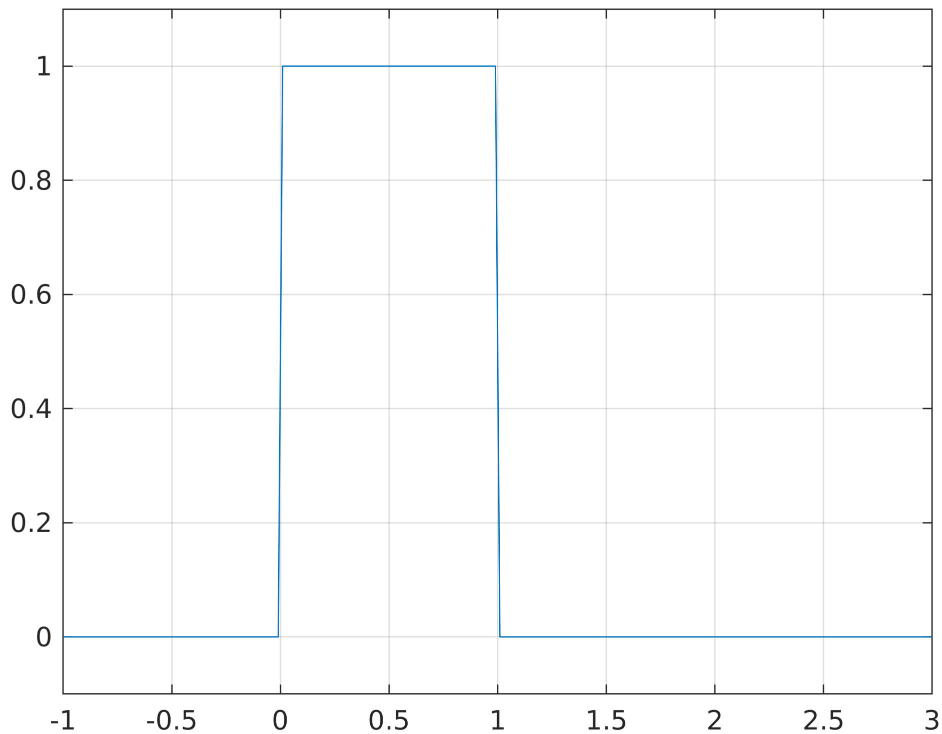

```
y1=heaviside(t+1)-heaviside((t+1)-1);
y2=heaviside(t-1)-heaviside((t-1)-1);
plot(t,y1,t,y2)
grid on
ylim([-0.1 1.1])
legend('y1(t)','y2(t)','location','bestoutside')
```



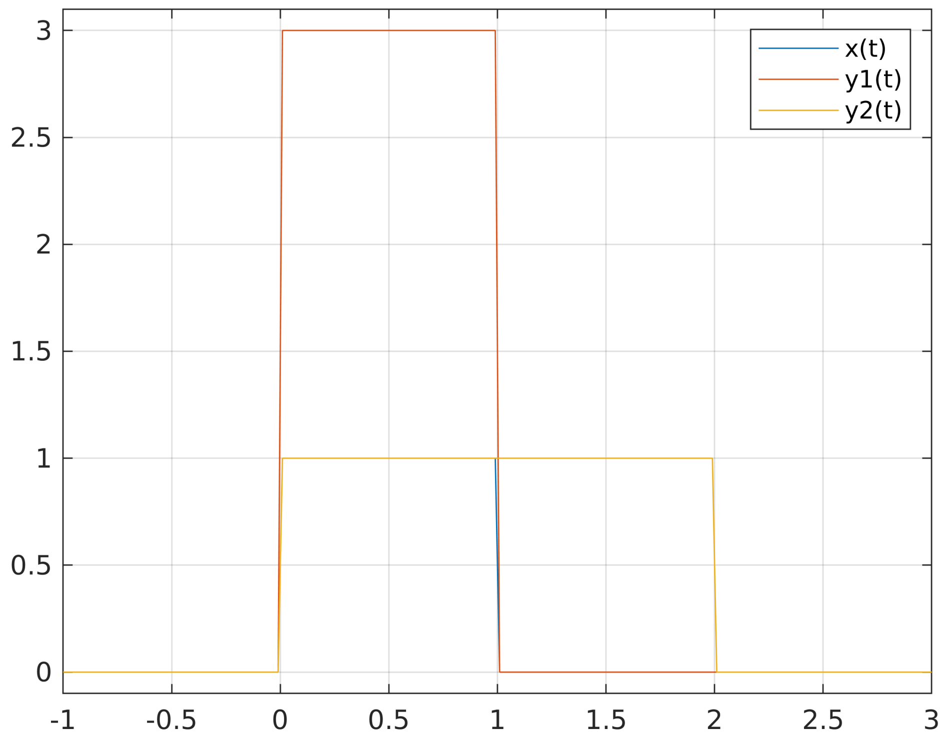
Estático (sem memória) e dinâmico (com memória)

f) Usando o sinal de entrada $x(t) = u(t) - u(t-1)$, $-3 \leq t \leq 3$, determine se os sistemas descritos pelas relações de entrada saída $y_1(t) = 3x(t)$ e $y_2(t) = x(t) + x(t-1)$ são estático ou dinâmico.

```
t=-1:0.01:3;
x=heaviside(t)-heaviside(t-1);
figure
plot(t,x)
grid on
ylim([-0.1 1.1])
```




```
y1=3.*x;
y2=heaviside(t)-heaviside(t-2);
plot(t,x,t,y1,t,y2)
grid on
legend('x(t)','y1(t)','y2(t)')
ylim([-0.1 3.1])
```



Linear e não linear

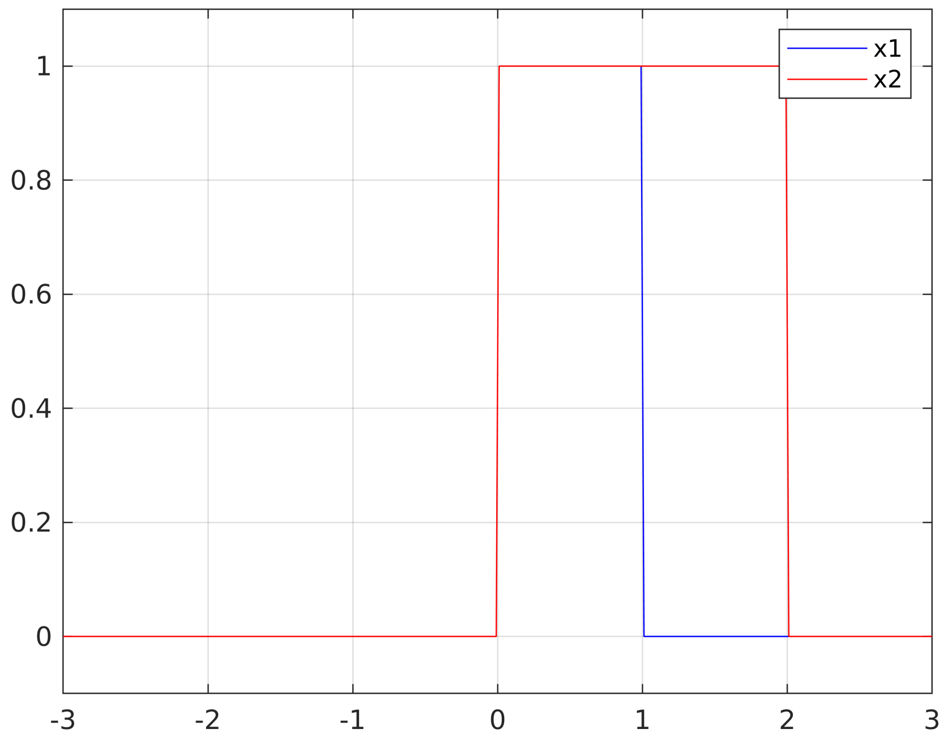
$S\{a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)\} = a_1 S\{x_1(t)\} \; + a_2 S\{x_2(t)\}$

A resposta de um sistema linear para uma entrada que é a combinação linear de dois sinais corresponde a uma combinação linear das respostas do sistema para cada uma destes sinais de entrada. (Princípio da superposição = aditividade + homogenidade).

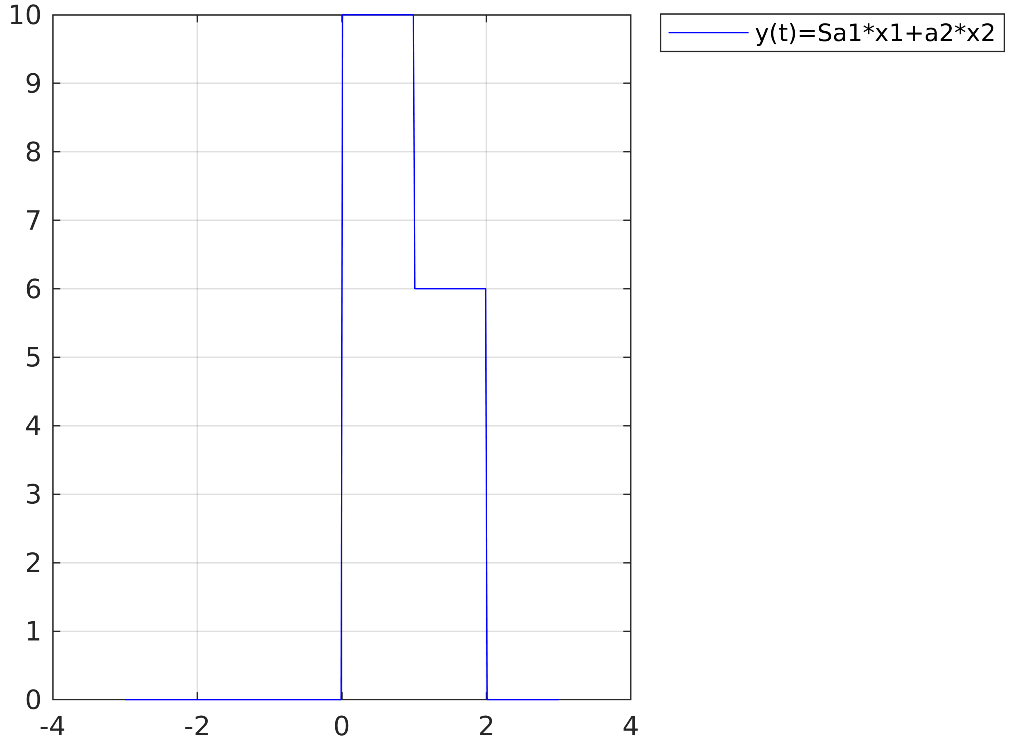
g) Dado $x_1(t) = u(t) - u(t-1)$ e $x_2(t) = u(t) - u(t-2)$ sejam considerados sinais de netrada para os sistemas descritos pelas seguintes relações $y(t) = 2x(t)$ e $z(t) = x^2(t)$, $-3 \leq t \leq 3$. Determine se a propriedade de linearidade é válida para estes dois sistemas.

Solução: adotando os escalares $a_1 = 2$ e $a_2 = 3$

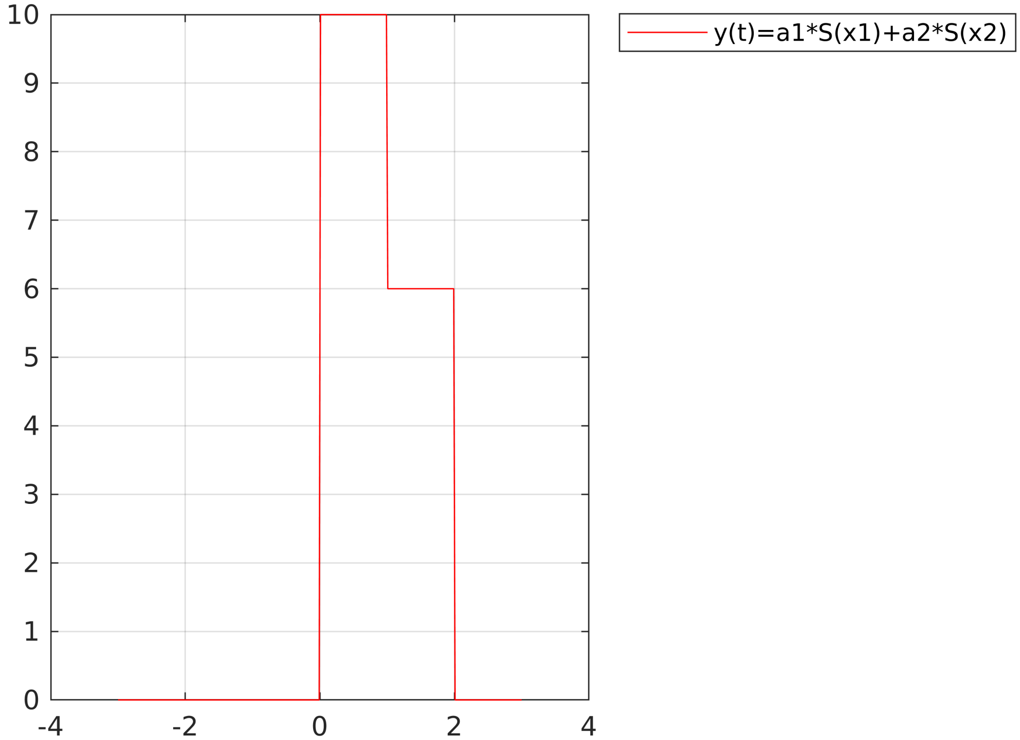
```
t=-3:0.01:3;
x1=heaviside(t)-heaviside(t-1);
x2=heaviside(t)-heaviside(t-2);
figure
plot(t,x1,'b',t,x2,'r')
grid on
ylim([-0.1 1.1])
legend('x1','x2')
```



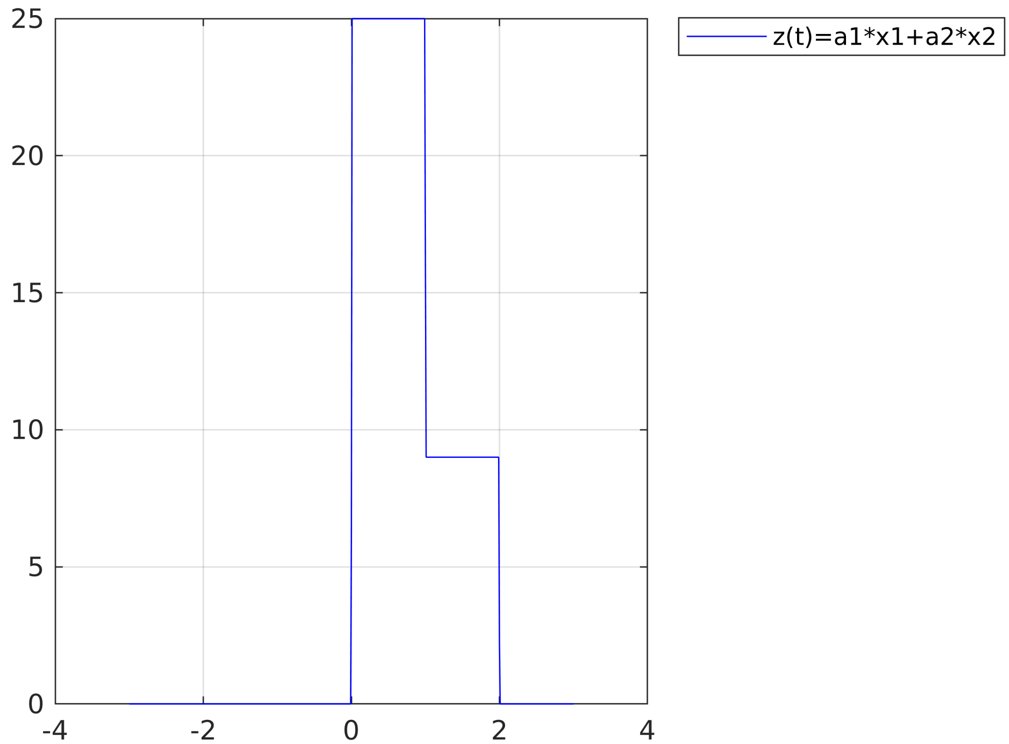

```
a1=2;
a2=3;
s=a1*x1+a2*x2;
ys=2*s;
plot(t,ys,'b')
grid on
legend('y(t)=S{a1*x1+a2*x2}','location','bestoutside')
```



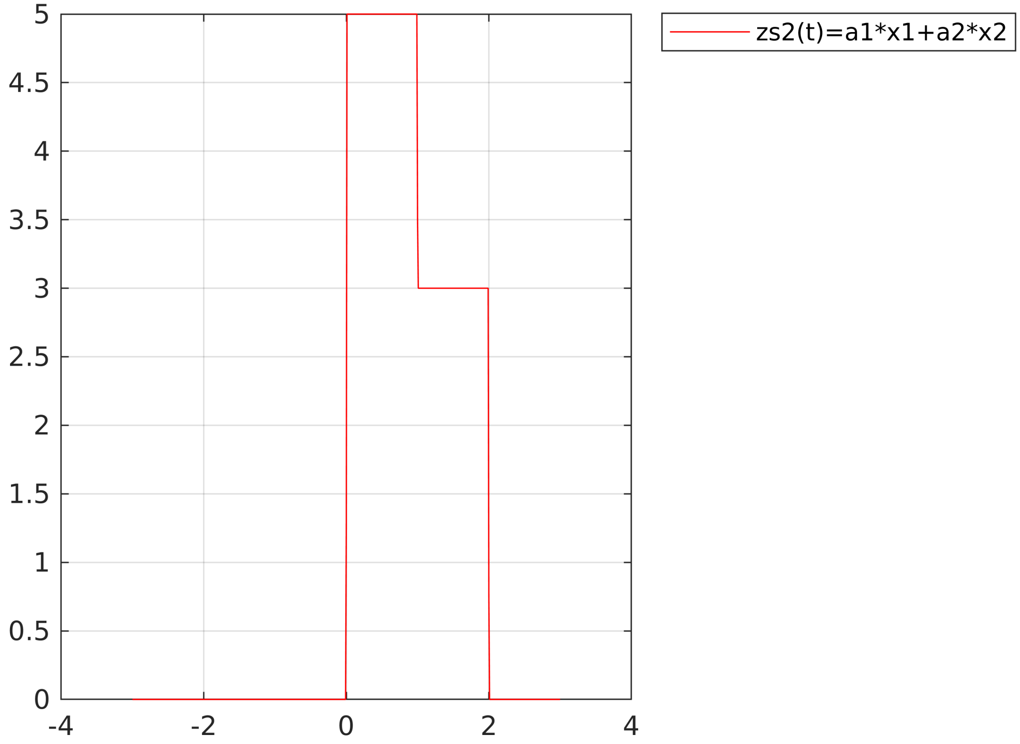

```
y1=2*x1;
y2=2*x2;
ys2=a1*y1+a2*y2;
plot(t,ys2,'r')
grid on
legend('y(t)=a1*S(x1)+a2*S(x2)','location','bestoutside')
```




```
%sistema 2 => y(t)=x(t)^2
%s = a1*x1+a2*x2
z=s.^2;
plot(t,z,'b')
grid on
legend('z(t)=a1*x1+a2*x2','location','bestoutside')
```




```
z1=x1.^2;
z2=x2.^2;
zs2=a1*z1+a2*z2;
plot(t,zs2,'r')
grid on
legend('zs2(t)=a1*x1+a2*x2','location','bestoutside')
```



Invariante no tempo e variante no tempo

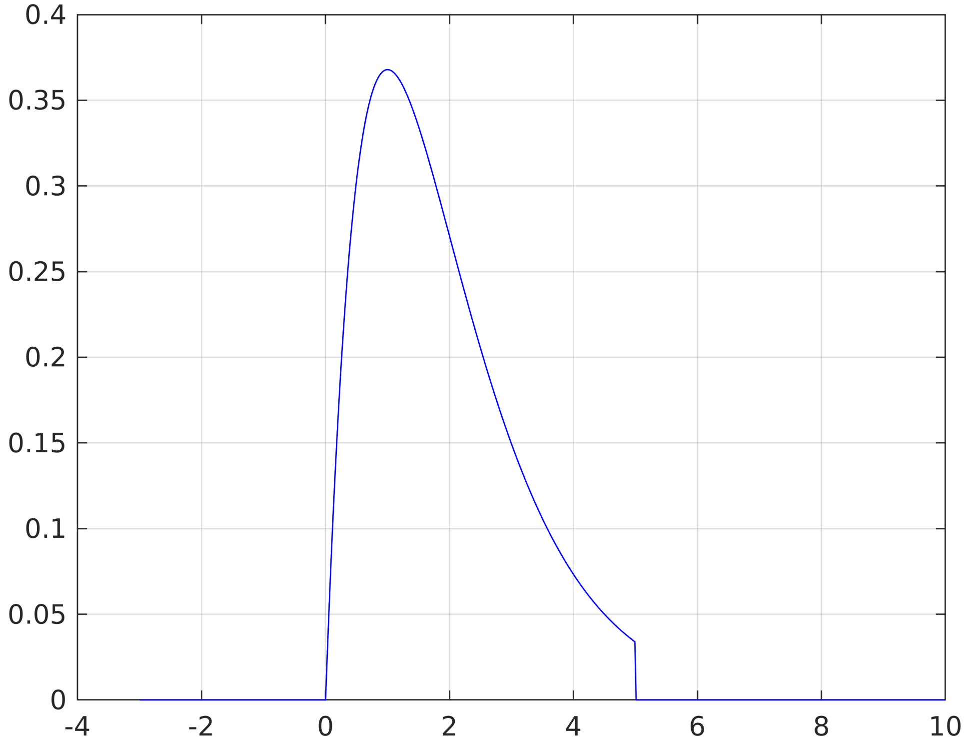
Se $y(t)$ é a resposta de um sistema invariante no tempo para uma entrada $x(t)$, então a resposta do sistema para um sinal de entrada $x(t-t_0)$ é $y(t-t_0)$.

$$y(t-t_0) = S\{x(t-t_0)\}$$

h) Suponha que a resposta de um sistema S para um sinal de entrada $x(t)$ é $y(t) = t\,e^{-t}x(t)$. Determine se este sistema é invariante no tempo para uma entrada $x(t) = u(t) - u(t-5)$, $-3 \le t \le 10$.

1. Avaliar $y(t) = S\{x(t)\}$

```
t=-3:0.01:10;
x=heaviside(t)-heaviside(t-5);
y=t.*exp(-t).*x;
plot(t,y,'b')
grid on
```

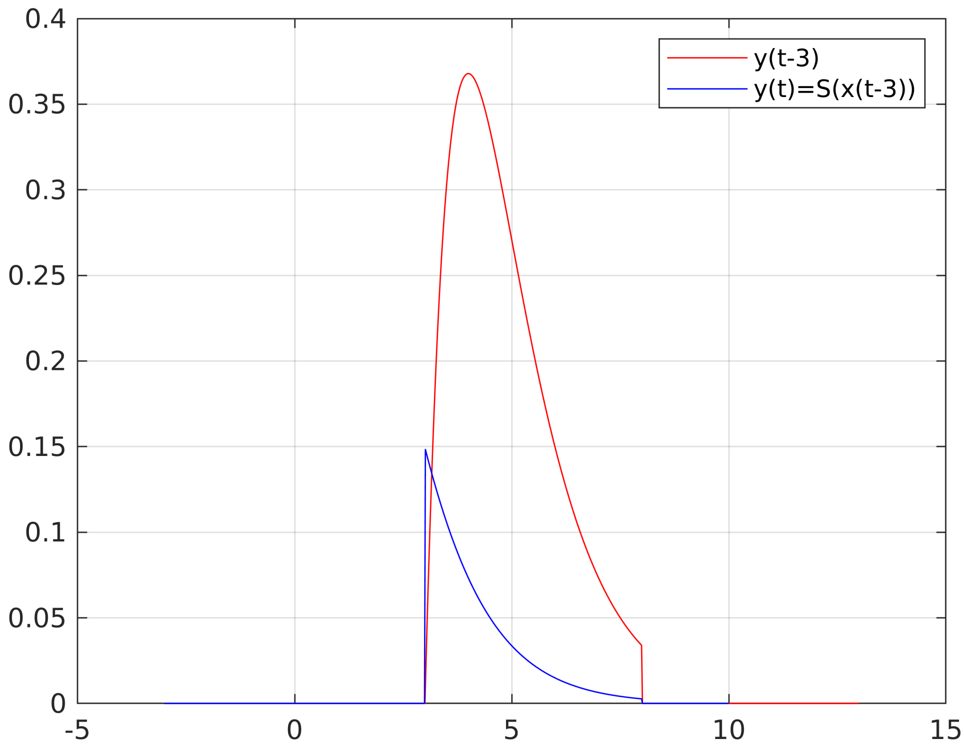


2. Obter $y(t-t_0)$, $t_0 = 3$

```
plot(t+3,y,'r')
grid on
hold on
```

3. Obter $S\{x(t-t_0)\}$, $t_0 = 3$ e comparar com o passo 2.

```
t=-3:0.01:10;
x=heaviside(t-3)-heaviside(t-3-5);
y=t.*exp(-t).*x;
%figure
plot(t,y,'b')
grid on
legend('y(t-3)','y(t)=S(x(t-3))')
```



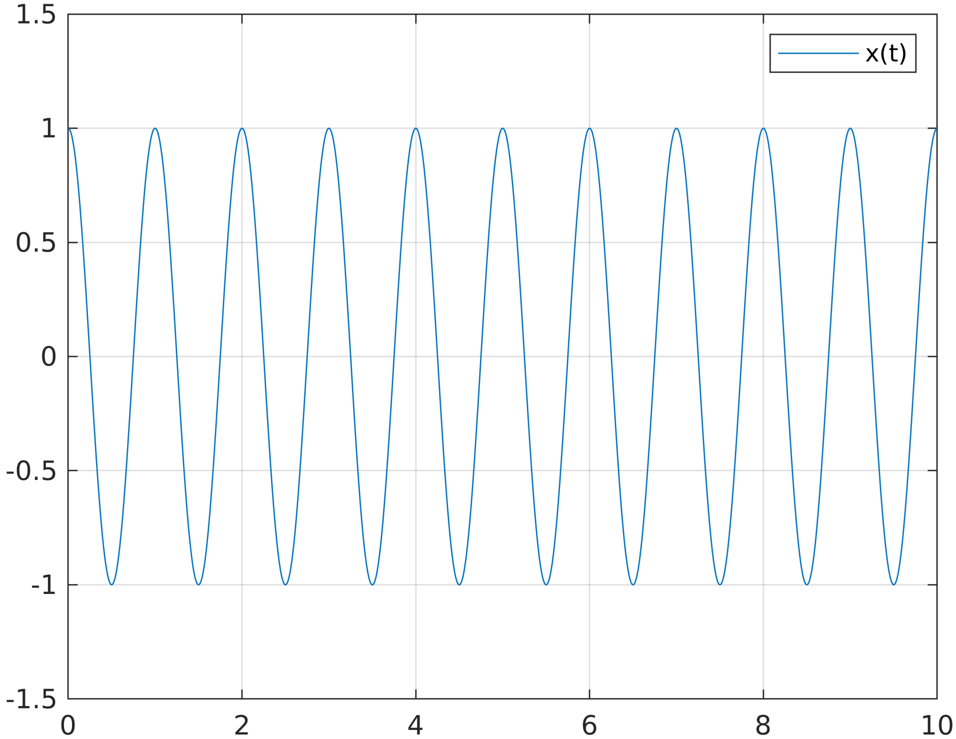
Estável e instável

BIBO - *Bounded-Input Bounded Output*

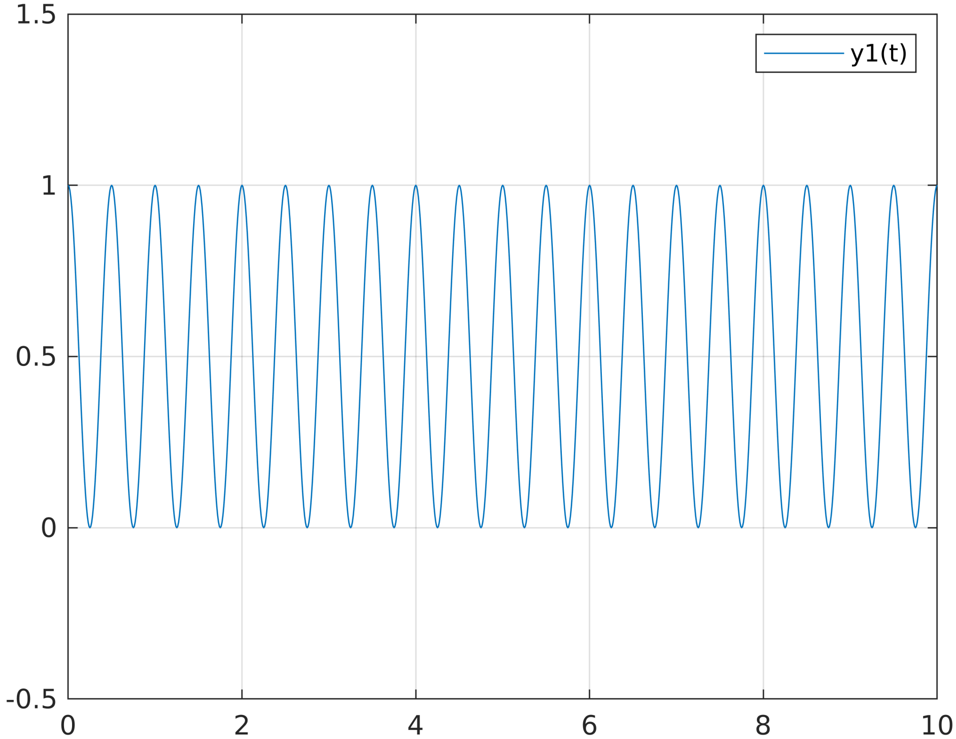
Para um pequeno sinal aplicado na entrada a resposta do sistema também é pequena e não diverge. Ou seja, se um dado número positivo existe $M < \infty$, tal que $|x(t)| \leq M$. O sistema é estável se $\forall t \in \mathfrak{R}$ um número positivo $N < \infty$, tal que $|y(t)| \leq N$.

i) Suponha que um sinal de entrada $x(t) = \cos(2\pi\, t)$ é aplicado a dois sistemas descritos pela relação de entrada saída $y_1(t) = x^2(t)$ e $y_2(t) = t\, x(t)$, $0 \leq t \leq 10$. . Determine se estes sistemas são estáveis.

```
figure
t=0:0.01:10;
x=cos(2*pi*t);
plot(t,x)
grid on
ylim([-1.5 1.5])
legend('x(t)')
```

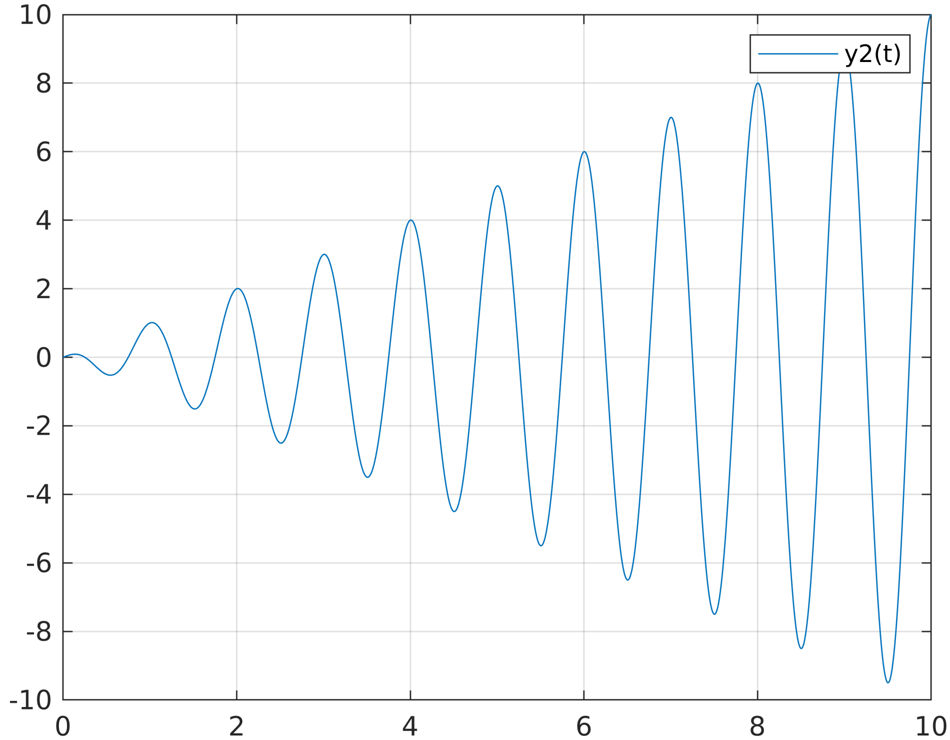



```
%sistema 1
y1=x.^2;
plot(t,y1)
grid on
ylim([-0.5 1.5])
legend('y1(t)')
```




```
%sistema 2
y2= t.*x;
plot(t,y2)
grid on

legend('y2(t)')
```



Invertível e não invertível

Um sistema é invertível se um sinal de entrada $x(t)$ que é aplicado ao sistema pode ser derivado a partir da resposta do sistema $y(t)$. Ou seja, um sistema é invertível se a relação entrada saída $y(t) = S\{x(t)\}$ é uma para uma, isto é, diferentes valores de entrada correspondem a distintos valores de saída.

j) Determine se os sistemas S1 e S2 descritos pelas relações de entrada saída $y_1(t) = 3x(t)$ e $y_1(t) = x^2(t)$, respectivamente, são invertíveis. Considere $x(t) = 2\,t,\ -2 \le t \le 2.$

```
t=-2:2
```

```
t = 1×5
    -2    -1     0     1     2
```

```
x=2*t
```

```
x = 1×5
    -4    -2     0     2     4
```

```
y1= 3*x
```

```
y1 = 1×5
   -12    -6     0     6    12
```

```
y2=x.^2
```

```
y2 = 1×5
    16     4     0     4    16
```

- Sistema inverso

$z(t) = S^{-1}\{y(t)\}$

```
z1=1/3*y1
```

```
z1 = 1×5
    -4    -2     0     2     4
```

```
z2=sqrt(y2)
```

```
z2 = 1×5
     4     2     0     2     4
```