SLCO4A - Aula Prática 7

Sumário

Análise de sistemas no domínio do tempo

Resposta impulsiva

O significado de **resposta impulsiva** ou **resposta ao impulso** de um sistema é facilmente derivado se considerarmos os termos dos quais ele é nomeado. O termo 'resposta', denota a saída de um sistema, enquanto o termo 'impulso', indica que o sinal de entrada aplicado ao sistema é o impulso unitário ou função delta de Dirac. A resposta ao impulso é usualmente denotada por $h(t)$. Matematicamente,

$$h(t) = S\{\delta(t)\}$$

Conhecida a resposta ao impulso de um sistema pode-se conhecer a resposta de saída para qualquer entrada arbitrária aplicada no sistema, por meio da operação de convolução.

Convolução de tempo contínuo

A resposta de saída de um sistema para qualquer entrada é computada pela convolução do sinal de entrada com a resposta ao impulso do sistema.

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Cômputo da convolução

Exemplo: Considere um sistema LIT descrito por uma resposta ao impulso

$$h(t) = \begin{cases} 1-t, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

Calcule a resposta do sistema para o sinal de entrada

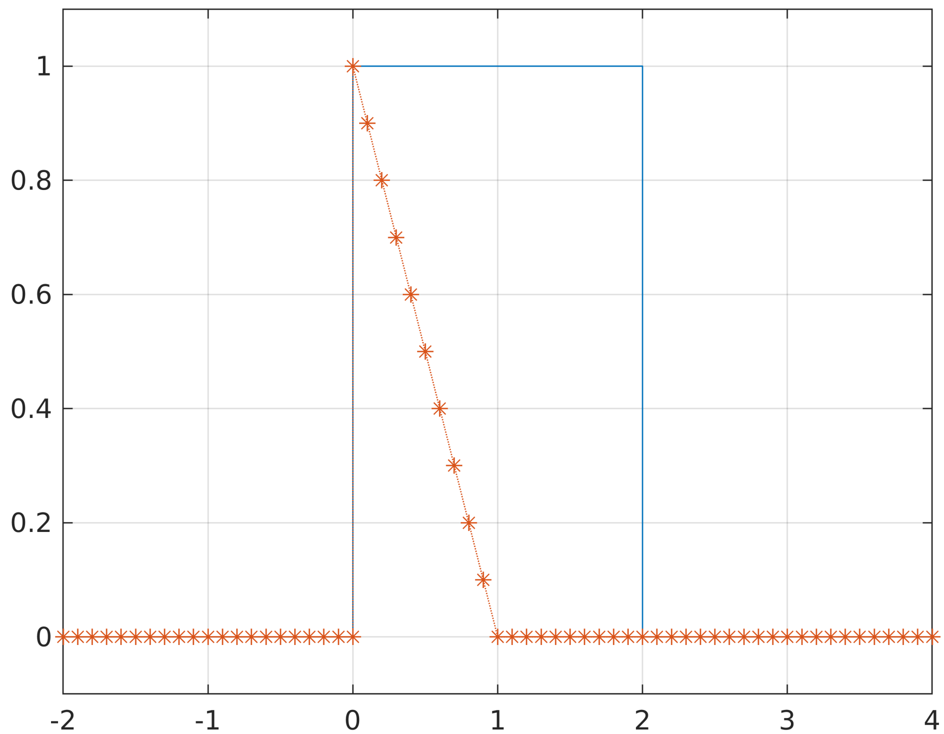
$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

Passo 1 - Obter o sinal de entrada e a resposta ao impulso em função de τ

$$x(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 \le \tau \le 2 \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

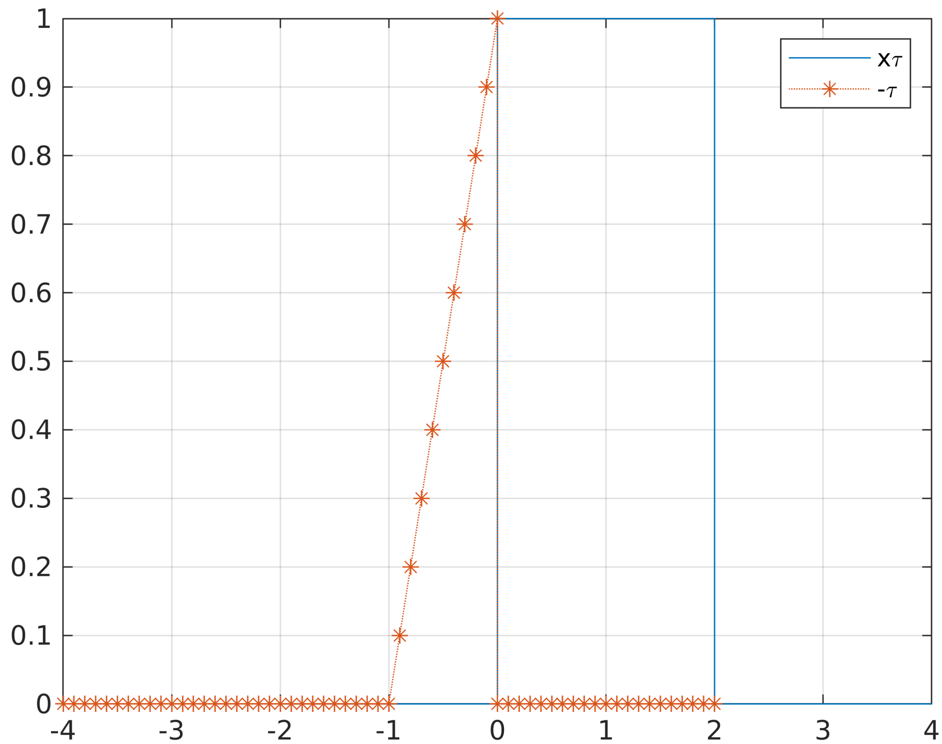
$$h(\tau) = \begin{cases} 1-\tau, & 0 \le \tau \le 1 \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

```
tx1 = -2:0.1:0;
tx2 = 0:0.1:2;
tx3 = 2:0.1:4;

x1=zeros(size(tx1));
x2=ones(size(tx2));
x3=zeros(size(tx3));
tx=[tx1 tx2 tx3];
x=[x1 x2 x3];

th1 = -2:0.1:0;
th2 = 0:0.1:1;
th3 = 1:0.1:4;

h1=zeros(size(th1));
h2 = 1-th2;
h3= zeros(size(th3));
th= [th1 th2 th3];
h= [h1 h2 h3];

figure
plot(tx,x,th,h,':*')
ylim([-0.1 1.1])
grid on
```



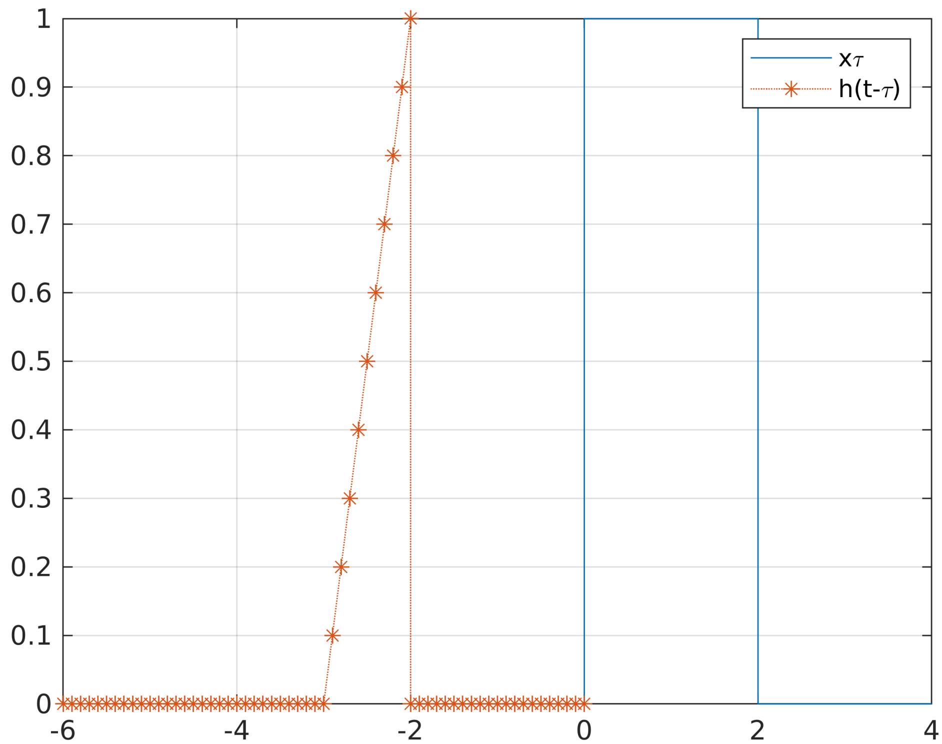
Passo 2 - Realizar a reflexão de um dos sinais.

```
plot(tx,x,-th,h,':*')
legend('x\tau', '-\tau')
grid on
```



Passo 3 - Realizar o deslocamento de t do sinal refletido $h(-\tau) \Rightarrow h(t-\tau)$.

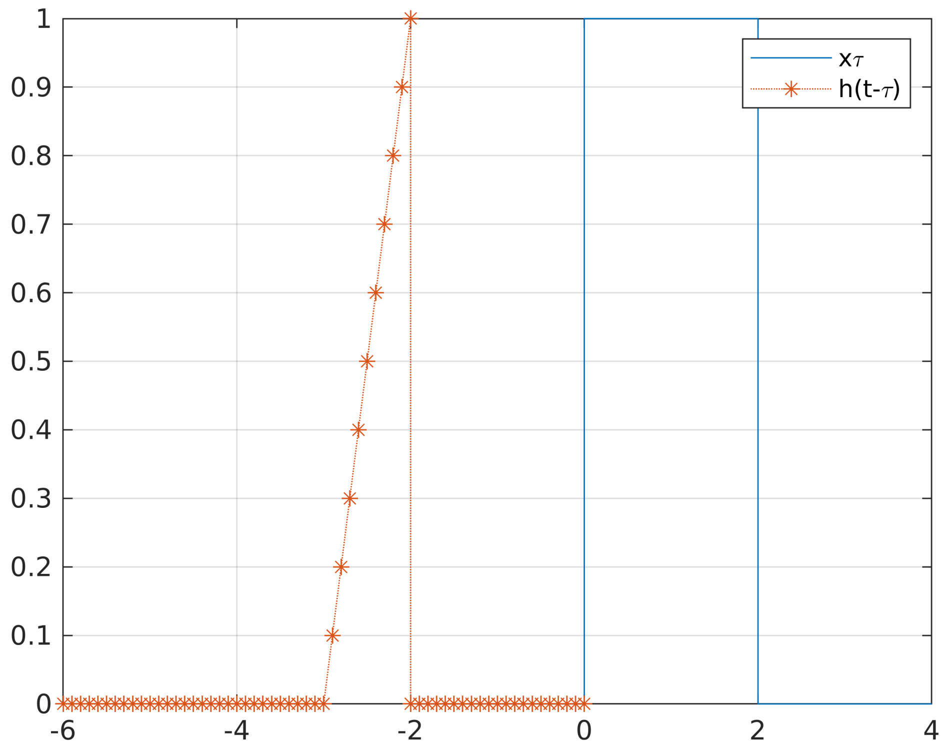
```
t=-2;
plot(tx,x,t-th,h,':*')
legend('x\tau', 'h(t-\tau)')
grid on
```



Passo 4 - Realizar o deslizamento.

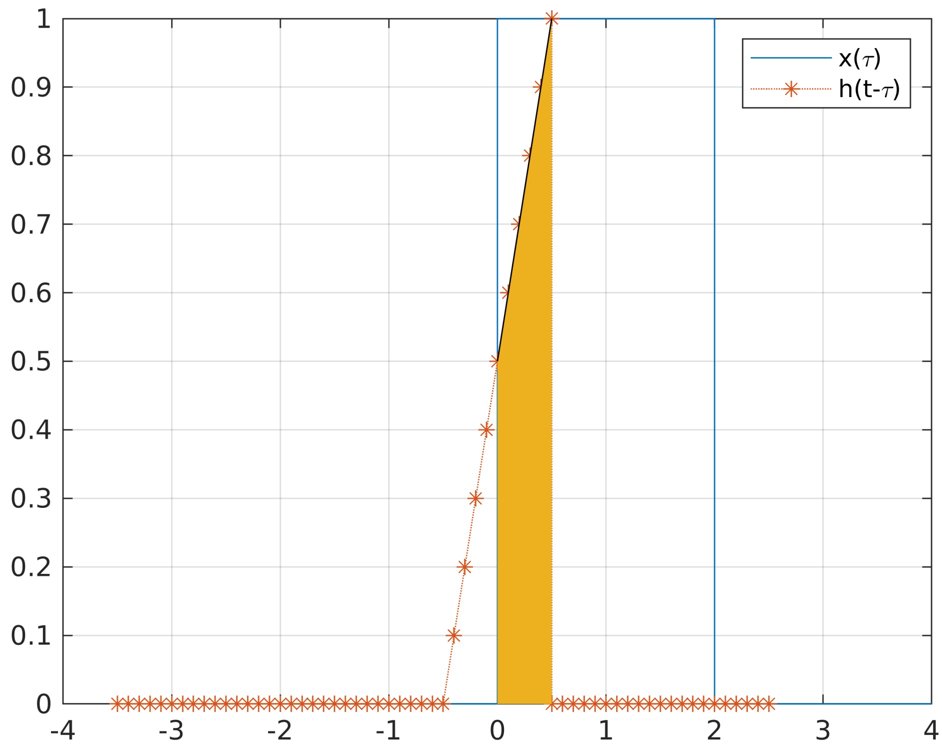
Primeiro estágio: sem sobreposição

```
t=-2;
plot(tx,x,t-th,h,':*')
legend('x\tau', 'h(t-\tau)')
grid on
```



Segundo estágio: sobreposição parcial

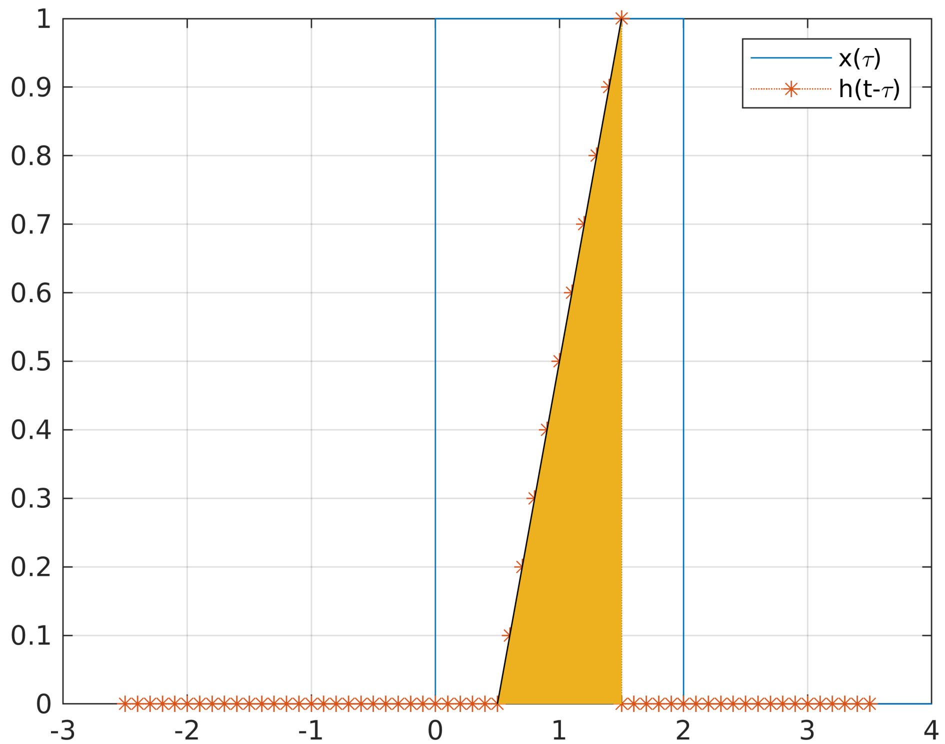
```
t=0.5;
plot(tx,x,t-th,h,':*')
legend('x\tau', 'h(t-\tau)')
grid on

T=1;
r=0:0.1:t;       %h(t)-1-t
a=1/T*r+1-t/T;  %h(t-tau)=1-(t-tau)1.t+tau
hold on
area(r,a)
hold on
legend ("x(\tau)", "h(t-\tau)")
```




```
figure
```

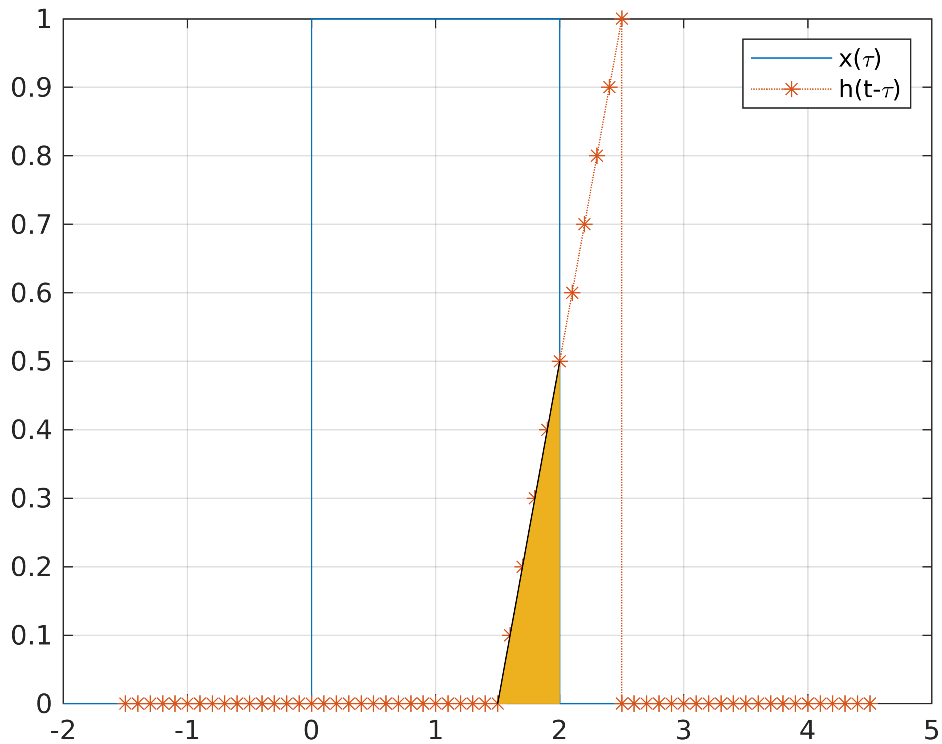
Terceiro estágio: sobreposição completa

```
t=1.5;
plot(tx,x,t-th,h,':*')
legend('x\tau', 'h(t-\tau)')
grid on

T=1;
r=t-T:0.1:t;      %h(t)-1-t
a=1/T*r+1-t/T;  %h(t-tau)=1-(t-tau)1.t+tau
hold on
area(r,a)
hold off
legend ("x(\tau)", "h(t-\tau)")
```



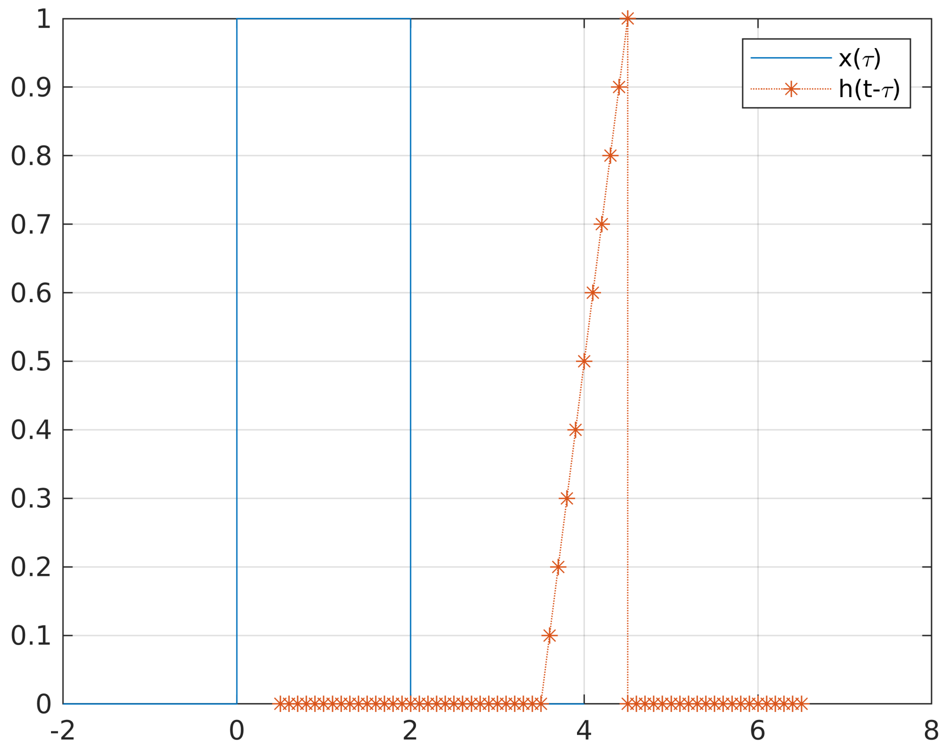
Quarto estágio: saída - sobreposição parcial

```
t=2.5;
plot(tx,x,t-th,h,':*')
legend('x\tau', 'h(t-\tau)')
grid on

T=1;
r=t-T:0.1:2;        %h(t)-1-t
a=1/T*r+1-t/T;  %h(t-tau)=1-(t-tau)1.t+tau
hold on
area(r,a)
hold off
legend ("x(\tau)", "h(t-\tau)")
```



Quinto estágio: sem sobreposição

```
t=4.5;
plot(tx,x,t-th,h,':*')
legend('x\tau', 'h(t-\tau)')
grid on

T=1;
r=t-T:0.1:2;      %h(t)-1-t
a=1/T*r+1-t/T;  %h(t-tau)=1-(t-tau)1.t+tau
hold on
area(r,a)
hold off
legend ("x(\tau)", "h(t-\tau)")
```



Passo 5 - Especificação dos limites e cálculo da integral de convolução.

- $t < 0$: sem sobreposição, $y(t) =$0
- $0 < t < 1$**: início da sobreposição**

$$y(t) = \int_0^t 1(1 - (t - \tau))\ d\tau = \int_0^t 1 - t + \tau\ d\tau$$

```
syms t r
f=1-t+r %r = tau
```

f = $r - t + 1$

```
int(f,r,0,t)  %-t^2/2+2t
```

ans =

$$-\frac{t\ (t-2)}{2}$$

- $1 < t < 2$**: sobreposição completa**

$$y(t) = \int_{t-1}^t 1 - t + \tau\ d\tau$$

```
int(f,r,t-1,t)
```

```
ans =
```

$$\frac{1}{2}$$

- $2 < t < 3$**: sobreposição parcial - estágio de saída**

$$y(t) = \int_{t-1}^{2} 1 - t + \tau \; d\tau$$

```
int(f,r,t-1,2)
```

```
ans =
```

$$\frac{(t-3)^2}{2}$$

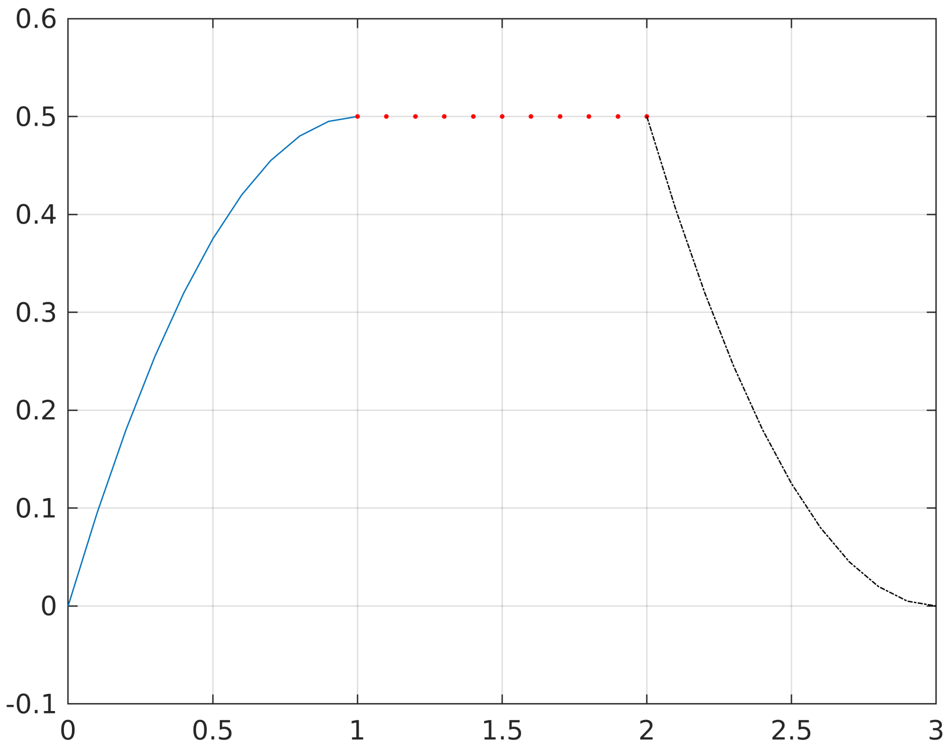
- $t > 3$: sem sobreposição, $y(t) = 0$

```
0
```

```
ans = 0
```

Plot de $y(t)$

```
t1= 0:0.1:1;
t2= 1:0.1:2;
t3= 2:0.1:3;

y1=-t1.^2/2+t1;
y2=0.5;
y3=0.5 *(t3-3).^2;
t=[t1 t2 t3];
y=[y1 y2 y3];
plot(t1,y1,t2,y2, '.r', t3,y3,'-.k');
ylim([-0.1 0.6])
grid on
```



Comando conv

- **Primeira regra**: os dois sinais devem ser definidos no mesmo intervalo, $a \leq t \leq b$, no qual um dos sinais é diferente de zero em cada extremo do intervalo.
- **Segunda regra:** quando o sinal consiste de múltiplas partes, o intervalo em que cada parte é definidda não deve ser sobreposta. Por exemplo,

$$h(t) = \begin{cases} 1 - t, & 0 \leq \ t \ \leq 1 \\ 0, & 1 < t \ \leq 2 \end{cases}$$

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \ t \leq 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

```
step= 0.01;
t= 0:step:2;
x=ones(size(t));
ta= 0:step:1;
tb= 1+step:step:2;
ha= 1-ta;
hb= zeros(size(tb));
h= [ha hb];
```

- **Terceira regra:** A saída do comando `conv` deve ser multiplicada pela passo de incremento `step` usado na definição dos sinais.

```
y= conv(x,h)*step;
length(y)
```

```
ans = 401
```

```
length(x)
```

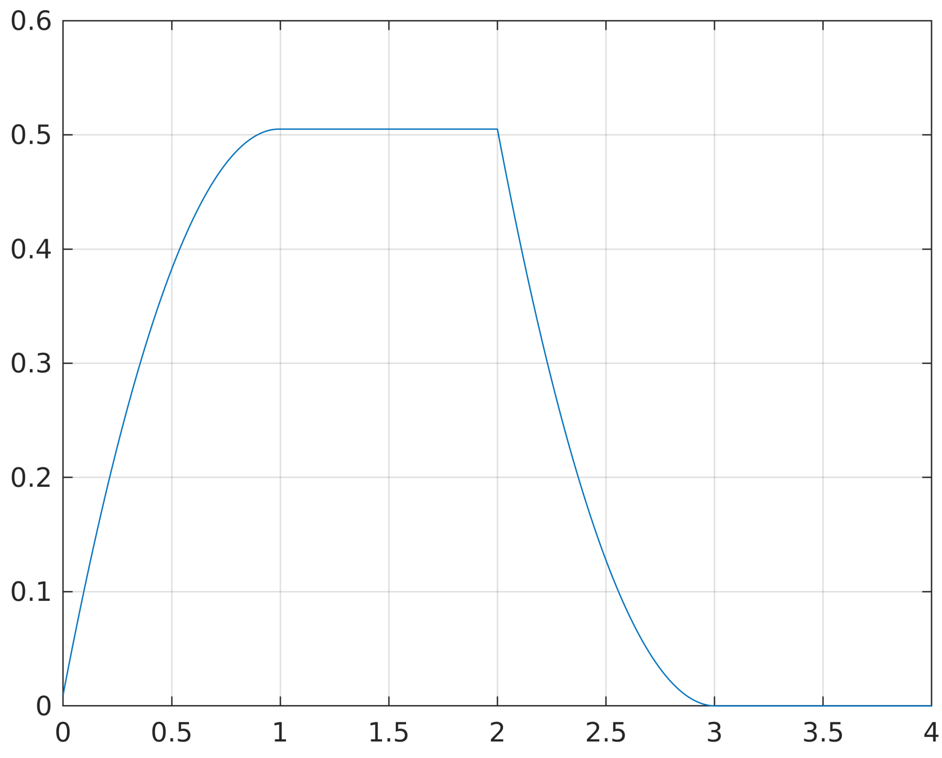
```
ans = 201
```

```
length(h)
```

```
ans = 201
```

- **Quarta regra:** A saída do sistema é plotada com o dobro do intervalo em que cada um dos sinais de entrada e resposta impulsiva foram definidos.

```
ty = 0:step:4;
plot(ty,y)
grid on
```



Deconvolução

Considerando os mesmos sinais do exemplo anterior, suponha que desejamos determinar a resposta impulsiva a partir do sinal de entrada $x(t)$ e do sinal $y(t)$.

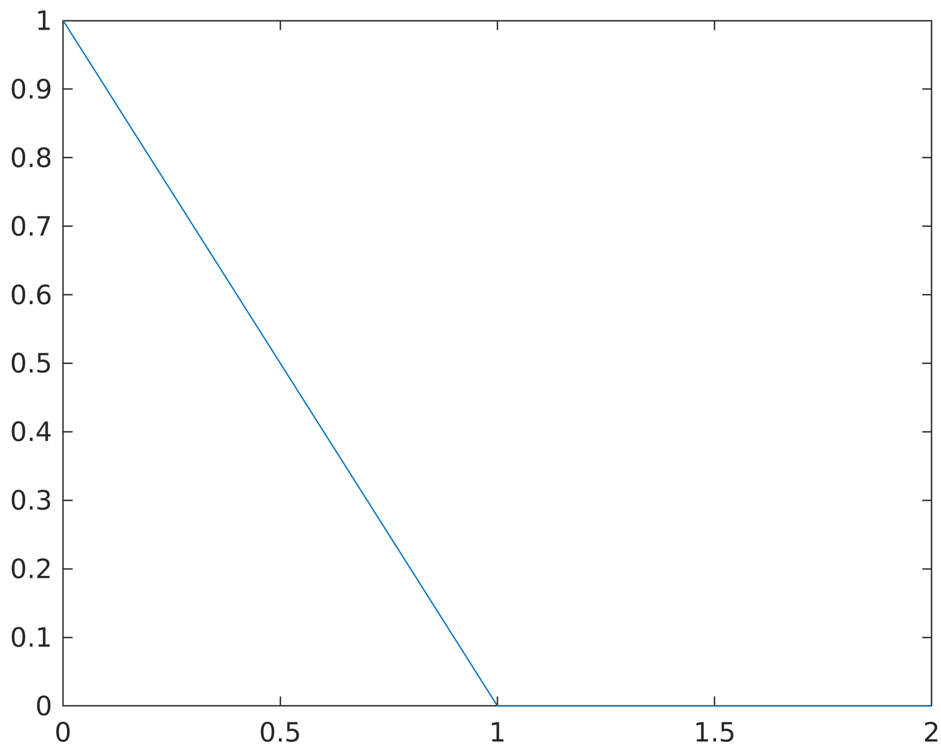
Exemplos

Compute a convolução entre os sinais

$x(t) = h(t) = 1$, $1 \leq t \leq 2$

$x(t) = h(t) = 0$, $0 \leq \ t < 1$ e $2 < t \leq 10$

```
hh= deconv(y,x)*1/step;
plot(t,hh)
```



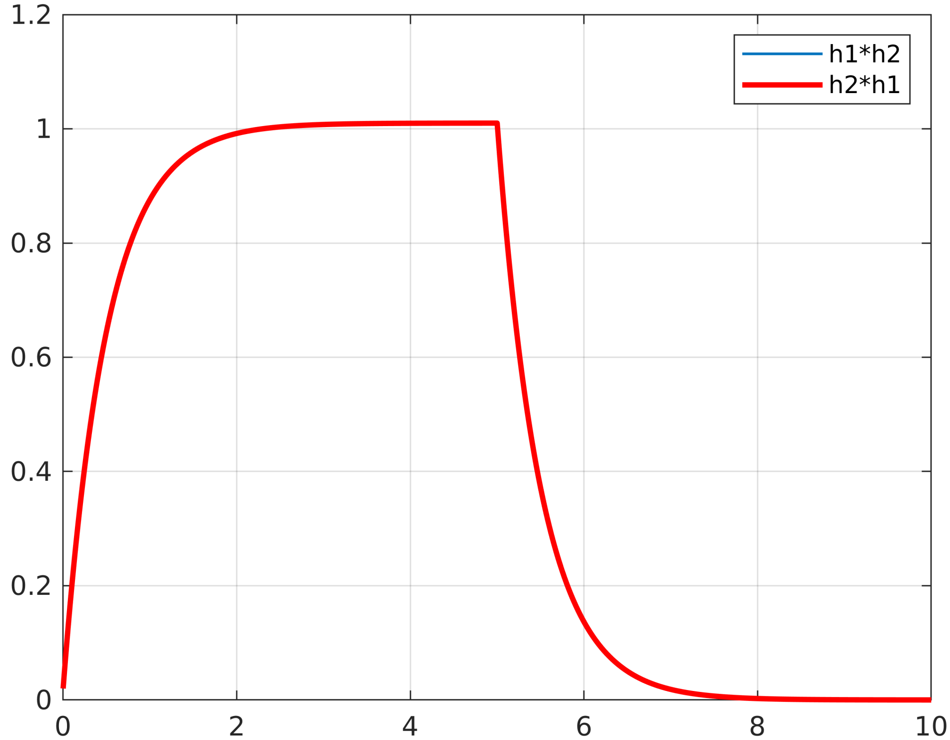
Propriedades da convolução

- Comutativa

$$h_1(t) * h_2(t) = h_2(t) * h_1(t)$$

Exemplo: Verifique a propriedade de comutação é válida para os seguintes sinais $h_1(t) = 1$, $h_2(t) = 2e^{-2t}$, $0 \leq t \leq 5$.

```
t=0:0.01:5;
h1=ones(size(t));
h2=2*exp(-2*t);
y=conv(h1,h2)*0.01;
figure
plot(0:0.01:10, y, 'LineWidth',1)
hold on

z=conv(h2,h1)*0.01;
plot(0:0.01:10,z,'-r', 'LineWidth',2)
grid on
legend('h1*h2', 'h2*h1')
z=conv(h2,h1)*0.01;
plot(0:0.01:10,z,'-r', 'LineWidth',2)
grid on
legend('h1*h2', 'h2*h1')
```



- Associativa

$$h_2(t) * [h_1(t) * x(t)] = [h_2(t) * h_1(t)] * x(t)$$

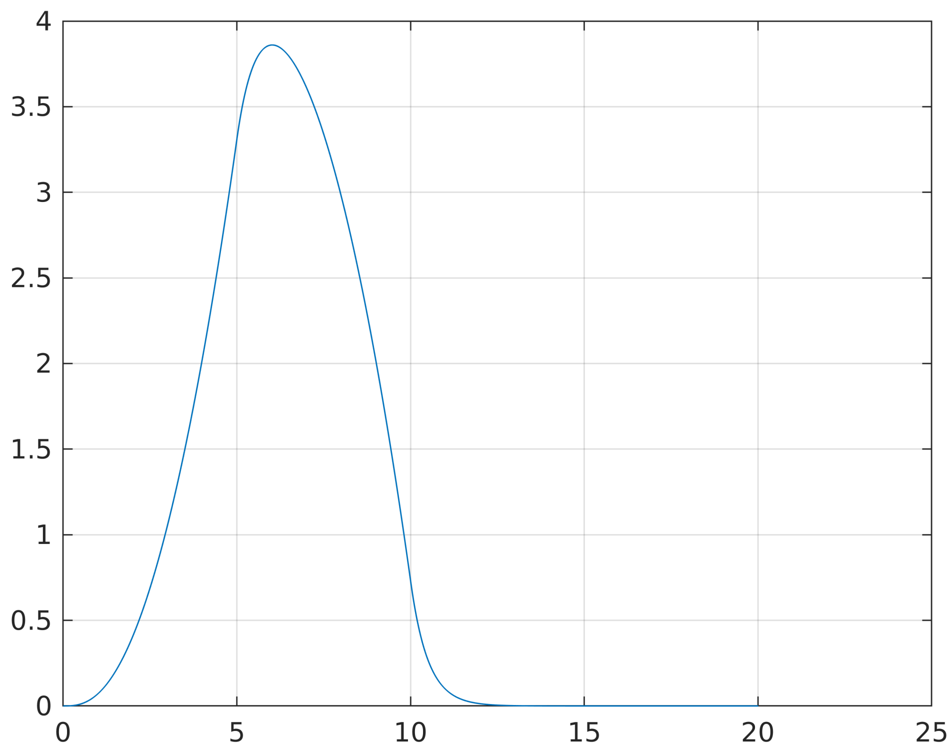
Exemplo: Verifique a propriedade associativa da convolução supondo que $h_1(t) = \frac{1}{\pi} t$, $h_2(t) = 2e^{-2t}$, $0 \le t \le 5$ e $x(t) = u(t) - u(t-5)$.

```
t=0:0.01:5;
figure
```

```
x=ones(size(t));
h1 = 1/pi*t;
y1= conv(h1,x)*0.01;
h2a= 2*exp(-2*t);
thb= 5:0.01:10;
h2b= zeros(size(thb))
```

```
h2b = 1×501
     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0 ···
```

```
h2= [h2a h2b];

y= conv(h2,y1)*0.01;
plot(0:0.01:20.01,y);
grid on
```




```
figure
```

- Distributiva

$$[h_2(t) + h_1(t)] * x(t) = h_1(t) * x(t) + h_2(t) * x(t)$$

Exemplo: Verifique a propriedade associativa da convolução supondo que $h_1(t) = \cos(\pi\, t)$, $h_2(t) = 2e^{-2t}$, $0 \leq t \leq 5$ e $x(t) = u(t) - u(t-5)$.